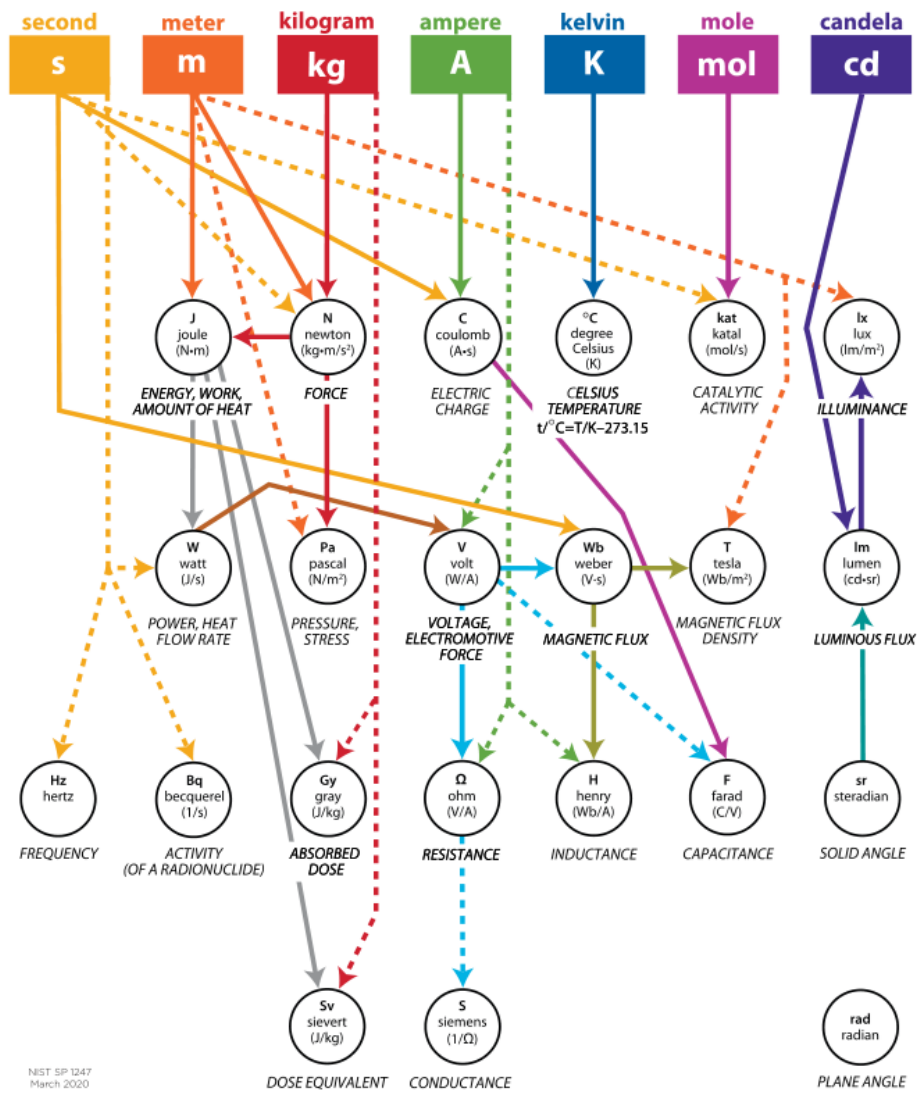




SI BASE UNITS

SI TRADITIONAL BASE UNITS **SI** DERIVED UNITS COHERENT DERIVED UNITS WITH SPECIAL NAMES AND SYMBOLS
—— MULTIPLICATION - - - - DIVISION



This publication is free of charge from: <https://doi.org/10.6028/NIST.SP.1247>



1. Come Dumas (III) – Harald Bohr.....	3
2. Problemi.....	15
2.1 Adesso sono solo problemi di Alice	15
2.2 “Parola fine” è sempre sbagliato.....	15
3. Bungee Jumpers	16
4. Era Una Notte Buia e Tempestosa	16
4.1 Giochi Matematici Disegnati Male.....	16
5. Soluzioni e Note	24
5.1 [314]	24
5.1.1 X-thlon	24
5.1.2 Girone di qualificazione	28
5.2 Varie ed eventuali	31
5.2.1 Superpermutazioni	31
5.2.2 Donald Knuth	32
5.2.3 Scacchi	33
6. Quick & Dirty.....	36
7. Pagina 46.....	36
8. Paraphernalia Mathematica	38
8.1 Ossa che girano.....	38



	<p>Rudi Mathematici Rivista fondata nell'altro millennio da <i>Rudy d'Alembert</i> (A.d.S., G.C., B.S) rudy.dalembert@rudimathematici.com</p> <p><i>Piotr Rezierovic Silverbrahms</i> (Doc) piotr.silverbrahms@rudimathematici.com</p> <p><i>Alice Riddle</i> (Treccia) alice.riddle@rudimathematici.com</p> <p style="text-align: center;">www.rudimathematici.com</p>
<p>Tutto quanto pubblicato dalla rivista è soggetto al diritto d'autore e in base a tale diritto <i>concediamo il permesso di libera pubblicazione e ridistribuzione</i> alle condizioni indicate alla pagina diraut.html del sito. In particolare, tutto quanto pubblicato sulla rivista è scritto compiendo ogni ragionevole sforzo per dare le informazioni corrette; tuttavia queste informazioni non vengono fornite con alcuna garanzia legale e quindi la loro ripubblicazione da parte vostra è sotto la vostra responsabilità. La pubblicazione delle informazioni da parte vostra costituisce accettazione di questa condizione.</p>	

Ora resta solo il piccolo dubbio sul perché la prima cosa decente per indicare le relazioni tra le unità del Sistema Internazionale l'abbia fatta un organismo governativo di un paese ancora affezionato al Sistema Imperiale...

1. Come Dumas (III) – Harald Bohr

Se siete – e noi speriamo che lo siate – lettori affezionati di questo giornalino, dovrete ormai sapere che la vecchietta del redattore deputato alla stesura dei compleanni di RM è bestia feroce che lo impigrisce senza pietà. Poi, forse non è la vecchietta che lo impigrisce, ma la pigrizia che lo invecchia, va a sapere... Sia come sia, forti del fatto i lettori di vent'anni fa erano sicuramente diversi da quelli di oggi (come minimo, sono meno giovani, adesso) ricorriamo ancora a questo perfido artificio a cui abbiamo dato il nome "Come Dumas". Vi ricordate cosa avevamo scritto la prima volta a cui ci abbiamo fatto ricorso?

Così, quando il tempo si mostra tiranno potremmo usare questo mediocre artificio: trasformeremo il titolo del romanzo di Dumas ("Vent'anni dopo") in una segnalazione, e se troverete un compleanno che si intitola "Come Dumas (xxx)" sappiate che si tratta di un articolo uscito almeno vent'anni prima, anche se nel mese appropriato. Magari con qualche correzione di strafalcioni, magari con qualche osservazione aggiunta con il senno di poi, magari con qualche cosa di cui vergognarci che paleseremo, ma sostanzialmente una replica.

Bene, con questo siamo a tre: stavolta tocca al compleanno scritto in onore di Harald Bohr, fratello matematico un po' meno famoso del fratello fisico pubblicato in RM063, Aprile 2004, con il titolo bassamente rubato a Ligabue: "Una vita da mediano". L'originale, che ha diligentemente compiuto i vent'anni richiesti dalle condizioni al contorno, lo trovate qui:

<http://www.rudimathematici.com/archivio/063.pdf#page=1>

*Una vita da mediano - a recuperare palloni
nato senza i piedi buoni - lavorare sui polmoni
una vita da mediano - con dei compiti precisi
a coprire certe zone - a giocare generosi
lì, sempre lì, lì nel mezzo - finché ce n'hai stai lì
(Luciano Ligabue)*

I portieri odiano contare. Il loro numero preferito è lo zero, perché la grandezza che professionalmente sono tenuti a misurare è il numero di palloni che devono raccogliere al fondo della propria rete; e quanto più prossimo a zero è il totale conteggiato a fine partita, tanto meglio hanno mantenuto i loro impegni. D'altro canto, gli attaccanti non sarebbero affatto dispiaciuti di procedere verso numeri alti, per la ragione esattamente opposta: sembra però che, almeno nel football più recente, sia la filosofia dei portieri ad essere maggiormente soddisfatta. Per l'aritmetica dei risultati finali delle partite di calcio sono quasi sempre sufficienti lo zero, l'uno e qualche raro numero primo; i numeri composti sono invece riservati ad eventi eccezionali: quattro gol sono normalmente celebrati per decenni dalla tifoseria della squadra che li ha messi a segno, mentre numeri come sei od otto rientrano già nella piena leggenda sportiva.

Doveva pertanto essere un momento davvero drammatico per il povero Tilette, in quel mezzo pomeriggio del 22 Ottobre, quando a un minuto dalla fine della partita vide di nuovo avventarsi contro la sua porta il maledetto Wolfhagen. L'erba che i suoi piedi stavano nervosamente calpestando era quella dello Shepherd's Bush di Londra, e la maglia nera che indossava lo qualificava come portiere: Vilhelm Wolfhagen aveva indosso invece la casacca biancorossa della nazionale danese, e correva veloce come solo le punte sanno fare. Attacco e difesa eternamente impegnati in un solo duello, come in molti altri sport: Tilette a guardia della porta francese, Wolfhagen con l'intenzione di violarla a beneficio della gloria sportiva di Danimarca. Tutto attorno, il brusio degli spettatori paganti: stavano assistendo ad un incontro di semifinale del più importante torneo calcistico del mondo.

Quando Wolfhagen scaricò la sfera di cuoio alle spalle di Tilette, facendo gonfiare ancora una volta la rete francese, certamente lo spietato danese esultò per la finalissima ormai certa, da giocare contro gli imbattibili padri fondatori del football, gli inglesi; e certo anche per il suo quarto sigillo personale segnato di fronte ai mille spettatori che riempivano gli spalti. Per conto suo, invece, Tilette avrà forse pensato che fosse davvero troppo dover chinarsi a raccogliere ancora una volta la palla adagiata nelle maglie della rete: con le quattro segnature di Wolfhagen il bilancio dei gol subiti in quella partita era tornato ad essere un clamoroso numero primo. Più spietato di Wolfhagen era stato infatti Nielsen, che aveva violato da solo la porta francese per ben dieci volte; inoltre, una trascurabile doppietta di Middleboe e un gol isolato di Lindgreen avevano innalzato lo score danese ad un terrificante diciassette. Da parte francese, il solo Sartorius era riuscito e segnare il classico punto della bandiera, appena un quarto d'ora dopo il fischio d'inizio (ma va detto che i danesi ne avevano già segnati tre nei primi sei minuti di gioco), e il tabellone segnava quindi un definitivo 17-1. I mille londinesi si avviarono verso l'uscita: l'indomani, in quello stesso campo, Olanda e Svezia si sarebbero disputate il terzo e quarto posto del torneo, ma la Francia¹ aveva ormai terminato la sua avventura. La Danimarca, invece, era attesa due giorni dopo nel tempio di White City dai maestri e padroni di casa d'Inghilterra, che avrebbero fatto di tutto per impedir loro di fregiarsi il petto con la medaglia d'oro² delle Quarte Olimpiadi Moderne. Correva l'anno 1908, e la nazionale italiana di calcio ancora neppure esisteva: sarebbe nata solo due anni dopo, nel 1910, quando all'Arena di Milano scese in campo per la prima volta, ancora senza la classica maglia azzurra, proprio contro la Francia³.

In un'epoca in cui il calcio è l'onnivoro del tempo mediatico e la matematica scienza spesso negletta e trascurata, sorge una certa irritazione nel vedere che l'avverbio "matematicamente" è usato quasi sempre per sancire la retrocessione della tal squadra o il numero di giornate di anticipo con cui la tal altra ha vinto il campionato. È comunque vero, però, che alcuni elementi fondamentali dell'aritmetica sono necessari agli appassionati sportivi, perché quasi ogni evento sportivo abbisogna di misura, e la misura abbisogna dei numeri. L'esito di ogni singola sessione sportiva è registrato tramite un punteggio, e il regolamento che ne definisce le regole di attribuzione cela spesso delle intenzioni sulla natura e filosofia del gioco stesso: quasi come se la matematica (o, meglio, l'aritmetica elementare) fosse depositaria di recondite intenzioni strategiche. Nel calcio, almeno formalmente, un gol vale l'altro, e ognuno di essi contribuisce ad arricchire il punteggio finale della partita. Nel basket vige già una regola diversa, perché il passaggio della palla attraverso la reticella può significare un incremento di due, uno, o anche tre punti del bilancio totale. Questa variabilità è significativa: significa che si ritiene più difficile (e spettacolare) segnare da una certa distanza piuttosto che da sotto canestro, più meritevole una schiacciata in gioco vivo di quanto lo sia un tiro libero dalla lunetta. Il rugby e il suo cugino yankee, il football americano, attribuiscono alla "meta" un valore ben più alto del banale "1", perché intendono regolamentare con criteri ancora più sofisticati le differenze tra un tipo e un altro di marcatura⁴. Sono tutti esempi che guidano strategicamente e

¹ La "Francia A", per l'esattezza. Forse con un eccesso di fiducia, i francesi avevano inviato due squadre nazionali al torneo, che vennero chiamate "France A" e "France B": arrivarono ultima e penultima.

² Gli inglesi riuscirono nell'intento, e ai danesi restò la consolazione della olimpica medaglia d'argento; ma fecero sudare gli allora maestri indiscussi del calcio. Il risultato finale fu un misero (per quei tempi) due a zero; gol di Chapman e Woodward.

³ 15 Maggio 1910: Italia 6 Francia 2.

⁴ Il calcio non ha niente del genere, se non forse nella leggendaria "lotteria dei rigori" che risolve alcune partite a scontro diretto. In questo caso non si capisce bene se i rigori segnati dopo la fine dei tempi supplementari debbano essere considerati autentici "punti", alla stregua dei gol normali, o meno. I giornali non esitano a titolare con frasi del tipo "Roccacannuccia-Terradimezzese 8 a 7 (d.c.r.: 1-1; 3-3 d.t.s.), che dovrebbe significare che il risultato alla fine dei tempi regolamentari era 1 a 1, alla fine dei supplementari 3 a 3 e infine 8 a 7 d.c.r., dopo i calci di rigore: ma non sappiamo come vengano archiviati, a fini statistici, questo tipo di risultati: probabilmente come pareggi. Le recenti introduzioni del "golden" e "silver gol", invece, agiscono alla solita maniera sul punteggio finale (sono gol assolutamente normali, valgono "uno" come tutti gli altri), ma intervengono brutalmente sul cronometro, decidendo la morte improvvisa (nel caso del golden gol) o molto prossima (nel caso del silver gol) della partita.

tatticamente i contendenti a privilegiare un approccio piuttosto che un altro, e non è raro il caso di “cambiamenti in corsa” dei vari regolamenti di scoring al fine di migliorare un aspetto spettacolare (o disincentivarne uno che spettacolare non è) dello sport in questione: ad esempio, il canestro da “tre punti” nel basket è di introduzione relativamente recente⁵.

Ci sono sport che hanno nel meccanismo di attribuzione dei punti la reale essenza del gioco. Qualsiasi ragazzino è affascinato da una pista da bowling, e l’obiettivo della gara sembra non necessitare neanche spiegazioni: buttare giù più birilli possibile. Solo che la usuale semplificazione “un punto per ogni birillo”, più che incompleta è proprio fuorviante. Ogni partita è composta da dieci sessioni di lancio, ogni sessione prevede il lancio di due bocce contro i poveri dieci⁶ birilli; se già il primo lancio abbatte tutti i birilli, la sessione è considerata completa così, altrimenti si ricorre al secondo, che sarà diretto contro i birilli superstiti dopo la prima corsa della boccia. Nel caso che una sessione termini con qualche birillo ancora in piedi, il punteggio è banalmente dato dal totale degli abbattuti nella sessione (6 al primo colpo, 2 al secondo, totale 8), ma le cose si complicano attraverso i “bonus” che vengono attribuiti nei casi in cui le sessioni terminano con tutti i dieci birilli abbattuti. Se per la carneficina birillesca si sono resi necessari due lanci (*spare*) il punteggio della sessione è pari a 10 più il numero di birilli abbattuti nel primo lancio del turno successivo; se l’abbattimento è avvenuto in un colpo solo (*strike*) il punteggio della sessione è pari a 10 più il numero di birilli abbattuti nei due lanci successivi. Solo per i calcoli del bonus, dopo la decima e ultima sessione si possono avere uno o due lanci extra, che però non vengono di fatto conteggiati nello score finale se non, appunto, per determinare compiutamente il valore della decima sessione di tiro. Questo significa che il massimo punteggio ottenibile a bowling è ben diverso dall’essere il “100” implicito nella regola “un punto per birillo”, e che la differenza di punteggio tra un giocatore che abbatte sempre nove birilli nelle sue sessioni contro il giocatore perfetto che fa tutti *strike* non è del dieci, ma di un abissale settanta per cento⁷. Se amate il bowling o se siete solo curiosi, provate a calcolare in quale range si collocano le partite fatte da dieci *spare*. Il punteggio del bowling dichiara insomma qualcosa di importante sulla natura stessa del gioco: e cioè che buttare giù un po’ di birilli con una boccia è ragionevolmente facile (ed è questa una ragione per cui è vissuto come gioco anche dai principianti: emozione negata ai saltatori con l’asta, che prima di riuscire a completare un vero salto devono massacrarsi di allenamento e di apprendimento di tecniche complesse), ma è assai meno facile buttarli giù tutti con regolarità e precisione: il metodo di calcolo amplifica la parte alta del punteggio, per aumentare le distanze tra i giocatori bravi, e tende a premiare la continuità più che i colpi fortunati.

Questo meccanismo di amplificazione e premio di uno specifico comportamento agonistico si ritrova nel bridge. Chiunque abbia mai comprato un mazzo di carte per giocare a scala quaranta o a ramino può essere rimasto abbastanza perplesso nel trovare la cinquantacinquesima carta che riepiloga la tabella punteggi del bridge⁸, se non ha mai avuto la fortuna di cimentarsi con questo gioco. Senza entrare troppo nei dettagli del “come si gioca”, si può ragionevolmente affermare che le osterie d’Italia siano stracolme di

Totalmente antispettacolari, sono in genere odiati dai tifosi che ancora si chiedono quale sia lo scopo ultimo di tali perverse invenzioni. – [Edit 2025]: Non per niente, la vita del golden gol è stata breve: dal 1993 al 2004; quella del silver gol addirittura irrisoria: dal 2003 al 2004.

⁵ [Edit 2025] – “relativamente recente” poteva a malapena valere nel 2004, perché nel basket internazionale il tiro da tre punti è stato introdotto nel 1984. Al giorno d’oggi, è più probabile che i ragazzi si stupiscano del fatto che, un tempo, i parquet non avessero disegnata la “linea dei tre”.

⁶ Che dieci sia un numero triangolare è nozione eternata in tutte le piste da bowling, e la spiegazione iniziale del concetto di “Numero Triangolare” attraverso la disposizione dei dieci birilli del bowling è eternata in quasi tutti i manuali di matematica.

⁷ Il primo giocatore totalizza 90 punti, mentre il “giocatore perfetto” con i suoi dieci (più due) *strike* ne totalizza 300.

⁸ [Edit 2025] – È passato davvero tanto tempo dall’ultima volta che abbiamo comprato un mazzo di carte, ma abbiamo il forte sospetto che la carta dei punteggi del bridge non si trovi più nei mazzi in vendita. Senza parlare del fatto che, con ogni probabilità, le carte francesi siano ormai comprate soprattutto per giocare a Burraco o a Texas Hold’em Poker.

potenziali campioni del “gioco della carta” nel bridge. L’essenza è infatti quasi la stessa del tressette, o delle sue variazioni: *mutatis mutandis* (ovvero acquisendo il passaggio da 40 a 52 carte, e limitandoci alla versione delle smazzate “senza *atout*”⁹ del bridge) una mano di bridge non si gioca in maniera troppo diversa di una di tressette con il morto. Il settantenne Beppe che, riempiendo pensosamente il “tubô” dalla “mesa stôpa” di Barbera¹⁰, riesce a capire come far cadere l’asso di bastoni di Giovanni perché sa sfruttare il fatto di essere secco a coppe e di avere il ritorno per le denari del morto, non ha la minima idea di cosa voglia dire la frase “la *chicane* a quadri ha consentito al dichiarante un doppio *impasse* seguito da un brillante *squeeze* nei confronti degli onori franchi di Ovest”, ma è esattamente quello che sta facendo. Certo, il bridge è anche reso un po’ più complesso dal fatto che si giocano anche mani con *atout* e da un certo numero di regole aggiuntive, o parzialmente diverse: ma nei circoli di bridge non è insolito che accada il corrispondente di quel che è stato celebrato da Bagnoli¹¹ al riguardo dei circoli scacchistici: ovvero il verificarsi a tavolino di sconfitte clamorose di giovani promesse “teoriche” per mano di vecchi giocatori da caffè del tutto digiuni di teoria. Questo può accadere però solo per la parte del gioco della carta, mentre una partita di bridge inizia ben prima, al momento della dichiarazione. Su cento libri di bridge, novantacinque sono dedicati alla fase iniziale della partita, quella in cui le coppie si aggiudicano attraverso un’asta (*licitazione*) il diritto di giocare la mano con un determinato seme come *atout* e impegnandosi a fare un certo numero di prese. Pur essendo la licitazione dotata di un vocabolario molto limitato, intere biblioteche di testi e di metodi dichiarativi sono stati sviluppati e analizzati, e un buon giocatore di bridge al termine della dichiarazione ha una idea molto più che buona di come siano le carte del compagno, e spesso anche una immagine precisa su quelle degli avversari. Il punteggio del bridge è costruito in modo da privilegiare sfacciatamente questa parte della partita rispetto a quella del puro gioco della carta: l’elemento base del punteggio è pur sempre la presa, come in un gran numero di giochi di carte, ma una volta che una coppia di giocatori si è impegnata a fare un certo numero di prese, il meccanismo del punteggio tende a premiare al meglio la corretta previsione della fase dichiarativa: se si fanno più prese del previsto si ottengono comunque dei punti in premio, ma sono punti che contribuiscono in maniera minore degli altri alla vittoria finale; le penalità non sono simmetriche ai premi, e la punizione per il mancato mantenimento del contratto (ad esempio facendo una presa in meno del previsto) è sempre assai maggiore del premio che si ottiene facendo una presa in più. Portate agli estremi, le differenze raggiungono vertici eccelsi: tra fare un “grande slam” (tutte le 13 prese) essendosi impegnati a farne solo sette, e “dichiarare e fare” il medesimo slam (magari “contrato” e “surcontrato”¹²) corre quasi la stessa differenza che c’è tra ottenere dei buoni sconto dell’ipermercato e vincere la lotteria di Capodanno. È quindi di gran lunga conveniente saper valutare la potenzialità della smazzata, prima ancora che la prima carta tocchi il tavolo verde: e questo non serve che ce lo insegni l’amico bridgista, basta leggere la sezione “punteggio” del regolamento del gioco.

A differenza del calcio e del basket, che sono giochi a “tempo fisso”, alcuni sport definiscono la fine della gara solo a fronte del raggiungimento di un “punteggio fisso”. Pallavolo e tennis sono due esempi eclatanti, e non a caso condividono il termine *set*. E *set* significa “insieme, gruppo”, e da qui nascono alcuni paradossi aritmetico-sportivi. Non è più riconoscibile il senso di “insieme” nel *set* della pallavolo, a meno che non si voglia forzarne il significato a

⁹ Si può provare a tradurre “*atout*” con “*briscola*”, nel senso che se un seme di *atout* è definito, allora quel seme è dominante sugli altri, e sono possibili le prese di “taglio”. “Senza *Atout*” significa che tutti i semi hanno pari dignità.

¹⁰ L’immagine squisitamente precisa e regionalistica (per la realizzazione della quale ci si è avvalsi della consulenza tecnica del redattore supremo d’una nota rivisita di matematica ricreativa) è resa necessaria dall’implicito regionalismo del vino citato. In ottica nazionale e sovranazionale, lasciamo ai lettori piena libertà di sostituzione del Barbera con il Sangiovese, il Greco di Tufo, il Valpolicella. Il Frascati o quant’altro, a patto che si prendano anche la briga di trovare i termini esatti per definire il “bicchiere da osteria” e relativo contenitore/misuratore della dionisiaca bevanda.

¹¹ Paolo Bagnoli, “Scacchi”, Mursia.

¹² “*Contre*” e “*Surcontre*” sono elementi della dichiarazione che aumentano premi e le penalità del contratto in via di definizione durante la licitazione.

“gruppo di scambi fino al raggiungimento da parte di una delle due squadre dei venticinque punti”, ma nel tennis è ancora chiaro il concetto di “insieme di partite”. La partita-game è molto ben definita: viene vinta dal primo giocatore che fa quattro punti con almeno due punti di vantaggio sull’altro. Una perversione vagamente snobistica fa sì che questi quattro punti si chiamino “quindici”, “trenta”, “quaranta” (e il quarto resta addirittura senza nome) anziché uno, due, tre e quattro, ma questo sembra solo un vezzo senza conseguenze dirette sul gioco¹³. Una “partita-game” di tennis è però davvero breve; quindi, il *set* prevede che di partite se ne debbano vincere almeno sei; infine, visto che i tennisti sono notoriamente incontentabili, anche il *set* sembra troppo veloce, e l’incontro di tennis si gioca ormai da tempo al meglio dei tre o dei cinque *set*.

Si introduce insomma il concetto di “aggregazione dei punti” che contiene in nuce una sua caratteristica perversione. Immaginiamo un ipotetico gioco nel quale i contendenti si disputino nove elementi, e che vinca chi riesce a prenderne di più: i punteggi possono variare dal 5 a 4 fino al 9 a 0. E supponiamo adesso che il *set* di questo gioco preveda 9 partite. Il conteggio non aggregato dei singoli punti può essere fortemente in disaccordo con il risultato ufficiale della partita. Il giocatore A può vincere l’incontro aggiudicandosi cinque partite e perdendone quattro; e magari vincendo ognuna delle cinque con lo scarto minimo (5-4). Il giocatore B, sconfitto, può d’altro canto aver vinto le sue quattro partite con altrettanti 9 a 0. In buona conclusione, degli “81 punti elementari” il vincente A se ne è aggiudicati solo 25 (30,86%), mentre i restanti 56 (69,14% del totale o, se preferite, il 224% di quelli fatti dal vincente) li ha segnati il perdente B. Il tennis ha le medesime caratteristiche, anche se il conteggio aritmetico teorico è inficiato dalla possibilità dei “vantaggi” e dei “tie-break”: ma in fondo un gioco ha tutti i diritti di inventarsi le regole che più gli si confanno, e ai tennisti le cose stanno benissimo così come sono¹⁴. L’abilità di un tennista si riconosce anche dalla sua capacità di capire se sia meglio lasciar correre un game al fine di risparmiare energie per un altro, o addirittura se sia il caso di smettere di lottare in un intero set, per finirlo in fretta, e poi scaricare tutto il potenziale residuo nel successivo. È un po’ più imbarazzante quando lo stesso identico perverso meccanismo impatta sulle elezioni democratiche, facendo in modo che i voti singoli espressi dagli elettori “pesino” in maniera diversa l’uno dall’altro a causa della logica dell’aggregazione, fino a giungere all’elezione del candidato che ha ricevuto meno voti individuali. Ma i meccanismi elettorali nascondono perversioni anche maggiori, e per scoprire queste non possiamo far altro che rinviarvi a “*La Matematica delle Elezioni*”¹⁵.

Tutti gli sport che si basano sulla velocità hanno come elemento numerico dominante la misura del tempo. In questo caso, l’aritmetica c’entra ben poco, ma può comunque rivelarsi interessante vedere come i vari sport considerino significativa l’unità di misura essenziale. Quando i cronometristi ufficiali delle gare di atletica erano ancora dei signori eleganti in spezzato bianco e blu, borsalino in testa e voluminoso cronometro manuale al collo, i tempi dei centometristi arrivavano ad essere definiti a meno del decimo di secondo. La prima volta¹⁶ che venne abbattuto il muro dei “dieci secondi” nei cento metri piani si cominciò a

¹³ Per quel che ne sappiamo, la ragione storica della strana denominazione dovrebbe dipendere dal fatto che “l’unità” del game tennistico veniva divisa in quattro quarti, e che, numericamente, i primi tennisti immaginassero l’intero in notazione sessagesimale. I punti caratteristici dei quarti sarebbero diventati allora quindici, trenta, quarantacinque e sessanta, ma visto che tutti i game finiscono a sessanta il numero finale è presto caduto in disuso, perché i giudici si limitavano ad urlare “game” invece di un ridondante “sessanta-quindici”. E sempre la pigrizia dei giudici di sedia sembra essere la caduta del “cinque” da “quarantacinque”: in tutte le lingue tennisticamente evolute basta dire la decina (forty, quarante, quaranta) per essere compresi senza rischio di fraintendimenti con il quindici o il trenta, e si poteva pertanto risparmiare il fiato invece di dettagliare la sillaba finale (five, cinq, cinque). Perché non succede lo stesso con il quindici allora? Ovvio, perché in quasi tutte le lingue i numeri della seconda decina non seguono la regola standard “decina+unità”, (venti-sette, cinquanta-tre), ma quella insolita “unità+decina” (cinque+dieci: quin-dici; fif-teen; etc.)

¹⁴ [Edit 2025] – I tennisti e tutti i giocatori questo diritto ce l’hanno di sicuro: politici e legislatori un po’ meno. Il *gerrymandering* si basa spietatamente su questo principio, per rovesciare la volontà degli elettori.

¹⁵ Opera celeberrima del nostro GC. La trovate a puntate sui numeri 31, 33, 35 e 37 di RM, o direttamente e integralmente nel sito, nel Bookshelf.

¹⁶ Jim Hines (USA), 20 Giugno 1968, Sacramento (California, USA): 9,9”.

ritenere importante determinare meglio i tempi, e infatti il primo record ufficialmente registrato con cronometraggio elettronico è di poco posteriore¹⁷, anche se l'utilizzo diffuso dei cronometri elettronici si avrà solo tra gli anni Settanta e Ottanta. Anche se la decisione di arrivare al livello dei centesimi di secondo poteva a suo tempo sembrare fin eccessiva al grande pubblico, in realtà ci si sarebbe dovuto chiedere come fosse possibile accontentarsi dei decimi: i velocisti arrivano sulla linea del traguardo con velocità prossime ai 40 Km/h, il che significa che in un decimo di secondo divorano più di un metro, e nelle gare di questo tipo un metro è un abisso. Anche il centesimo di secondo rischia di apparire inadeguato, visto che tradotto in termini di spazio significa qualcosa attorno alla dozzina di centimetri, e non è casuale che adesso, anche se per l'omologazione dei record ci si limita a due cifre dopo la virgola, i fotofinish arrivino a precisioni ben maggiori.

E l'uomo è animale lento, in fondo. Una Williams e una Ferrari¹⁸ che si disputano affiancate il miglior ingresso in curva al fondo del rettilineo di Monza superano i 350 Km/h, e non stupisce che sugli schermi TV si vedano i tempi spingersi fino ai millesimi di secondo: a quelle velocità un millesimo di secondo significa sempre qualcosa dell'ordine della decina di centimetri, più o meno la lunghezza di un alettone anteriore: spazio significativo, insomma, e non un puro vezzo dell'elettronica dei cronometri sponsorizzatori. Viceversa, per le regate in solitaria di circumnavigazione del globo si stilano spesso ordini d'arrivo tralasciando di riportare le frazioni di ora, per ragioni opposte ma analoghe.

In ogni caso, le corse (a piedi, cavallo, in acqua, in aria, con o senza motori) sono gare la cui lettura immediata è data più dalla meccanica dei fluidi che dalla matematica. La resistenza dell'aria disegna le carrozzerie delle automobili e delle motociclette, definisce le tattiche dei ciclisti e dei podisti; la resistenza dell'acqua inventa gli scafi delle barche e gli stili di nuoto dei nuotatori. Una tappa del giro d'Italia dell'inizio degli anni Ottanta veniva pigramente raccontata dal telecronista, ma il sottoscritto ebbe la ventura di guardarla insieme ad un ciclista dilettante: la ripresa dall'alto mostrava un largo viale torinese, con il gruppo che viaggiava compatto in una delle due carreggiate, mentre nell'altra correva da solo Bernard Hinault, campione bretone di quei tempi. Non sembrava una scena particolarmente esaltante, visto che il traguardo era ancora relativamente lontano, ma l'amico seguiva la scena con passione da iniziato: "Guarda che roba! Viaggia in piena souplesse in parallelo al gruppo lanciato! È incredibile!". Per comprendere quanto fosse "incredibile" bisogna saper fare calcoli complessi di fluidodinamica, oppure fare qualche giro in bici in compagnia. Il concetto di "prendere la scia", che tra i ciclisti prende il nome più esplicito di "farsi tirare", è di per sé abbastanza evidente: se un ciclista si nasconde dietro al corridore davanti, fa meno fatica perché la resistenza dell'aria se la prende quasi tutta il primo. Ciò che è meno noto è la quantificazione di tale risparmio, che è davvero notevolissimo: il corridore dietro risparmia il 10%, 15%, anche il 20% delle energie, in funzione di altri parametri quali la velocità, la scorrevolezza della strada, e altro. Se viaggia nella cosiddetta "pancia del gruppo", il risparmio può arrivare al 40%; per questo l'amico ciclista dilettante era estasiato da una tale manifestazione di potenza. E continuò a raccontare tattiche e metodi di corsa, tutti basati sull'unico principio della riduzione della resistenza dell'aria: dal lavoro dei "treni" che tirano il velocista allo sprint finale, al senso dello scatto che tende a scrollarsi di dosso il ciclista che si sta facendo tirare, fino al "buco" fatto nella fila indiana lanciata nello sprint fatto appositamente da un compagno di squadra degli sprinter in testa al fine di tagliar via la fila di inseguitori dietro di sé. Anche per questa ragione, il tempo dei ciclisti a fine corsa viene considerato identico per tutti i ciclisti che arrivano nello stesso gruppo, anche se magari tra il ciclista in testa al gruppo e quello in coda passano dieci secondi d'orologio. Soprattutto, questo spiega per quale ragione le tappe a cronometro siano tanto importanti nell'economia di una corsa a tappe, e lunghe solo un quarto delle tappe normali: lì si è soli contro l'aria, che per i ciclisti è spesso come melassa.

¹⁷ Jim Hines (USA), 14 Ottobre 1968, Città del Messico (Messico): 9,95".

¹⁸ [Edit 2025] – Beh, la frase vale ancora, oggi come nel 2004. Forse, però, oggi avremmo usato due scuderie diverse.

Dove l'aritmetica ritorna alla grande è invece negli sport misti: biathlon, pentathlon, eptathlon e decathlon mescolano gare di corsa con altri tipi di gare, e il calcolo dei punteggi assurge a fantasie regolamentari accessibili solo agli iniziati. Per valutare le dieci gare del decathlon, si usa come parametro base il record mondiale della disciplina singola, e si stabilisce un criterio che trasforma in punti la corrispondente prestazione del decatleta: i meccanismi precisi ci sono oscuri, e preferiamo non indagare troppo in merito. Biathlon e pentathlon moderno usano invece un criterio più fantasioso: lo sciatore del biathlon deve percorrere con il fucile in spalla una pista di fondo, e fermarsi di tanto in tanto in alcune piazzole dove farà del tiro a bersaglio. Deve tirare in fretta, perché alla fin fine la sua è pur sempre una corsa: ma deve anche sbagliare il meno possibile, perché se non colpisce in maniera appropriata i bersagli è tenuto a percorrere un tratto di pista supplementare¹⁹: è insomma stabilita un'equivalenza tra l'abilità nel tiro e la lunghezza del percorso. Lo stesso principio è portato all'exasperazione dal pentathlon moderno: complice anche il fatto che le cinque discipline che lo compongono sono davvero variegata²⁰, per le prime quattro si stabilisce una specifica metrica che viene infine tradotta in tempo: la prova finale è la corsa, e il primo della classifica parziale viene fatto partire per primo: dietro di lui partono a uno a uno gli altri, ognuno separato dal tempo di distacco calcolato sulla base degli esiti delle prime quattro prove. Il pubblico ha così la possibilità di capire chi ha effettivamente vinto la gara direttamente, perché l'ordine di arrivo globale coincide con l'ordine d'arrivo della corsa finale.

Dal punto di vista matematico, comunque, le fantasie migliori si hanno nella redazione delle classifiche: una volta acquisito e archiviato il risultato d'una gara, trasformare l'insieme dei risultati in una classifica di merito può nuovamente impattare in maniera sensibile sull'aspetto strategico dello sport. I giornali sportivi italiani parlano ancora dell' "epoca dei tre punti a vittoria"²¹, perché disincentivare il pareggio declassandolo a un terzo di vittoria, anziché alla metà com'era in precedenza, ha effettivamente cambiato radicalmente l'assetto delle squadre in campo. Sempre restando negli sport di maggior richiamo, la Ferrari di questi anni può ragionevolmente vantarsi di aver causato il cambiamento dell'attribuzione dei punti dei Gran Premi di Formula Uno, che è stata variata appositamente per rendere la vita più difficile alle vetture che hanno un eccesso di supremazia tecnica²².

Bridge e scacchi, forse perché hanno la nomea di sport intellettuali, si lanciano in alcuni virtuosismi matematici ancor più sofisticati. Una volta appreso (e si è visto che non è cosa facile per il neofita) come calcolare il risultato d'una partita di bridge, si è comunque ancora ben lontani dal capire come vengano valutati gli incontri ufficiali dei campionati. È d'uopo premettere che, pur essendo una smazzata di bridge virtuosamente casuale, la disparità delle carte in mano ai giocatori deve innanzitutto essere annullata con il meccanismo del

¹⁹ [Edit 2025] – Le regole del biathlon si sono un po' evolute, anche e soprattutto perché sono stati introdotti nuovi tipi di gara. In alcuni di essi resta valida la penalità di dover percorrere un tratto di pista in più per gli errori nel tiro, in altri il tempo viene semplicemente incrementato (in genere di un minuto) per ogni tiro errato.

²⁰ Nell'ordine: Equitazione, Tiro con la pistola, Scherma, Nuoto e Corsa Campestre. È l'unico sport "inventato" dal CIO appositamente per le Olimpiadi, e per precisa volontà del barone De Coubertin, che voleva affiancare al decathlon classico uno sport atto a definire il perfetto "sportivo moderno". Gli sport inclusi sono tutti più o meno marziali, e non è chiaro se la leggenda che paragona il pentathlon all'ipotetica e eroica "missione del portaordini" sia davvero una causa della genesi dello sport, o costruita a posteriori. L'idea è quella di un corriere a cavallo che deve superare le linee nemiche per ricongiungersi al suo corpo, al quale venga abbattuto il destriero: si difende accanitamente con la pistola e la spada, riesce a trovare la via di fuga attraversando a nuoto un fiume e ad arrivare sano e salvo al reggimento con una conclusiva corsa per i campi. Idea romantica, che poco romanticamente sta morendo: a dimostrazione di quanto conti la televisione ai nostri tempi, le Olimpiadi hanno eliminato dal programma l'unico sport inventato appositamente per le Olimpiadi, perché i tempi del pentathlon sono troppo poco televisivi. [Edit 2025] – Siamo stati pessimisti, ma non poi troppo: fino a Parigi 2024 il pentathlon moderno è stato sempre disputato, ma è sempre tra i maggiori candidati all'eliminazione.

²¹ Nel calcio, beninteso. Del resto, i giornali sportivi italiani parlano solo di quello.

²² [Edit 2025] – Questo articolo è stato scritto nel 2004, quando la Ferrari stava per vincere il quinto campionato piloti consecutivo (2000, 2001, 2002, 2003 e 2004) e il sesto consecutivo del campionato marche, vinto anche nel 1999. Tornerà a vincere entrambe le competizioni nel 2007, ma dopo quelle per i tifosi della rossa non c'è stato più nulla da festeggiare.

“duplicato”. Il principio è semplice e applicabile a tutti i giochi di carte: due coppie si affrontano al tavolo verde di una sala chiusa (diciamo Italia e USA, per celebrare gli anni d’oro del Blue Team²³ e per fare la rima) con una smazzata qualsiasi. La distribuzione iniziale delle cinquantadue carte viene registrata, e successivamente la medesima smazzata viene giocata (in una sala aperta, piena di spettatori paganti) da altre due coppie delle stesse nazionali: solo che adesso agli italiani toccheranno le carte che prima avevano gli americani, e viceversa. Quindi, se la distribuzione è tale che realizzare un grande slam è molto facile, è inevitabile che lo faranno prima gli uni e poi gli altri, e il totale della mano è un bel nulla di fatto: ma, più probabilmente, ai due tavoli si arriverà a dichiarazioni e realizzazioni diverse, e su queste differenze si giocano tutti i tornei. Bisogna quindi trasformare lo *score* naturale del bridge in punti partita (*Match Points, MP*) o punti vittoria (*Victory Points, VP*), e vi promettiamo solennemente che quando scopriremo come questo avviene, ve lo faremo sapere²⁴.

Gli scacchisti, forse perché sono molti i matematici cui piacciono gli scacchi, partono da una logica molto semplice per assurgere poi a vette di complessità. La semplicità traspare dal fatto che non sono spaventati dai seminteri, che invece sembrano terrorizzare molte federazioni sportive: una partita a scacchi si può vincere, perdere o pareggiare, e da sempre gli scacchisti attribuiscono un punto per la vittoria, zero per la sconfitta, e un logicissimo $\frac{1}{2}$ per la patta. Le classifiche di torneo sono quindi facilmente compilabili, ma, tornei a parte, agli scacchisti è sempre piaciuta l’idea di quantificare la forza di un giocatore, più ancora che la sua transitoria posizione finale dei singoli tornei. Questa valutazione di forza assoluta si è poi estesa anche ad altri sport (esistono classifiche dei giocatori di tennis, dei migliori ciclisti, e così via) ma ci sembra che gli scacchisti siano stati i primi a formalizzare il sistema grazie agli sforzi del professor Arpad Elo. Il sistema, che dal nome dell’inventore prende il nome di “punteggio Elo”, definisce con buona approssimazione il livello dello scacchista, e rende facile orientarsi anche tra sconosciuti. Se un 1900 incontra un 2200, sa bene di non avere molte probabilità di vittoria e si impegnerà con una concentrazione ben diversa di quella che produrrà contro un novello 1300. I calcoli che determinano il punteggio finale di ogni giocatore non sono semplicissimi, ma il principio informatore che vi sottende lo è: quando un certo numero di giocatori si iscrive ad un torneo si calcola la forza media del torneo medesimo, e si stabilisce quale sia il risultato atteso di ogni singolo giocatore: dopodiché si confronta il risultato ottenuto con quello atteso, e ogni giocatore assumerà, alla fine del torneo, un nuovo personale punteggio Elo: inutile dire che il nuovo punteggio sarà tanto maggiore (minore) del precedente quanto migliore (peggiore) il risultato reale è stato rispetto al risultato atteso. Se vi è capitato di vedere la pubblicità di scacchiere elettroniche o programmi di scacchi che portano, oltre al nome, anche un numero superiore al 2000²⁵, non è il nuovo millennio, che stanno celebrando: stanno piuttosto dichiarando la forza del programma di gioco. Al momento, il sito ufficiale della FIDE (*Fédération Internationale Des Echecs*) riporta per il più forte giocatore del mondo (Garry Kasparov) il punteggio Elo di 2831²⁶; è seguito da Vladimir Kramnik con 2777 e da Viswanathan Anand con 2766. È poi una gran bella soddisfazione leggere il punteggio

²³ Il Blue Team era la squadra nazionale italiana di bridge negli anni Cinquanta e Sessanta. Rappresentava una federazione nazionale di circa quattromila tesserati, e giocava contro quelle ricchissime e numerosissime di paesi come il Regno Unito, Francia e soprattutto USA (circa venti milioni di tesserati). In quegli anni vinse 13 Campionati del Mondo, 3 Olimpiadi e 12 Campionati d’Europa.

²⁴ In realtà, la regola non è troppo complessa: gli IMP (*International Match Points*) sono supergiù ottenuti dividendo la differenza del punteggio naturale (*rubber*) tra le coppie, dividendo per 40, e arrotondando all’intero superiore. Centotrenta *rubber-point* corrispondono insomma a quattro IMP.

²⁵ Non troppi anni fa andava per la maggiore un programma per PC che si chiamava ChessMaster 2100, tanto per dirne uno. [Edit 2025] – Anche qui, il “non molti anni fa” andrebbe fortemente rivisto... ma a dir il vero, nel frattempo negli scacchi c’è stata una vera rivoluzione, dovuta essenzialmente al fatto che ogni principiante può confrontarsi sul suo telefono con programmi di scacchi di abilità paragonabile a quella di un campione del mondo.

²⁶ La classifica è aggiornata ai risultati di Gennaio 2004. [Edit 2025] – A Marzo 2025 abbiamo: Magnus Carlsen (2833), Hiraku Namakura (2802), D. Gukesh (2787).

dell'ottavo in classifica, con un bottino di 2728 punti Elo: appartiene all'ungherese Judit Polgar, e ci sembra che mai una donna sia arrivata così in alto in classifica, fino ad ora²⁷.

Il fatto che un sistema di calcolo sia complicato non garantisce però che sia anche a prova d'errore. Alcuni difetti il sistema Elo li ha per propria natura: intende dare una valutazione universale, ma ha ovviamente un problema di condizioni iniziali. Supponiamo di avere due circoli scacchistici indipendenti e separati in cui si inizi ad usare il sistema Elo; dopo un certo numero di tornei il sistema riporterà fedelmente la distribuzione di forza all'interno di ognuno dei due circoli, ma nulla saprà dire sulla forza relativa: il giocatore più forte del circolo A può esibire uno splendido 2300 e essere sonoramente battuto dal misero 1600 del circolo B, specialmente se, per fluttuazione statistica, il circolo A fosse composto tutto da volgari schiappe e il circolo B raccogliesse accidentalmente i migliori eredi di Alekhine e Capablanca. Non per niente il regolamento internazionale adesso prevede che il "punteggio di ingresso" di un nuovo giocatore ancora non classificato sia calcolato solo dopo che questi abbia disputato almeno nove partite ufficiali con altrettanti giocatori dotati di punteggio Elo ufficiale²⁸. Un altro difetto è nascosto nella logica di calcolo: la situazione ideale si avrebbe se, istantaneamente alla fine di ogni torneo, il giocatore acquisisse il suo nuovo Elo; in pratica, questo non accade quasi mai, perché l'attribuzione del punteggio è comunque un processo formale attuato dalle federazioni che spesso, per problemi burocratici, aggiornano le classifiche solo periodicamente. In Italia diventò famoso il caso di un giocatore che, pur non trovandosi nelle primissime posizioni della classifica nazionale, decise di mostrare i difetti di un così poco frequente sistema di aggiornamento delle classifiche. Fece in modo di trovarsi con un punteggio ragionevolmente basso al momento di uno dei lenti aggiornamenti ufficiali, poi si scatenò iscrivendosi ad un gran numero di tornei e cercando di fare le migliori prestazioni possibili: non essendoci l'aggiornamento istantaneo, i nuovi punti guadagnati ad ogni torneo disputato non inficiavano il suo risultato atteso, e di fatto si cumulavano positivamente nel suo carriera senza fare da contrappeso nel risultato atteso dei tornei successivi. Sottoponendosi a sei mesi di tour de force (l'aggiornamento delle classifiche era semestrale), attese infine l'ufficializzazione della nuova classifica che, tra lo stupore generale, gli attribuiva un Elo non troppo distante da quello di Karpov e ampiamente maggiore di qualsiasi altro giocatore italiano. La cosa fece molto rumore e suscitò scandalo, anche se il giocatore in questione aveva fin dall'inizio palesato che sua intenzione era proprio denunciare la debolezza del sistema, e non quella di approfittare della debolezza stessa. Per conto nostro siamo assolutamente convinti della sua buona fede, ma le malelingue potrebbero considerare il nostro giudizio di parte, visto che il protagonista è uno dei più vecchi lettori di RM²⁹, al quale siamo affezionati.

Questa disamina sembrerebbe confermare un luogo comune: gli sport più popolari sembrano essere anche quelli meno sofisticati dal punto di vista dell'aritmetica dei conteggi: una cosa complicata come il sistema Elo sembrerebbe difficilmente adatta a suscitare i commenti che ogni lunedì mattina si accavallano nei bar e negli uffici. In fondo, ai grandi calciatori si chiede, al massimo, di fare da testimonial per il CEPU, e solo se sono sufficientemente famosi come lo sono gli attaccanti della nazionale italiana. Nessuno si aspetta da un terzino che sia in grado di dare una bella dimostrazione del teorema di Pitagora, e meno che mai che un mediano sia in grado di capire la Zeta di Riemann.

²⁷ [Edit 2025] – Judit si è più che confermata: è arrivata a 2735 punti Elo, numero 8 nella classifica generale, maschietti compresi, e ancora oggi nessuna scacchista ha ancora mai raggiunto i suoi livelli.

²⁸ Per orientarsi un po' sul senso "assoluto" dell'Elo esiste una regoletta (che peraltro vi forniamo solo a beneficio d'inventario, visto che la ricordiamo a memoria e non potremmo giurare sulla sua esattezza, né empirica né matematica) che afferma che un giocatore ha probabilità 0,01 di battere un giocatore che lo supera di 400 punti Elo. Visto che la stima grossolana dei giocatori inclassificati, secondo alcuni, è di circa 1200 (che alcuni circoli attribuiscono d'ufficio, per semplificarci la vita, ai nuovi adepti), questo significherebbe che, se avete appena finito di imparare come funziona la presa en-passant e quale differenza ci sia tra arrocco lungo e arrocco corto, avete già circa una probabilità contro cento milioni di battere Kasparov. ([Edit 2025] – O Carlsen, se preferite).

²⁹ Ciao, Bob!

Ma i luoghi comuni sono assai pericolosi³⁰.

Il mediano della nazionale danese che massacrò la Francia nel 1908 si chiamava Harald, e faceva davvero onore al numero quattro che portava sulla schiena. Fu presente come titolare a tutte le partite della sua nazionale durante l'avventura olimpica, e ci immaginiamo facilmente una sua ripetuta serie di contrasti contro i bianchi d'Inghilterra, durante la finalissima al White City. Il suo ruolo è stato di recente celebrato da una famosa canzone di Ligabue, che tende ad esaltare il ruolo naturalmente umile del mediano "che segna sempre poco", e Harald non segnò infatti la decina di gol del suo compagno di squadra Nielsen: ma in un turno preliminare di quel torneo (contro la Francia B: risultato finale Danimarca nove Francia B zero) mise comunque la sua firma su una doppietta. Uno sportivo a tutto tondo; nel 1908 aveva solo ventun anni, ed era già una celebrità nazionale: quando nel 1910 arrivò alla laurea, l'aula magna traboccava di tifosi di calcio che inneggiavano alla nuova conquista del loro beniamino, e se si volesse continuare a tutti i costi a restare appigliati al luogo comune, verrebbe naturale immaginarsi che il titolo accademico fosse stato conseguito essenzialmente per meriti sportivi, come talvolta avviene nei college americani. Ma non era così: le prime avvisaglie dell'eccezionalità dell'evento potrebbero già mostrarsi nel fatto che la squadra di club nella quale Harald militava aveva l'insolito nome di "Accademici", quasi a palesare che l'aria universitaria veniva regolarmente respirata dal nostro. La certezza dell'eccezionalità arriva leggendo il nome completo che campeggiava sul diploma di laurea: Harald August Bohr. E Bohr significa leggenda, nel mondo accademico danese.

Christian Bohr, padre di Harald, era un celebre fisiologo che aveva una meritata cattedra all'Università di Copenaghen. Aage Bohr (nipote di Harald) non era ancora nato nel 1910, visto che venne alla luce solo nel 1922: diventò scienziato abbastanza bravo e famoso da vincere il Premio Nobel per la Fisica nel 1975 per i suoi studi sul moto singolo e di gruppo dei nucleoni; ma, per quanto bravo e celebre un Nobel possa essere, ad Aage fu sempre negata la soddisfazione di essere il "miglior fisico della famiglia", visto che era il quarto figlio di Niels Bohr, uno dei più grandi fisici di tutti i tempi.

Harald August nacque il 22 Aprile 1877, ed era pertanto il fratello minore di Niels, che aveva fatto il suo ingresso in questa valle di lacrime nel 1875: ma non c'è dubbio che nel 1908, e forse ancora nel 1910, egli fosse più celebre del suo augusto fratello. I due erano separati solo da un anno e mezzo, e andavano insieme all'università: a dimostrazione di quanto sia importante l'ambiente, sia accademico sia familiare, basti pensare che il padre della fisica moderna non aveva a Copenaghen alcun laboratorio di fisica ove effettuare degli esperimenti, ma Niels ed Harald lavoravano insieme nel laboratorio di fisiologia del padre Christian. Qui Niels portò a termine il suo primo esperimento, dettandone la relazione ad Harald. I due fratelli erano noti come "gli inseparabili", ed è arrivato fino a noi il commento di un loro studente: "*Quei due sono inseparabili. Non ho mai conosciuto persone vicine quanto loro due*". Nel 1910, comunque, mentre Harald si laureava in matematica tra i cori da stadio della tifoseria danese presente, Niels non era ancora una celebrità: certo, proprio per quell'esperimento rabberciato in famiglia aveva vinto la medaglia d'oro della Regia Accademia di Danimarca del 1906; certo, aveva ottenuto il master nel 1909, ma fu soltanto nel 1911 che partì alla volta del laboratorio di J.J. Thomson, in quel di Cambridge: ed è lì che nasce la sua leggenda di "creatore dell'atomo". Nel frattempo, Harald è già diventato una stella di prima grandezza dello sport di Danimarca.

³⁰ A dimostrazione della pericolosità dei luoghi comuni, potreste mettervi immediatamente alla prova. Quando avete letto di Judit Polgar, nelle righe appena precedenti, dovrete aver innescato nella vostra immaginazione l'archetipo della "donna scacchista", e questo è assai frequentemente legato all'immagine di donna anziana, bruttina, e magari anche un po' rugosa e noiosa. Adesso potreste fare una ricerca sul web d'una sua foto, e confrontare l'archetipo con il fenotipo. Se non vi basta, cercate anche sotto "Kosteniuk, Alexandra", che per un certo periodo è stata vicecampionessa mondiale (dietro Judit, naturalmente). ([Edit 2025] – Questo commento, nel 2025, probabilmente non lo scriveremo più; e non certo perché ci sono più scacchiste di travolgente bellezza, anzi. Ma anche se l'intenzione era proprio quella di fustigare certi luoghi comuni, in vent'anni qualche piccolo progresso nel rispetto della parità di genere lo abbiamo fatto, e probabilmente avremmo evitato il commento).

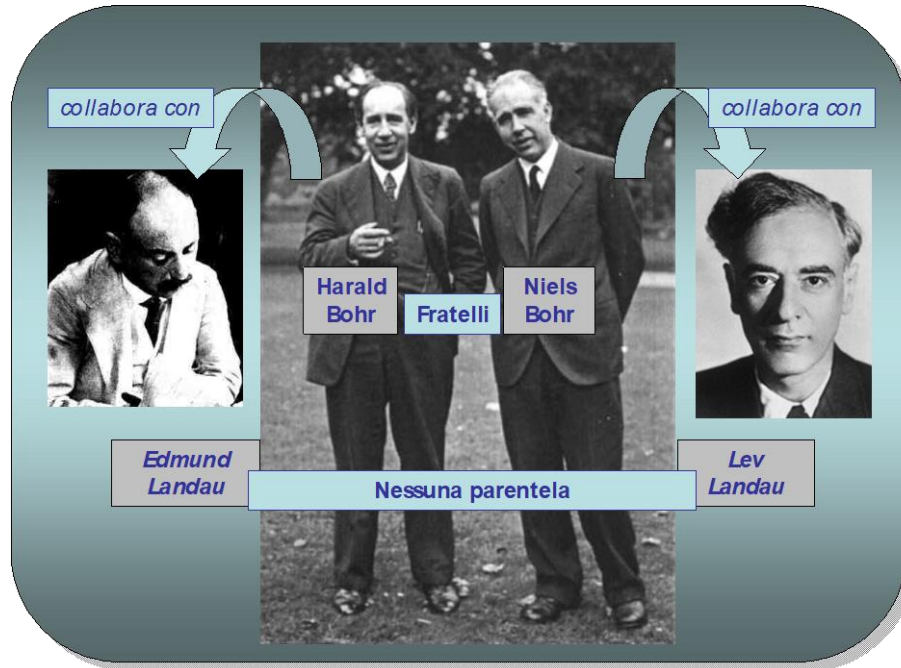
In una famiglia piena di fisici e fisiologi, Harald sceglie invece la matematica, per divertirsi quando non indossa le scarpe coi tacchetti da calciatore. La sua tesi di laurea verte sulle serie di Dirichlet, e, intrapresa la carriera accademica, comincia prestissimo una fattiva collaborazione con Edmund Landau, matematico e ricercatore dell'università di Göttingen. È curioso notare come, nei primi anni della loro carriera di studiosi, entrambi i fratelli prendano di petto i temi più importanti delle rispettive discipline. Niels costruisce il primo modello quantistico dell'atomo introducendo la quantizzazione degli orbitali elettronici, definendo così la direzione della fisica di tutto il ventesimo secolo: quasi a non voler essere da meno, Harald affronta il problema matematico per eccellenza dei suoi (e nostri) tempi, la Zeta di Riemann. La fama del fratello maggiore, il fisico che è indubbiamente pienamente riuscito nella sua impresa intellettuale, tende a posteriori ad oscurare i risultati di Harald, matematico e fratello minore. Ma si rischia di essere ingiusti: in fondo, l'atomo di Bohr è solo una prima (per quanto fondamentale) approssimazione del modello atomico quantistico, che verrà poi affinato da Sommerfeld e da molti altri: fornisce buone approssimazioni solo per gli atomi idrogenoidi, e se è tanto importante lo è per la rivoluzione concettuale che introduce nella fisica, non per i risultati numerici. Da questo punto di vista, la fisica è più clemente e generosa della matematica: un passo avanti nella comprensione può essere (e giustamente) considerato comunque di fondamentale importanza, anche perché il fine ultimo della ricerca fisica (la spiegazione del tutto) è palesemente ambizioso. In matematica, invece, se si affronta un teorema sembra che non si sfugga da una logica ancora fondamentalmente binaria: o lo si dimostra (o si dimostra che è falso, o che non è dimostrabile: insomma, lo si razionalizza in qualche maniera) oppure no. E se la Zeta di Riemann è ancora croce e delizia dei matematici del ventunesimo secolo, questo basta a far dire che Harald Bohr non è pienamente riuscito nel suo intento. È una conclusione crudele: quello che Bohr e Landau fecero nel 1914 è infatti la quasi totale riduzione della Zeta di Riemann con conseguente “quasi dimostrazione” dell'ipotesi riemanniana: il lavoro di Bohr e Landau si conclude con la frase “*Tutti gli zeri della funzione Zeta, a meno di una infinitesima parte, giacciono in un piccolo intorno della linea $s=1/2$* ”. L’“infinitesima parte” toglie a Landau e a Harald Bohr l'immortalità nell'empireo della matematica: ma quasi tutto quello che è al di fuori di quella “infinitesima parte” è opera loro.

Ci sia consentito un minimo di autocommiserazione, a questo punto della storia: chiunque abbia letto “*Cent'anni di solitudine*”, di Gabriel Garcia Marquez, sa che cosa significhi muoversi in un mare di omonimi. Nel tentare di raccontare qualche cenno biografico di Harald Bohr, è automatico mettere in conto qualche possibile confusione, visto che cotanto cognome è stato onorato da innumerevoli personaggi: scagli la prima pietra chi riesce a distinguere al primo colpo tutti i Bernoulli. Ma non è facile immaginare che a ciò si possano aggiungere ulteriori elementi di disturbo: una delle maggiori glorie di Bohr (il fisico) consiste nella fondazione di quella che sarà chiamata “la scuola di Copenaghen”, la maggiore istituzione per la fisica teorica del suo tempo. Grazie ai fondi della birra Carlsberg³¹, la scuola di Bohr formò tutti (quasi senza eccezione) i maggiori fisici quantistici degli anni Venti e Trenta. Tra questi, Lev Landau: un Landau fisico era insomma ben correlato ad un Bohr fisico, tanto quanto un Landau matematico era correlato ad un Bohr matematico. Il binomio Bohr/Landau scatena quindi connessioni immediate in chi ha una formazione fisica, e quelle connessioni si dirigono indubbiamente verso la coppia Niels/Lev. È assai probabile³² che, per contro, chi possiede una formazione matematica abbia invece la diversa connessione Harald/Edmund, quando sente nominare i due cognomi accoppiati. Infine, fisica e matematica sono da tempo immemorabile sorelle gemelle e quasi siamesi, se l'unica frase celebre di Lev Landau (il fisico) a noi giunta recita: “*Noi matematici siamo tutti un po' matti*”. Se vi sembra che stiamo cercando di accampare delle scuse non

³¹ “*Probably, the best beer in the world*”, come quantisticamente recita la pubblicità.

³² Diciamo “probabile” e non “sicuro” per il semplice fatto che noi apparteniamo alla prima classe, quella di formazione fisica, e non possiamo assicurare che accada quel che qui diciamo potrebbe accadere nelle teste dei matematici.

richieste³³, fate bene a sospettare: nel compleanno di Emmy Nöther³⁴, il vostro stimato cronista attribuì erroneamente una frase di Edmund Landau a Lev Landau.



Quel che più ci preme è però rammentare di evitare i luoghi comuni. Harald Bohr per molti aspetti fece davvero “una vita da mediano”, probabilmente oscurato nella fama e negli onori dal più famoso fratello Niels: ma la fece davvero anche sui campi di calcio, entrando in scivolata contro gli attaccanti più forti del mondo. Alternava dribbling a teorie matematiche complesse, e se fosse già stata inventata³⁵, è quasi certo che la Medaglia Fields non gliela avrebbe tolta nessuno; e mamma Ellen avrebbe potuto metterla in bella vista vicino al Nobel di Niels sul caminetto.

Invece della Fields, Harald portò a casa la Medaglia Olimpica d’argento, in un bel giorno del 1908: e se della Medaglia Fields, del premio Wolf, del nuovo³⁶ premio Abel sono molti i matematici che possono mostrarne un esemplare, non ci risulta esista nessun altro matematico che possa vantare un podio alle Olimpiadi.

³³ “*Excusatio non petita, accusatio manifesta*”, diceva qualcuno nei tempi andati.

³⁴ “*Questione di attributi*”, RM050, marzo 2003.

³⁵ La prima medaglia Fields è stata attribuita nel 1936.

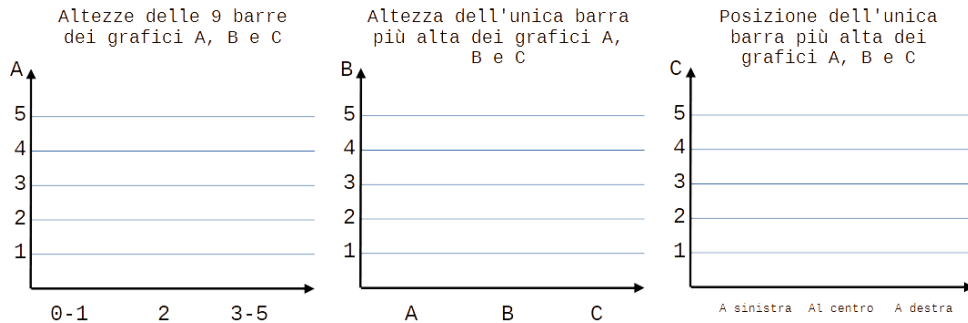
³⁶ ([Edit 2025] – Anche qui: “nuovo” nel 2004, beninteso...

2. Problemi

2.1 Adesso sono solo problemi di Alice

Nel senso che gli altri due baldi giovani di questo augusto consesso, essendo in pensione, non hanno più problemi di questo tipo.

Situazione classica di ufficio: tra pochi minuti avete un'importantissima presentazione, piena di grafici che il vostro valido collaboratore ha preparato e che vi sono arrivati via mail; solo che quel *genio* vi ha passato solo la presentazione, senza i fogli di calcolo cui i grafici erano linkati. Quello che vi compare a video è uno sconsolante:



Ma vi ricordate che la somma totale dei valori ottenuti è 23 e che qualche barra degli istogrammi potrebbe avere lunghezza zero.

Riuscite a ricostruire i tre grafici, fare la presentazione e crocifiggere in sala mensa quello struzzo (nel senso di “inetto al volo”: non pensate a errori di stampa) del vostro collaboratore?

Solo una piccola precisazione: “unica barra più alta” significa che in ognuno dei grafici c'è una barra più alta delle altre ed è unica.

2.2 “Parola fine” è sempre sbagliato

Tranquilli, la matematica sta bene e vi saluta tutti.

Il titolo si riferisce al fatto che alcuni anni fa era comparso un articolo dal titolo “Una raccolta di problemi sui cappelli che mette la *parola fine* ai problemi sui cappelli”; lo abbiamo letto con attenzione e ci siamo accorti che in un modo o nell'altro ve li avevamo proposti tutti, e abbiamo abbandonato l'articolo al suo destino (quindi non chiedetecelo: non ricordiamo neppure più il nome della rivista, figurarsi quello dell'autore. Comunque, era in inglese).

Messici l'animo in pace, abbiamo continuato a fare le nostre cose, e Rudy ha ricominciato a portare il cappello ormai ragionevolmente sicuro che nessuno gli chiedesse di che colore è. Quando, ad un tratto, è saltato fuori un problema (sui cappelli, evidentemente) che non avevamo ancora visto: siamo ragionevolmente sicuri della cosa, visto che i dati sembrano scandalosamente pochi per risolvere qualcosa e, se lo avessimo già visto, ce lo saremmo ricordato.

Alice, Rudy e Doc (in quest'ordine da destra verso sinistra) sono in coda all'interno di un negozio di cappelli: Alice è la prima della fila, e come al solito chi sta dietro vede le teste di tutti quelli che gli stanno davanti.

A questo punto, il venditore di cappelli si avvicina con tre cappelli bianchi e due cappelli neri, ne mette uno su ogni testa (esclusa la sua: meglio specificare, che qui in giro ci sono dei pignoli che...) e nasconde gli altri due; in attesa di essere serviti [*no, fatemi capire: c'è la coda e il padrone del negozio perde tempo a fare giochini stupidi? Ma che vada a lavorare, che vada!*], fa qualche interessante domanda:

“Sapete dirmi il colore del vostro cappello?”

Nessuna risposta.

“Sapete dirmi il colore del vostro cappello?”

Nessuna risposta.

“Sapete dirmi il colore del vostro cappello?”

E basta. Adesso, ditemi *chi* risponde e di che colore è il suo cappello.

OK, è facile. Ma a noi sembra simpatico, una volta tanto...

3. Bungee Jumpers

Mostrate che esistono sequenze arbitrariamente lunghe di 1 e 2 tali che nessuna sottosequenza (di lunghezza maggiore o uguale a 1) compare tre volte di seguito nella sequenza totale.

La soluzione, a “Pagina 46”

4. Era Una Notte Buia e Tempestosa

Probabilmente qualcuno di voi se lo aspettava, vero? Mesi e mesi in cui palesavamo d’essere tanto indaffarati, affetti da cronica scarsità di tempo, con l’aria corruciata che mettono su le persone importanti quando stanno prendendo decisioni cruciali per la salvezza del mondo e sorridono benevolmente ma malinconicamente spiegando agli interlocutori che non possono dedicar loro troppo attenzione. Beh, la causa di tutto è questo libro qua, che peraltro non abbiamo mica scritto, ma solo tradotto. È uscito più o meno nel giorno dedicato a π , mostrando in questo quantomeno una certa coerenza: lo abbiamo già annunciato sulla nostra pagina Facebook e anche sul nostro blog ospitato da *MaddMaths!*, ma non possiamo certo trascurare di raccontarlo qui, che è la nostra vera casa. Però abbiamo già scritto un pezzo lungo e dettagliato per la rivista *Archimede*, che poi è finito anche sul blog, e a dire la verità non è che abbiamo la forza di scriverne un altro apposta. Vi sottoponiamo quindi proprio quell’articolo: tenetene conto, quando incontrerete frasi come “questa rubrica”; il riferimento è appunto la rubrichetta che teniamo su quel giornale. Vi preghiamo sentitamente, però, di non considerare questo pezzo come qualcosa di riciclato da altrove. Non dovrebbe esserci bisogno di specificarlo, lo abbiamo detto e ripetuto molto spesso, ma tutto quello che porta la firma *Rudi Mathematici* è frutto di questo giornale e quindi, che la cosa vi piaccia o meno, è generato anche da voi. Anche quando, come in questo caso, quel che abbiamo fatto è solo una traduzione.

4.1 Giochi Matematici Disegnati Male

“La parte migliore di tutto questo è che non solo sembriamo cuccioli di scimpanzé, ma ci comportiamo anche come loro: imitando, esplorando, rimuginando. In una parola, giocando.”

È meglio chiarirlo fin dall’inizio: questo pezzo sarà abbastanza diverso dal solito, nonostante questa rubrica sia talmente schizofrenica da rendere quasi impossibile definire, anche in minima approssimazione, quale possa essere il suo “solito”.

La differenza più rilevante è questa: come i lettori più affezionati certo ricorderanno, uno dei tormentoni preferiti da questa rubrica è la ripetuta lamentela e ritrosia nei confronti dell’obbligo istituzionale di proporre problemi o giochi matematici. In effetti questa rubrica non dovrebbe fare nient’altro, ma invece assai spesso altro fa (e soprattutto, spesso *solo altro* fa, trascurando del tutto i problemi e i giochi). Ebbene, da questo punto di vista, questo numero potrebbe essere visto come un generale e totale tentativo di redenzione, un metaforico ma convintissimo bussare alle porte del castello di Matilde di Canossa vestiti di stracci proprio come Enrico IV di Franconia. Che ci crediate o meno, abbiamo intenzione di parlare solo di giochi matematici, e di un numero spropositato di essi. Il numero ufficiale è

75 e $\frac{1}{4}$, ma è un numero che, per quanto ufficiale, approssima la realtà solo per difetto, e difetto grosso.

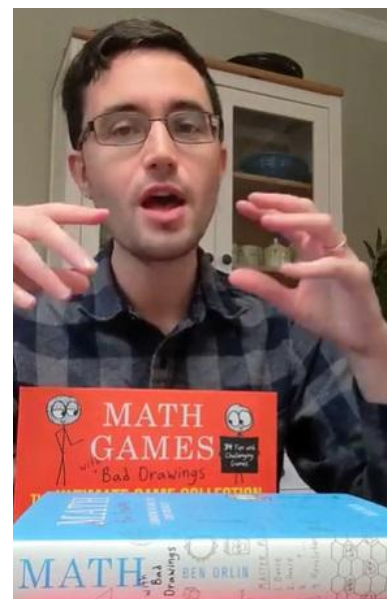
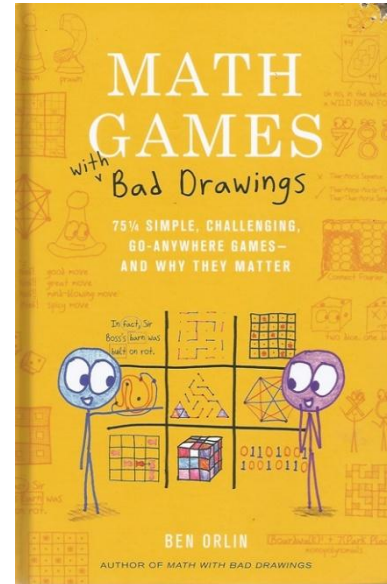
Com'è prevedibile, una simile rivoluzione non può che scaturire da una serie di cause concomitanti, e le più significative sono: a) un certo grado di faccia tosta nel candidarsi a svolgere un'attività in cui non si è né esperti né competenti; b) un buon grado di asincronia editoriale; c) un malcelato e blando conflitto d'interessi. E anche, ma questo lo avrete già capito da soli, d) un libro.

Tanto per farci passare subito la paura, vi presentiamo subito la faccia del punto d), perché è una faccia che dice subito molte cose interessanti. La cosa più interessante di tutte è senza dubbio l'angolo smangiucchiato in alto a destra della copertina, perché rivela, in un solo colpo d'occhio, che l'immagine è effettivamente stata ottenuta tramite scannerizzazione e non rubata in rete, e allo stesso tempo denuncia la presenza, nella stessa casa che ospita lo scanner e il libro, di almeno un gatto roscichiatore di copertine (spoiler: in realtà, al momento i gatti sono quattro). Oltre a questo, si può subito notare l'ufficializzazione dello strano numero 75 e $\frac{1}{4}$ citato poche righe fa e l'indubbia natura anglosassone del libro in questione, visto che la copertina è scritta tutta in inglese.

Può sembrare strano mostrare la copertina di un libro americano su una rivista italiana se, come difatti è, in libreria è già presente l'edizione italiana di quello stesso libro. Ma è proprio qui che entra in ballo la causa identificata con la lettera b), cioè l'asincronia editoriale. Nel momento in cui scriviamo queste righe l'edizione italiana ancora non esiste, o quantomeno non esiste in forma completa e libresca, e quindi non siamo in grado di mostrarne la copertina; però siamo ragionevolmente certi che, nel momento in cui leggerete queste stesse righe sulle pagine di *Archimede*, l'italica versione del librone brillerà in libreria, nella sezione "Matematica", o forse in quella "Giochi" o addirittura nel prestigioso banchetto delle "Novità".

Abbiamo usato il termine "librone" non a caso: sono circa 370 pagine di grande formato, e parlano solo di giochi matematici (e anche un po' di matematica, ogni tanto): il titolo italiano è semplicemente la traduzione di quello originale, e così "*Math Games with Bad Drawings*" si è italianamente trasformato in "*Giochi Matematici Disegnati Male*", e non si può certo chiamare coincidenza il fatto che questo sia anche il titolo di quest'articolo. Quello che invece è rimasto del tutto invariato è il nome dell'autore, Ben Orlin, che si è testardamente rifiutato di comparire sulla copertina italiana con il nome di Beniamino Aquila, appellandosi alla debole ragione che "Orlin" significa "aquila" solo in bulgaro, e non in inglese. Forse la verità è che, essendo un americano purosangue che vive nel Minnesota, non si sente bulgaro per niente. O forse addirittura perché ormai Ben Orlin è un nome famoso in buona parte del mondo, grazie ai suoi libri che seguono sempre lo stesso approccio editoriale: parlano di belle cose di matematica corredate da brutti disegni vergati di suo pugno. Il fatto è che più che disegni sono quasi delle vignette umoristiche, e in fondo non sono neppure così brutti.

Ma per spiegare meglio la ragione per cui avremmo voluto potervi mostrare in tutto il suo splendore la copertina dell'edizione italiana è un altro, e tanto vale togliersi subito il dente: la colpa è tutta del punto c), quello che abbiamo chiamato "malcelato e blando conflitto di

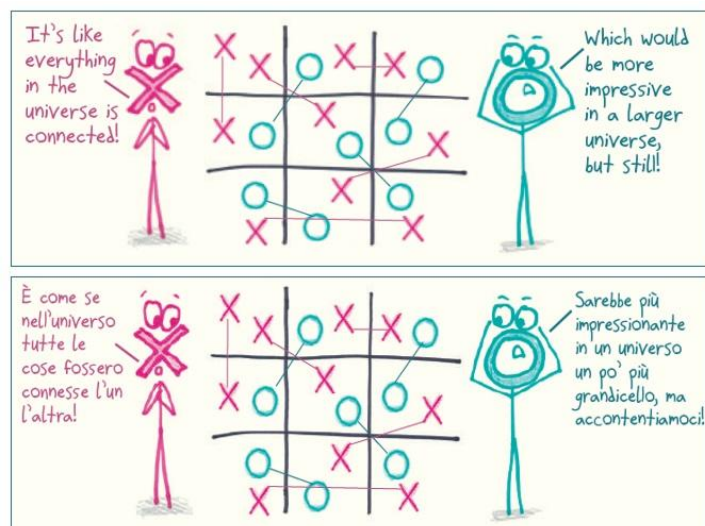


interessi”. Perché la domanda che ci angoscia è: ma ci saranno o non ci saranno, su quella copertina, i nomi dei traduttori? E se ce lo domandiamo – anche questo lo avrete certo già capito – è perché i traduttori siamo noi, i Rudi Mathematici.

È per questo che il punto a) è il primo della lista: certo, l’inglese lo sappiamo leggere e talvolta riusciamo perfino a farci capire da qualche straniero (a dire il vero, per *una* di noi è diventata la lingua principale, e oramai pensa più facilmente in inglese che in italiano, ma gli altri due la mettono sempre in minoranza), ma resta il fatto che fare i traduttori è cosa diversa dal “capire e farsi capire”. E poi sì, certo, sui giochi matematici abbiamo ormai un certo grado di competenza; non troppo dissimile dal tipo di esperienza scolastica che hanno gli studenti pluriripetenti, ma ce l’abbiamo: ma anche così... insomma, dovrebbe essere ormai chiaro perché il citato “punto a)” è scritto com’è scritto. Ci ha davvero salvato solo la faccia tosta, perché abbiamo trovato una editrice (termine che si adatta benissimo sia a “casa” che a “signora”, specialmente in questo caso)³⁷ che si è lasciata convincere dalla nostra avventurosa proposta di portare questo libro in italiano.

Insomma, noi ne parliamo volentieri (a dire il vero, *molto* volentieri) perché è un libro che sentiamo un po’ anche nostro, pur senza togliere nulla a Beniamino Aquila. E siccome si capiva fin dall’inizio di quest’articolo che saremmo andati a parlare di qualcosa in cui eravamo direttamente coinvolti, ecco la ragione dell’aggettivo “malcelato”. La ragione dell’aggettivo “blando” è perfino più evidente: siamo stati retribuiti forfettariamente per la traduzione, e proprio per questo se il libro vende due o due milioni di copie per noi non cambia nulla, dal punto di vista del conto in banca. Quindi il cruciale punto c), insomma il conflitto di interessi, non sarà tra i più memorabili della storia patria.

Però è vero che ci piacerebbe molto che il libro si rivelasse un successo anche qui in Italia, perché è un libro davvero divertente. Abbiamo fatto una fatica del diavolo nel tentativo di tradurre, in qualche modo, le decine di giochi di parole e di spietati americanismi che Orlin adora, e non è detto che noi si sia riusciti nell’intento di salvarli tutti, ma siamo soddisfatti del risultato: certo non sarà il migliore possibile, ma di certo è il migliore che potevamo tirar fuori noi tre.



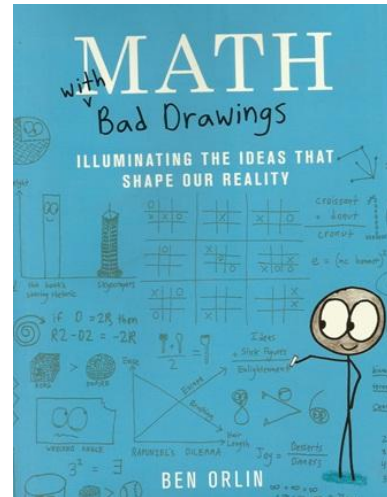
Senza voler sminuire il ruolo fondamentale dei traduttori, è probabilmente più importante soffermarsi sull’autore e più ancora sul contenuto del libro; e se parleremo di entrambi allo stesso tempo è perché è abbastanza difficile comprendere l’uno senza parlare dell’altro.

Ben Orlin è un insegnante di matematica: poi chissà, forse adesso, sull’onda del successo editoriale, potrebbe scrivere libri a tempo pieno e aver interrotto la sua decennale carriera di insegnante; ma ne dubitiamo, perché i libri che scrive difficilmente possono essere scritti senza l’esperienza totalizzante dell’insegnamento. Da tutti traspare un bel grado di

³⁷ La casa si chiama Alpha Test, la signora si chiama Martha.

passione per le scuole di ogni ordine e grado, e da quel che scrive sembra che abbia avuto esperienze dirette di insegnamento sia nelle scuole corrispondenti alle nostre primarie fino alle *high school*, insomma fino alle scuole corrispondenti alle nostre secondarie di secondo grado.

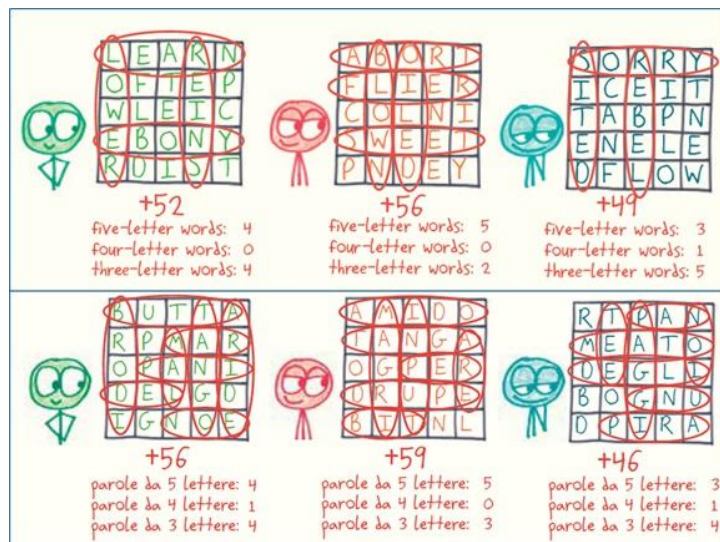
Il suo primo libro si intitola “*Math with Bad Drawings*” ovvero “Matematica Disegnata Male”; insomma lo stesso titolo del libro a cui è dedicato questo articolo a meno della magica parola “*Games*”, giochi. Il suo primo (e primario) intento è palesemente quello di raccontare la matematica in una maniera diversa dai libri di testo, con frequenti divagazioni umoristiche che – immaginiamo – provengono comunque dal suo bagaglio di esperienze di vita in aula. Ma, umorismo a parte, il fine ultimo è sempre quello della comunicazione della bellezza della matematica, cioè – a dar retta al sottotitolo del suo primo libro - a quelle idee che modellano la realtà.



A questo debutto, coronato subito da un gran bel successo, ha fatto seguito il libro di cui stiamo parlando ormai da qualche pagina, e che ha contribuito a rafforzare la fama dell'autore.

Non poteva mancare un terzo capitolo (come dice uno dei proverbi più matematici della nostra lingua, non c'è due senza tre – qualunque cosa voglia aritmeticamente dire), e stavolta Ben Orlin si è lanciato nel paradisiaco mondo dell'analisi: il titolo è preso integralmente dalla più celebre asserzione di Eraclito, e sulla copertina di un libro di matematica suona davvero come un inno al calcolo differenziale: “*Change is the Only Constant*”, l'unica cosa che non cambia è il cambiamento.

Ci piacerebbe rassicurarvi che con questo terzo tomo la trilogia si sia conclusa, e per un certo tempo ne eravamo convinti anche noi: poi, non troppo tempo fa, abbiamo visto che nelle librerie americane è arrivato anche “*Math for English Majors*”, e ci siamo un po' disperati. Non è un'esagerazione: gli abbiamo perfino scritto, mettendolo in guardia sulla qualità dei suoi traduttori italiani, visto che del suo ultimo libro non avremmo saputo tradurre decentemente neppure il titolo. Lui ha risposto (risponde sempre, provate a scrivergli, se non ci credete) e ci ha detto che il suo traduttore finlandese ha optato per “*Come parlare matematico*” (o qualcosa del genere: traduciamo male l'inglese, figuriamoci il finlandese...)



Ma è davvero tempo di raccontare qualche dettaglio in più del nostro protagonista di carta: è composto da cinque grandi capitoli, ognuno dedicato a una specifica classe di giochi, più una corposa *Introduzione* che spiega la logica, l'intenzione e soprattutto la struttura dei capitoli del libro. È proprio nell'Introduzione che l'autore spiega anche le ragioni che lo hanno portato a raccogliere i giochi (i quali, prima che ci dimentichiamo di dirlo, sono davvero giochi giocabili da giocatori, nel senso inglese di *game*, e non problemi, quesiti o indovinelli, cioè *puzzle*), elaborarli, magari inventandone qualcuno di sana pianta, e infine mobilitare una grande squadra di collaudatori incaricati di testarli e migliorarli. Così l'Introduzione diventa anche una delle parti più divertenti e strane del libro, forse alla pari con la maestosa Bibliografia finale (inserita nel sesto e ultimo capitolo, chiamato "*Conclusion*"), che l'autore ha deciso di trasformare in una lunga sequenza di FAQ, come le Domande Frequenti dei manuali d'istruzione.

I cinque capitoli che costituiscono il vero corpus del libro sono quasi una tassonomia dei giochi matematici possibili:

- Capitolo 1 – Giochi *Spaziali*
- Capitolo 2 – Giochi *Numerici*
- Capitolo 3 – Giochi *Combinatori*
- Capitolo 4 – Giochi di *Rischio e Ricompensa*
- Capitolo 5 – Giochi di *Informazione*

Ogni capitolo illustra cinque tra i giochi più rappresentativi (a giudizio di Orlin, ovviamente) della categoria del rispettivo capitolo. Ci sono pertanto cinque sottocapitoli, uno per gioco, ma – così come il libro stesso, che ha sei capitoli – anche ogni capitolo deve avere sei sottocapitoli, e il sesto sottocapitolo racchiude un gruppo di altri giochi (5, 6 o 7: la media è molto vicina a 6) spiegati un po' più velocemente. Ogni sottocapitolo relativo ai "giochi principali" ha – manco a dirlo – anch'esso una struttura stabile e ripetuta in paragrafi:

- a) Introduzione
- b) Come giocare
- c) Guida all'assaggio
- d) Da dove viene
- e) Perché è importante
- f) Variazioni e derivazioni

Siamo certi che non vi avrà sorpreso notare che anche i paragrafi sono sei; e allora aggiungiamo la preziosa informazione che la struttura di ogni sottocapitolo è esattamente la stessa struttura che seguono i paragrafi dell'Introduzione, solo che, come detto, questa non descrive un gioco particolare, ma l'intero libro. Cosa concludere da questa non esplicita, ma evidente volontà di costruire ripetuti annidamenti? Che l'autore è profondamente convinto che tutto l'universo non sia altro che un grande frattale, e che il nostro compito sia quello di ribadire la naturalezza dell'insieme di Mandelbrot in ogni creazione umana? Che, secondo lui, la sola maniera possibile di costruire un libro ordinato sia quella di scegliere un'unica linea guida organizzativa e poi ripeterla fino allo sfinimento? Che l'autore abbia una certa propensione maniacale verso il numero 6? Ah, saperlo...

Certo è che l'autore adora giocare con i numeri: anche il lettore più volenteroso sarà rimasto perplesso nel tentativo di ottenere il fatidico $75\frac{1}{4}$ dal sommario elenco dei capitoli e paragrafi che abbiamo citato poco sopra, non fosse altro che per la presenza di quel $\frac{1}{4}$ che non sembra giustificato in alcuna maniera. Ebbene, se la domanda che sorge spontanea fosse proprio "quale gioco vale $\frac{1}{4}$?", non possiamo che rubare le parole allo stesso Ben Orlin: "Oh, amici, non avete idea del vespaio nascosto in questa domanda". Vi risparmiamo il calcolo esatto e completo: vi basti sapere che i giochi che occupano un intero paragrafo valgono 1, altri valgono $11/12$, altri ancora $\frac{1}{4}$, e non mancano perfino alcuni che si meritano solo $1/57$. Una volta assegnato a tutti il corrispondente valore, la somma generale porta al fatidico risultato esposto perfino in copertina.

La cosa buffa di tutto il conteggio è che riesce a non dare neppure un'idea approssimata del vero numero dei giochi presenti nel libro: se può esservi utile, sappiate che secondo

l'artigianale catalogo esteso dagli eroici traduttori per orientarsi nel marasma, ci sono 25 giochi totalmente sviscerati tramite una decina di pagine ognuno; 29 giochi aggiuntivi spiegati per bene in almeno due pagine; 96 tra variazioni o derivazioni, a cui si possono aggiungere altri 73 giochi più o meno classici che non vengono spiegati, ma solo citati o nominati, o brutalmente dati per scontati. Forti della convinzione che questa classificazione sia il valore aggiunto principale che abbiamo dato all'opera italiana, nelle pagine che seguono vi mostreremo orgogliosamente la tavola di traduzione che abbiamo adottato (ma saltando i giochi solo citati, e senza neppure verificare se i conti tornano):

Se vi piacciono i giochi matematici da giocare in due, in molti, perfino da soli e siete pronti ad armarvi essenzialmente solo di carta e matita, salvo poche eccezioni, è quasi impossibile che questo libro non vi piaccia. Però non vorremmo neppure che pensaste che questo è solo un libro di giochi. Sentite cosa dice lo stesso Ben Orlin, quando presenta i paragrafi intitolati "Perché è importante":

“Vi spiegherò come quel gioco riesca a tirar fuori il meglio del pensiero umano. Magari è un modello perfetto della struttura quantistica della materia, o forse riesce a svelare l'austera bellezza della topologia o la spietata logica del gerrymandering. Forse riesce a scatenare il nostro genio interiore o, meglio ancora, lo scimpanzé che è in noi. In ogni caso, io considero questa parte il punto cruciale di ogni capitolo, e il vero scopo trainante del libro.”

Per quel poco che può valere l'opinione di tre traduttori improvvisati e un po' cialtroni, anche per noi questo è il vero scopo del libro, e dei giochi matematici in generale.

GIOCO	Nome Originale	GIOCO	Nome Originale
Passin passetto	Footstep	Sesara veloce	Speed Saesara
Penalità per incidente	Crash Penalties	Sim	Sim
Perdi un turno	Lose a Turn	Sim di Jim	Jim Sim
Pferdeäppel	Pferdeäppel	Sim di Lim	Lim Sim
Poker del Bugiardo	Liar's Poker	Slalom	Through the Gates
Poker di Schrödinger	Quantum Go Fish	Soffioni	Dandelions
Polipo Quadrato	Square Polyp	Soffioni Collaborativo	Collaborative
Predire le X	X-Prophesies	Soffioni Rivali	Rival Dandelions
Profezie	Prophesies	Sopraffazione	Underwhelm
Punteggio per rapporto	Ratio Scoring	Sottostima	Undercut
Punti di Svolta	Turning Points	Sottostima Multigiocatore	Multiplayer Undercut
Punti e Linee	Dots and Boxes	Splatter	Splatter
Punti e Triangoli	Dots and Triangles	Stellitario	Starlitaire
Quadri e Quasar	Quads & Quasars	Teeko	Teeko
Quadrifago	Quadrifage	Teeko Classico	Teeko Classic
Quadro Svedese	Swedish Board	Territorio condiviso	Shared Territory
Quartetto cieco	Blind Kwartet	Tesoro Sepolto	Buried Treasure
Quattro Giocatori	Four Players	Tieni la linea	Hold That Line
Quiz dell'Ignorante	Know-Nothing Trivia Game	Torneo	Tournament Style
Raccoglitore	Collector	Tre Giocatori	Three Players
Regioni di Punti	Point Set	Tre-mendo Sim	Whim Sim
Regioni Esotiche	Exotic Boards	Tris 3D	3D Tic-Tac-Toe
Ripetizioni Consentite	Repeats Allowed	Tris Definitivo	Ultimate Tic-Tac-Toe
Romper l'ordine	Breaking Rank	Tris Duale	Dual Game
Sballando si impara	Outrageous	Tris Quantistico	Quantum Tic-Tac-Toe
Scacchi Quantistici	Quantum Chess	Tutte Regine	All Queens Chess
Schemi II	Patterns II	Vicini di casa	Neighbours
Sconfitta con un dito	One-Finger Defeat	Vicini vecchio stile	Old School Neighbors
Semina Casuale	Random Planting	Vinci, Perdi, Banana	Win, Lose, Banana
Sequencium	Sequencium	Wordsworth	Wordsworth
Sesara	Saesara	Zombi	Zombies

GIOCO	Nome Originale	GIOCO	Nome Originale
101 e Sei Fuori	101 and You're Done	Esattore	Tax Collector
55-99	55 to 99	Flaunt	Flaunt
4x4	Suns	Flip	Flip
A Stallo	Outoff	Forza Tre Definitivo	Ultimate Drop Three
A Vittoria Singola	Single Victory	Gemme nella Sabbia	Jewels in the Sand
Achi	Achi	Germogli	Sprouts
Aggiustamenti d'Equilibrio	Balance's Adjustments	Gioco del 24	24 Game
Ai Punti	Keeping Score	Gioco della Truffa	Con Game
Altre Monete Iniziali	Other Starting Coinage	Giro di Boa	Point Crab
Altre regole di cambio	New Change-Making Rules	Grande Sessara	Grand Sessara
Amazzoni	Amazons	Grappolo d'uva	Bunch of Grapes
Amazzoni 10x10	10-by-10 Amazons	Origina Sudoku	Sudoku Board
Amazzoni 6x6	6-by-6 Amazons	Impiccato Quantistico	Quantum Hangman
Amore e Matrimonio	Love and Marriage	Incroci	Crossed
Angoli	Corners	Ingorgo	Gridlock
Angoli Multi giocatore	Multiplayer Corners	Inizio Gratuito	Free Start
Angoli Perimetrali	Perimeter-Style Corners	Interferenze	Jam
Arpeggio	Arpeggios	Jotto	Jotto
Arpeggio Multi giocatore	Multiplayer Arpeggios	Labbra cucite	Tight Lips
Ascendente	Ascender	Labirinto Franco-Prussiano	Franco-Prussian Labyrinth
Ascendenti	Ascenders	LAP	LAP
Autodromo	Racetrack	LAP Classico	Classic LAP
Autodromo Multi giocatore	Multiplayer Racetrack	LAP per Esperti	Expert's LAP
Autoincriminazione	Self-Incrimination	LAP per principianti	Beginner's LAP
Banchiere	Banker	Logica Arcobaleno	Rainbow Logic
Bastoncini	Chopsticks	Macchie d'olio	Oil Spills
Bastoncini Modulo N	Chopsticks Mod N	Maggioranza Vince	Majority Rules
Battaglia Navale	Battleship	Maisie	Fig
Becca la bugia	Spot the Lie	MediocrITÀ	Mediocrity
Eliotto	Eliotto	Metterli in Riga	Row Call
Bone di Carta	Paper Boning	Misère	Misère
Bone di Carta Classica	Paper Boning Classic	MMA di Carta	Paper Mined Martial Arts
Buco Nero	Black Hole	Molti Mondi	Many Worlds
Cani e Gatti	Cats and Dogs	Monetine	Pennywise
Carte Scoperte	Open Boards	Morra	Morra
Caveat Emptor	Caveat Emptor	Morra cinese di Sheldon	Rock-Paper-Scissors-Lizard-Spock
Caveat Emptor con aste reali	Caveat Emptor Real Auction	Multi giocatore	Multiplayer
Cavolini di Bruxelles	Brussels Sprouts	Nazareno	Nazareno
Centro Pieno Quasi Gol	Bullseyes and Close Calls	Neutrone	Neutron
Continua a giocare	Playing On	Numeri in scatola	Number Bones
Dadi del Bugiardo	Liar's Dice (Dudo)	Nuovi Semi	Fresh Seeds
Diagonali Statiche	Static Diagonals	Ordine e Caos	Order and Chaos
Domini/Azione	Domineering	Paradosso di Berry	Berry Paradox
Erbacce	Weeds	Partenza inclinata	Slanted Start

Titolo	Giochi Matematici Disegnati Male
Autore	Ben Orlin
Titolo originale	Math Games with Bad Drawings
Traduzione	Rudi Mathematici
Editore	Alpha Test
Data Pubblicazione	Marzo 2025
Pagine	368
ISBN	978-8848328579
Prezzo	23,90 euro

Uh, quasi dimenticavamo... alla fine, il libro è uscito davvero, e la copertina italiana possiamo farvela vedere.



5. Soluzioni e Note

Aprile!

Torniamo alla nostra tradizione di ritardo cronico, ma abbiamo qualche scusa, anche se al solito molto debole...

5.1 [314]

5.1.1 X-thlon

Il primo problema del mese scorso, da molti giudicato parecchio facile:

La gara si basa su un numero x di giochi; per ogni gioco verranno assegnati P punti al primo classificato, S al secondo e T al terzo, con $P > S > T$ e tutti e tre interi positivi; nessun gioco, tra i selezionati, prevede il pari merito. Alice ha totalizzato 22 punti, mentre Rudy e Doc hanno ottenuto 9 punti a testa. Doc ha vinto la gara dei cento metri ostacoli. Quanti erano i giochi? E poi, chi è arrivato secondo nella gara di giavellotto?

La prima soluzione arrivata in Redazione è di **Alberto R.**:

Questa è una possibile soluzione trovata impastando alcuni tentativi con un po' di buon senso e un pizzico di fortuna. Che non ne esistano altre ce lo garantisce il teorema di unicità: i Rudiquesiti, quando il testo non è equivoco, hanno sempre una e una sola soluzione.

	5 punti al 1°	2 punti al 2°	1 punto al 3°
Salto in lungo	Alice	Rudi	Doc
Salto in largo	Alice	Rudi	Doc
Salto in basso	Alice	Rudi	Doc
Giavellotto	Alice	Rudi	Doc
100 metri	Doc	Alice	Rudi

Come vedete **Alberto** non dimentica mai di enunciare nuovi teoremi su di noi, che ci spiace vadano persi nel mare delle pagine di S&N. Questo, per esempio, ha una condizione (quando il testo non è equivoco) praticamente impossibile e una serie di giochi con salti improbabili, che sfidano l'immaginazione. Ma procediamo con **Trekker**, che da tanto non si faceva sentire:

Dati iniziali:

- Totale punti: 22 (Alice) + 9 (Rudy) + 9 (Doc) = 40.
- Ogni gioco assegna $P+S+T$ punti con $P > S > T \geq 1$ e quindi $P \geq 3$, $S \geq 2$, $T \geq 1$.
- Doc ha vinto almeno una gara, quella dei 100 metri ostacoli.
- Gara dei 100 metri ostacoli e gara di giavellotto rotondo.

Determinazione del numero di gare x :

- Gara dei 100 metri ostacoli e gara di giavellotto rotondo: $x \geq 2$.
- $x \cdot (P+S+T) = 40$: x deve essere un divisore di 40. Possibili valori di $x \geq 2$ sono 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.
- **Esclusioni preliminari:**
 - $x \geq 10$: il punteggio minimo per ogni partecipante sarebbe $x \cdot 1 \geq 10 > 9$ Incompatibile con i punteggi di Rudy e Doc.
 - $x=8$: Doc, avendo vinto almeno una gara, avrebbe almeno: $P+7 \cdot T \geq 3+7 \cdot 1=10 > 9$: incompatibile con il punteggio di Doc.
- **(in alternativa) Esclusioni preliminari:**
 - $P \geq 3$, $S \geq 2$, $T \geq 1$ e $x \cdot (P+S+T) = 40$: allora $P+S+T \geq 6$ e $x \leq 6$

Analisi dei casi rimanenti ($x=2, 4, 5$):

- Caso $x=2$:
 - Doc ha 9 punti e ha vinto una gara: $P \leq 9$, anzi $P \leq 8$ perché almeno un punto lo avrebbe preso nella seconda gara.
 - Alice, con $P \leq 8$ non raggiunge 22 punti in due sole gare: impossibile.
- Caso $x=4$:
 - $P+S+T=10$.
 - Doc ha 9 punti e ha vinto la gara dei 100 metri ostacoli: nelle altre tre gare totalizza almeno $3 \cdot T \geq 3 \cdot 1 = 3$ e quindi $P \leq 6$
 - $S+T \geq 4$: perciò $S=3$ e $T=1$
 - Alice, anche vincendo le altre 3 gare e arrivando seconda nella gara dei 100 metri ostacoli, avrebbe un punteggio massimo pari a $3 \cdot 6 + 1 \cdot 3 = 21 < 22$: impossibile.
- Caso $x=5$:
 - $P+S+T=8$.
 - Unica distribuzione possibile: $P=5$, $S=2$, $T=1$ (poiché $5+2+1=8$).
 - Punteggi finali:
 - Alice: con 3 vittorie o meno, non raggiungerebbe 22 punti; con 4 vittorie $(4 \cdot 5) + 1$ secondo posto nei 100 metri ostacoli $(2) = 22$.
 - Doc: con 1 vittoria (5), per avere gli altri 4 punti, non può che essersi classificato 4 volte al terzo posto $(4 \cdot 1) = 9$.
 - Rudy: 4 secondi posti, di cui uno al giavellotto rotondo, $(4 \cdot 2) + 1$ terzo posto, ai 100 metri ostacoli, $(1) = 9$.

Risposte:

L'unico valore di x che soddisfa tutti i vincoli è 5. E Rudy è arrivato secondo nella gara di giavellotto rotondo.

Bene, stesso risultato, che fa anche piacere. Vediamo come si è distinto **Luigi**:

La somma dei punteggi ottenuti dai tre concorrenti è 40, la somma dei tre punteggi assegnati per ogni gioco deve essere quindi un sottomultiplo di 40 maggiore di 6 (valore minimo dato da $3+2+1$). Abbiamo quindi solo tre possibilità: 20, 10 e 8. A cui corrispondono 2, 4 e 5 incontri.

Possiamo escludere 20 (e 2 giochi), in quanto non compatibile con il fatto che Doc, che ha vinto un gioco abbia totalizzato 9 punti. (Infatti con il punteggio del vincitore = ad 8 il punteggio del terzo classificato è al minimo $5 \cdot 8 + 7 + 5 = 20$ e Doc avrebbe dovuto avere al minimo 13 punti.

Per la somma 10 (e 4 giochi) abbiamo invece il problema che non ci sono 2 possibili combinazioni di punteggi che diano 9. Come unica possibile distribuzione di punti che permette a Doc di avere 9 punti abbiamo 6, 3, 1 (6, 1, 1, 1) ma non c'è un'altra combinazione disponibile per Rudy.

L'unica soluzione la troviamo per la somma 8 (5 giochi) con la distribuzione dei punteggi pari a 5, 2, 1.

Doc avrà una vittoria e 4 terzi posti 5, 1, 1, 1, 1: somma 9

Rudy avrà 4 secondi posti ed un terzo posto: 2, 2, 2, 2, 1: somma 9

E infine Alice avrà 4 vittorie ed un secondo posto: 5, 5, 5, 5, 2: somma 22.

Il secondo posto di Alice è nell'unico gioco che non ha vinto (i 100 metri ostacoli) quindi il secondo classificato nella gara di giavellotto rotondo altri non può essere che Rudy.

Se a questo punto siete annoiati dai risultati ci dispiace, ma andiamo avanti lo stesso perché ci interessa il ragionamento molto più del fatto che si arrivi a mettere in fila i Rudi in un Pentathlon. Vediamo per esempio la versione di **Blumonday**:

Ad ogni gara il primo posto vince 5 punti, il secondo 2 e il terzo 1.

La vincitrice finale è arrivata prima per 4 gare ed 1 volta è arrivata seconda (Alice).

Uno dei secondo podio pari merito è arrivato primo 1 volta e terzo 4 volte (Doc).

L'altro è arrivato 4 volte secondo e 1 volta terzo (Rudy). Inoltre Rudy arriva secondo alla gara di lancio col giavellotto: Doc non arriva secondo in niente mentre Alice arriva seconda solo nella corsa dei 100 metri, quella dove Doc arriva primo, quindi deve essere Rudy ad arrivare secondo in questa gara.

Per ottenere questo risultato, sappiamo che $(P+S+T)*x = 22+9+9=40$ (ossia dato che la somma finale dei punti è pari alla somma di punti ottenuti in una gara $(P+S+T)$ per il numero di gare x).

Dato che lavoriamo con interi positivi possiamo ridurre molti casi delle possibili fattorizzazioni di 40. Innanzitutto poiché P, S, T è strettamente decrescente e positivo, $P+S+T \geq 6$.

Quindi inizialmente le possibili fattorizzazioni sono $8*5, 10*4, 20*2, 40*1$. L'ultima la scartiamo velocemente perché avremmo $P=22, S=T=9$, che contraddice la decrescenza.

Anche $10*4$ e $20*2$ sono scartabili con un argomento simile tra loro. Lo facciamo per il caso $10*4$. Notiamo che il punteggio del vincitore (22) sarà sempre al massimo $P*x$, ossia al massimo $4P$. Questo obbliga P ad essere almeno 6. Ma allora $S+T=10-P$ è al massimo 4 e questo forza $T=1, S=3$ e $P=6$. Notiamo allora che se scriviamo $22=a6+3b+1c$ (con a numero di volte il vincitore finale è arrivato prima, b quello in cui è arrivato secondo etc), facendo mod 3, si ha $c=1 \pmod 3$ ossia $c=1$. Cioè delle, 4 partite, il vincitore finale ha perso 1. Ma se così fosse anche vincendo tutte le restanti 3 partite non raggiungerebbe il suo punteggio finale di 22, contraddizione. Il caso $20*2$ è simile ma più semplice: possiamo dedurre che P deve essere almeno 10, ma questo è in contraddizione col fatto che uno dei pari secondi posti ha vinto almeno una gara e che il suo punteggio sia solo 9.

Quindi deve essere che $P+S+T=8$ e questo è un pentathlon.

Ora, argomento simile a prima: $P \geq 5$ (altrimenti il vincitore finale potrebbe ottenere al massimo $5*4=20$ punti). questo forza $S+T \leq 3$ e quindi $T=1, S=2, P=5$.

Il sistema che è insito nel problema si risolve abbastanza agevolmente per ispezione tenendo conto del fatto che ogni persona ha partecipato a 5 gare e che ci devono essere esattamente 5 primi posti vinti, 5 secondi posti etc.

Un momento, non abbiamo ancora visto la soluzione di **Valter**! Come è possibile? Eccola qui:

Questa volta la soluzione al problema mi è venuta "quasi" gratis. Se posso non mi lancia subito in ragionamenti, calcoli, ...o altro. Faccio "riscaldamento", verificando casi a campione del problema. In questo modo a volte ottengo indicazioni su come poi procedere.

Sono partito calcolando il totale dei punti totalizzati dai tre. Il totale ammonta a $22+9+9=40$; quindi $P+S+T$ è un divisore di 40. Partendo da $PST = 321$; aumentando P la prima terna valida è 521. Essendo $5+2+1=8$, il numero di giochi con questa terna è: $40/8=5$.

Alice ha totalizzato 22; quindi ha vinto 4 giochi, pareggiato 1. È, inoltre, possibile far ottenere 9 punti sia a Rudy che a Doc:

- Doc primo in un gioco e terzo restanti quattro: $5+1+1+1+1 = 9$
- Rudy secondo in quattro giochi e primo in uno: $2+2+2+2+1 = 9$.

Quadra, così, il numero globale di primi, secondi e terzi posti:

- 5 primi posti: quattro ad Alice e uno a Doc
- 5 secondi posti: quattro a Rudy e uno ad Alice
- 5 terzi posti: quattro a Doc e un a Rudy.

Al giavellotto rotondo è giunto secondo Rudy; Alice l'ha vinto (perché Alice le ha vinte tutte tranne i cento metri ostacoli).

Eravate preoccupati, nevvvero? Ma non è ancora finito! C'è la soluzione di *Heaviside*:

Chiamiamo N il numero di gare e Q la quantità di punti a disposizione per ogni gara (ovvero $Q=P+S+T$, visto che abbiamo sempre tre partecipanti e non abbiamo ex aequo).

Pertanto, i punti assegnati dall'xthlon saranno NQ .

Poiché abbiamo 40 punti ($22+9+9$), e dato che N e Q sono numeri naturali, sono possibili solo i seguenti casi

- 1 gara con 40 punti in palio
- 2 gare da 20 punti
- 4-10
- 5-8
- 8-5
- 10-4
- 20-2
- 40-1

Poiché sappiamo che ci sono almeno due gare (cento metri ostacoli e giavellotto rotondo), rimangono le coppie (2-20), (4-10), (5-8), (8-5), (10-4), (20-2), (40-1).

Inoltre sappiamo che Q deve essere almeno pari a 6 (visto che $Q=P+S+T$ e P , S e T sono numeri naturali diversi, dunque Q sarà come minimo la somma di 3, 2 e 1). Questo ci permette di escludere le ultime 4 coppie. Rimane pertanto (2-20), (4-10) e (5-8).

Sappiamo inoltre che chi vince l'oro ha P punti e $P>S>T$, dunque $P>Q/3$.

Nel caso di $Q=20$, questo vuol dire che P sarà almeno pari a 8 (7 punti per l'oro sono troppo pochi, ne avanzano 13, che non si possono dividere i due numeri entrambi minori di 7).

Ma se $P\geq 8$, Doc che ha totalizzato 9 punti deve aver necessariamente preso 8 punti nell'oro ai cento metri ostacoli e 1 punto (bronzo) nel giavellotto rotondo. Ma $P=8$ e $T=1$ implicherebbe $S=11$, quindi possiamo scartare anche (2-20).

Rimangono (4-10) e (5-8). Analizziamo il primo caso

Con 10 punti a gara, l'oro deve valere almeno 5 punti. In questo caso, Doc deve aver realizzato almeno 5 punti nei cento metri ostacoli e massimo 4 punti nelle altre tre gare (ma comunque non meno di 3, visto che $T\geq 1$). Sono allora possibili solo due scenari $9=5+2+1+1$ oppure $9=6+1+1+1$. Nel primo scenario abbiamo ipotizzato che l'oro valga 5 punti, l'argento 2 punti e il bronzo 1 punto. Avremmo rispettato il vincolo $P>S>T$, ma non l'ipotesi che $P+S+T=10$. L'ipotesi invece di $9=6+1+1+1$ è (per ora) accettabile, e implica dunque che $S=Q-P-T=10-6-1=3$. Il problema è trovare una combinazione di 4 gare che dia 9 punti anche a Rudy. Ma poiché in almeno tre gare su quattro è arrivato almeno secondo (visti i 3 bronzi di Doc), Rudy ha totalizzato almeno 10 punti (tre argenti e un bronzo). Quindi anche il secondo scenario è errato.

Resta solo la possibilità di 5 gare con 8 punti a disposizione.

Quindi la risposta alla prima domanda è "i giochi erano 5".

Per rispondere alla seconda domanda, vediamo di analizzare la distribuzione dei punti.

Con 8 punti in palio per ogni gara, sono possibili solo due combinazioni $Q=4+3+1$ oppure $Q=5+2+1$. Analizziamo entrambi i casi.

Se $P=4$, Doc deve aver totalizzato 5 punti in 4 gare (oltre i 4 punti per la vittoria nei cento metri ostacoli). Poichè può ottenere solo 1 punto (bronzo) oppure 3 punti (oro), non ha modo di totalizzare 5 punti (dispari) con una somma di 4 termini dispari.

Se invece $P=5$, Doc è arrivato ultimo in tutte le altre 4 gare ($9=5+1+1+1+1$), e questo di nuovo implicherebbe che Rudy abbia fatto almeno 9 punti ($9=1+2+2+2+2$). Questa combinazione è accettabile, resta solo da analizziamo il punteggio di Alice. Poiché conosciamo i piazzamenti di Rudy e Doc, possiamo verificare se i piazzamenti di Alice portano ad un totale di 22 punti. Effettivamente, $22=2+5+5+5+5$. Quindi possiamo rispondere anche alla seconda domanda, visto che Rudy è arrivato secondo in tutte le gare tranne i cento metri ostacoli. “Nella gara di giavellotto rotondo Rudy è arrivato secondo”.

Quasi finito, ancora **Alessandro**:

Il problema specifica un totale di 40 punti assegnati e 6 come numero minimo di punti per gara ($P+S+T$). i dati sono compatibili con un numero di gare N uguale a 2, 4 o 5.

Dal numero di punti totalizzati da Doc si deduce un massimo di punti assegnabili per il primo posto, dato da $P_{max} = 9 - T(N - 1)$ con $T = 1$. Quindi $P_{max}(N)$ vale rispettivamente 8, 6 e 5.

I punti di Alice sono massimizzabili tramite $N - 1$ primi posti e un secondo posto. Il caso $N = 2$ si deve eliminare perché il totale 22 non è raggiungibile, e quello con $N = 4$ perché per raggiungerlo bisognerebbe avere $P = 6$ e $S = 4$, da cui $T = 0$.

Quindi $N = 5$ (le gare non citate sono presumibilmente il salto del pasto, il lancio del piatto ed il giro della tavola) e per raggiungere 22 punti bisogna che sia $P_{min} = P_{max}$.

	1	2	3	4	5	TOTALE
ALICE	2	5	5	5	5	22
DOC	5	1	1	1	1	9
RUDY	1	2	2	2	2	9

Ebbene sì, i ragionamenti sono spesso simili e giungono tutti alle stesse conclusioni, ma secondo noi erano tutti interessanti. Passiamo finalmente al secondo problema.

5.1.2 Girone di qualificazione

Ecco qui, il tifoso italiano medio è abbastanza aduso a questo tipo di gironi e risultati, ma la matematica rende tutto più divertente, quindi proviamo a vedere di cosa parlava il secondo problema:

Sono in corso le qualificazioni dei Campionati Galattici di Calcio: trovate lo score alla fine del girone “Z” nella figura qui di fianco. Città del Vaticano ha sconfitto il Liechtenstein per 3 a 0; riuscite a ricostruire i risultati di tutte le partite?

	Fatti	Subiti	Punti
Città del Vaticano	7	1	9
Liechtenstein	2	3	4
Andorra	3	3	4
San Marino	1	6	0

Beh, il problema, inaspettatamente, è molto chiaro. La prima soluzione è di **Trekker**:

Città del Vaticano ha vinto tutte le sue tre partite perché ha 9 punti.

San Marino ha perso tutte le sue tre partite perché ha 0 punti.

Lichtenstein e Andorra hanno totalizzato 3 punti ciascuno vincendo contro San Marino e, per arrivare a 4 punti, devono aver pareggiato tra di loro.

Indicando le squadre con la prima lettera del loro nome, propongo questa tabella simmetrica per tener traccia di chi ha preso punti e contro chi:

	C	L	A	S	Somma dei punti	Legenda
C		0	3	3	9	punti fatti da col
L	3		1	0	4	punti fatti da riga
A	3	1		0	4	
S	0	3	3		0	
Somma dei punti	9	4	4	0		
Legenda	punti fatti da riga					
	punti fatti da col					

Si tratta semplicemente di far tornare le somme per riga e per colonna dei punti.

Analogamente per i goal segnati e subiti si può impostare un'altra tabella simmetrica e, nuovamente facendo tornare i conti per riga e per colonna e ricordando il pareggio fra Lichtenstein e Andorra, si arriva a:

	C	L	A	S	Somma dei goal	Legenda
C		0	1	2	7	goal subiti da riga
L	3		0	0	3	goal fatti da riga
A	0	2		1	3	
S	1	2	2		6	
Somma dei goal	7	2	3	1		
Legenda	goal fatti da col					
	goal subiti da col					

In particolare Città del Vaticano ha vinto 3 a 0 contro il Lichtenstein, 2 a 1 contro Andorra e 2 a 0 contro San Marino. Lichtenstein e Andorra hanno pareggiato 0 a 0 e San Marino ha fatto il suo unico goal contro Andorra ma subendone 2 e perdendo comunque la partita.

Ci è piaciuta soprattutto la tabellina colorata. Vediamo come lo ha risolto **Luigi**:

Dal primo risultato disponibile: Liechtenstein (L) Città del Vaticano (CdV):

L – CdV: 0 – 3

deriviamo gli altri 2 risultati di L.

Infatti L oltre alla sconfitta ha una vittoria ed un pareggio, ed avendo fatto solo due gol (e subito solo i tre gol con CdV) avrà conseguito una vittoria 2-0 ed un pareggio 0-0. Poiché San Marino (SM), al contrario di Andorra (A), ha perso tutti e tre gli incontri avremo:

L – SM: 2 – 0

L – A: 0 – 0

Analizziamo ora i possibili risultati di A, ci sono tre combinazioni compatibili con i gol fatti e subiti:

A – CdV 0 – 3 0 – 2 1 – 2

A – SM 3 – 0 3 – 1 2 – 1

In base ai gol fatti e subiti nel primo caso l'ultima partita SM – CdV dovrebbe terminare 1-1 risultato incompatibile con la classifica. La seconda combinazione non ci dà un punteggio che soddisfi contemporaneamente i gol fatti e subiti di SM e di CdV. Dalla terza combinazione invece segue il risultato:

SM – CdV: 0 – 2

In accordo sia alla classifica che alle reti fatte e subite.

Ricapitolando:

L – CdV: 0 – 3

L – SM: 2 – 0
 L – A: 0 – 0
 A – CdV: 1 – 2
 A – SM: 2 – 1
 SM – CdV: 0 – 2.

Soluzione interessante anche quella di **Valter**:

Propongo, con questa tabella, la mia soluzione:

	V	L	A	S
V		3-0	2-1	2-0
L	0-3		0-0	2-0
A	1-2	0-0		2-1
S	0-2	0-2	1-2	

Spiego:

- nella riga “V” e colonna “A” il risultato di Vaticano/Andorra =2-1
- nella riga “A” e colonna “V” Andorra/Vaticano, cioè la stessa =1-2
- su celle simmetriche alla diagonale stessa partita a gol scambiati
- così verifico di aver considerato correttamente i gol fatti/subiti
- analizzando le 4 righe verifico che lo score sia quello richiesto:
- “V”: 3-0 2-1 2-0; quindi tre vittorie, 7 gol fatti e 1 gol subito
- ...

Sono giunto alla soluzione procedendo per passi obbligati successivi (ritengo, quindi, che la soluzione mostrata, sia la sola possibile). Non mi cimento nel dettagliare i passi che ho seguito per giungervi. La chiarezza non è una mia dote e non vorrei causare “mal di testa”.

Ho usato Excel per appuntarmi ciò che riuscivo, man mano, a dedurre. Lo condivido ma premettendo che sono considerazioni non strutturate: https://docs.google.com/spreadsheets/d/1tzW3EMPoFdCgcwHNm_rNsAm23swr_93w/edit?usp=sharing&ouid=117564311960738395185&rtpof=true&sd=true .

Ci sembra che funzioni anche questa. Quella di **Heavyside** contiene anche la radiocronaca, o almeno suona così:

Piccole Nazioni, grandi emozioni.

Girone avvincente con CdV che si conferma imbattuta, RSM squadra materasso, mentre Lic e And pareggiano lo scontro diretto.

Ma veniamo adesso ai punteggi.

Secco 3-0 per la gara d’esordio di CdV contro Lic. Lic ottiene però due clean sheet nelle successive gare (2-0 vs RSM e 0-0 vs And).

And mantiene in perfetto equilibrio la differenza reti, ribaltando nella vittoria contro RSM il punteggio subito nella sconfitta contro CdV, quindi

And $2+x$, RSM $1-x$

CdV $2+x$, And $1-x$

con il bit x che vale 0 o 1.

Quindi, per ora, Lic ha segnato 2 gol e subiti 3, mentre And segnati e subiti 3. Mancano CdV e RSM.

Prima dello scontro diretto tra CdV e RSM, la situazione è di $5+x$ gol segnati da CdV, che quindi segnerà $2-x$ gol nella partita finale. Analogamente, RSM a quota $1-x$ gol fatti, ne segnerà x nell'ultima partita.

CdV $2-x$, RSM x .

Ma sappiamo che RSM perde sempre, quindi $x=0$.

Manca ancora la soluzione di **Alessandro**:

Usando opportuni ADL e AUL (Acronimi di Due Lettere e Acronimi di Una Lettera), dopo **CV – L: 3-0**, L ha realizzato un pareggio ed una vittoria con 2 gol fatti e 0 subiti. Unica possibilità di risultati compatibile col tabellone: **L – A: 0-0** e **L – SM: 2-0**.

Il “tabellone avulso” rimane il seguente:

	FATTI	SUBITI	PUNTI
CV	4	1	6
A	3	3	3
SM	1	4	0

Gli unici insiemi di risultati ammissibili per CV nelle due partite vinte restanti sono 2-1 e 2-0, o 3-1 e 1-0. Se CV avesse subito l'unico gol da SM, dovrebbe anche aver segnato 3 gol con A per azzerare il numero di gol subiti da quest'ultimo nell'ultima partita, ma questo non è possibile. Deve quindi essere **CV – A: x-1** e **A – SM: 2-1**.

L'unico modo per completare i risultati è **CV – A: 2-1**, **CV – SM: 2-0**, **A – SM: 2-1**.

Proprio **Alessandro**, che ci manda spesso contributi ed estensioni interessanti, ha mandato un grosso documento con le soluzioni del mese. Il Capo, entusiasta, aveva pensato di creare una nuova rubrica per questo tipo di contributi, ma non avendo tempo per nulla facciamo che mettere il tutto qui nelle note – quasi senza commenti.

5.2 Varie ed eventuali

5.2.1 Superpermutazioni

Come passo il mio tempo quando non ci sono i problemi di RM?

Ad inizio marzo è apparso sul sito di Scientific American un articolo sulle superpermutazioni (<https://www.scientificamerican.com/article/the-surprisingly-difficult-mathematical-proof-that-anime-fans-helped-solve/>), che immagino sarà pubblicato a breve anche nella versione italiana della rivista. Stranamente non è citata alcuna novità in questo campo, e le ultime che sono riuscito a ripescare risalgono a sei anni fa. Del 2018 è invece un articolo assai simile apparso su Quanta Magazine (<https://www.quantamagazine.org/sci-fi-writer-greg-egan-and-anonymous-math-whiz-advance-permutation-problem-20181105/>).

In poche parole, si tratta di una stringa con un alfabeto di N simboli che contiene al suo interno tutte le $N!$ permutazioni, e gli sforzi principali consistono nel trovare la stringa più corta per un dato N . Se volete leggere una introduzione per capire cosa sono e come funzionano potete cominciare qui: <https://www.gregegan.net/SCIENCE/Superpermutations/Superpermutations.html>.

Se invece preferite fare come me, prima ci riflettete su un po' e magari scrivete qualche linea di codice, e poi andate a leggere l'articolo.

Quali sono i rischi e i vantaggi? Se fate come me, il rischio è di cominciare il ragionamento a rovescio. Cioè, la procedura standard per costruire una superpermutazione è di cominciare con una di N simboli e crearne una di $N+1$ tramite raddoppi ed inserzioni. Da questo si deduce (facilmente) che la procedura standard crea una stringa di lunghezza di $\sum_{k=1}^n k!$.

Cominciando a rovescio, partite da $n!$ stringhe di n caratteri ciascuna, e cominciate ad assemblarle riunendo quelle che hanno $n - 1$ caratteri in comune (per esempio, da ABCDE

si arriva a ABCDEABCD). Si formano così $(n-1)!$ stringhe di lunghezza $2n-1$, con un risparmio di $(n-1)^2(n-1)!$ caratteri. Avendo esaurito tutte le possibilità a “distanza-1”, devo ora passare a quelle a “distanza-2”: gli ultimi 3 caratteri della stringa precedente sono BCD, e con questi posso formare due permutazioni: BCDEA già utilizzata e BCDAE, che inizia un nuovo ciclo a “distanza 1”. Posso unirne $n-2$ prima di ritornare ad una permutazione già usata, con un risparmio di $(n-2)^2(n-2)!$ caratteri.

Si continua così fino ad ottenere una lunghezza totale non di $\sum_{k=1}^n k!$, bensì di $n \cdot n! - \sum_{k=1}^{n-1} k^2 k!$. Il fatto è che i due valori sono esattamente gli stessi, provare per credere.

Riscrivendola in un'altra maniera:

$$(n+1)! = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (k^2 + 1)k!$$

Che la formula sia completamente inutile è confermato dal fatto che nonostante le ricerche non l'ho trovata da nessuna parte. Sicuramente sarà stata da dimostrare in un qualche esercizio di una olimpiade della matematica.

Questo per quanto riguarda i rischi. E i vantaggi? Beh, è più immediato capire perché potrebbero esistere stringhe più corte della sequenza standard.

La stringa iniziale che comprende le distanze 1 e 2 è unica, ma quando passo alla distanza-3 ho 3! possibilità di scelta. In realtà solo la metà, perché alcune sono già comprese nella sequenza iniziale. È quindi plausibile trovare delle superpermutazioni in cui non si debba passare alla distanza-4, in cui “spreco” un carattere. Poi la realtà è più complessa perché nel caso $N=5$ queste superpermutazioni sono più lunghe di quella standard. Ma ciò diventa sempre più probabile passando a N più grandi e distanze successive alla 3.

E sì, un programmino l'ho scritto e fino ad $N=5$ se la cava bene, ma per passare a valori più alti bisognerebbe ottimizzare e non so se ne vale la pena.

5.2.2 Donald Knuth

L'avevo già notato l'anno scorso: nel calendario di RM manca la citazione della data di nascita di Donald Knuth. L'assenza non è dovuta al fatto che è ancora vivente (vedi per esempio Persi Diaconis) né perché lo spazio per il mese di gennaio è saturo.

Beh, se è per questo manca anche Grigori Perelman, ma qui vorrei perorare la causa di Knuth. Innanzitutto, perché senza TEX col cavolo che i peones come noi avrebbero cominciato a scrivere formule matematiche col computer, con buona pace di Math, OMMML, MathML & company.

Poi, perché The Art of Computer Programming sarà anche un testo di “computer science”, ma è anche infarcito di matematica di un livello di complessità estremo, specialmente nelle sezioni dedicate agli esercizi. E nel capitolo 7 di TAOCP l'autore perora la causa dei giochi matematici che “have generalizations that go beyond human abilities and arouse our curiosity. The study of such generalizations often suggests instructive methods that apply to numerous other problems and have surprising consequences. Indeed, many of the key techniques that we shall study were born when people were trying to solve various puzzles.” [citazione senza il consenso dell'autore]

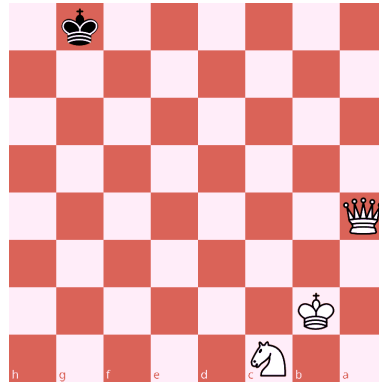
Ma soprattutto perché sul sito di Knuth si trovano alcuni puzzles che non starebbero male come copertine di RM. Quello per l'ottantesimo compleanno (https://www-cs-faculty.stanford.edu/~knuth/pi_hamilton_maze.png). Un tributo al 2023: (<https://www-cs-faculty.stanford.edu/~knuth/2023-new.jpg>) con le seguenti regole: This 10×10 reentrant knight's tour, found with the help of Peter Weigel, has the amazing property that a queen at position 85 attacks all of the prime numbers (shown in green). Furthermore, all of the odd numbers attacked by that queen are prime—except the ‘1’, which some people think is prime. Furthermore, the exact date of my birth just happens to be present, along with 2023.

Lo Slitherlink presentato qui (<https://www-cs-faculty.stanford.edu/~knuth/news.html>).

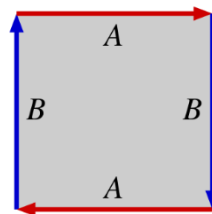
Ci sono dei puzzles anche nel volume 4B di TAOCP, alcuni sono visibili nell'errata (<https://www-cs-faculty.stanford.edu/~knuth/err4b.ps.gz>).

5.2.3 Scacchi

Nella mia risposta pubblicata a pagina 20 su RM305 avevo proposto il seguente diagramma su una scacchiera con la topologia di un piano proiettivo reale, chiedendo quante e quali sono le mosse con cui il Bianco può dare matto in una.

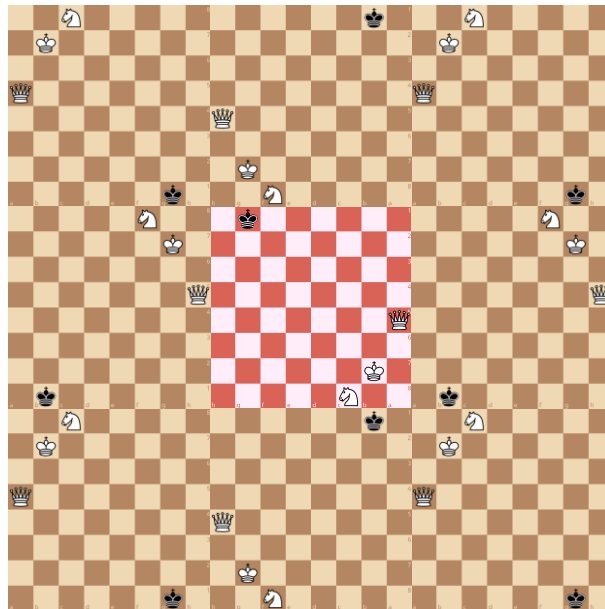


Nessuno ha risposto ed io ho dimenticato di inviare la mia soluzione, cosa a cui rimedio ora. La topologia di un piano proiettivo reale è schematizzata dalla figura qui sotto: in soldoni significa che la scacchiera si comporta come un nastro di Möbius sia orizzontalmente che verticalmente.

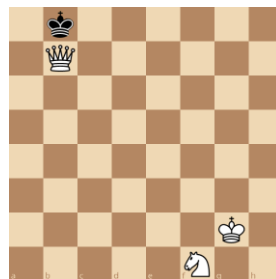


[Se non avete familiarità con i simboli di Ricci, vi consigliamo un giro sui primi paragrafi di “Carta, forbici & Colla”, PM di RM304. E, visto che siamo su un piano proiettivo, vi raccontiamo una cosa che non ci ricordiamo più dove abbiamo visto. Prendete uno di quei giochi con una mappa “a grafico”, nei quali dovete muovervi su archi che connettono i punti interagendo con gli altri giocatori (commercio, combattimenti... fate un po’ voi), e disegnatela su un piano proiettivo (insomma, il suo simbolo di Ricci), unite “attraverso i bordi” alcuni dei punti di confine e poi giocate. La domanda, a questo punto, è: “scusa, ma che differenza c’è rispetto al giocarlo su una sfera o su un toro?” Semplice: quando “passate un bordo”, il vostro segnalino “si rovescia”, e i Rovesciati possono interagire solo con i Rovesciati. A questo punto, per andare da A a B avete due strade: una “dentro il simbolo di Ricci” e una che passa attraverso i bordi e vi rovescia: una potrebbe essere più veloce, ma l’altra potrebbe essere più vantaggiosa dal punto di vista dell’interazione. E se questa complicazione non vi basta, aggiungete la possibilità che anche i vostri oggetti (che potete lasciare lì) si rovescino, e possano essere recuperati solo da un Rovesciato, o possano essere raccolti da chiunque ma utilizzati solo se il senso è lo stesso. Alleanze, furti, depositi... la mente vacilla.]

Per capire qual è effettivamente la disposizione reciproca dei pezzi è comunque più facile dare un’occhiata al piano tassellato di scacchiere con le opportune simmetrie (vedi pagina seguente). Al contrario di altre topologie non è possibile centrare la posizione in modo da avere i pezzi vicini perché le case d’angolo sono singolari: muovendo di una casa verso l’esterno lungo la diagonale principale un pezzo si ritrova sulla casa di partenza.

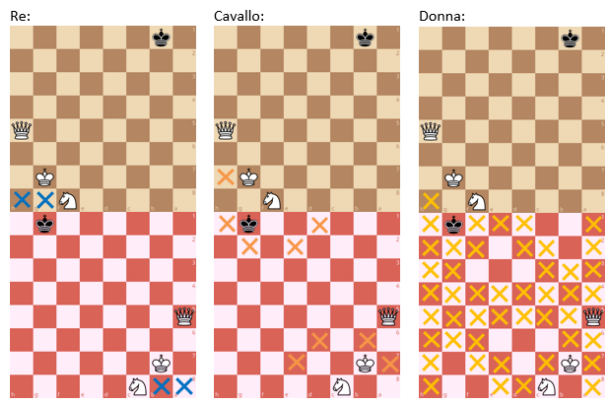


I due Re sono effettivamente in opposizione (per i non addetti ai lavori vedi [https://it.wikipedia.org/wiki/Opposizione_\(scacchi\)](https://it.wikipedia.org/wiki/Opposizione_(scacchi))), e se vi ricordate la soluzione del problema in copertina di RM304 qui c'è un tema identico, che si concretizza con 1. ♖h4-b7#. Resta da confermare che la Donna possa effettivamente muovere da h4 a b7.



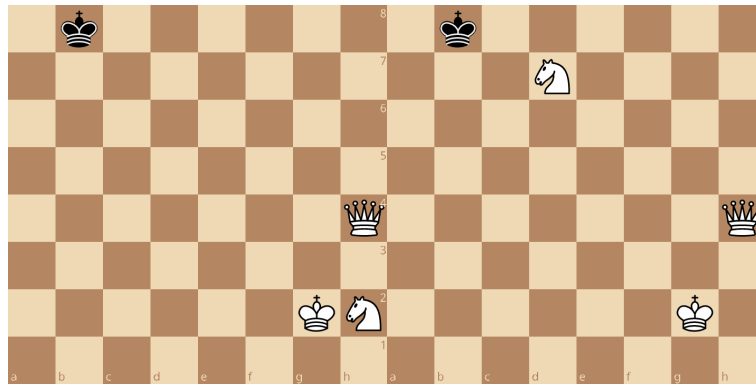
La cosa è possibile perché la Donna muovendosi da h4 in direzione SE “emerge” in a6, e da lì prosegue in b7, protetta dal Cavallo in f1.

Per trovare gli altri matti visualizziamo le case attaccate da ciascun pezzo bianco. Per comodità alcune case sono riportate anche sulla scacchiera “superiore”.



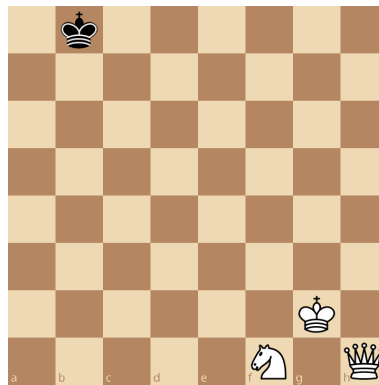
Mentre i movimenti di Re e Cavallo corrispondono a quelli di una scacchiera standard, la Donna attacca due colonne (a e h), due traverse (quarta e quinta), e ben otto diagonali (a6-c8, a5-d8, e1-h4, f1-h3, a4-d1, a5-e1, d8-h4 ed e8-h5), cioè $\frac{3}{4}$ delle case. In particolare, il Re Nero è in posizione di stallo considerando solo Re e Donna del Bianco, così uno scacco di Cavallo è anche scacco matto.

La seconda e la terza soluzione sono quindi 1. ♜f1-h2# e 1. ♜f1-d7#.

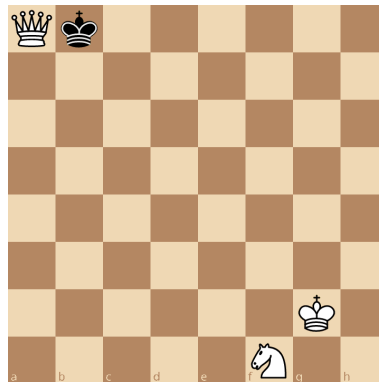


Restano ancora da considerare altre mosse della Donna Bianca, che dovrà dare scacco controllando anche le case di fuga del Re Nero: a7, c7 e c8.

Dopo 1. ♔h4-h1++ la Donna controlla la prima ed ottava traversa, la colonna a e la diagonale b8-h2, e così abbiamo il quarto matto. Si tratta di uno scacco doppio perché la Donna attacca sia sulla diagonale che sull'ottava traversa.



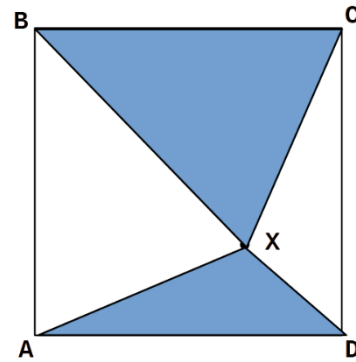
L'ultima soluzione, meno evidente, è 1. ♔h4-a8++, spingendosi nella casa successiva rispetto alla soluzione precedente. La Donna è protetta dal Cavallo e controlla la casa c7 muovendosi in direzione SO e ricomparendo sulla diagonale h2-b8. Anche qui lo scacco della Donna è doppio.



Siamo ormai in ritardo orrendo, Rudy alla porta che si lamenta, ci fermiamo qui. Alla prossima!

6. Quick & Dirty

All'interno di un quadrato ABCD di lato unitario è definito un punto X di coordinate (x, y) , e sono tracciati i segmenti AX, BX, CX e DX: qual è il valore dell'area colorata in figura?



7. Pagina 46

Introduciamo la notazione per cui se A è una data sequenza di 1 e 2, allora A è la sequenza ottenuta sostituendo ad ogni 1 di A la sequenza 12 e a ogni 2 di A la sequenza 21. Consideriamo ora le sequenze:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= 12 \\
 I_2 &= I_1 = 12\ 21 \\
 I_3 &= I_2 = 12\ 21\ 21\ 12 \\
 I_4 &= I_3 = 12\ 21\ 21\ 12\ 21\ 12\ 21\ 12 \\
 I_5 &= I_4 = 12\ 21\ 21\ 12\ 21\ 12\ 21\ 12\ 21\ 21\ 12\ 21\ 12\ 21\ 21
 \end{aligned}$$

...

e dimostriamo che nessuna di queste contiene sottosequenze di qualsiasi lunghezza che siano ripetute tre volte di seguito. Le sequenze I_n sono generate come successioni dei termini 12 e 21: nel seguito, indichiamo le coppie di termini generativi di una sequenza come *link* della sequenza.

La nostra dimostrazione seguirà la linea di assumere che se I_n contiene un blocco di cifre ripetuto tre volte, allora anche I_{n-1} conterrà un blocco di cifre ripetuto tre volte, e così I_{n-2} , I_{n-3} , ..., I_1 ; ma quest'ultima affermazione è assurda, in quanto sappiamo che $I_1=12$ non contiene tre blocchi ripetuti.

Sono possibili tre casi:

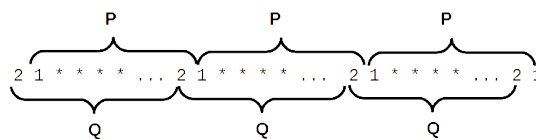
Caso 1: Il blocco P , ripetuto tre volte, contiene un numero *pari* di cifre. In questo caso, abbiamo due sottocasi:

(A): Alla sua prima ricorrenza, il blocco P inizia con la *prima* cifra di un link.

In questo caso, anche la seconda e la terza ricorrenza del blocco inizieranno con la prima cifra di un link: questo significa che P è formata da un numero intero di link. Sostituendo ogni link 12 con 1 e ogni link 21 con 2, P viene sostituito da un blocco Q di lunghezza metà di quella di P , che deve comparire tre volte nella successione I_{n-1} . Quindi, I_{n-1} contiene una successione Q ripetuta tre volte.

(B): Alla sua prima ricorrenza, il blocco P inizia con la *seconda* cifra di un link.

In questo caso, anche la seconda e la terza ricorrenza del blocco inizieranno con la seconda cifra di un link: supponiamo questa prima cifra del blocco sia un 1 (l'argomentazione è analoga se supponiamo che la prima cifra sia un 2): in questo caso, il blocco P inizia con la seconda cifra del link 21 ad ogni sua ricorrenza, e quindi l'ultima cifra di P è un 2. La nostra configurazione sarà quindi del tipo:



Ma allora I_n contiene tre blocchi consecutivi Q ottenuti non considerando l'ultimo 2 di P e spostandolo al primo posto. Ma a questo punto Q parte dalla prima cifra di un link, e quindi il caso (B) si riconduce al caso (A).

Caso 2: Il blocco P contiene un numero *dispari* di cifre.

8. Paraphernalia Mathematica

OK, per buona parte di questo pezzo parleremo di cose delle quali abbiamo già parlato³⁸. Ma abbiamo la ragionevole certezza che neppure i nostri più affezionati (e stagionati: trattasi, ormai, di più di venti anni fa) lettori abbiano sulla punta delle dita l'argomento. Se invece sapete tutto, comunque, dovrete ormai conoscerlo talmente bene da scrivere il seguito. In merito, restiamo in trepidante attesa.

8.1 Ossa che girano

$$\begin{array}{r}
 456 \times \\
 34 = \\
 \hline
 1824 \\
 1368 \\
 \hline
 15504
 \end{array}$$

1 Corretto, ma insoddisfacente.

Avete tutti presente come si fa una moltiplicazione: nel caso stiate lanciando uno sguardo spaurito in altre direzioni (o stiate cercando lo smartphone), trovate un veloce ripasso nella figura qui a fianco, che lascia un po' di amaro in bocca.

Infatti, scrivere una cosa del genere, se la fate su un quaderno a quadretti, vi occupa trenta spazi: contato che, alla fin della fiera, a voi ne servono cinque (quelli del risultato), avete uno spreco di più dell'80% di spazio. E questo non è bello.

L'unico punto a favore che gli affezionati del sistema appena visto sono riusciti a presentare è

che "si è sempre fatto così". Ammetterete che come punto è scarsamente soddisfacente: prima di "fare così" si piazzavano circa quindicimila sassolini in un rettangolo quattrocentocinquantasei per trentaquattro e poi si contavano; inoltre, non è vero. Per lungo tempo si è fatto in un altro modo, più soddisfacente, meno soggetto ad errori e che occupa meno spazio, noto come "a persiana" o "a veneziana"³⁹. Lo trovate qui sotto.

2 Va già meglio...

OK, abbiamo barato (ma poco); i numeri del conto qui li abbiamo scritti due per quadretto: ma il risultato fondamentale dal punto di vista dell'occupazione dello spazio è che "sapete prima" quanto spazio occupa: tutti i conti sono attorno o dentro un rettangolo che, nel nostro caso, ha i lati di lunghezze pari alle caratteristiche⁴⁰ dei fattori. Decisamente più comodo, per un amanuense che

deve far stare il calcolo in uno spazio limitato.

Forse vale la pena di sprecare due parole per spiegare il metodo.

Per prima cosa, scrivete i due fattori sui bordi superiore e sinistro del rettangolo, facendo attenzione che quello sul lato sinistro è scritto dal basso in alto; poi, fate le sei moltiplicazioni "facili" (se qui avete dei problemi, al fondo dei quaderni di solito c'è la tavola pitagorica), scrivendo il risultato su due cifre con la prima in basso a sinistra e la seconda in alto a destra (vi abbiamo evidenziato "4x4=16"); fatto tutto, sommate lungo le "strisce" come indicato dalla freccia partendo dalla striscia in alto a destra (dove c'è il "4", poi "0+2+8", eccetera) per arrivare a quella in basso a sinistra, scrivendo le unità del risultato fuori dal rettangolo; attenti che, se c'è, *dovete tener conto del riporto*: lo riportate nella striscia successiva ("0+2+8=10, scrivo zero e riporto uno").

Dovete tener conto del riporto, ma *solo di questi*: tutti quegli scomodissimi riporti del tipo "sei per quattro ventiquattro, scrivo quattro e porto due; cinque per quattro venti e... quant'è che ne riportavo?". Ecco, questi li avete scritti, e tutto diventa più facile.

³⁸ RM056, Paraphernalia Mathematica: "Come far impazzire la maestra".

³⁹ Non cominciate a pensare alle vacanze: non parliamo di posti, parliamo di quelle cose alle finestre.

⁴⁰ Se vi state chiedendo come mai non abbiamo scritto "il numero delle cifre", a breve scoprirete la risposta nel peggiore dei modi.

Il prossimo passo, non siamo poi così sicuri sia “un passo avanti”; anche se porta alcune indubbe semplificazioni e utilizza uno strumento ausiliario⁴¹, richiede comunque svariati passaggi su carta, non tutti semplici; si tratta dei **bastoncini di Nepero**, e vedete la stessa operazione di prima rappresentata nella figura a fianco.

Prima di fare il conto, una veloce spiegazione di come sono costruiti. La striscia sulla sinistra serve solo come riferimento, mentre le tre (sì, sono separate) sulla destra contengono, scritte in un modo un po’ strano, le tabelline dei numeri che fanno da intestazione (nella riga evidenziata in rosso: quattroperquattro sedici, cinqueperquattro venti, seiperquattro ventiquattro); il che, dovrebbe ricordarvi come abbiamo scritto i singoli prodotti nella moltiplicazione a persiana⁴².

Il calcolo è, *per ogni cifra del moltiplicatore*, identico al metodo a persiana: si sommano, nelle barre diagonali definite, i due valori presenti, tenendo conto del riporto: sulla riga del 4 si ottiene 1824, che dovrete riconoscere come la prima riga del calcolo nel metodo tradizionale. Nello stesso modo, sulla riga del 3, ottenete 1368, che è la seconda riga sempre del metodo tradizionale; se scrivete (opportunamente sfalsati) questi due numeri e li sommate, ottenete il risultato.

In pratica, “costruito” il moltiplicando, andate a cercare tutte le cifre del moltiplicatore nelle righe, le sommate opportunamente e ottenete il risultato. All’epoca, queste colonne erano marcate su bastoncini a sezione quadrata, ciascuno dei quali portava sulle quattro facce numeri diversi: se vi servivano due colonne con la stessa cifra, bastava cercare un altro bastoncino⁴³ che la riportasse... ragionevolmente comodo.

Va detto che la faccenda del riporto da una colonna all’altra è tutt’altro che comoda... Per fortuna, ci ha pensato **Henri Genaille** (1856-1903), Ingegnere all’Ufficio Centrale delle Ferrovie Francesi; abbastanza paradossalmente, nella prima presentazione le “Barre di Genaille” non sono delle barre, ma delle linee tracciate su una lavagna; solo nel 1885, congiuntamente a **Edouard Lucas**⁴⁴, vengono trasformati in bastoncini e messi in vendita: per quanto ne sappiamo (in merito, abbiamo solo la sua parola), il contributo di Lucas fu quello di trasformare i disegni sulla lavagna in barre a sezione quadrata (come i bastoncini di Nepero) e di pubblicizzarle: e siccome Lucas era più famoso di Genaille, sono diventati noti come bastoncini di Genaille-Lucas⁴⁵.

Qui, prima di fare il conto, vi diamo l’insieme completo delle barrette: se volete, potete provare a capire da soli come funzionano (il rigoroso ordine della riga 9 e l’abituale disordine della riga 7 dovrebbero essere “un aiutino”...). Dopo la figura, comunque, torniamo al nostro esempio classico, tranquilli...

I	4	5	6
1	4	5	6
2	8	10	12
3	12	15	18
4	16	20	24
5	20	25	30
6	24	30	36
7	28	35	42
8	32	40	48
9	36	45	54

3 Evvai!

⁴¹ Il che, dovrebbe permettere di datare la prima ricorrenza delle maledizioni dei prof di mate nei confronti dell’uso delle calcolatrici...

⁴² È lasciato come semplice esercizio al lettore il capire come mai “vadano nell’altra direzione” e perché Rudy preferisca il primo metodo (soluzione del secondo quesito: Rudy è scrivente mancino).

⁴³ Anche se in italiano si sono sempre chiamati “Bastoncini di Nepero”, il nome originale è “Napier’s Bones”. Adesso, dovrete poter apprezzare il fetente gioco di parole che fa da titolo.

⁴⁴ Che dovrete conoscere: il “Gherzi” lo ha scritto quasi tutto lui, disegni inclusi.

⁴⁵ ...e già gli è andata bene, a Genaille: come Rudy ama raccontare, “Le matrici di Hadamard furono scoperte da Sylvester e studiate da Walsh” “E cosa c’entra Hadamard?” “Ha pubblicato l’articolo” non è una barzelletta, ma una storia vera.

×		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	0	2	4	6	8	0	2	4	6	8
	1	1	3	5	7	9	1	3	5	7	9
3	0	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7
	1	1	4	7	0	3	6	9	2	5	8
	2	2	5	8	1	4	7	0	3	6	9
4	0	0	4	8	2	6	0	4	8	2	6
	1	1	5	9	3	7	1	5	9	3	7
	2	2	6	0	4	8	2	6	0	4	8
	3	3	7	1	5	9	3	7	1	5	9
5	0	0	5	0	5	0	5	0	5	0	5
	1	1	6	1	6	1	6	1	6	1	6
	2	2	7	2	7	2	7	2	7	2	7
	3	3	8	3	8	3	8	3	8	3	8
	4	4	9	4	9	4	9	4	9	4	9
6	0	0	6	2	8	4	0	6	2	8	4
	1	1	7	3	9	5	1	7	3	9	5
	2	2	8	4	0	6	2	8	4	0	6
	3	3	9	5	1	7	3	9	5	1	7
	4	4	0	6	2	8	4	0	6	2	8
	5	5	1	7	3	9	5	1	7	3	9
7	0	0	7	4	1	8	5	2	9	6	3
	1	1	8	5	2	9	6	3	0	7	4
	2	2	9	6	3	0	7	4	1	8	5
	3	3	0	7	4	1	8	5	2	9	6
	4	4	1	8	5	2	9	6	3	0	7
	5	5	2	9	6	3	0	7	4	1	8
	6	6	3	0	7	4	1	8	5	2	9
8	0	0	8	6	4	2	0	8	6	4	2
	1	1	9	7	5	3	1	9	7	5	3
	2	2	0	8	6	4	2	0	8	6	4
	3	3	1	9	7	5	3	1	9	7	5
	4	4	2	0	8	6	4	2	0	8	6
	5	5	3	1	9	7	5	3	1	9	7
	6	6	4	2	0	8	6	4	2	0	8
	7	7	5	3	1	9	7	5	3	1	9
9	0	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	1	1	0	9	8	7	6	5	4	3	2
	2	2	1	0	9	8	7	6	5	4	3
	3	3	2	1	0	9	8	7	6	5	4
	4	4	3	2	1	0	9	8	7	6	5
	5	5	4	3	2	1	0	9	8	7	6
	6	6	5	4	3	2	1	0	9	8	7
	7	7	6	5	4	3	2	1	0	9	8
	8	8	7	6	5	4	3	2	1	0	9

La prima barretta, come al solito, è fatta diversa: è composta dal numero (che, avrete capito, è la cifra del moltiplicatore) e dalla serie di numeri immediatamente alla destra, che, per il moltiplicatore n , vanno da zero a $n-1$; le barre “di calcolo” vere e proprie hanno la loro intestazione e, sotto, prima quegli strani disegni triangolari e poi, in un ordine che chiariremo a breve, $n-1$ cifre.

Prendiamo un rettangolino (insomma, i triangoli e le cifre subito dopo) qualunque, ad esempio quello all’incrocio tra la riga del 7 e la colonna del 4: sappiamo che $7 \times 4 = 28$, e la nostra prima cifra (in alto a destra) è un 8; ma, se il nostro “4” fosse all’interno di un numero e non l’ultima cifra, sul nostro 28 avremo un riporto compreso tra 0 e 6 (siamo sulla riga del 7, quindi al calcolo prima al massimo abbiamo avuto $7 \times 9 = 63$, quindi riporto 6): 28 (avevo un riporto 0) e 29 (avevo un riporto 1) riportano un 2, ma tutti i successivi, da 30 a 34, riportano un 3; quindi per le prime due righe (8 e 9) il nostro triangolino indicherà *due righe più in basso* del valore “riporto zero” della barretta a sinistra, mentre per gli altri cinque valori dovremo indicare *tre righe più in basso*. E avanti in questo modo.

Bene, veniamo al nostro calcolo: abbiamo tenuto solo le parti utili delle barrette interessate, e indicato le sequenze con gli stessi colori di prima.

Allora, non fate domande. Partite dal numero più in alto della colonna 6 alla riga 4, poi seguite le “punte” del triangolino cui appartiene il numero trovato e procedete nello stesso modo con il nuovo numero; arrivati alla fine, scrivete (al contrario, tanto per cambiare) il numero ottenuto: 1824, evidenziato dai tondi con la riga rossa. Non vi dice niente, questo valore? Nello stesso modo, ottenete 1368 per quanto riguarda il valore 3, e potete fare l’addizione “storta” (insomma, quella della moltiplicazione tradizionale) con la certezza che i diversi addendi sono certificati dalle ferrovie francesi.

×		4	5	6
2	0 1	8 9	0 1	2 3
3	0 1 2	2 4	5 7	8 9 0
4	0 1 2 3 0	6 7 8	0 1 2 3	4 5 6 7 0

4 Et voila.

Con i bastoncini di Nepero esiste un modo (estremamente insoddisfacente) per effettuare la divisione, consistente in sostanza nel generare tutti i multipli del divisore sin quando si arriva “dalle parti” del dividendo (nel senso che potrebbe esserci un resto, e quello ve lo calcolate a mano); con le bacchette di Genaille la cosa è impossibile, ma il genio francese è riuscito a costruire una serie di bacchette specifiche per la divisione.

Ma queste ultime sono piuttosto complesse, e ne parleremo solo dietro esplicita richiesta (segno non solo che vi interessa l’argomento, ma che siete arrivati a leggere sin qui. Bravi ragazzi).

*Rudy d’Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms*