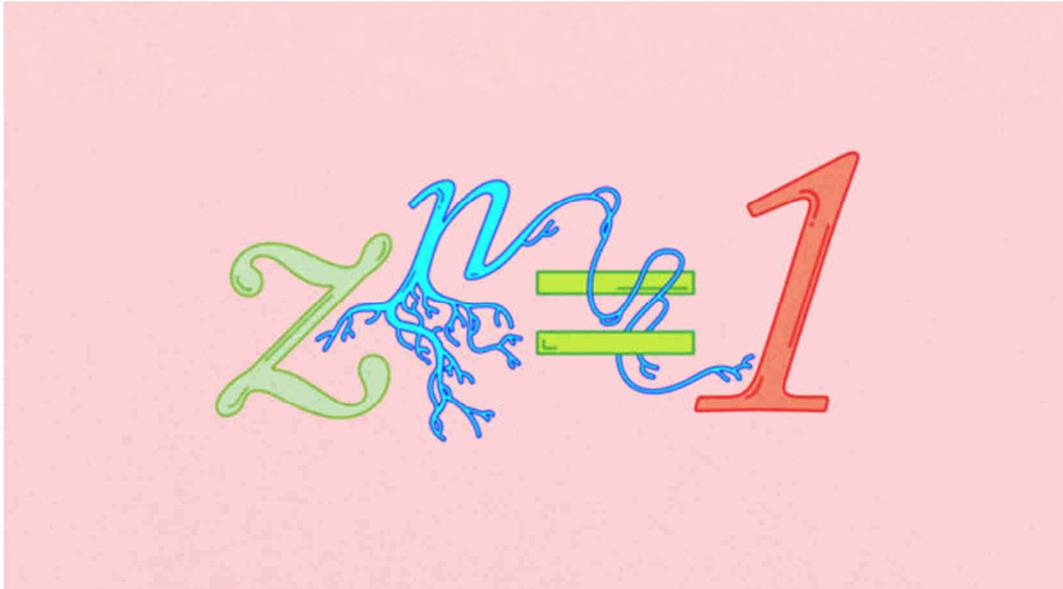




Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 227 – Dicembre 2017 – Anno Diciannovesimo



1. Rivendicazioni	3
2. Problemi.....	15
2.1 L'emeroteca di Babele	15
2.2 ...tanto tempo fa, in un Istituto Fisico lontano, lontano.....	16
3. Bungee Jumpers	17
4. Soluzioni e Note	17
4.1 [226].....	18
4.1.1 L'ultimo problema di quest'anno	18
4.1.2 Yet another classic.....	20
5. Quick & Dirty.....	24
6. Pagina 46.....	24
7. Paraphernalia Mathematica	25
7.1 La legge dei numeri VERAMENTE grandi [8] – Come far fare il lavoro agli altri.	25



	Rudi Mathematici Rivista fondata nell'altro millennio da <i>Rudy d'Alembert</i> (A.d.S., G.C., B.S) rudy.dalembert@rudimathematici.com
	<i>Piotr Rezierovic Silverbrahms</i> (Doc) piotr.silverbrahms@rudimathematici.com <i>Alice Riddle</i> (Treccia) alice.riddle@rudimathematici.com
www.rudimathematici.com	
RM226 ha diffuso 3'242 copie e il 04/12/2017 per  eravamo in 50'300 pagine.	
Tutto quanto pubblicato dalla rivista è soggetto al diritto d'autore e in base a tale diritto <i>concediamo il permesso di libera pubblicazione e ridistribuzione</i> alle condizioni indicate alla pagina diraut.html del sito. In particolare, tutto quanto pubblicato sulla rivista è scritto compiendo ogni ragionevole sforzo per dare le informazioni corrette; tuttavia queste informazioni non vengono fornite con alcuna garanzia legale e quindi la loro ripubblicazione da parte vostra è sotto la vostra responsabilità. La pubblicazione delle informazioni da parte vostra costituisce accettazione di questa condizione.	

Oleena SMAHOLO, con la sua serie *Quanta*, ha dato un significato completamente diverso ma molto interessante al concetto di *radice numerica*.

1. Rivendicazioni

*Monday: Try to prove theorem
 Tuesday: Try to prove theorem
 Wednesday: Try to prove theorem
 Thursday: Try to prove theorem
 Friday: Theorem false”¹*
 (cit. Elizabeth Scott)

La storia viene tramandata e ricordata soprattutto attraverso i nomi dei grandi personaggi. Forse dipende dall’incapacità – meglio ancora, dall’impossibilità – di ricordare tutti i personaggi significativi, e ci si ritiene già soddisfatti se si riesce a collocare (più o meno correttamente) nella linea del tempo il nome più altisonante. Napoleone, che fa da pietra miliare tra diciottesimo e diciannovesimo secolo; o Giulio Cesare, spartiacque tra la forma repubblicana e quella imperiale dell’antica Roma; o Colombo, specie nelle Americhe, dove la storia sembra quasi dividersi tra prima e dopo di lui; per non parlare delle molte “ere” della corona inglese, una volta tanto associate più a nomi femminili che maschili: l’elisabettiana, la vittoriana, e così via.

Difficoltà mnemoniche a parte, però, sarebbe bene quantomeno evitare di costruire troppe certezze di conoscenza, se ci si limita a puntare i riflettori soltanto sui grandi: nella realtà, la storia procederebbe serenamente anche senza di loro, intessendo fatti, episodi, vite intere anche solo per mezzo di quelli che tendiamo a considerare comprimari; almeno finché non si scopre qualche episodio particolarmente rappresentativo e emozionante. Le emozioni sembrano trovare terreno più fertile nella gente comune, piuttosto che nei grandi.

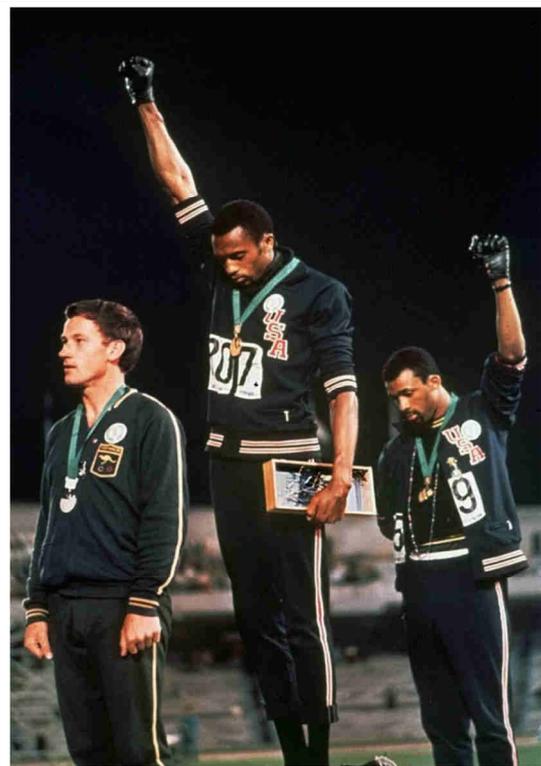
Difficile, ad esempio, ricordare Peter Norman, anche perché il nome appare del tutto comune e frequente, quasi quanto Mario Rossi, o John Smith. Ebbene, Norman ha avuto gran parte della sua esistenza segnata il 16 ottobre del 1968, quando ebbe letteralmente un posto d’onore durante la più celebre “protesta sportiva” di tutti i tempi. Si era a Città del Messico, dove si stavano celebrando i giochi della diciannovesima olimpiade: giochi strani per il periodo (raramente i giochi “estivi” vengono celebrati in pieno autunno) e soprattutto per l’altitudine, che sconvolgeva in un senso o nell’altro le prestazioni degli atleti: la capitale messicana giace su un altipiano la cui quota è circa 2250 metri sul livello del mare, e in cui la rarefazione dell’aria comincia ad essere davvero sensibile. Alcuni sport, sostanzialmente quelli in cui è richiesto uno sforzo prolungato e una lunga ossigenazione, ne sono fortemente penalizzati; altri ne sono invece favoriti: le corse veloci, i salti, traggono in genere vantaggio dalla minore densità dell’aria e forse² anche dalla minore gravità. Certo è che la finale dei 200 metri passa alla storia più per meriti politici che sportivi, nonostante l’indubitabile fatto che anche l’aspetto puramente sportivo fosse semplicemente maiuscolo. Il cronometro si ferma infatti sul tempo di 19,83 secondi, record mondiale, e soprattutto del tutto inaudito, visto che era la prima volta che un essere umano impiegava meno di venti secondi per percorrere duecento metri. A ribadire l’eccezionalità dell’evento si può ricordare che il record venne battuto solo undici anni dopo, quando l’italiano più veloce di tutti i tempi, Pietro Mennea, lo abbassò a 19,72: altro record storico, tra i più longevi dell’atletica (rimase imbattuto per 17 anni) e –

¹ Di solito traduciamo le citazioni di apertura, ma in questo caso l’originale inglese ci sembra sensibilmente più efficace, forse solo per la brevità dei termini. La traduzione è verosimilmente inutile, ma comunque, in italiano suona più o meno così: “Lunedì: Provato a dimostrare teorema – Martedì: Provato a dimostrare teorema – Mercoledì: Provato a dimostrare teorema – Giovedì: Provato a dimostrare teorema – Venerdì: Teorema falso.”

² Diciamo “forse” non perché non siamo sicuri che la gravità dovrebbe essere inferiore a 2250 metri s.l.m. rispetto allo zero delle spiagge messicane; lo diciamo perché non abbiamo voglia di fare i conti per vedere se questa riduzione sia “sportivamente” significativa. In realtà, è certamente significativa la variazione della percentuale di globuli rossi nel sangue come reazione alla riduzione di ossigeno, cosa che ha portato gli sportivi professionisti persino ad elaborare tecniche di “allenamento in altitudine”.

naturalmente – ottenuto anche questo in altitudine. La stessissima altitudine, per essere precisi, visto che corse nella stessa nazione, città, stadio e pista: cambia solo la corsia, terza per Tommie e quarta per Pietro.

Ma non c'è prestazione sportiva che tenga, quando si ritrova costretta al ruolo di mera comprimaria – o al massimo di occasione scenografica – durante una protesta per i diritti



1 Premiazione dei 200 metri all'olimpiade di Città del Messico, 1968

dell'uomo. Tommie Smith, l'atleta afroamericano autore dell'impresa, e John Carlos, altro afroamericano che in quella gara vince la medaglia di bronzo, salgono sul podio di Mexico City scalzi, indossando solo calze nere, e durante l'inno nazionale abbassano la testa e alzano una mano stretta a pugno e guantata di nero: la destra per Smith, la sinistra per Carlos. È la protesta sportiva più celebre della storia: i gesti sono quelli delle Pantere Nere, Black Panthers, movimento di protesta contro la segregazione razziale ancora molto forte negli Stati Uniti d'America, e lo scandalo che ne consegue è di portata planetaria. Se il gesto ricorda i movimenti antisegregazionisti, è però un progetto assai più specifico quello a cui appartengono Smith e Carlos: è l'OPHR, ovvero Olympic Project for Human Rights, che lotta affinché anche nello sport vengano rispettati dei principi che si oppongono alla segregazione razziale. L'OPHR chiede ad esempio che venga restituito a Muhammad Ali il titolo di campione del mondo dei pesi massimi nel pugilato, o che venga impedito al Sudafrica e alla Rhodesia, nazioni a quel

tempo costituzionalmente razziste, di partecipare ai giochi. Smith e Carlos lanciano la protesta nera sul palcoscenico più illuminato del mondo, e la foto degli atleti coi pugni chiusi guantati di nero diventa un'immagine che trova spazio nei libri di storia.

In quell'immagine, il secondo gradino del podio è occupato da un atleta bianco che non sembra quasi neppure accorgersi di quanto sta accadendo dietro di lui. La gran parte di coloro che hanno guardato la celebre foto lo avranno al massimo considerato come una sorta di pietra di paragone, utile solo a mostrare la differenza tra la normale indifferenza dei bianchi nei confronti delle proteste delle razze ritenute inferiori. Così, quella gran parte di osservatori avrà forse concentrato su di lui se non proprio l'antipatia, almeno il giudizio di fredda indifferenza che si riserva a coloro che non si rendono conto di star vivendo un momento storico. Indifferenza del tutto ingiustificata e affrettata, visto che dei tre sul podio Peter Norman è stato probabilmente quello che ha pagato più caro quel momento storico.

Se si va a cercare il record continentale dell'Oceania sui 200 metri piani, si ritrova ancora quel 20.06 che in quella storica serata messicana firmò l'australiano secondo classificato. Un record continentale che si avvia a compiere il mezzo secolo di vita non dovrebbe passare inosservato, anche perché si tratta di una performance sportiva davvero strepitosa³: Norman esce dai primi cento metri della gara, quelli che si corrono in curva, in una penosa settima posizione; poi si lancia in una volata davvero incredibile, al punto di sorprendere un po' anche i cameramen che, ovviamente, stanno incollati al gruppo dei

³ Per chi avesse voglia di guardarsela: <https://www.youtube.com/watch?v=bWI9raEM1-4>

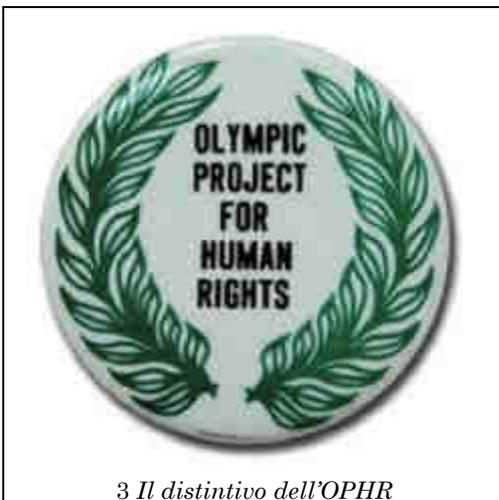
primi, tutti atleti di colore; e tendono un po' a trascurare gli altri, nessuno dei quali era neppure lontanamente pensato come aspirante al podio. Norman recupera posizioni su posizioni, fino a superare di slancio, quasi sul filo di lana, anche il velocissimo Carlos che non si aspettava davvero di finire terzo. È probabile che l'australiano sia stato il più veloce di tutti nei cento metri finali, anche se va notato che Tommie Smith – che pure ha fermato i cronometri su uno dei più clamorosi e longevi record mondiali – negli ultimi dieci metri sembra quasi non impegnarsi più a fondo, alzando le braccia e festeggiando ben prima dell'arrivo. Ai giorni nostri, con una prestazione come quella di Peter Norman, ce ne sarebbe probabilmente abbastanza per vivere il resto della vita comodamente adagiato sugli allori olimpici d'Australia, con il proprio nome inciso a lettere di fuoco negli albi d'oro degli eroi sportivi della nazione: ma non è andata così.

Dopo la corsa e prima della premiazione ufficiale, Tommie Smith e John Carlos ritengono necessario avvertire Peter della protesta che stanno per mettere in atto: è una forma di normale rispetto, non si può attirare l'attenzione del mondo con un gesto così eclatante senza almeno preavvertire il figurante che, volente o nolente, sarà insieme a loro nel bel mezzo della scena. E si aspettano una reazione spaventata, preoccupata, forse addirittura violenta, chissà: nel 1968 anche l'Australia ha un bel po' di magagne di natura segregazionista da gestire. È un paese che non riconosce uguali diritti agli aborigeni, ha leggi speciali (e tutt'altro che eque) per le popolazioni di etnia diversa dalla dominante caucasica, e questo bel tomo che è riuscito ad incastrarsi sul podio tra i due velocisti neri americani è indubbiamente australiano, è indubbiamente bianco. Il meno che ci si può aspettare è che decida di non partecipare alla sceneggiata antiabolizionista, lasciando soli i due statunitensi a coprirsi di ridicolo e vergogna: quindi, meglio avvertirlo, prima che dia in escandescenze.

Solo che Peter Norman non si sogna neppure di andare in escandescenze; è colto invece da entusiasmo, ritiene la protesta sacrosanta e quasi si dispiace di non poter mettersi i guanti neri alche lui, togliersi le scarpe e mostrare le calze nere simbolo di povertà.



2 Peter Norman



3 Il distintivo dell'OPHR

Quando Smith e Carlos gli confessano che poi, alla fine, neanche loro indosseranno i guanti neri, perché Carlos non trova più i suoi, e così l'idea di alzare ognuno entrambi i pugni guantati è andata a farsi benedire, è Peter che suggerisce loro di dividerseli, uno a testa, assicurando che il gesto sarà comunque eclatante. E quando vede che portano sulle tute il simbolo dell'OPHR, Peter si esalta, perché se è inappropriato che un australiano bianco si vesta con i simboli della protesta nera americana, è invece appropriatissimo che possa portare lo stesso distintivo. Si dispiace di non averne uno, ma proprio durante la premiazione chiederà al canottiere Paul Hoffman se può prestargli il suo, e lo indossa orgogliosamente. Ed è così che sfila

con quei due neri che gli resteranno amici per tutta la vita, verso il podio di Città del Messico: e se la foto sportiva più celebre del mondo sembra ritrarlo sereno e quasi

inconsapevole dei pugni levati al cielo dietro di lui, la verità è che sereno certo era, ma anche tutt'altro che inconsapevole; per tutto il resto della vita ricorderà quello come il momento in cui era più orgoglioso e felice.

Resta il fatto che siamo nel 1968: anno in cui le proteste e le lotte antirazziste negli Stati Uniti toccano forse il momento più critico. Sei mesi prima la grande anima della battaglia nera, Martin Luther King, era stato assassinato a Memphis. Quattro mesi prima, la violenza americana aveva segnato un altro tragico punto con l'assassinio di Robert Kennedy. È un anno in cui non è affatto scontato che gesti libertari e di uguaglianza razziale siano ben accetti da tutti, e in tutti i paesi, tutt'altro⁴. A Tommie Smith e John Carlos vengono revocate le medaglie olimpiche, vengono espulsi dal Comitato Olimpico, e subiscono ovviamente tutte le reprimende di quella parte degli Stati Uniti che sono ben lontani da considerare uguali gli esseri umani che hanno un diverso colore epidermico. Però, quanto meno, diventano un simbolo eroico di coraggio e di lotta per quella parte di nazione che in loro si riconoscono, e di cui fanno parte. Per tutti i neri d'America, e anche per tutti gli statunitensi che ritengono che le differenze etniche siano del tutto insignificanti quando si tratta di diritti civili, Tommie Smith e John Carlos sono degli eroi.

Il bianco e australiano Peter Norman non ha una parte di nazione con cui indentificarsi, invece: ci sarà certo anche stata una buona parte di connazionali che non lo hanno condannato per il suo comportamento "complice" con i due campioni americani, ma di fatto, quel che gli capita assomiglia molto a una condanna e uno sdegno quasi totale. L'Australia non gli perdona di essere salito su quel podio, non tollera l'idea che possa condividere quella protesta afroamericana, e Peter Norman si ritrova subito a condurre una vita da reietto. Gli viene impedito di continuare l'attività sportiva al livello che gli compete: anche se quella di Città del Messico è stata verosimilmente una prestazione del tutto eccezionale per le sue capacità, è indubbiamente il più grande velocista australiano di tutti i tempi. Per approdare ai giochi olimpici è necessario realizzare dei precisi "tempi di qualificazione" nelle gare internazionalmente riconosciute, e tra l'olimpiade di Città del Messico del 1968 e quella successiva di Monaco di Baviera Norman ottiene per tredici volte la qualifica per i duecento e per sette volte quella per i cento metri piani, ma il suo Comitato Olimpico nazionale gli impedirà ugualmente di andare alle olimpiadi tedesche del 1972, anche se questo significa non mandare nessun velocista ai giochi. Oddio, basterebbe che Peter rinnegasse in qualche modo la sua partecipazione morale alla protesta del podio messicano, per ottenere quel perdono che il governo sportivo australiano gli nega, ma Peter si rifiuta ostinatamente di rinnegare alcunché, anzi. Continua a ripetere che è molto onorato e orgoglioso di aver fatto quello che ha fatto. E rimane della stessa idea anche quando l'embargo gli impedisce di fatto di proseguire la sua carriera sportiva, e poi addirittura di poter anche solo praticare l'insegnamento dello sport ad alti livelli. Vive il resto della vita più o meno come un paria nella sua nazione: finirà prima con il lavorare in una macelleria, poi insegnando in licei.

Nel 2000, le olimpiadi vengono ospitate proprio dall'Australia, a Sydney. Sono passati 32 anni, lo spirito olimpico è quel che è, e i tempi dovrebbero essere ben maturi e l'occasione davvero unica per riabilitare Peter Norman – anzi, per riabilitare il Comitato Olimpico australiano agli occhi del mondo, per quel che ha fatto a Peter Norman. Ma è ancora troppo presto, secondo il metro di qualcuno: non viene ricordato, celebrato, neppure citato, è fuori da ogni evento, tenuto alla larga da qualsiasi celebrazione, è ancora un reietto. Negli Stati Uniti, invece, qualcosa è cambiato: certo non ancora abbastanza, visto che anche in pieno secondo decennio del ventunesimo secolo si ripeteranno scontri e proteste violente, ma la situazione generale non è più quella del 1968. Ad esempio, la San José State University, *alma mater* sia di Tommie Smith che di John Carlos, nel 2005 ha potuto dedicare un monumento ai suoi due atleti più famosi. Sono ritratti esattamente com'erano durante la celebre premiazione: sul podio, a testa bassa, con calze nere e pugno quantato levato in alto.

⁴ Non che un anno del genere abbia mai visto la luce, peraltro...

Non c'è traccia di Peter Norman sul monumento, e per chi conosce le sue peripezie quel secondo gradino del podio lasciato del tutto vuoto può sembrare un'ultima, quasi definitiva dimostrazione di come gli uomini e la Storia riescano a essere facilmente preda dell'oblio e dell'ingiustizia: per una volta, però, l'impressione è sbagliata. L'australiano ha fatto in tempo a sapere dell'erezione del monumento, poco prima di morire nel 2006; ed è stato lui a declinare l'invito ad esservi rappresentato insieme a Smith e Carlos. Ed è stata sempre sua l'idea di lasciare vuoto quel gradino, in modo che fosse libero e disponibile per chiunque volesse, almeno per qualche secondo, salirci sopra e manifestare così solidarietà contro tutte le violazioni dei diritti civili. Smith e Carlos volarono in Australia per il funerale dell'amico, nell'ottobre del 2006, e furono tra coloro che portarono in spalla Norman verso il suo ultimo viaggio. Ed è stato sempre in ottobre, ma solo quello di sei anni più tardi, nel 2012, che il Parlamento Australiano ha formalmente emesso un atto di scuse nei confronti di Norman.

Martin Luther King Jr., il pastore protestante leader dei movimenti per i diritti civili degli afroamericani, prima di essere ucciso nel 1968 aveva trovato il tempo di compiere anche un'opera di persuasione che poi condusse ad un altro



4 La statua alla San José State University

piccolo – ma comunque notevole – record mondiale. Se il nome di Peter Norman è ormai quasi del tutto sconosciuto ai più, è verosimile che quello di Nichelle Nichols sia un po' più noto: forse non molto tra il grande pubblico, ma è indubbio che non vi sia fan di Star Trek che non riconosca in lei il tenente Uhura, l'ufficiale addetto alle telecomunicazioni della USS Enterprise. Si è spesso indugiato, in questa rubrica, sulla mitologia nata dalla serie televisiva di fantascienza più famosa del mondo: di come, pur nella sua indubitabile ingenuità narrativa e tecnologica, abbia aperto i panorami della scienza avventurosa a milioni di adolescenti; di come fosse insolita nel panorama televisivo, anche per la sua peculiarità di avere indici di ascolto relativamente bassi, ma un indice di gradimento altissimo, che consentì agli autori di continuare a produrla; ma forse non si è mai approfondito a dovere l'aspetto più insolito della difesa dei diritti civili.

Se il tenente Uhura, a detta di Gene Roddenberry (l'assoluto creatore e fautore della serie televisiva) nasce negli stati Uniti d'Africa il 19 gennaio 2233, Nichelle Nichols, che a Uhura presterà volto e voce sugli schermi⁵, nasce invece negli Stati Uniti d'America quasi esattamente tre secoli prima, a Robbins, vicino Chicago, il 28 dicembre 1932. Nichelle nasce da una famiglia non particolarmente abbiente: il padre fa l'operaio, ma è abbastanza in gamba da farsi eleggere sia sindaco che giudice nella cittadina di residenza; e anche se non è ricca, Nichelle ha molte altre doti: è molto bella, al punto da poter fare la modella e di attrarre offerte dall'allora assai scandalosa rivista Playboy; è molto brava come attrice, e non le mancano offerte nei teatri e nei vari spettacoli tra Chicago e Los Angeles, dove presto si trasferirà; e soprattutto ha una gran bella voce, al

⁵ Non si può non ricordare, comunque, che nei film più recenti di Star Trek, in cui spesso i personaggi sono ritratti all'inizio della loro carriera a bordo dell'Enterprise, il ruolo di Uhura è interpretato dalla (parimenti incantevole – NdPRS) giovane attrice Zoe Saldana.

punto da affermarsi come cantante con orchestre jazz dirette da Duke Ellington e Lionel Hampton.

Nonostante quelli che, negli USA di quegli anni⁶, sono due indubitabili handicap verso il successo – essere donna ed essere nera – Nichelle è una donna realizzata; il mondo dello spettacolo è, tutto sommato, uno di quelli in cui i neri possono raggiungere un certo grado di successo, forse proprio perché è così difficile entrarvi. È affascinata dalla scienza quanto basta ad accettare con entusiasmo l'invito di Roddenberry ad interpretare l'ufficiale addetto alle comunicazioni della sua Enterprise, ma è indubbio che è anche una delle poche persone del cast che sa benissimo di poter trovare facilmente altri ingaggi



5 Nichelle Nichols nelle vesti di Uhura.

come attrice o cantante, soprattutto nella nazione che ha inventato il musical. Così, fedele forse anche al nome⁷ del suo personaggio, Nichelle Nichols dopo la prima stagione della serie televisiva sta seriamente meditando di lasciare e tornare a quella che certamente ritiene la sua vera vocazione. È certo lusingata dal successo della serie: i fan di Star Trek sono già tanti e così entusiasti da meritarsi già un nomignolo, “trekkies” ma, insomma, il mondo dello spettacolo è quel che è, bisogna saper scegliere e soprattutto bisogna sapersi muovere, e Broadway la sta chiamando a gran voce. Così, annuncia a Gene Roddenberry che sta seriamente prendendo in considerazione di migrare a breve verso altri lidi. Il giorno successivo va a ottemperare un impegno già preso da tempo, fare da testimonial ad una raccolta fondi per la NAACP, la *National*

Association for the Advancement of the Coloured People. È in quest'occasione che qualcuno le chiede se può dedicare qualche minuto ad un suo grande fan che brama di conoscerla, e Nichelle, che è già abituata all'entusiastica adorazione dei *trekkies*, accetta volentieri.

E proprio di un fan si tratta, in ultima analisi: ma è indubbiamente un fan molto speciale. Martin Luther King le si fa incontro con un sorriso che occupa tutta la faccia, e rivendica subito il diritto di chiamarsi “il suo più grande ammiratore”. Aggiunge poi che Star Trek è l'unico spettacolo televisivo che lui e sua moglie Coretta lasciano vedere ai loro bambini. Nichelle, verosimilmente assai più emozionata di quanto lo fosse il suo “ammiratore”, si ritrova a confessare che sta meditando di lasciare la serie, ma non ha neppure il tempo di spiegarne le ragioni. King la interrompe e le dice, semplicemente: “Non puoi. Sei parte della Storia⁸”. Per quanto possa sembrare eccessiva e retorica, l'affermazione di King non è poi troppo lontana dalla verità: erano tempi in cui era inaudito che attori e attrici con la pelle nera potessero interpretare personaggi e ruoli non esplicitamente servili, ma paritetici a quelli dei bianchi. L'astronauta afroamericana Mae Jemison, che nel 1992 è entrata in orbita a bordo dello *space shuttle* Endeavour ha indicato senza dubbio nel tenente Uhura colei che ha ispirato tutta la sua carriera di scienziata e astronauta. Whoopi Goldberg, che è forse ancora oggi l'attrice nera più famosa di Hollywood, racconta spesso di come gridò sorpresa alla madre, quando da bambina vide per la prima volta un

⁶ „,e non solo negli USA, e non solo in quegli anni, ahimè.

⁷ “Uhura” deriva dalla parola swahili “uhuru”, che significa “libertà”.

⁸ Mettiamo la maiuscola in “Storia” per evitare possibili fraintendimenti con il meno significativo “storia”, nel senso di “narrazione della serie televisiva”. Quando la Nichols racconta l'episodio usa il termine inglese “history”.

episodio di Star Trek: “Mamma, guarda! In tv c’è una donna nera che non fa la cameriera!⁹”.

E nuovamente, se è in fondo naturale che delle persone private di diritti civili si entusiasmino quando vedono qualche piccolo progresso nella loro battaglia, è meno scontato e forse più meritevole quando la stessa battaglia viene intrapresa da persone che non sono direttamente vittime di sopraffazione. Gene Roddenberry era bianco, come Peter Norman, ma pianse di gioia quando Nichelle Nichols le raccontò dell’incontro con Martin Luther King. Era certo un



6 Gene Roddenberry con il suo giocattolo preferito

visionario e forse anche un po’ folle, ma nel suo giudizio poche cose erano più stupide, pericolose e cretine del razzismo; ed è curioso notare come atteggiamenti simili possano essere generati da approcci totalmente diversi, come nel caso di Norman e Roddenberry. Peter Norman era uomo estremamente religioso, cresciuto in una famiglia devota all’Esercito della Salvezza, che è sempre rimasto rigorosamente fedele alle sue convinzioni religiose, al punto di provare imbarazzo e tensione se era chiamato a gareggiare durante le festività. Condivideva appieno i principi della sua fede che proclamava l’uguaglianza di tutti gli uomini, ed è sulla base di questo credo che non ha mai avuto dubbi su quale comportamento tenere durante le cruciali olimpiadi del 1968. Roddenberry, invece, era tenacemente ateo, convinto che le religioni fossero vestigia primitive e che gli esseri umani dovessero affidarsi solo al fascino della razionalità e della scienza. Ed era quindi su basi razionalistiche che trovava del tutto ridicole e pericolose le idee che distinguevano gli esseri umani per razza, colore o religione: aveva la convinzione che in un prossimo futuro sarebbero state archiviate come assolute sciocchezze. Non può che lasciare un po’ perplessi, al giorno d’oggi, notare come certe “sciocchezze” resistano ancora, pericolose e indomite in molte menti, nonostante l’insolita alleanza, su questo fronte, tra religione e scienza. La stupidità umana è probabilmente assai più potente di quanto si è normalmente propensi a credere.

Sul set di Star Trek, peraltro, Roddenberry non era certo solo. Forse c’è una maggiore predisposizione alla tolleranza nelle persone che in qualche modo devono immaginarsi il futuro dell’umanità, perché è davvero difficile costruire mentalmente un futuro ancora pieno di aberrazioni: se queste vincessero, probabilmente il futuro non avrebbe neanche l’occasione di trasformarsi in presente. Fatto sta che persino il capitano Kirk, al secolo William Shatner, che pure non ha certo l’aria dell’eroico difensore dei diritti civili, con quel suo fare gigionesco e la predisposizione alla commedia, ha dato il suo contributo.

Nella storia della filmografia, Star Trek detiene anche il prestigioso record di aver mostrato il primo bacio interrazziale¹⁰. Il 22 novembre del solito, fatidico anno 1968 va in onda il decimo episodio della terza serie di Star Trek: il titolo originale “*Plato’s stepchildren*” potrebbe essere tradotto letteralmente come “I figliastri di Platone”, ma in Italia si preferisce intitolarlo “*Umiliati per forza maggiore*”. I due titoli richiamano entrambi aspetti della trama, perché l’equipaggio dell’Enterprise finisce in contatto con

⁹ Entusiasmo duraturo, tra l’altro, se Whoopi Goldberg ha esplicitamente chiesto di partecipare a un film di Star Trek (e gli autori hanno creato appositamente per lei un ruolo in “*Star Trek: The Next Generation*”) e Mae Jemison ha fatto un cameo in un episodio della serie televisiva.

¹⁰ Come spiega con dovizia di particolari Wikipedia (nella versione inglese), il “primato” va preso un po’ con le molle: c’è qualche fugace precedente nella televisione del Regno Unito nel 1959 e nel 1962; nel 1966 negli USA si intravede un bacio tra un attore bianco e un’attrice asiatica; e perfino un bacetto fugace tra Sammy Davis Jr. e Nancy Sinatra. Ciò non di meno, il bacio tra Kirk e Uhura è spesso considerato ugualmente “il primo bacio interrazziale” vero e proprio della TV americana.

degli alieni dotati di poteri psichici che si ispirano agli stessi principi dei filosofi dell'antica Grecia (di qui il riferimento a Platone), che riescono a controllare la mente degli esseri umani e a fargli compiere atti contro la loro volontà (di qui l'umiliazione e la forza maggiore). Ad un certo punto il copione prevede proprio che il capitano Kirk, per quanto non ne abbia desiderio e intenzione, debba finire in un languido abbraccio con Uhura e baciarla.



7 Il bacio inaudito

Il guaio è che siamo nel 1968, e la NBC Television, il network che produce e trasmette Star Trek, ha una fifa blu che la scena possa suscitare uno scandalo eccessivo. Si susseguono molte discussioni atte a vagliare i pro e i contro, e si esplorano anche possibili alternative: ad esempio, si prende seriamente in esame la possibilità di modificare il copione in modo che sia Spock, e non Kirk, a baciare Uhura; e questo perché Spock, anche se bianco come Kirk, almeno nella finzione fantascientifica è solo mezzo umano, e per l'altra metà è di

razza "vulcaniana"¹¹. Quasi che baciare alieni fosse meno "sconvolgentemente antirazzista" che baciarsi tra umani diversamente colorati. La direzione del network non riesce a trovare subito il coraggio di decidere, prende tempo e incarica la troupe di girare due scene alternative: una con il bacio e una senza. Poi, con più calma, deciderà come comportarsi.

E qui nasce una piccola ribellione: Shatner/Kirk e Nichols/Uhura girano prima, e senza particolari problemi, la scena con il bacio. Quando però si tratta di girare la stessa scena senza lo scandaloso contatto labiale sembrano cominciare i problemi. La scena viene recitata male, i ciak si ripetono uno dietro l'altro, e insomma diventa presto chiaro che gli attori stanno mettendo in atto una forma di sabotaggio; soprattutto William Shatner, che fa errori ridicoli, impallando la camera perfino con smorfie e boccacce. Alla fine il regista decide di piantarla lì, comunica a chi di dovere che ha pronta solo la scena scandalosa e non quella censurata, ed è quella che finisce con l'andare in onda.

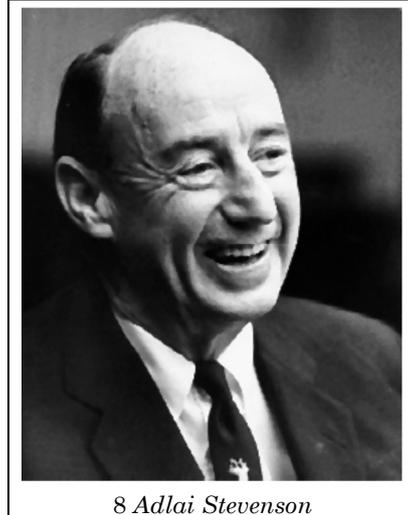
Piccole cose, specie se viste a cinquant'anni di distanza; ma significative, se se ne parla ancora, appunto, a cinquant'anni di distanza. L'effetto Star Trek, del resto, ha un impatto forte e contagioso non solo sul pubblico, ma sugli stessi protagonisti della serie, se è vero che Nichelle Nichols non solo non abbandonò il set come paventato, ma restò invece in forza per tutte le tre stagioni (per un totale di 79 episodi), e si ritrovò ancora ben dentro il personaggio della pioniera spaziale anche dopo la fine del ciclo di trasmissioni. Partecipò su base volontaria a un progetto della NASA mirato a reclutare personale femminile e di minoranze etniche per l'agenzia, fondando per l'occasione anche un'associazione femminile, la "Women in Motion". E ha continuato a lungo, anche su altri fronti e con altri progetti, a portare avanti le sue due passioni principali: l'esplorazione spaziale e le rivendicazioni dei diritti civili.

Star Trek esplorava altri mondi, impossibili e inesistenti; ma era assai chiaro che aveva anche l'intenzione di mandare segnali soprattutto agli abitanti di questo mondo possibile ed esistente. Al punto di permettersi persino il lusso di fare qualche citazione: in "Star

¹¹ E qui si potrebbe aprire una lunga parentesi narrativa sulle caratteristiche startrekiane degli abitanti di Vulcano, e anche una scientifica sull'ipotesi un tempo avanzata seriamente sull'esistenza di un pianeta più vicino al sole di Mercurio, appunto Vulcano. Ma è certamente meglio soprassedere...

*Trek VI – Rotta verso l'ignoto*¹², si sente il capitano Kirk che, durante un incontro diplomatico con i nemici di sempre, i Klingon, incalza la sua controparte aliena con un aggressivo: “*Sì o no? Non aspetti la traduzione, sì o no?*”¹³. Si potrebbe discutere a lungo (e in rete, naturalmente, c'è chi lo fa davvero) sulla sostenibilità logica di una simile domanda; un po' perché è difficile aspettarsi da un alieno la padronanza necessaria del linguaggio umano, un po' per la presenza, nell'universo di Star Trek, di un dispositivo detto Traduttore Universale, che dovrebbe rendere la traduzione sostanzialmente istantanea¹⁴.

In realtà, ci sono ben pochi dubbi sul fatto che gli autori hanno deciso di non curarsi troppo dei possibili vizi logici dell'episodio perché avevano una voglia matta di citare quella frase che fu effettivamente pronunciata durante uno degli incontri diplomatici più importanti della storia, quello tenutosi nel momento in cui l'umanità è stata più vicina ad un terzo conflitto mondiale. Il giorno era il 25 ottobre 1962; il luogo era il palazzo di vetro dell'ONU, a New York, e il problema sul tavolo era quello della crisi cubana. Gli ambasciatori delle due superpotenze USA e URSS hanno nelle loro mani il fragile destino del pianeta, perché sull'isola in cui ha da poco preso il potere Fidel Castro si pensa che siano stati installati dei missili a testata atomica: attorno all'isola è schierata tutta la marina statunitense e verosimilmente sotto il pelo dell'acqua aspettano un bel numero di sommergibili sovietici. La domanda che pretende un immediato monosillabo in risposta se la sente fare Valerian Alexandrovic Zorin, ambasciatore russo all'ONU, e il quesito che deve sciogliere è il nocciolo di tutta la questione: ci sono o non ci sono missili russi a Cuba?



8 Adlai Stevenson

Chi invece la domanda la pone è l'ambasciatore USA alle Nazioni Unite, Adlai Stevenson. Nonostante l'aggressività mostrata in quella celebre occasione, Stevenson è un politico di lunga carriera e ben lontano da poter essere considerato un “falco” guerrafondaio, anzi. Ultimo rampollo di una famiglia di lunga militanza politica nel Partito Democratico, conta nei suoi ascendenti almeno un paio di vice-presidenti degli Stati Uniti. Nel 1948 viene eletto governatore dell'Illinois, e si distingue per le sue idee liberali e meritocratiche, e chiaramente dirette ad un miglioramento sociale. È indubbiamente intelligente e con un inequivocabile aspetto da intellettuale, al punto che uno dei suoi avversari politici, il giovane repubblicano Richard Nixon, lo canzonerà chiamandolo “testa d'uovo”, e il nomignolo gli rimarrà appiccicato per tutta la vita. Non sono tempi buoni per chi, come Stevenson, cerca di convincere gli americani a seguire il buon senso e l'apertura mentale: vince le primarie democratiche e correrà per le elezioni presidenziali per ben due volte, nel 1952 e nel 1956, ma non ha il taglio del vincitore. Entrambe le volte troverà come avversario Dwight Eisenhower, ed entrambe le volte sarà sonoramente sconfitto. Del resto, sono gli anni in cui la Guerra Fredda è particolarmente tiepida, quasi calda: l'invasione dell'Ungheria, la crisi di Suez non mettevano in buona luce, agli occhi degli americani, un candidato che, tra le altre cose, sosteneva che era ora di piantarla con i test nucleari sotterranei¹⁵.

Eppure era una persona con un certo carisma e senso dello humour; durante le campagne presidenziali venne fotografato con un buco nella suola della scarpa, e questo per alcuni

¹² Uno dei film che, molti anni dopo la messa in onda della serie televisiva, vengono girati e distribuiti con notevole successo per le sale cinematografiche. Titolo originale “*Star Trek VI – The undiscovered country*”, 1992.

¹³ “*Yes or no — don't wait for the translation — yes or no?*”

¹⁴ Cosa che peraltro, scatena subito l'inevitabile dibattito filosofico-linguistico sul tema “è davvero possibile avere una traduzione istantanea?”

¹⁵ Buco immortalato anche in una statua a lui dedicata, a Bloomington.

divenne segno di frugalità, per altri, probabilmente, di trasandatezza, o peggio. Dopo un discorso elettorale particolarmente brillante, uno spettatore gli disse che poteva essere certo di ottenere i voti di ogni essere umano pensante d'America; lui rispose – e ce lo immaginiamo con un incerto sorriso – che purtroppo però lui aveva bisogno della maggioranza, per diventare presidente.

I suoi sostenitori, a dar retta alla storia, dovevano necessariamente essere meno di quelli di Eisenhower; ma di certo erano combattivi ed entusiasti. A dimostrarlo basta forse ricordare che la carriera di una grande matematica subì un rallentamento, quasi uno iato di sei anni, perché troppo impegnata nelle campagne elettorali di Adlai Stevenson e nelle attività di partito: e questo non tanto perché il candidato alla Casa Bianca fosse cugino di suo marito, ma proprio perché affascinata dalle sue idee.



9 Julia Robinson

Julia Hall Bowman Robinson nasce a Saint Louis l'otto dicembre 1919. Ha appena due anni quando muore Helen Hall, sua madre. Il padre manda lei e sua sorella Constance, di due anni più grande, in un minuscolo borgo nel bel mezzo del deserto dell'Arizona: le raggiungerà un anno dopo, insieme a una nuova moglie. Edenia, la matrigna, è tale solo di nome, non di fatto: per i primi tempi si susseguono traslochi e trasferimenti, ma quando le bambine entrano in età scolare insiste col marito affinché la famiglia trovi una residenza stabile in un posto dotato di scuole e dei servizi essenziali per una vita normale. Finiscono in un paesino vicino a San Diego così piccolo che la scuola elementare ha una sola classe, con tutti i bambini di diversa età

nella stessa aula. È possibile che sia un bene, perché le due sorelline progrediscono in fretta, forse più di quanto avrebbero fatto in una scuola normale. Julia perde ugualmente un intero anno di scuola, a causa della scarlattina quando ha nove anni. È il primo segno d'una salute fragile, che resterà tale per tutta la vita. Alla scarlattina segue subito una febbre reumatica, che la costringe addirittura a trasferirsi nella casa di un'infermiera, e a perdere un altro, intero, anno scolastico.

L'educazione della ragazzina comincia a diventare un problema serio: la famiglia decide di assumere un insegnante privato che la seguirà per tre mattine alla settimana. L'idea dà i suoi frutti, se nel giro di un solo anno la piccola recupera di fatto quattro classi: quando, da adulta, racconta l'esperienza, non resiste alla tentazione di chiedersi quanto tempo vada di fatto sprecato nelle normali lezioni in aula.

Fatto sta che durante gli anni dell'adolescenza Julia sembra recuperare i drammi che l'hanno accompagnata nell'infanzia: alle medie e al liceo brilla per rendimento, è regolarmente la migliore della classe nelle materie scientifiche, e vince anche dei premi interscolastici. Si iscrive al San Diego State College per laurearsi in matematica nel 1937, quando non ha ancora diciott'anni, ma deve subito far fronte a un'altra tragedia: suo padre Ralph, che nel 1922 aveva ben investito i suoi risparmi al punto di poter vivere di rendita, è stato gettato sul lastrico dalla Grande Depressione cominciata con il crollo della Borsa del 1929, e si toglie la vita. Julia e Constance si trovano di nuovo in seri guai finanziari, e solo grazie all'aiuto di una zia riescono a rimanere al college.

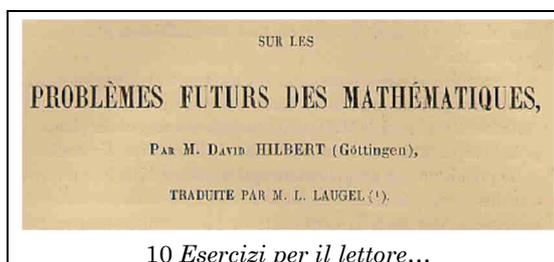
In un modo o nell'altro, Julia riesce comunque a proseguire gli studi di matematica; si era appassionata alla materia divorando il celeberrimo "I Grandi Matematici" di Eric Temple Bell¹⁶, ed è passione duratura. Cerca posti dove la matematica sia intrigante, e presto lascia San Diego per Berkeley: qui riesce a prendere il primo grado di laurea, poi deve arrabattarsi per ottenere un posto d'assistente per riuscire a mantenersi, ci riesce, e

¹⁶ Il titolo originale del libro è "Men of Mathematics"; ne parliamo ovviamente spesso, vista la natura di questi articoli.

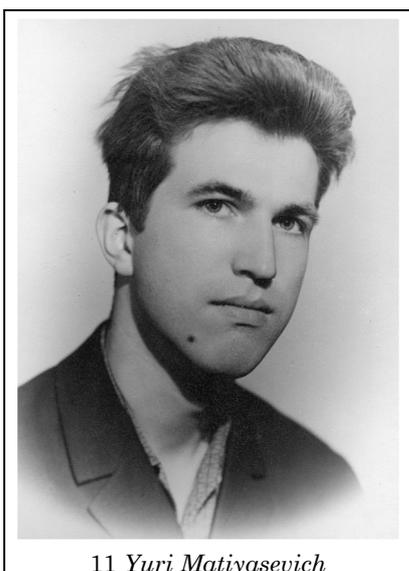
infine ottiene il suo “Master of Arts” nel 1941. Nonostante l’indubbio successo, non è la laurea la cosa migliore che le accade in California; è a Berkeley infatti che segue un corso di Teoria di Numeri tenuto a Raphael Robinson, e Julia si appassiona tanto alle lezioni quanto al docente. Lo sposerà poco prima di Natale, diventando a tutti gli effetti Julia Robinson, il nome con cui diventerà più famosa.

Non tutto il male viene per nuocere, dice il proverbio: ma forse vale anche il contrario, e non tutto il bene viene per facilitare la vita. A Berkeley Julia non può più insegnare, adesso che è sposata, perché non possono esserci coniugi che insegnino nello stesso staff. Si adatta ad insegnare statistica, abbastanza controvoglia: lo farà per cinque anni. Torna alla matematica quasi per caso: il marito nel 1946 va a Princeton come “visiting professor”, e Julia ne approfitta per tornare un po’ alla sua amata materia. Finisce per ritrovarsi a studiare per un dottorato con Alfred Tarski¹⁷, e finalmente si trova realizzata, in un ambiente e un livello di matematica che si confanno alle sue attitudini.

Ottiene il dottorato nel 1948, con una tesi che esplora i limiti della decidibilità sull’aritmetica degli interi, e fresca del nuovo titolo accademico si dedica subito al Decimo Problema di Hilbert. Dei 23 celeberrimi problemi che David Hilbert presentò a Parigi nel 1900 abbiamo parlato così tante volte che eviteremo di annoiare ulteriormente gli eroici lettori giunti fin qui; ci limitiamo a ricordare che il Decimo è quello che richiedeva di trovare un algoritmo per determinare se un’equazione diofantea abbia soluzione; argomento quindi strettamente imparentato con quanto affrontato da Julia Robinson nella sua tesi di dottorato.



Nella sua carriera matematica, Robinson darà importanti contributi su molti temi diversi, ma è indubbiamente nell’affrontare il Decimo Problema di Hilbert che ottiene i risultati maggiori: in pratica, è il suo lavoro (affrontato con quella che ora è nota come “Ipotesi Robinson”) che apre una strada che porterà, dopo un ventennio, alla soluzione del quesito hilbertiano – anche se la “soluzione” è di fatto una dimostrazione di inesistenza dell’algoritmo cercato. Non solo il suo lavoro, certo: ci sono contributi importanti anche di Martin Davies e Hilary Putnam, ma è innegabile che i contributi più significativi arrivino da Julia Robinson. Significativi, ma non sufficienti.



11 Yuri Matiyasevich

Nel 1970 Yuri Matiyasevich, un ragazzino russo di neanche 23 anni, dimostra un teorema che oggi è chiamato con il suo nome, e che raggiunge il risultato che Julia Robinson sta cercando, più o meno, da quando Yuri è venuto al mondo. Il Decimo Problema di Hilbert è pienamente risolto, o per meglio dire pienamente dimostrato come irrisolvibile, e c’è da aspettarsi che la Robinson abbia pieno diritto quantomeno ad un moto di stizza: una vita piena di difficoltà, passata tra tragedie e malattie che segnano il fisico, una ricerca proseguita per quasi un quarto di secolo e poi? Uno studentello di Leningrado senza neanche un dottorato le scippa via il premio e la soddisfazione di una vita, certamente per un maledetto colpo di fortuna... C’è di che arrabbiarsi, intristirsi, deludersi. Forse c’è anche possibilità di rivendicazione: chissà se il giovincello sovietico non si attribuisca risultati pubblicati da lei o da qualche collega americano. Non ci sarebbe nulla di insolito, in

¹⁷ Parliamo di lui in “La, tutta la, niente altro che la.”, RM096, Gennaio 2007.

questo 1970, se le cose prendessero questa piega. Ma non la prendono affatto, anzi.

Da una parte, il ragazzino che pensa ai teoremi mentre passeggia lungo la Prospettiva Nevskij non è fortunato, è proprio bravo: tanto per cominciare, viene dalla Scuola di Kolmogorov¹⁸; quand'è ancora uno studentello liceale vince le Olimpiadi Internazionali di Matematica, e l'Università di Leningrado lo accetta senza esami di ingresso un anno prima di quanto normalmente richiesto; e ha ancora a malapena 19 anni, studente del secondo anno di corso, quando è chiamato a parlare al Congresso Internazionale di Matematica, che nel 1966 si tiene a Mosca. Soprattutto, non ha nessunissima intenzione di rubare alcunché; quando si ritrova al centro dell'attenzione matematica mondiale per la dimostrazione del suo teorema mostra sempre un'aria più stupita che soddisfatta, e continua a ripetere che lui non ha fatto altro che mettere l'ultimo tassello al grandioso lavoro che per un ventennio hanno portato avanti Julia Robinson e altri.

Dall'altra parte dell'Atlantico Julia la passionaria, che con il suo impegno politico ha pur mostrato che di rivendicazioni se ne intende, mostra ancor meglio di sapere bene quando le rivendicazioni sono importanti e quando invece sono ridicole: anziché disperarsi per non essere giunta prima alla soluzione, è straordinariamente contenta che il teorema sia stato dimostrato, esalta in lungo e in largo il genio di Matiyasevich, e non perde occasione di riconoscerne il merito della dimostrazione del teorema.

Alla fin fine, sembrerebbe tutta una questione di onestà intellettuale, quando non di semplice buon senso. Buon senso che si perde fin troppo spesso, nella vita di ogni giorno; è indicativo l'aneddoto raccontato da Elizabeth Scott¹⁹, collega e amica di Julia, quando questa si arrabattava a cercare un lavoro durante il suo soggiorno a Berkeley. L'ufficio del personale le chiese, per giustificare il suo impiego, di scrivere un rapporto su quel che faceva ogni giorno a Berkeley: Julia compilò il rapporto che è posto come citazione in apertura a quest'articolo.

Buon senso. Onestà intellettuale. E, certo, la consapevolezza e la capacità di combattere solo le giuste battaglie.



¹⁸ Di Kolmogorov (e della sua scuola) parliamo in “*Collegio Matematico numero 18*”, RM159, Aprile 2012.

¹⁹ Protagonista di “*Topoi*”, RM106, Novembre 2007.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	Alice Riddle	Piotr R. Silverbrahms
L'emeroteca di Babele			
...tanto tempo fa, in un Istituto Fisico lontano, lontano...			

2.1 L'emeroteca di Babele

Rudy compra i giornali (cartacei) solo quando è a casa e, da buon abitudinario, sempre gli stessi due (come testate, spiritosi): recentemente, nel suo ristretto ambito editoriale, sono successe alcune cose.

Tanto per cominciare, i due giornali cominciano ad avere molte cose in comune (a partire dall'editore...), e la componente qualunque di alcuni amici si è librata nel solito "...tanto son tutti uguali...".

Poi, uno dei due ha cambiato font e struttura di pagina; questa viene definita "più ariosa", ma Rudy, che vede sempre male, sostiene che sia tutta una scusa per scrivere meno (il carattere è cresciuto come corpo: la leggibilità sembra comunque suppergiù uguale, visto che anche se più grosso è molto più snello): una componente degli amici di cui sopra, logicamente, si è immediatamente auto-contraddetta dicendo "non mi piace" ("scusa, ma erano tutti uguali?").

L'ultimo affronto, comunque, risale a stamattina. Arrivato all'abituale edicola, una signorina con l'inconfondibile accento della parte sbagliata del Ticino cercava di regalare il principale quotidiano di un'innominabile città sita circa 130 chilometri ad est, con la scusa che "ué, 'desso c'è la pagina torinese!".

"...adesso vediamo, se sono tutti uguali...". Recatosi alla fornitissima Emeroteca di Babele, Rudy fa alcune scoperte.

La prima bella scoperta è che quattro giornali diversi (ma tutti editi lo stesso giorno) sono rilegati ordinatamente in un singolo volume.

La seconda bella scoperta è che i 365 volumi del 2015 (beh, il 2017 non è ancora finito e il 2016 era bisestile...), tutti uguali in altezza e spessore fanno bella mostra di sé in uno scaffale di 366 posti, ciascuno con la data di uscita sul dorso, ben visibile (l'ultimo posto – dedicato al 29 febbraio – è vuoto, visto che non era bisestile).

La brutta notizia è che sono in disordine.

"Beh, procedi a campione: parti dal primo, guarda se sono tutti uguali...". Non se ne parla neanche. Prima si mettono in ordine, poi si fa il lavoro.

Avete tutti presente il fisico di Rudy: cercate di immaginarvelo a spostare contemporaneamente (uno per mano) due volumi di circa trecento pagine (quattro giornali, ormai, vanno su quella fogliatura) delle dimensioni di un giornale e con una

hard cover tale da garantire la rigidità e impedire l'imbarcatura del tutto. Ecco, non ce la farete mai, visto che è impossibile.

Il Vostro, quindi, decide di darsi un metodo: tanto per cominciare, prende un volume (a due mani) e lo mette al posto "del 29 febbraio" (insomma, lo spazio libero al fondo). Poi prende il volume che deve andare dove adesso c'è il buco e lo mette "al suo posto" (nel posto che si è liberato: capito perché ci serviva il 2015?), e avanti in questo modo.

Ora, sorgono un paio di dubbi.

Supponiamo "la peggior disposizione possibile" (quella, per intenderci, in cui gli utenti precedenti sono stati molto ordinati nel mettere disordine); il metodo, ha fine? E in quante mosse? Ecco, e se riusciste anche a dirci quale sia, la peggior disposizione (no, di questo non sappiamo la soluzione)...

Eh? Nono, rifiutato l'offerta del giornale. Con ferma gentilezza. E mi è costata un certo sforzo, la gentilezza. Visto che la cosa era pubblicizzata da un poster con Cavour che leggeva proprio quel giornale lì: "...ma ci portano via proprio tutto..."

2.2 ...tanto tempo fa, in un Istituto Fisico lontano, lontano...

[...] è un piccolo pianeta verde-blu insignificante le cui forme di vita discese dalle scimmie sono così sorprendentemente primitive che pensano ancora che gli orologi digitali siano un'idea molto carina. [...] e la maggior parte di loro erano infelici, anche quelli con gli orologi digitali.

Douglas Adams, "La Guida Galattica per Autostoppisti"

Più tempo fa di quanto si abbia voglia di contare (da cui, le prime tre parole del titolo), Rudy e Doc frequentavano un Istituto Fisico (da cui, la sesta e settima parole del titolo) che a breve si sposterà probabilmente in un comune limitrofo (da cui, la parte finale del titolo).

Il nostro Dinamico Duo, con il valido aiuto di un terzo (Giò), si occupavano all'epoca più di socializzazione che di fisica: infatti provvedevano alla fondazione del Collettivo Fisici Volanti, e se il nome non vi dice nulla, sappiate che la sede era in un abbaino all'ultimo piano dell'istituto, con ~~pista di atterraggio~~ terrazza annessa, e il logo del CFV (un galvanometro con le ali) faceva bella mostra di sé sul soffitto (a cinque metri di quota) di un altro istituto universitario. Da cui, il nome.

Il numero dei membri del Collettivo era variabile (per la deprecabile abitudine, da parte di alcuni, di laurearsi); diciamo, per stare sulle generali, n .

Scopo dell'associazione era lo svolgimento di attività di gruppo altamente culturali, quali documentare le partite di calcio dell'"Atletico Piones" contro la squadra dei professori, fumare sigarette di dubbie origini e dimostrare che la legge di gravitazione universale di Newton era una bischerata²⁰.

Il guaio era trovarsi: come diceva Lenin, "La puntualità è rivoluzionaria", ma come postillava Mao-tse-tung, "farlo notare è revisionista" (scusate, un ritorno di fiamma... un'altra attività era fare le assemblee studentesche²¹). La mancanza di puntualità regnava sovrana.

Sino al giorno in cui Giampi (...e da questo aneddoto già si sarebbe potuto prospettare un brillante futuro all'INRiM) propose: "Compriamoci tutti degli orologi digitali! Precisissimi!".

"Già, e come li regoliamo?"

²⁰ Davvero: partendo dal concetto di campo conservativo, uno di noi era riuscito a dimostrare che va come il logaritmo della distanza.

²¹ Il 27 del mese scorso, cinquant'anni fa, iniziava il Sessantotto. E se non vi tornano i conti, cercate "Occupazione di Palazzo Campana, 1967". Torino è sempre avanti, anche rispetto alla Sorbona (che poi era Nanterre, ma *transeat*).

“Basta attraversare la strada, e hai tutti gli orologi atomici che vuoi” (...e qui, potreste intuire che si andava decisamente verso il teorico, come specializzazione. O verso il “fumato”).

Ora, stiamo parlando di vicino al Giurassico. Gli orologi digitali, all’epoca, facevano vedere le ore, i minuti e basta (e anche per poco tempo: la pila durava un’inezia), anche se avevano precisioni maggiori (verso il ventottomillesimo di secondo, se non sbaglio... Ehm... Giampiii??). Da cui, dovrete capire il senso della citazione in testa a questo problema.

Comunque, un risultato interessante, dopo l’adozione degli orologi digitali, lo abbiamo avuto: presi due Fisici Volanti Digitalizzati a caso, nell’ambito del “minuto” (secondo l’INRiM, all’epoca noto come Istituto Metrologico Galileo Ferraris di Torino) corretto, esisteva un periodo nel quale i due orologi avrebbero segnato la stessa ora (in ore e minuti): l’errore era attribuibile al fatto che in fase di regolazione, dall’umano che portava a spasso l’orologio, venivano ignorati i secondi.

Adesso, la domanda: ci trovate il massimo x per cui almeno una coppia di orologi di due FVD presi a caso debbano necessariamente indicare la stessa ora (ore/minuti) per più di $1/x$ -esimo di minuto?

Ciò, comunque, non esimeva i Nostri dall’arrivare in ritardo. A parte Rudy, che un paio di volte ci ha dormito, ai Fisici Volanti...

Ma adesso basta, altrimenti citiamo anche *Blade Runner*, le lacrime e la pioggia.

3. Bungee Jumpers

Sia C un cerchio di centro O , e Q un punto interno a C diverso da O . Dove deve essere posto un punto P sulla circonferenza di C per massimizzare l’angolo OPQ ?

La soluzione, a “Pagina 46”

4. Soluzioni e Note

Dicembre.

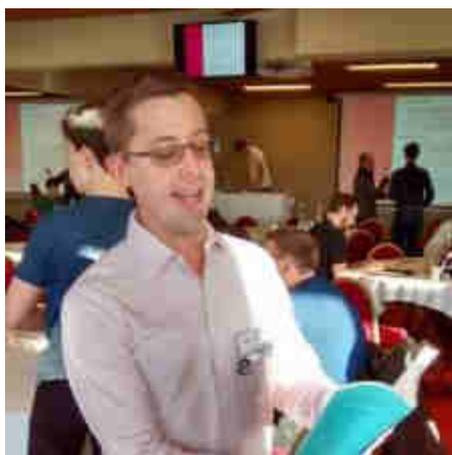
Anche quest’anno volge al termine e come ben sapete comincia la stagione dei festeggiamenti in casa RM. Ogni scusa è buona per non fare niente, ma i nostri redattori sono invece molto impegnati a fare le pulizie di fine anno e a produrre il solito calendario, il diciottesimo della serie, che sarà secondo noi uno dei migliori prodotti finora... perché ogni anno proviamo a migliorare.



Come ormai di consueto a Novembre si è tenuto l’incontro annuale di MathsJam, e come ogni anno il nostro **Adam** ha partecipato e ci ha inviato molto materiale. Qui sopra le foto delle torte matematiche²², ma un completo resoconto degli eventi si trova sul loro sito²³.

²² Sono bellissime singolarmente, andate sul sito <https://mathsjam.com/gathering/archive/2017/cake/> e cliccate per vederle in tutto il loro splendore. Adam le ha fotografate quasi tutte, ma noi siamo un po’ in ritardo per infilarle nel testo.

Tra gli eventi più eccezionali c'è la presenza di **Glen Whitney**, di cui incidentalmente avevamo parlato nel nostro libro, e grazie alla prontezza di Adam siamo riusciti a fargli avere una copia. Beh, non saremmo noi se non approfittassimo dell'occasione per allegare la foto e vantarci del fatto che il Nostro sorride leggendo il capitolo in cui è menzionato. Visto che siamo in fase di marchetta vi ricordiamo che il libro²⁴ è disponibile in tutte le librerie online classiche... non lo avete ancora letto?



Uno di questi anni convinceremo **Adam** a mandarci un riassunto delle sue impressioni da pubblicare a dicembre, perché i link che ci manda sono molto interessanti, ma non possiamo aggiungerli tutti qui. Ricordate però che MathsJam è in realtà un evento mensile in molte città, anche se a quanto ci risulta in Italia solo a Pisa²⁵: per tutti coloro che possono, partecipate e raccontateci delle cose più interessanti che vengono discusse!



Prima di passare oltre, anche se non direttamente coinvolti, ci uniamo, almeno in spirito, nella petizione dell'ottimo **Matt Parker**, che richiede geometrica coerenza nei segni stradali che rappresentano il pallone da calcio: siccome 'tutti esagoni' è una costruzione impossibile, l'attuale simbolo è veramente un insulto alla cultura matematica. La doppia torta relativa ha un certo significato, non credete?

Adesso però passiamo alle soluzioni del mese.

4.1 [226]

4.1.1 L'ultimo problema di quest'anno

Non vi preoccupate, arrivano ancora problemi – questo è solo perché il Capo ha sempre il "problemi dell'anno" con il 2017, e forse li ha finalmente finiti. Vediamo di che cosa si trattava:

Partite nell'anno uno, armati di un congruo numero di post-it e di un segmento molto lungo; il vostro lavoro, per quest'anno, consiste nel mettere due post-it agli estremi dell'intervallo, decorandoli entrambi con il numero "1". Nel generico anno n , considerate tutti gli intervalli sul vostro segmento limitati a sinistra e a destra da un post-it e inserite a metà di ogni intervallo un foglietto con scritta sopra la somma dei due valori che definiscono l'intervallo. In che anno e in che posizione scrivete "2017" per l'ultima volta? E quante volte l'avete scritto? E per "2016"? Che numero

²³ <https://mathsjam.com/gathering/archive/2017/> per gli eventi di quest'anno, trovate anche il materiale per ogni conferenza e molto altro. Tutto in inglese, ma prima o poi Adam scriverà un articolo in italiano...

²⁴ OK – un po' di pudore, mettiamolo in nota a piè pagina: "Storie che contano, Problemi immaginari per matematici reali", Rudi Mathematici, edito da Codice Edizioni.

²⁵ Si trovano tutte le città ospiti seguendo questo link: <https://mathsjam.com/find-a-jam/>.

c'è sul milionesimo bigliettino e, riguardandoli tutti, qual è il numero più grosso utilizzato sino a quel momento?

Subito veloce la soluzione di **Valter**:

Chiamo ogni anno R =riga e la posizione del numero= N nell' anno C =colonna.

Per capirci p.e. Anno 2: 1,2, 1: $R2/C1 = N1$, $R2/C2 = N2 \dots$

Alla riga R i numeri sono $2^{(R-1)} + 1$; p.e. a $R=4$ sono $2^3 + 1 = 9$.

In ogni R il primo e ultimo numero è sempre $N1$.

In posizione centrale di ogni R c'è sempre il $N2$.

Gli N dopo la posizione centrale coincidono con quelli prima ma in ordine inverso.

In ogni R gli N presenti compaio due volte: prima e dopo la posizione centrale (a parte $N2$ che compare una volta sola).

In posizione centrale tra il primo $N1$ e $N2$ in ogni R c'è $N3$.

Quindi a seguire di posizione centrale in posizione centrale (N è la somma dei 2 numeri agli estremi delle posizioni centrali).

In $C2$, $R2$ si inizia con il numero 2 che poi cresce di 1 ad ogni successiva R (coincidono quindi con R : p.e. in $C2$, $R4$ c'è il $N4$).

Gli N in $C2$ si spostano in $C = 2^{(R-N-1)} + 1$ nelle R successive (p.e. $N4$ in $R6$ si trova in $C5$ cioè $2^{(6-4)} + 1$).

Da ciò mi pare si deduca che nessun numero compaia "per l'ultima volta" (ogni N compare prima o poi in $C=2$ e poi si ripresenta nelle R successive).

Un N compare sino alla specifica riga $R \geq N$, compresa, $(R-N+1) \cdot 2$ volte (a parte $N2$ che compare una sola volta per R ; ma il calcolo è analogo).

Schematizzo come calcolare il numero che c'è sul X -esimo bigliettino (poi dettaglio con alcuni esempi):

- calcolo R/C in cui si trova sapendo che "a riga R i numeri sono $2^{(R-1)} + 1$ "
- se C è oltre la posizione centrale la cambio in: $2^{(R-1)} + 2 - C$ (essendo in ordine inverso dopo $N2$ nella nuova C c'è lo stesso N)
- calcolo N in modo dicotomico di posizione centrale in posizione centrale.

Da come crescono gli N ad ogni R dato X so in che R/C si trova:

- $R = (\text{potenza } 2 \text{ più prossima}) + 1$
- $C = X - 2^{(R-1)} - R + 2$.

P.e. il primo $N9$ in $R6$ si trova a $C4$ e con $X=40$. A seguire i passaggi per arrivare a $N9$ conoscendo X .(potenza 2 più prossima) a $X=40 = 5 = 2^5 = 32$.

$$R = 5 + 1 = 6$$

$$C = 40 - 32 - 6 + 2 = 4.$$

2 in $R6$ si trova in posizione centrale = $2^4 + 1 = 17$. Procedo in modo dicotomico per arrivare a $C4$ (di posizione centrale in posizione centrale):

- tra $C1$ e $C17 = C9$ (cioè $2^3 + 1$)
- tra $C1$ e $C9 = C5$ (scendo perché $C4 < C9$)
- tra $C1$ e $C5 = C3$
- tra $C3$ e $C5 = C4$ (salgo perché $C4 > C3$).

Sommando gli N nei C estremi (i primi 2: $N1/N3$ sono fissi per tutte le R);

$$N1 + N3 = N4 \text{ in } C5$$

$$N1 + N4 = N5 \text{ in } C3$$

$$N3 + N5 = N9 \text{ in } C4.$$

Il 1.000.000 biglietto dovrebbe trovarsi in $R20/C475694$: - $2^{19}=524.288$

$1.000.000 - 524.288 = 475.712 - 20 + 2 = 475.694$ (lascio a Rudy calcolarlo; io non sono curioso ...).

La curiosità è la madre di moltissime invenzioni, ma in questo caso ci sentiamo di concordare con **Valter**. Anche perché nessun altro si è dato da fare per rispondere...

4.1.2 Yet another classic

Il prossimo problema riprende un altro tema molto amato dal Capo, e cioè ridefinire le distanze. Eccone il testo:

Diciamo che due interi a e b “distano 1” se $ab+1$ è un quadrato perfetto.

1. *Dimostrate che due numeri distinti qualsiasi hanno comunque una distanza (nel senso suesposto) finita.*
2. *Qual è la distanza tra due numeri n e $n+1$?*
3. *Quanto dista “1” da “4”?*

Cominciamo anche qui con la soluzione di **Valter**:

Immagino che con numeri interi si intendano tutti meno lo 0 (qualsiasi intero $X \cdot 0 + 1$ darebbe 1 che è quadrato perfetto).

Due numeri pari o dispari consecutivi hanno distanza 1. Infatti, detto N l'intero minore dei due:

$$\begin{aligned} - N \cdot (N+2) + 1 &= ((N+1)-1) \cdot ((N+1)+1) + 1 \\ - ((N+1)-1) \cdot ((N+1)+1) + 1 &= (N+1)^2 - 1 + 1 \\ - (N+1)^2 - 1 + 1 &= (N+1)^2. \end{aligned}$$

Due numeri distinti hanno comunque una distanza finita. Comincio a dimostrarlo per 2 numeri qualsiasi pari o dispari. Lo mostro per una coppia di numeri pari scelti a caso (la dimostrazione si può generalizzare a qualsiasi coppia). Scelgo 4/8.

Per quando detto prima hanno distanza 1 le coppie di numeri:

$$\begin{aligned} - 2/4 \\ - 4/6 \\ - 6/8. \end{aligned}$$

Per cui 2/6 ha distanza ≤ 2 e quindi 2/8 ha distanza ≤ 3 (3 potrebbe non essere quella effettiva come nel caso 2/24). La dimostrazione mi dice che una distanza finita esiste. Noto che 2/24 si può ricondurre a 2 pari consecutivi ($2 \cdot 24 = 2 \cdot 4 \cdot 6 = 6 \cdot 8$; da qui la sua distanza 1).

Lo dimostro ora per una coppia $N/N+1$.

Uno dei due interi deve essere pari, diciamo N (per quando segue è ininfluente che sia N o $N+1$). N o $N+2$ è $= 2 \pmod{4}$, quindi diviso 2 dà un intero dispari (come prima è ininfluente che sia N oppure $N+2$).

Lo mostro con una coppia di numeri casuali, p.e. 6/7 (la dimostrazione si può generalizzare a qualsiasi coppia):

$$\begin{aligned} - 6/8 \text{ distanza } 1 \text{ (coppia di numeri pari)} \\ - 6 \cdot 8 = 16 \cdot 3 \text{ (quindi } 16/3 \text{ ha distanza } 1) \\ - \text{considero ora le coppie di interi: } 6/16, 16/3 \text{ e } 3/7 \\ - 6/16 \text{ ha distanza } \leq 5 \text{ (} 6/8 \rightarrow 8/10 \rightarrow 10/12 \rightarrow 12/14 \rightarrow 14/16) \\ - 16/3 \text{ ha distanza } = 1 \text{ (per quanto detto)} \\ - 3/7 \text{ ha distanza } \leq 2 \text{ (} 3/5 \rightarrow 5/7). \end{aligned}$$

Nello specifico le distanze sono proprio 5, 1 e 3 (ho messo \leq per generalizzare a qualsiasi coppia $N/N+1$).

Da 16/3 e 3/7 ricavo che 16/7 ha distanza $1 + 2 = 3$.

Da 6/16 e 16/7 ricavo che 6/7 ha distanza $5 + 3 = 8$.

Quindi due numeri distinti hanno una distanza finita (p.e. $N/N+3$ si ottiene da: $N/N+1 \rightarrow N+1/N+2 \rightarrow N+2/N+3$).

$1/2$ ha distanza 4: $1/8 \rightarrow 8/6 \rightarrow 6/4 \rightarrow 4/2$ (da $2 \cdot 4 = 8 \cdot 1$).

La prossima soluzione è da un nostro lettore storico, **Gas**: ci fa un enorme piacere averlo richiamato ai doveri solutori dopo tanto tempo. Vediamo che cosa scrive.

Le definizioni sono importanti...

Quando su una Prestigiosa Rivista di Matematica Ricreativa io leggo "... due interi..." faccio il pignolo²⁶ ed utilizzo la definizione esatta di "Interi" e quindi mi immagino l'insieme Z costruito come l'unione dei numeri naturali (0, 1, 2, ...) e degli interi negativi (-1, -2, -3, ...).

Visto il problema sono però costretto a fare finta di niente ignorando di sana pianta lo 0 con il quale il gioco sarebbe troppo facile: dalla definizione lo 0 sarebbe infatti distante 1 da tutti gli altri numeri comportando immediatamente una distanza massima pari a 2 tra tutti i numeri e togliendo quindi qualunque interesse alla definizione.

Di seguito si parlerà quindi genericamente, se non diversamente indicato, di *un numero x appartenente a Z ($x \in Z$)* sottintendendo però che dovrà essere (per l'esattezza dovremmo scrivere, ogni volta, " $x \in (Z^+ \cup Z^-)$ " oppure " $x \in Z; x \neq 0$ " ma concorderete con me che la lettura ne verrebbe un po' inficiata. Quindi semplifichiamo ma varrà sempre la $x \neq 0$).

Bando quindi alle pignolerie ed iniziamo a giocare un po' con la definizione di "distanza" fornitaci per capire cosa possiamo tirarci fuori.

Per semplicità indichiamo con (x, y) la distanza tra due numeri x ed y .

Proposizione 1: $\forall x \rightarrow (x-1, x+1) = 1$

Questo risultato segue semplicemente applicando la definizione di distanza:

$$(x-1) \cdot (x+1) + 1 = x^2 - 1 + 1 = x^2$$

Quindi due numeri x e $x+2$ sono sempre a distanza 1 tra di loro:

$$[1] \quad \forall x \in Z \rightarrow (x, x+2) = 1$$

Teorema 1: *due numeri qualsiasi hanno una distanza finita tra di loro*

Dalla *Proposizione 1* segue che tutti i numeri pari sono a distanza finita tra di loro e, analogamente, che tutti i numeri dispari sono a distanza finita tra di loro. Per dimostrare che tutti i numeri hanno una distanza finita tra di loro basta quindi trovare una coppia di numeri, uno pari ed uno dispari, che abbiano una distanza finita tra di loro per mettere in "comunicazione" i due insiemi infiniti pari/dispari.

Dall'esempio del problema già sappiamo che $(7, 24) = 1$ e quindi abbiamo la coppia cercata: tutti i numeri hanno distanza finita tra di loro.

C.V.D.

A questo punto il pignolo imperante dentro di me ha però un soprassalto e si chiede: ma perché nel problema i cari Rudi sottolineano "numeri *distinti* qualsiasi"? Non capisco sinceramente la specificazione di quel "distinti" (addirittura in *corsivo* nel testo); le cose sono due:

- nella definizione di "distanza" diciamo che ogni numero ha distanza pari a 0 da sé stesso (un po' come avviene con le "distanze" con cui abbiamo a che fare giornalmente)
- oppure non diciamo nulla ed abbiamo che, applicando pedissequamente la definizione, ogni numero ha distanza pari a 2 da sé stesso

²⁶ In realtà ho flotte di familiari e di colleghi che sono pronti a giurare che faccio il pignolo "a prescindere"...

In entrambi i casi la distanza è sempre “finita” anche tra due numeri uguali e, quindi, il corsivo dei Rudi non sembra aggiungere molto al contesto del problema. Ma vallo te a sapere cosa voleva sottintendere quel geniaccio del GC...

Proposizione 2: tutti i numeri hanno un’infinità di numeri a distanza da essi pari ad 1

Sia, genericamente:

$$[2] \quad \forall x, a, b \in \mathbb{Z} \rightarrow (x, a \cdot x + b) = 1$$

Applicando la definizione di distanza alla [2] si ha:

$$[3] \quad a \cdot x^2 + b \cdot x + 1 = n^2$$

condizione **sufficiente, ma NON necessaria**, affinché il primo membro della [3] sia un quadrato è:

$$[4] \quad \forall i \in \mathbb{Z} \rightarrow (a = i^2 \text{ e } b = 2 \cdot i)$$

N.B.: se $i = 0$ avremmo comunque una soluzione alla [3] ma sarebbe anche $a \cdot x + b = 0$ ed abbiamo detto che non consideriamo numeri nulli, scartiamo quindi $i = 0$.

In definitiva, abbiamo quindi che vale la seguente relazione:

$$[5] \quad \forall x, i \in \mathbb{Z} (x, x \cdot i^2 + 2 \cdot i) = 1$$

N.B.: a voler fare i super pignoli, se $x = 1$ non possono essere usati i valori $i = -2$ perché portano a valori di x nulli che, come detto, non accettiamo.

Da [5] ricaviamo la serie infinita, per ogni x :

$$(x, x \pm 2) = 1$$

$$(x, 4 \cdot x \pm 4) = 1$$

$$(x, 9 \cdot x \pm 6) = 1$$

$$(x, 16 \cdot x \pm 8) = 1$$

.....

(per inciso, la prima della serie altro non è che la [1] che rappresenta, quindi, un caso particolare della [5])

Quindi ogni numero x ha una infinità di numeri che distano 1 da essi, tali numeri a distanza minima sono tutti e soli quelli generati dalla [5].

Per avere una **condizione necessaria e sufficiente** dobbiamo leggermente modificare la [5] per accettare valori reali per i :

$$[5'] \quad \forall x \in \mathbb{Z}, \forall i \in \mathbb{R} / (x \cdot i^2 + 2 \cdot i) \in \mathbb{Z} \rightarrow (x, x \cdot i^2 + 2 \cdot i) = 1$$

Dobbiamo quindi trovare le i reale **tali che** la $(x \cdot i^2 + 2 \cdot i)$ dia un valore ‘intero non nullo’.

Ad esempio, per $x = 16$ e $i = 3/2$ abbiamo la coppia (16, 39) che non si ottiene con la [5]. Ovviamente la [5'] non è facile da applicare come la [5] che rimane quindi più comoda per generare soluzioni (anche se non tutte).

Teorema 2: per ogni x vale la $(x, x+1)=2$

Vediamo per quali valori si potrebbe avere $(x, x+1)=1$:

Applicando le definizioni di distanza:

$$[6] \quad x \cdot (x+1) + 1 = x^2 + x + 1 = n^2$$

La [6] ha soluzioni con x ed n interi solo per $x = 0$ o $x = -1$ che abbiamo però escluso all’inizio (ricordate? $x \neq 0$). La distanza minima tra due numeri consecutivi è quindi pari a 2.

Dato un generico x applichiamo adesso la [5] per:

$$x, \text{ ponendo } i = 4 \rightarrow (x, 16x+8) = 1$$

$$x+1, \text{ ponendo } i = -4 \rightarrow (x+1, (x+1) \cdot 16 - 8) = (x+1, 16x+8) = 1$$

quindi sia x che $x+1$ distano 1 da $16x+8$, vale quindi la seguente:

[7] $(x, x+1)=2$

C.V.D.

Teorema 2: $(1, 4) = 3$

Facile vedere che $(1, 4)$ vale al massimo 3:

Sappiamo infatti che:

dalla [7]: $(1, 2) = 2$

dalla [1]: $(2, 4) = 1$

ed abbiamo quindi una catena lunga 3 da 1 a 4.

Supponiamo adesso che $(1, 4) = 2$ e che quindi esistano tre interi $y, m, n \in \mathbb{Z}$ tali che:

[8] $(1, y) = 1 \rightarrow y+1 = m^2 \quad \rightarrow \quad 4y+4 = 4m^2$

[9] $(y, 4) = 1 \rightarrow 4y+1=n^2$

Sottraendo la [9] dalla [8] si ha

[10] $3 = 4m^2 - n^2$

da cui:

[11] $3 = (2m-n)(2m+n)$

La [11] ha solo le seguenti soluzioni per m ed n interi:

$2m-n = 3$ e $2m+n = 1 \quad \rightarrow \quad m = 1$ e $n = -1$

$2m-n = 1$ e $2m+n = 3 \quad \rightarrow \quad m = 1$ e $n = 1$

$2m-n = -3$ e $2m+n = -1 \quad \rightarrow \quad m = -1$ e $n = 1$

$2m-n = -1$ e $2m+n = -3 \quad \rightarrow \quad m = -1$ e $n = -1$

ma tutte portano ad un valore di $y=0$ che non è accettabile.

Non abbiamo quindi soluzioni alle [8]-[9] e non esiste quindi un numero y che abbia distanza 1 sia da 1 che da 4. Si ha quindi $(1, 4) > 2$. E quindi abbiamo infine dimostrato che $(1, 4) = 3$.

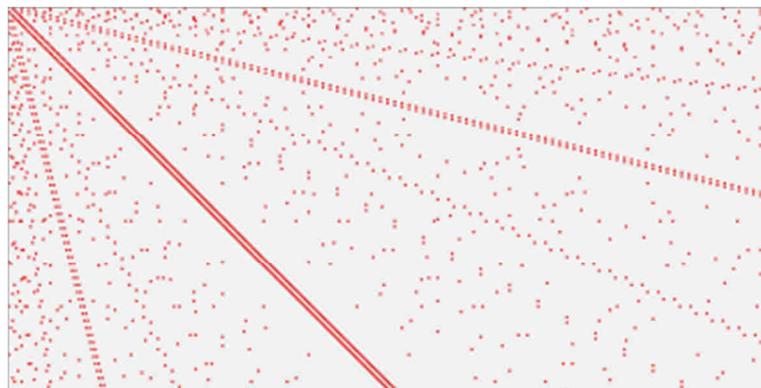
Proposizione 3: esiste ed è unica la coppia (x, y) con x positivo e y negativo tali che $(x, y)=1$

Essendo x positivo e y negativo abbiamo che xy è negativo, dovendo avere $xy+1 = n^2$ l'unica soluzione si ha per $xy = -1$, da cui:

$(1, -1) = 1$.

Quello che succede, quindi, è che i due insiemi degli “interi positivi” e degli “interi negativi” sono tra loro connessi solo da questa coppia; per il resto, quello che vale per l'insieme dei positivi vale per i negativi.

Mi sono infine divertito a mappare in una matrice (x, y) tutte le coppie a distanza 1, si trovano in rosso nella seguente figura dove abbiamo il range 1-400 per la x (in orizzontale da sinistra verso destra) e 1-200 per la y (in verticale dall'alto verso il basso).



Ovviamente l'immagine è simmetrica rispetto alla diagonale ma si possono vedere anche altre strutture interessanti; in generale le "righe" oblique che si intravedono corrispondono alle soluzioni della [5] per incrementi del valore della i .

E con questo concludiamo, purtroppo il ritardo di novembre ha ridotto le tempistiche per le soluzioni. Grazie a tutti, tanti auguri e alla prossima!

5. Quick & Dirty

Sia C un cerchio di centro O , e Q un punto interno a C diverso da O . Dove deve essere posto un punto P sulla circonferenza di C per massimizzare l'angolo OPQ ?

No, non è un errore.

6. Pagina 46

Sono possibili diverse vie di soluzione²⁷:

Soluzione 1:

Siano definiti gli angoli $\theta = OPQ$ e $\varphi = OQP$.

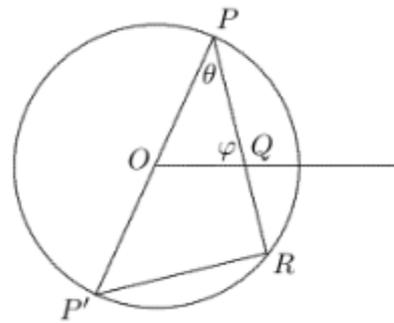
Per la legge dei seni, applicata al triangolo OQP , si ha che:

$$\frac{OP}{\sin\varphi} = \frac{OQ}{\sin\theta},$$

ossia:

$$\sin\theta = \frac{OQ}{OP} \sin\varphi \leq \frac{OQ}{OP},$$

con l'eguaglianza valida solo per $\varphi=90^\circ$. Essendo OQ/OP costante, il seno di θ (e quindi θ) risulta massimo quando OQP è un angolo retto.



Soluzione 2:

Si estendano PO e PQ sino ad intersecare il cerchio C rispettivamente in P' e R .

Per ogni punto P , PP' è un diametro di C , e quindi l'angolo PRP' è retto. Quindi, θ sarà massimo quando il suo coseno sarà minimo, e questo sarà minimizzato quando sarà minima la corda PR .

In conclusione, PR sarà minima quando sarà perpendicolare a OQ , visto che ogni altra corda per Q passa più vicina a O , e questo completa la dimostrazione.

²⁷ Un'ulteriore soluzione verrà pubblicata sul numero 228 di RM.

7. Paraphernalia Mathematica

Tranquilli, si vede la luce alla fine del tunnel. E non sembra neanche un treno.

7.1 La legge dei numeri VERAMENTE grandi [8] – Come far fare il lavoro agli altri.

Il titolo nasce da una vecchia regola, che crediamo di aver già citato da qualche parte: esistono tre modi per fare un lavoro. (1) Farselo da soli (2) Pagare qualcuno perché lo faccia (3) Proibire assolutamente ai figli di farlo. A quanto pare, opportunamente stimolati dal divieto, genereranno in un tempo minimo un ottimo risultato; la cosa si applica anche al mondo dei grandi, tant'è che Merton²⁸ ha definito una topologia in sociologia aziendale (il solito quadrante) data dalle diverse combinazioni di accettazione/rifiuto dei metodi aziendali e degli obiettivi (le quattro zone si chiamano conformismo, innovazione, ritualismo, isolamento), ma ha dovuto inserire, “fuori dai quadranti”, un'altra zona di creazione di nuovi metodi e obiettivi (che superano, realizzandoli, quelli aziendali), e l'ha chiamata “rivoluzione”.

Ma stiamo divagando; comunque, giusto per usare quello che abbiamo detto, se vi serve un'idea, o vi fate la rivoluzione da soli o la fate fare a qualcun altro: per tornare al nostro argomento, un buon modo per avere tante idee che si confrontano tra di loro è fare una gara, che è esattamente quello che è venuto in mente agli organizzatori del *Big Number Duel* al MIT il 26 gennaio del 2007.

Ora, prendete una qualsiasi gara, con i partecipanti fermamente intenzionati a vincere: pare evidente che questi stiracchieranno il regolamento della gara in modo da avere un vantaggio (legale, anche se “sul filo del rasoio”): per questo, di solito i regolamenti sono di una noia mortale e vanno a cercare il pelo nell'uovo sul pelo nell'uovo²⁹. Ecco, adesso pensate di dover scrivere un regolamento per una gara di ricerca matematica consistente, detta in soldoni, nel “trovare il numero più grande”: se già gli umani normali se le studiano tutte per vincere una gara, figurarsi i matematici, abituati a definizioni astruse quant'altre mai... E infatti, il regolamento era strettissimo. Un paio di regole recitavano:

Ogni notazione non usuale deve essere spiegata (...e adesso, definite “usuale”...).

Non è ammesso un vocabolario semantico primitivo.

Dove la seconda serve a impedire trucchetti del tipo “...uno più di quello che ha detto lui!” o “il più piccolo numero mai nominato nella storia dell'umanità”.

Il bello è che quello che ha vinto (anzi, *quelli: Elga e Rayo*) hanno usato un trucchetto che non era stato previsto... ma procediamo con calma.

Tutti i numeri sono nominabili. Infatti, potete definire un numero attraverso una serie di simboli; procediamo con il nostro esempio preferito, sicuri di far arrabbiare la nostra linotype:

$$\exists 1 \Leftrightarrow \{ \{ \neg \exists x_3: (x_3 \in x_2) \} \wedge \{ x_2 \in x_1 \} \wedge \{ \neg \exists x_3: (x_3 \in x_1 \wedge (x_3 = x_2)) \} \}$$

Tutto chiaro, quindi possiamo passare oltre. No, calma. Il corpo della definizione sono tre blocchi dentro parentesi graffe. Il primo sostiene che non esiste nessun elemento appartenente a x_2 , definendo quindi quest'ultimo come l'insieme vuoto. Il secondo blocco stabilisce che il nostro insieme vuoto è “minore” (...non fate domande...) di un oggetto x_1 . Il terzo blocco dice che non esiste nulla tra x_2 e x_1 . E questa è la definizione dell'uno, figuratevi il resto³⁰.

²⁸ Non lo mettiamo in grassetto perché non c'entra niente con la matematica.

²⁹ Rudy ricorda ancora una gara olimpica di salto in lungo di molti anni fa, dove un atleta, anziché saltare nel modo solito, si esibì in un “flip” (sostanzialmente, una capovolta), sbaragliando tutti i record possibili e immaginabili: ripresisi dallo stupore, i giudici convalidarono il risultato (medaglia d'oro, quindi), ma non il record, stabilendo, a memoria futura, che “bisognava saltare in un altro modo”.

³⁰ Se la cosa vi ricorda stranamente la costruzione dei Numeri di Conway, con la cardinalità dell'insieme vuoto a definire lo zero e la cardinalità dello zero a definire l'uno, complimenti. Noi ci abbiamo messo un mucchio di tempo, a capire che era la stessa cosa (quasi). E questo spiega anche quel noiosissimo “non maggiore o uguale”...

Con lo stesso metodo, definiamo una funzione di *ST-nominabilità in un dominio*:

$$ST\ nom(m, n) \Leftrightarrow \exists \Phi(x_1): \left\{ \begin{array}{l} \{\Phi \text{ ha meno di } n \text{ simboli}\} \wedge \\ \{\exists s: s = Assign(m, x_1)\} \wedge \\ \{\forall t: Sat([\Phi(x_1)], t) \rightarrow t = Assign(m, x_1)\} \end{array} \right\}$$

(no, non è stato facile scriverla. E forse è ancora più difficile leggerla). Della funzione “Sat()” vi basti sapere che è il punto dove i Nostri hanno “fatto il Flip”: ne parliamo dopo.

Essere ST-nominabile, in pratica, significa che il numero è definibile con meno di n simboli; per definire il nostro “1”, prima, servono (se fate le cose per bene, non come abbiamo fatto noi) 36 simboli: quindi,

ST-nom(1, 35) è *falsa* (ve ne servono 36).

ST-nom(1, 36) è *falsa* (la definizione richiede “...con meno di n simboli”).

ST-nom(1, 37) è *vera*.

O, se preferite:

ST-nom(0, 37) è *vera*

ST-nom(1, 37) è *vera*

ST-nom(2, 37) è *falsa*

ST-nom(3, 37) è *falsa*.

Dove le ultime due sono giustificate dal fatto che vi basta (quasi...) dire “ c è minore di b ma non abbastanza da farci stare d tra di loro”.

È stato dimostrato che per scrivere il numero n vi servono $(9n^2+43n+20)/2$ simboli³¹; quindi, se volete stupire gli amici, potete sempre affermare che:

ST-nom($4.714 \cdot 10^{49}$, 10^{100}) è *falsa*

ST-nom($4.715 \cdot 10^{49}$, 10^{100}) è *vera*

(ricordatevi, prima, di definire il googol).

Possono, a questo punto, nascere dei giustificatissimi dubbi sul fatto che questa definizione sia unica, ossia che le nostre formule non definiscano più di un numero; con tutte altre regole, questo è il motivo per cui, parlando delle Busy Beaver Functions, avevamo imposto di utilizzare macchine che comunque si fermassero, proibendo l'utilizzo delle Macchine di Turing che non si arrestano: detto con i termini della logica formale, noi vogliamo che le nostre formule siano vere per qualche x , e vogliamo che in qualche modo la cosa sia verificabile attraverso un numero finito di passi.

Ma, se vi siete presi la briga di leggere con calma la formula, dovrete aver trovato altri oggetti dall'aria piuttosto strana.

Uno di questi è la funzione *Assign()*; questa rappresenta un assegnamento che fornisce come risultato non un numero specifico, ma un insieme (finito o infinito) di oggetti: questi oggetti posso essere numeri interi (secondo Conway, quindi definiti attraverso insiemi finiti di insiemi), o non appartenenti a \mathbf{N} (come alcuni numeri di Conway³²); attraverso questi numeri, possiamo descrivere lo stato di una qualsiasi Macchina di Turing, e quindi nella funzione di assegnamento possiamo descrivere i successivi stati di una qualsiasi macchina di Turing. In particolare, *Assign(m, x) = s* significa che s è un assegnamento di variabile in cui ogni x viene sostituito da m .

Un altro punto oscuro potrebbe essere il fatto che inseriamo una funzione come argomento della funzione *Sat()*. Qui andiamo ragionevolmente sul semplice, visto che

³¹ Di questa, potrebbe essere divertente vedere la dimostrazione: qualcuno la trova? In qualunque senso, dovrebbe essere difficile ma non impossibile...

³² I più affezionati lettori ricorderanno che, nella Genesi di Conway, vengono presto definiti alcuni numeri razionali.

