



# *Rudi Mathematici*

*Rivista fondata nell'altro millennio*

Numero 254 – Marzo 2020 – Anno Ventiduesimo



<b>1. Plico numero 11668.....</b>	<b>3</b>
<b>2. Problemi.....</b>	<b>11</b>
2.1 Arrivano le feste! .....	11
2.2 Tetri(s) avanzi .....	11
<b>3. Bungee Jumpers .....</b>	<b>12</b>
<b>4. Soluzioni e Note .....</b>	<b>12</b>
4.1 [253].....	12
4.1.1 Discendenze matematiche .....	12
4.1.2 Scacchiere con i dadi .....	14
<b>5. Quick &amp; Dirty.....</b>	<b>15</b>
<b>6. Pagina 46.....</b>	<b>15</b>
<b>7. Paraphernalia Mathematica .....</b>	<b>17</b>
7.1 Uno e Trino.....	17

---



**Rudi Mathematici**  
Rivista fondata nell'altro millennio da  
*Rudy d'Alembert* (A.d.S., G.C., B.S)  
[rudy.dalembert@rudimathematici.com](mailto:rudy.dalembert@rudimathematici.com)  
*Piotr Rezierovic Silverbrahms* (Doc)  
[piotr.silverbrahms@rudimathematici.com](mailto:piotr.silverbrahms@rudimathematici.com)  
*Alice Riddle* (Treccia)  
[alice.riddle@rudimathematici.com](mailto:alice.riddle@rudimathematici.com)  
[www.rudimathematici.com](http://www.rudimathematici.com)

RM253 ha diffuso 3'303 copie e il 01/03/2020 per  eravamo in 48'800 pagine.

Tutto quanto pubblicato dalla rivista è soggetto al diritto d'autore e in base a tale diritto *concediamo il permesso di libera pubblicazione e ridistribuzione* alle condizioni indicate alla pagina [diraut.html](#) del sito. In particolare, tutto quanto pubblicato sulla rivista è scritto compiendo ogni ragionevole sforzo per dare le informazioni corrette; tuttavia queste informazioni non vengono fornite con alcuna garanzia legale e quindi la loro ripubblicazione da parte vostra è sotto la vostra responsabilità. La pubblicazione delle informazioni da parte vostra costituisce accettazione di questa condizione.

...è tanto che non mettiamo un orologio in copertina.

Il problema correlato è talmente vecchio che Rudy se lo era dimenticato: fortunatamente, la potente memoria storica di Doc ha permesso di recuperarne gli estremi. Ci limitiamo a dire che quelli che formano il numero sono due cubi, e che funziona tutti i mesi.

*Messaggio privato di Rudy: Grazie.*

## 1. Plico numero 11668

*“Se nella prima scena del  
dramma, c’è un fucile appeso alla  
parete, questo dovrà sparare  
nell’ultimo atto.”  
(Anton Čechov)*

La frase di Čechov che introduce questo articolo è una vera e propria pietra miliare della drammaturgia. È diventata così famosa che ha generato un concetto chiamato “la pistola di Čechov”<sup>1</sup>, e indica non necessariamente un’arma, ma un qualsiasi oggetto o elemento narrativo che, se introdotto, deve poi svolgere la sua funzione, altrimenti l’opera risulterebbe inutilmente appesantita, o addirittura un po’ fuorviante. Però poi – che diamine – c’è anche l’istruzione più immediata e diretta: stiamo parlando di un elemento dirompente (meglio ancora, esplodente) ed è pertanto inevitabile che lo spettatore registri mentalmente un innalzamento della tensione, uno schizzetto propedeutico di adrenalina, nel vedere un’arma sulla scena. Insomma, sarà pure un artificio metaforico, ma se l’obiettivo è quello di produrre un thriller, i poveri autori faranno bene a tenere in conto l’insegnamento cechoviano anche dal punto di vista strettamente letterale.



1 Anton Čechov

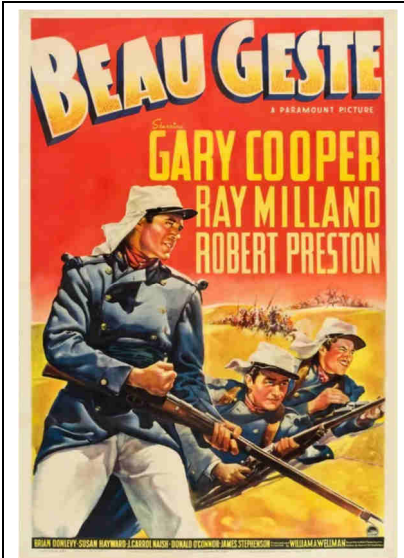
Poi, altrettanto inevitabilmente, una volta appresa la lezione ci sarà chi avrà la voglia e il legittimo desiderio di criticarla. Per restare nel campo del thriller, ad esempio, sia per l’autore che per lo spettatore è di fondamentale importanza saper maneggiare (lo scrittore) e distinguere (lo spettatore) le “pistole di Čechov” dalle “aringhe rosse”<sup>2</sup>, ovvero da tutti quegli elementi narrativi messi a bella posta per attirare l’attenzione salvo poi rivelarsi, con grande scorno dello spettatore poco smaliziato, nient’altro che vicoli ciechi costruiti apposta per depistarlo, proprio come quelli di un labirinto. E poi ci sono anche autori che rifuggono radicalmente, sia sul piano teorico che su quello critico, dall’idea stessa della “pistola di Čechov”: se una rappresentazione ha l’intento e il compito di essere una fotografia fedele della realtà, sostengono questi, pistole di Čechov e aringhe rosse dovranno pullulare alla grande, indistinte, disinteressandosi del tutto della facilità o difficoltà della lettura della narrazione da parte degli spettatori: la vita non è mica un’opera teatrale, perdindirindina. E si arriva persino a giocare narrativamente con la violazione della regola cechoviana, come fa Murakami Haruki in “1Q84”, dove la pistola diligentemente compare, ma poi serve soprattutto a consentire ai due protagonisti del romanzo di impegnarsi in una dotta discussione proprio sull’interrogativo se sia più opportuno soddisfare il comandamento di Čechov o violarlo, e magari finire pacificamente a letto insieme.

Per quel che ci riguarda direttamente, come al solito preferiamo non prendere una posizione esplicita, rifugiandoci nella nostra (peraltro manifesta) incompetenza letteraria.

<sup>1</sup> Come abbia fatto il “*fucile*” originale a diventare una “*pistola*” non è cosa che ci sia chiara. Ipotizziamo che possa essere a causa degli anglofoni, che usano il termine “*gun*” in maniera un po’ diversa da quanto siamo abituati a fare noi con il corrispondente “*arma*” ma, appunto, è solo un’ipotesi.

<sup>2</sup> Anche questo è un termine inglese, naturalmente gergale, che però è usato talvolta anche in italiano. L’originale è “*red herrings*”: volendo restare nel mondo animale ed evitare il sovrabbondare degli anglicismi, si potrebbe forse condurre in italiano, un po’ artificialmente, con il termine parimenti gergale “*specchietti per le allodole*”.

Anche perché il nostro problema più pressante al momento è un altro; la nostra pistola l'abbiamo portata obbedientemente in scena, e proprio all'inizio del pezzo: adesso, però, come procedere verso lo sviluppo e la conclusione della trama? A prescindere dall'osservanza o meno del suggerimento di Cechov, come raccontare la storia che, al momento, ha solo introdotto una pistola? Anzi: come iniziarla, questa storia?



2 Il "Beau Geste" più famoso, quello del 1939

Il problema, del tutto generale, è che per raccontare una storia occorre costruire una narrazione, e la narrazione può variare moltissimo in funzione delle intenzioni di chi la storia si accinge a raccontare. In realtà, la storia stessa può essere di per sé poco chiara, diluita nel tempo, con intere parti oscure o del tutto ignote: ma tutti questi sono elementi che, paradossalmente, anziché limitare lasciano maggiori gradi di libertà al narratore, aprendogli diverse possibilità di approccio e di registro narrativo. È anche per questo che gli articoli scientifici, il cui obiettivo è istituzionalmente quello di trasmettere risultati e conclusioni nella maniera più oggettiva possibile, rifuggono come la peste da figure retoriche e artifici letterari. Ma per tutti gli altri pestatori di tastiere, beh... le possibilità sono quasi infinite.

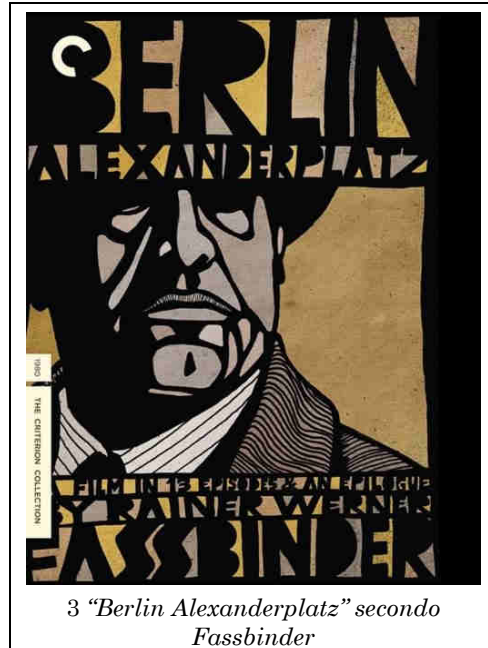
Tanto per dire: se volessimo dare un tono vagamente romantico a questa storia che ci accingiamo a raccontare, dovremmo mettere al centro l'avventura di Paul Beaujot. Il nome è semplice e perfetto, e il

cognome ricorda persino il suono di *Beau Geste*<sup>3</sup>, e non si può chiedere di più, per raccontare una storia ambientata in Francia. Quello di Paul non è propriamente un "bel gesto", ma una buona risposta, pragmatica e positiva, alle temporanee follie del genere umano. Con appena diciott'anni di vita alle spalle quando inizia la Seconda Guerra Mondiale, Paul si ritrova a smettere i vestiti da manovale che metteva ogni giorno nel suo paesino delle Ardenne per indossare la divisa dell'esercito francese. Nel 1940 viene fatto prigioniero dai tedeschi, e finisce con il passare quasi tutta la durata del più grande conflitto della storia in una fattoria sulla sponda nemica del Reno. Qui, seppure in cattività, riesce ad innamorarsi di una ragazza e a fare amicizia con un soldato tedesco che, al pari di lui, ne ha abbastanza della guerra. Nel 1944, poco prima di essere trasferito in un campo per prigionieri di guerra all'interno della Germania perché gli Alleati sono ormai in veloce avanzata, riesce a rubare un fucile, a eludere la sorveglianza e a tornare in territorio francese insieme al disertore tedesco e, ovviamente, insieme alla sua innamorata. Il soldato francese e la contadina tedesca si sposano appena possibile, e Paul vivrà con la sua compagna fino a tarda età, in un lieto fine che lo vedrà raccontare la sua storia semplice e bella, e a mostrarsi ancora orgoglioso del fucile che era riuscito a rubare per la fuga. Nel raccontare questa storia d'amore e di saggezza si potrà anche accennare ai quei tormentati momenti del giugno 1940, quando le prime offensive tedesche lo ridussero a prigioniero; si gli si potrà dar voce per descrivere l'ultimo combattimento della sua compagnia, la Renard del 189° reggimento francese di fanteria; e magari inframmezzare la storia con i ritratti di qualche suo compagno d'armi, come quel telefonista, soldato semplice al pari di lui, di cui conserva un ricordo così caro. E si che dicevano che era un po' orso, quel tizio, come sono spesso ombrosi gli ebrei nati in Germania; un tipo forse un po' strano, ma che per lui era davvero un buon amico, uno che, a differenza di Paul, si era arruolato volontario: probabilmente proprio perché, da ebreo e da ex-tedesco, aveva una paura terribile di finire in mani naziste.

<sup>3</sup> Ci sono almeno tre film che raccontano la storia di *Beau Geste* e che portano lo stesso titolo: il primo del 1926 diretto da Herbert Brenon, il secondo del 1939 di W.A. Wellman, l'ultimo diretto da D.Heyes nel 1966. Si racconta della Legione Straniera.



Ma si potrebbe fare una narrazione del tutto diversa: si potrebbe farla cominciare nel 1929, nella Berlino della Repubblica di Weimar, quando Alfred, un insigne neurologo con la passione della letteratura, diventa famoso come scrittore ed intellettuale, grazie al suo romanzo *Berlin Alexanderplatz*. Il romanzo non racconta la Berlino folleggiante dei cabaret, ma quella della classe operaia e del sottobosco criminale; è un romanzo forte e crudo, con l'autore influenzato dallo stile di James Joyce, e non è esagerazione definirlo un ritratto chiaro e spietato della capitale tedesca (e della Germania tutta) poco prima del precipitare hitleriano degli eventi. Un capolavoro; facile dirlo, se si trova ancora in libreria quasi un secolo dopo la sua pubblicazione, se l'edizione più famosa è preceduta da un'introduzione firmata da Walter Benjamin, se già due anni dopo la prima edizione si trasforma in un film di Piel Jutzi, e se poi nel 1980 viene nuovamente raccontato da una serie televisiva



3 “Berlin Alexanderplatz” secondo Fassbinder

con la regia di Rainer Werner Fassbinder. È stato definito “il primo romanzo metropolitano” tedesco, ed è curioso che il suo autore, nato tedesco al pari del suo romanzo, non sia passato a miglior vita come tale: nel 1933 la Germania diventa nazista, e Alfred, che è di religione ebraica, fa le valigie e scappa, prima a Zurigo e poi a Parigi, dove diventa cittadino francese. Si porta naturalmente appresso la famiglia, anche se il maggiore dei suoi tre figli, ancora neppure diciottenne, aspetterà fino a Maggio, alla fine dell'anno scolastico, per raggiungere il resto della famiglia. Poi, anche lui attraverserà la frontiera e anche lui diventerà francese. È il telefonista della Compagnia Renard che Paul Beaujot ricorda con affetto.

Cominciare come una storia d'amore francese del 1940, o come un racconto letterario della fine dei ruggenti Anni Venti tedeschi? Non sarà troppo melenso perdersi in romantiche, non sarà troppo pedante appellarsi ai classici della letteratura? Non sarebbe meglio un approccio più consono con i nostri tempi, allineato ai gusti moderni, insomma una specie di thriller contemporaneo? Perché, volendo, si può fare anche quello.

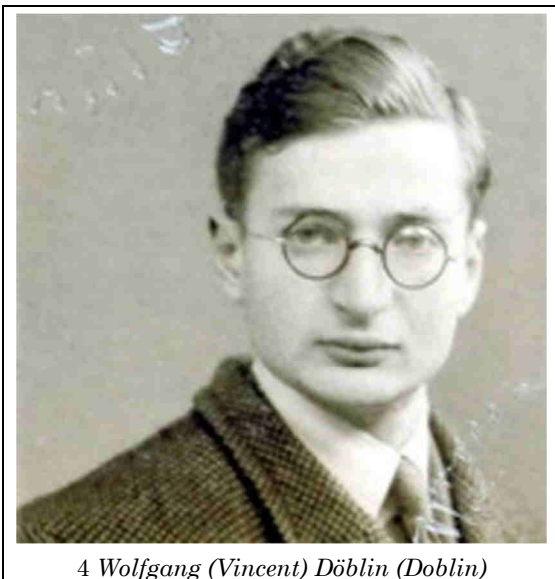
La finestra è rivolta verso la Senna sfacciata, proprio nel punto più notevole di tutto il corso di quel fiume femmina. C'è la maestosità del Louvre a farle da cornice, subito là dietro, sulla riva destra; e quasi si indovina, dietro le mura regali e antiche, il poliedro trasparente e ipermoderno della piramide di vetro. È una luminosa mattina primaverile, una di quelle che fanno sembrare Parigi ancora più principesca di quanto è normalmente, di quanto continua ad esserlo anche nei piovosi pomeriggi autunnali. Se ci si sporgesse da quella finestra e si volesse seguire il corso del fiume, poche centinaia di metri a volo d'uccello farebbero atterrare lo sguardo sulla Gare d'Orsay, la stazione ferroviaria che si è trasformata in uno dei più bei musei al mondo. E gli occhi, girando lo sguardo, potrebbero poi riconoscere l'ago sottile, scuro e altissimo della Tour Eiffel, e poi la mole pesante e bianchissima del Sacré-Cœur, e altre dozzine di edifici e luoghi notevoli. Potrebbero, ma non lo fanno: né quelli stanchi e un po' acquosi di Claude, l'ospite ottantenne che mostra perfino un po' di imbarazzo, nel trovarsi in quella stanza di quell'edificio – un altro dei molti edifici notevoli della capitale francese, del resto – né quelli più curiosi e vividi degli anfitrioni, che conoscono bene la stanza, il palazzo, il panorama. Perché gli occhi di tutti sono fissati al centro di quella tavola antica, dove sovrana attira l'attenzione una busta sigillata.

È il plico numero 11668; il sigillo e il numero glielo hanno fornito i diligenti impiegati dell'*Institut de France*, sede di cinque Accademie francesi, non appena arrivata a destinazione. La busta invece è quella originale; gialla già in origine, ancora più ingiallita

dopo sessant'anni di invecchiamento negli archivi dell'Accademia delle Scienze. Mai aperta, mai verificata il contenuto, come stabilisce il ferreo regolamento. Una busta indirizzata all'Accademia contiene inevitabilmente un manoscritto, e nessuno può aprirlo senza il consenso esplicito del mittente; in assenza di questo, la busta rimarrà sigillata per cento anni esatti. Sessanta ne sono passati, bisognerebbe aspettarne altri quaranta, a meno che quel vecchietto, ultimo parente ed erede dell'autore, non dia il consenso all'apertura.

Chissà cosa deve aver pensato il vecchio Claude, quella mattina passato al cospetto di un'intera commissione dell'*Académie*. Certo avrà pensato che suo fratello maggiore, colui che aveva imbucato quel plico, era davvero solo poco più che un ragazzino, quando aveva vergato quell'indirizzo sulla busta gialla. Certo avrà ricordato un po' della sua gelosia nei suoi confronti, perché gli appariva evidente, perfino oggi che aveva superato gli ottant'anni, che la mamma aveva un debole speciale per il primogenito. Ma soprattutto si sarà chiesto se era davvero importante, come tutti questi austeri signori scienziati sembravano sostenere, che fosse loro concesso aprire la busta e leggerne il contenuto senza dover aspettare altri quattro decenni. Arrivati a una certa età, a un'età come la sua, l'urgenza è al tempo stesso un lusso e una necessità, e sembra quasi sempre più superflua che indispensabile.

Ma era lì, con addosso lo sguardo di tutti: accademici, legali, scienziati, notai. Forse con un sospiro, o forse con soddisfazione; forse con un briciolo di umana curiosità, o forse con una sorta di antica indulgenza – impossibile saperlo – Claude dà l'assenso, il sigillo viene tolto, e il plico numero 11668 è finalmente aperto, sessant'anni dopo la sua spedizione.



4 Wolfgang (Vincent) Döblin (Doblin)

A spedire il plico è stato Wolfgang, anzi Vincent. Il suo cognome è Döblin, ma si può scrivere anche Doeblin, proprio come Gödel si può scrivere anche Goedel, se vi sono antipatiche le *umlaut*. Nel 1936, in occasione dell'ottenimento della cittadinanza francese, Wolfgang Döblin cambia nome in Vincent Doblin; risponderà e userà entrambe le grafie, francese e tedesca del suo nome e cognome. I suoi scritti originali saranno però firmati quasi sempre con il nome e cognome tedesco, nella forma "Wolfgang Doeblin". Forse perché è il tedesco la lingua della famiglia, forse perché amici e parenti non lo chiamano né Wolfgang né Vincent, ma semplicemente "Wolf".

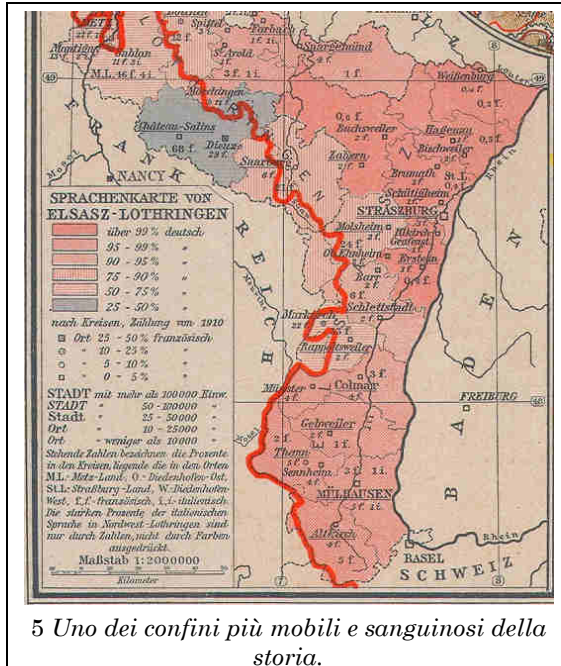
Nato il 17 marzo 1915 a Berlino, non ha ancora compiuto diciotto anni quando, il 27 febbraio 1933, la sua città natale assiste impietrita all'incendio del Reichstag, sede del parlamento. Il cielo notturno si rischiara coi riflessi giallo-arancio delle fiamme che divampano alte e devastanti sopra il palazzo più significativo della capitale e della Germania intera, e non ci vuol molto a capire – almeno per coloro che hanno occhi per vedere – che è un incendio che presto divamperà, e non solo metaforicamente, attraverso tutta la Germania, tutta l'Europa, tutto il mondo. Alfred Döblin, suo padre, gli occhi per guardare ce li ha: probabilmente non si sofferma neppure troppo a cercare di capire se ad appiccare il fuoco sia stato davvero quel povero muratore olandese, mezzo cieco, mezzo invalido, trovato mezzo nudo dalla polizia e subito accusato d'essere il colpevole del disastro<sup>4</sup>. Non è necessario per capire che i tempi sono maturi,

<sup>4</sup> Marinus van der Lubbe. Olandese, comunista, abbandonato dal padre in tenera età, orfano di madre e solo al mondo dall'età di dodici anni, soprannominato "Dempsey" per la somiglianza con il campione di boxe americano, invalido del lavoro dall'età di 17 anni, viene trovato seminudo tra le ceneri del Reichstag e subito accusato come colpevole. Confessa sotto tortura. Probabilmente aveva davvero preso parte alla faccenda, anche se si sospetta

che Adolf Hitler è ormai sul punto di prendere il potere, e così Alfred scappa da Berlino. Il suo *Berlin Alexanderplatz* è stato un trionfo, è ormai un ebreo troppo in vista per avere speranze di restare inosservato in uno stato che metterà lo sterminio degli ebrei come la prima delle urgenze, o quasi. Alfred parte, corre, scappa: è solo il 2 marzo quando già attraversa la frontiera con la Svizzera<sup>5</sup>. Rimane per tutta l'estate a Zurigo, dove anche Wolfgang si ricongiungerà al resto della famiglia, poi andrà a Parigi, dove resterà fin quando i nazisti non arriveranno anche loro, sette anni dopo, a passeggiare sotto l'Arco di Trionfo.

È così che Wolfgang/Vincent arriva nella sua nuova patria: al seguito del padre Alfred, che è ormai un vero e proprio rifugiato politico; e arriva insieme a sua madre Erna e ai due fratelli più giovani, il quasi sedicenne Klaus – che poi diventerà Claude, quel Claude che abbiamo già incontrato all'*Institut de France* – e Stefan, che ha da poco compiuto appena sei anni. Nuova patria, abbiamo detto? Sì; ma il suo, a ben vedere, è più un ritorno che un nuovo arrivo: Wolfgang nasce a Berlino, ma nasce nell'anno di guerra 1915, ed è figlio di medico. Suo padre Alfred, in quell'anno in cui le campagne renane si popolano di trincee, parte con moglie e figlio appena nato per offrire alla patria la sua professione: per tre anni – i suoi primi tre anni di vita, dal 1915 al 1918 – il piccolissimo Wolfgang vive e cresce dietro le prime linee tedesche della Grande Guerra, nella città che la Francia chiama Sarreguemines e che la Germania chiama Saargemünd. Città che, come cento altre di quella disgraziata regione, porta nei duplici nomi bilingue il marchio della follia secolare degli uomini: da quando Carlo Magno divise il suo impero, la Renania è sempre stata terra di frontiera, e frontiera nevrastenica; quando il piccolo Wolfgang ci passa i primi anni di vita, è città tedesca; dopo il primo conflitto mondiale, quando il giovane Vincent si arruola, è territorio francese.

Sappiamo già che Wolfgang/Vincent nel settembre 1939 partirà per andare al fronte; in realtà, è già dal novembre 1938 che è sotto le armi, nei campi di addestramento delle reclute. Sappiamo che arriva in Francia alla fine dell'estate del 1933, stagione che passa a Zurigo con la famiglia, mentre il padre cerca una sistemazione stabile per tutti. Tra le due date cruciali trovano spazio appena cinque anni; anni cruciali in cui si compie il passaggio da ragazzi a uomini, e non deve davvero essere un passaggio facile, in tempi complicati come quelli, soprattutto se si è in fuga dalla nazione dove si è nati e vissuti, se buona parte del tempo va impiegata, volenti o nolenti, nel ricostruire abitudini, amicizie, affetti, sentimenti. Anni fondamentali sia per la propria storia personale, sia per la Storia con la maiuscola. Cosa fa, cosa potrà mai fare in questi pochi anni Wolfgang, oltre a trasformarsi da Wolfgang Döblin a Vincent Doblin?



5 Uno dei confini più mobili e sanguinosi della storia.

fortemente che fosse stato manipolato fin dall'inizio dai nazisti. In ogni caso è inavvicinabile l'escalation giuridica che ne segue: pur di metterlo a morte, viene cambiata la costituzione della Repubblica di Weimar e reintrodotta la pena capitale. Fu ghigliottinato nel gennaio 1934, dieci mesi dopo l'incendio e tre giorni prima del suo venticinquesimo compleanno.

<sup>5</sup> La sua partenza è più che tempestiva: di fatto Alfred parte con la famiglia (meno Wolfgang) proprio all'indomani dell'incendio del Reichstag. Oltre alle sue ovvie deduzioni del pericolo, ci sono stati anche avvertimenti diretti da parte di suoi amici venuti a sapere che lo scrittore era sulla lista nera dei nazisti.

Fa matematica.

Non si sa neppure bene quando abbia davvero cominciato ad interessarlo, ma la matematica sembra proprio adattarsi a Doebelin. Specialmente la matematica difficile, quella che non dà certezze, quasi a voler sottolineare la scarsa fiducia del giovanotto nella permanenza e continuità delle cose. Entra alla Sorbona, e quando ne esce con il dottorato è già l'estate del 1938, vigilia della sua partenza verso i campi militari; quei famosi "solo cinque anni" sono allora cinque anni da studente universitario, ed è lecito e naturale immaginarlo come dedito alla studio e a poco altro. Lecito, ma errato: Wolf è uno studente straordinario, colpisce subito l'attenzione di Maurice Fréchet, uno dei maggiori matematici francesi del suo tempo, che poi diventerà il suo relatore e il suo confidente scientifico. In quei cinque anni, lo studente Doebelin pubblica 13 articoli e 13 contributi sui prestigiosi *Comptes Rendus* dell'Accademia: il ragazzino ha approcci rivoluzionari alla Teoria della Probabilità, e promette davvero bene. Forse ha preso dal padre, che ha mostrato il suo genio nella medicina e nella letteratura; o forse è proprio per contrasto generazionale che ha deciso di dedicarsi a qualcosa di meno concreto della medicina, di meno immanente della letteratura. Di certo, ha un modo originale di fare la sua matematica, un modo tutto suo, ma gravido di risultati.



6 Doebelin in divisa e tenuta da marconista

Resta però il fatto che ha solo ventitré anni, quando lascia l'Institut Henri Poincaré, dove opera dal 1935, e parte militare. Fa il marconista, una foto lo ritrae in divisa e con le cuffie; i ricordi dei compagni d'arme lo descrivono – come farà Paul Beaujot – come un tipo che resta un po' sulle sue, ma gentile e capace di attirarsi l'affetto dei compagni. Certo non è uno che impieghi il suo tempo libero a fraternizzare; sta quasi sempre lì, a scrivere. Scrivere lettere, forse, ma forse anche a scrivere altro.

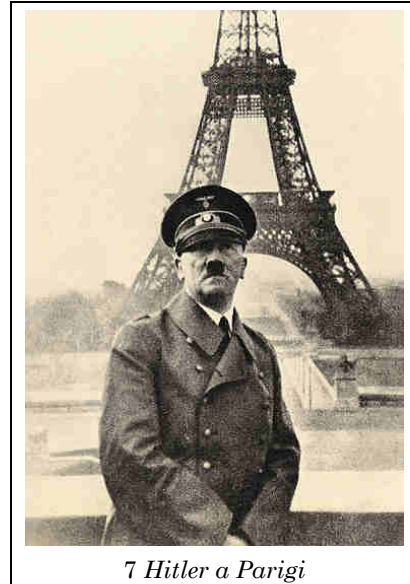
In realtà, sappiamo per certo che scrive non solo lettere, e lo sappiamo, paradossalmente, proprio dalle lettere che scrive al suo amico e professore Fréchet. Ma lo sappiamo solo perché quel carteggio verrà esaminato in seguito, analizzato, e getterà luce sull'esistenza del Plico numero 11668. Per il momento, nella nostra storia, siamo ancora in quel momento guerresco in cui il 189° Reggimento di Fanteria francese viene chiamato ad accorrere sul fronte fragile della Lorena. E Wolf accorre, con tutta la sua compagnia, e prende posizione nei pressi della cittadina di Housseras.

Non sappiamo neppure se Wolf capisce, se ricorda, se si rende conto di trovarsi nella stessa

regione dove ha trascorso i primi tre anni di vita: tra Housseras e Saargemünd nel 1915 proliferavano le trincee, da sempre si accavallavano le lingue, traballavano i confini, ma la distanza resta immutabilmente fissata in meno di cento chilometri. È tornato nelle terre della sua prima infanzia, e chissà se il giovane francese Vincent ha qualche memoria del piccolo tedesco Wolfgang che giocava infantilmente non troppo distante da lì. Di certo, anche se sono passati solo poco più di vent'anni, sono molte le cose che sono cambiate: la Grande Guerra era guerra di mitragliatrici, filo spinato e fango, guerra ferma. Questa che lo vede vestire la divisa è guerra che finirà sotto il fungo delle atomiche sul Giappone, segnata dalla crudeltà più abietta del genocidio programmato, dai bombardamenti aerei a tappeto sulle popolazioni civili. Sui fronti terrestri, è soprattutto caratterizzata dalla mobilità e dalla velocità dei carri armati.



E quella tra Francia e Germania, nel 1940, è guerra velocissima. C'è da chiedersi perfino come trovasse il tempo di scrivere alcunché, il marconista Doebelin, in quella primavera così terribile per la Francia. Eppure scrive, scrive, lettere e altro; ha molti fogli di carta scritti finemente con sé, quando tutto precipita in fretta: a inizio giugno è già chiaro che la battaglia della Somme è perduta; il 10 giugno, come se non bastasse il dramma in corso, anche l'Italia entra in guerra contro i francesi, con un atto che ha poca valenza nella scala militare, ma molta in quella della vergogna. Il 14 cade Parigi, e con essa le ultime speranze dei soldati francesi al fronte. Il 22 giugno, il generale Charles Huntziger per la Francia e il maresciallo generale Wilhelm Keitel per il Terzo Reich firmano a Compiègne<sup>6</sup> l'armistizio: la Francia è caduta, il suo territorio diviso tra lo stato fantoccio di Vichy a sud e i territori occupati dai tedeschi a nord. L'Alsazia e la Lorena tornano territori tedeschi.



7 Hitler a Parigi

Ma il giorno precedente, il 21 giugno, non è ancora chiaro che all'indomani si firmerà la pace. Wolfgang Doebelin è nell'occhio del ciclone, nel fuoco più rosso della battaglia, e ha come unico pensiero le sue carte. Ha visto i suoi compagni allo sbando, pronti alla rotta, a cercare scampo: ha visto il suo capitano seppellire la bandiera della compagnia, perché non cadesse in mani nemiche, forse è quel gesto che gli ispira l'idea di sotterrare da qualche parte anche la cosa più preziosa che ha, le sue carte. I compagni lo vedono indaffarato nell'operazione, e chissà cosa avranno pensato, nel vedere quel ragazzino strano impegnato in operazioni tanto strane, invece di pensare a salvarsi la vita. Salvarsi la vita, l'unica azione ragionevole.

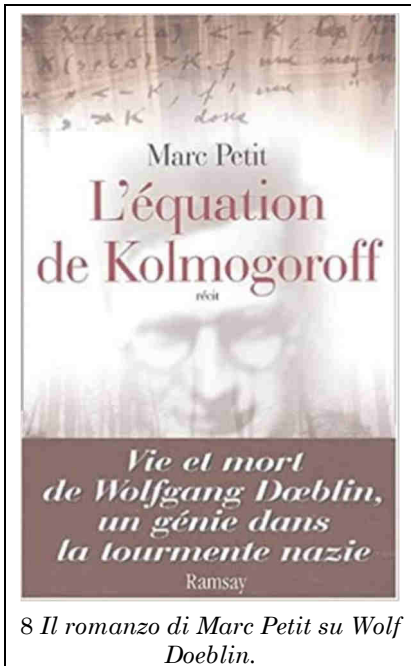
Non vi sarete mica dimenticati della pistola di Čechov con cui questa storia è iniziata, vero? È comparsa subito, prima ancora della storia stessa, e diligentemente ricompare adesso, nel momento cruciale. Wolf non sa che all'indomani ci sarà l'armistizio, o forse non gli importa nemmeno. Wolf ha nascosto le sue carte, forse ha continuato a scriverle fino all'ultimo, chissà. Wolf ha già spedito altre carte a Parigi, a febbraio: forse una copia delle stesse che nasconde ora, forse altre ancora, anche questo non lo scopriremo mai. Quel che sappiamo per certo è che Wolf ha scritto fino all'ultimo, come Galois; come Galois è giovane e tragicamente disilluso; come Galois, senza quasi saperlo né goderne i frutti, Wolf ha rivoluzionato una parte importante della matematica. Quel che sappiamo per certo è che Wolf non ha nessuna intenzione di finire in mano tedesca; così, come Galois, ricorre a una pistola. Nessun duello, se non con la sua coscienza: il dito che preme il grilletto dell'arma rivolta verso la sua tempia è il suo.

Delle carte nascoste da Doebelin non si saprà più nulla. Del resto, perfino dello stesso Wolfgang non si saprà più nulla per lungo tempo: la sua famiglia avrà la certezza che è morto solo cinque anni dopo, nel 1945, a guerra praticamente finita. Viene ritrovato il suo corpo, che oggi è sepolto proprio ad Housseras, accanto alle tombe di suo padre e sua madre. Grazie all'epistolario tenuto tra Doebelin e Fréchet si capisce però che Wolf aveva spedito un plico all'Accademia delle Scienze, ed è per questo che comincia la ricerca, il ritrovamento in archivio del plico 11668, la richiesta all'autorizzazione all'apertura, che Claude Doblin concede nel 2000.

Il plico contiene una memoria intitolata “*Sur l'équation de Kolmogoroff*”, ovvero i suoi studi su una delle equazioni fondamentali sui processi stocastici nella Teoria delle

<sup>6</sup> Tecnicamente, questo è il “secondo” Armistizio di Compiègne. Il primo è quello che venne firmato nel 1918, per il cessate il fuoco della Prima Guerra Mondiale. La ripetizione non è certo un caso: fu volontà precisa di Hitler la richiesta che il luogo fosse lo stesso in cui la Germania aveva subito l'umiliazione della resa nella Grande Guerra. Fu recuperato persino lo stesso vagone ferroviario in cui era stato firmato il primo documento, e preparato perché ospitasse anche la seconda, vendicativa firma.

Probabilità. Una memoria che mostra, senza alcun dubbio possibile, che Wolf aveva già intrapreso la strada di introdurre le generalizzazioni del moto browniano al posto dei



8 Il romanzo di Marc Petit su Wolf Doeblin.

metodi analitici per il calcolo della densità di posizione di una particella sottoposta a diffusione: in sostanza, l'idea fondatrice dal calcolo stocastico, scoperto e reso famoso da Kiyoshi Ito. Quanto basta, insomma, a far entrare il nome di Wolfgang Doeblin nell'olimpo dei più grandi contributori della Teoria della Probabilità della prima metà del XX secolo, insieme a Aleksandr Khinchin, Andrey Kolmogorov<sup>7</sup> e Paul Lévy. E sono proprio di Paul Levy, che ebbe Doeblin tra i suoi studenti, le parole che possono figurare da epitaffio in memoria di un grande matematico stroncato in età così giovane: *“Dopo tutto, non può esserci testimonianza più grande del lavoro di uomo della sua influenza sugli altri. Fortunatamente, per Doeblin, questa influenza è ben visibile e continua ancora. Il suo lavoro sui teoremi del limite è stata integrata e completata da Gnedenko e altri autori russi. Quello sui processi di Markov è stato sviluppato soprattutto negli Stati Uniti da Doob, Harris e altri. E c'è ancora una miniera di idee e tecniche che devono ancora essere esplorate.”*

Oltre a Levy, molti altri saranno poi affascinati dalla quasi incredibile storia di Wolf Doeblin. Marc Petit ha scritto *“Vie et mort de Wolfgang Doeblin, un génie dans la tourmente nazie”*, un romanzo-verità che esplora i pochi dati biografici che si conoscono della vita del matematico, facendo paralleli significativi tra i destini – a un tempo simili e diversi – dei Doeblin padre e figlio. Jürgen Ellinghaus e Hubert Ferry ne hanno tratto un bel documentario, sono state organizzate mostre e studi, e altri ne seguiranno.

*“Muor giovane colui ch'al cielo è caro”*, recita Leopardi, citando Menandro. Noi ne dubitiamo un po', ma faremo, ancora una volta, finta di crederci.

<sup>7</sup> RM159, Aprile 2012, *“Collegio matematico n.ro 18”*.

## 2. Problemi

### 2.1 Arrivano le feste!

...in realtà, le feste arrivano dal mese scorso, ma essendo ormai cronicamente in ritardo partiamo adesso. Il bello delle Feste in Redazione è che tirano lungo da febbraio a maggio, e il livello alcolico è tale che si tende a dare importanza al “come”, più che al “cosa” si festeggia.

Comunque, per la festa corrente, qualunque essa sia, abbiamo preparato un numero tale di torte da poterci permettere un congruo numero di esperimenti. Il L.I.d.R. (sarebbe il Lato Ingegneristico della Redazione, insomma, Treccia), conscia di dover definire uno standard, ha imposto alcune regole: tanto per cominciare, tutte le torte sono *triangolari* e di *area unitaria* (e i triangoli sono tutti simpaticamente diversi tra loro); inoltre, la divisione coinvolge due persone per volta (la terza valuta la bontà della soluzione proposta). Inoltre, la procedura di divisione in due parti è standard: compito dei due operatori *gourmand*<sup>8</sup> è infatti di ottimizzarla, ciascuno nel proprio senso.

Come passo zero, abbiamo la nostra torta triangolare disposta su un tavolo completamente sgombro sostanzialmente illimitato: Rudy, che agisce per primo, definisce un punto  $X$  sul tavolo a suo totale arbitrio; successivamente, Doc effettua un taglio (con un coltello infinito?) passante per  $X$  e *sceglie la fetta* (attenzione: Doc *taglia e sceglie*, alla prima lettura del problema ci eravamo persi questo passaggio fondamentale): dato che i Nostri sono quello che sono, ciascuno dei due vuole fare in modo che la propria fetta sia della massima dimensione possibile: OK, dopo si daranno il cambio, ma per il momento, meglio massimizzare.

Riuscite a trovare un metodo che permetta ai nostri due eroi di essere, nei limiti della procedura, entrambi convinti di aver ottenuto il meglio?

Oh, se qualcuno riesce a inventarsi un modo per espandere la procedura a tre persone, ce lo faccia sapere: noi non ne abbiamo la più pallida idea. Comunque, tranquilli: dato il numero delle torte, prima o poi ci giochiamo tutti.

### 2.2 Tetri(s) avanzi

Non sappiamo voi, ma durante le nostre partite a Tetris, più che le “s” (e le “z”) il nostro problema erano le “L”: mai che riuscissimo a incastrarle, e il “colpo” di far sparire tre righe tre in una botta sola era considerato molto più difficile che “bruciarne” quattro con la “T”; capite quindi che nutriamo un’istintiva antipatia per qualsiasi problema che coinvolga cose del genere: unica eccezione, il “Gioco delle Elle” di DeBono<sup>9</sup>.

Capite quindi che quando ci siamo trovati davanti un problema che coinvolgeva non solo le “L”, ma anche delle scacchiere *mutilate* (il che ci causa sempre qualche preoccupazione: tenete lontano gli sperimentali, per favore), non è che si siano fatti i salti di gioia... Comunque, almeno una cosa interessante il problema l’aveva: le “L” si potevano “girare al contrario” (nel senso di usarle girate dall’altra). E poi, non cadevano e quindi c’era il tempo di pensare.

Poi, facendo qualche ricerca, abbiamo trovato un “twist” che... “Rudy, ti decidi a dirci il problema?” OK, Va bene, va bene. Eccolo.

Avete un numero “di quanto pare a voi” di “L”, e una scacchiera  $N \times N$  cui mancano le quattro caselle d’angolo. Per quali valori di  $N$  potete tassellare la scacchiera con le “L”?

No, niente espansioni. Ve l’abbiamo detto, che non ci piace. Però, potreste provare a togliere, dagli angoli, dei quadrati un po’ più grossi... tanto, ormai, la scacchiera è rovinata...

<sup>8</sup> Veloce ripasso di francese: il *gourmet* degusta, il *gourmand* si abboffa.

<sup>9</sup> Su, su, non fate i *fainéants*, come dice L’Oca Sapiens. Zugzwang! Di RM100.

### 3. Bungee Jumpers

Sono dati il quadrato unitario ABCD e il suo cerchio inscritto, con L e M punti medi, rispettivamente, dei lati CD e AD. Su CL viene scelto un punto P e AQ viene tracciato in modo tale da essere parallelo a MP, intercettando in Q il lato BC.

Dimostrate che, per qualsiasi scelta di P, il segmento PQ è tangente al cerchio inscritto.

*La soluzione, a "Pagina 46"*

### 4. Soluzioni e Note

Marzo!

E anche questa è fatta, i festeggiamenti per il compleanno del grande Capo sono in preparazione. Per quanto riguarda la Redazione niente regali, non siamo più under-ventuno (nemmeno come collettivo) e dopo una certa età anche le torte virtuali fanno ingrassare... tutti tranne il Capo, ovviamente. Per questo i problemi del mese sono pieni di torte, speriamo di veder qualche grammo appoggiarsi sul nostro gracile ma sempre Grande Capo.

#### 4.1 [253]

##### 4.1.1 Discendenze matematiche

Dovete sapere che il numeri di febbraio è stato finito ad un'ora molto tarda del 28 febbraio, messo in linea e il giorno dopo, ancora febbraio, RM253 veniva lanciato con la solita newsletter e comunicazione urbi et orbi. Il primo problema era una cosa del genere:

*Prendete tutti i numeri da 101 sino a 200 e trovate il massimo divisore dispari di ognuno. Sommateli tutti e datemi il risultato.*

Incredibile ma vero, nella notte un nostro lettore aveva già scaricato RM, e prima ancora di finire di scrivere la newsletter, in posta avevamo già una prima soluzione, già lo immaginate di chi, il Nostro **Valter**:

Sono:

- tutti i dispari da 101 a 199
- i multipli dispari di 2 da 51 a 99
- di 4 da 27 a 49
- di 8 da 13 a 25
- di 16 da 7 a 11
- di 32 solo 5
- di 64 solo 3
- di 128 solo 1.

La somma è data da  $(1+199)+\dots+(99+101)=200*99=19.800$ .

A ruota (sì, già il 29 febbraio), è seguita la soluzione di **Luigi**:

Per i limiti del problema da 101 a 200 e per la sua generalizzazione da  $n+1$  a  $2n$ , la soluzione è immediata e consiste nel sommare tutti i numeri dispari compresi tra 1 a 200 (tra 1 a  $2n$ ) ovvero  $10.000 (n^2)$ .

La dimostrazione che ho trovato è la seguente:

Per i numeri dispari compresi tra 101 e 200 (tra  $n+1$  e  $2n$ ) naturalmente il massimo divisore dispari è se stesso.

Per ognuno dei 50 numeri pari il massimo divisore sarà un numero dispari inferiore a 100 (ad  $n$ ).

Se consideriamo uno qualsiasi dei numeri pari compresi nell'intervallo esso potrà essere scritto come  $D*2^n$ , con D numero dispari inferiore a 100 (ad  $n$ ). Si può facilmente notare che sia  $D*2^{n-1}$  che  $D*2^{n+1}$  sono due numeri pari al di fuori dell'intervallo e quindi, per la proprietà della scomposizione in fattori primi, ad



ogni numero pari all'interno dell'intervallo corrisponderà un diverso numero dispari D.

Quindi tutti e 50 ( $n/2$ ) i numeri dispari inferiori a 100 (ad  $n$ ) saranno ognuno il massimo divisore dispari di un diverso numero pari compreso tra 101 e 200 (tra  $n+1$  e  $2n$ )

unendo i due gruppi avremo tutti i numeri dispari inferiori a 200 (a  $2n$ ).

È il primo marzo e scrive **Aberto R.**:

“Prendete carta e matita, o se preferite anche il PC.” Non approfittarne sarebbe un insulto a Santa Pigrizia.

$$MaxDivDisp(N) := \left\| \begin{array}{l} \text{while mod}(N, 2) = 0 \\ \left\| \begin{array}{l} N \leftarrow \frac{N}{2} \\ N \end{array} \right\| \end{array} \right\|$$

$$Tot := \sum_{k=101}^{200} MaxDivDisp(k) = 10000$$

Due giorni dopo ci scrive **Silvano**:

Io mi ricordo che un po' di tempo fa qualcuno della redazione odiava un bambino che risolveva problemi matematici, adesso andate a cercare i discendenti? Dobbiamo temere per la loro incolumità?

Sperando che nessuno del trio abbia cattive intenzioni postume sul poveraccio in questione avverto che uso pesantemente la formuletta del bambino di 8 anni in questa soluzione.

Inizio a togliere il problema dei numeri dispari da 101 a 200: per un numero dispari il più grande divisore dispari è se stesso.

Quindi sommo i dispari da 101 a 200, in generale per i primi  $N$  numeri dispari.

Per far ciò devo applicare la formula del Bambino...:

$$SommaPrimi_{N_{Dispari}} = \sum_{i=1}^N (2 \cdot i - 1) = 2 \sum_{i=1}^N i - \sum_{i=1}^N 1 = 2 \frac{N \cdot (N + 1)}{2} - N = N^2$$

Quindi la somma per i numeri dispari da 101 a 200 sarà pari a:

$$Somma_{N_{Dispari} 101-200} = Somma_{N_{Dispari} 1-200} - Somma_{N_{Dispari} 1-100} = 100^2 - 50^2 = 7.500$$

Rimangono i PARI.

Cerco di dimostrare ora che la funzione che genera i numeri pari da 101 a 200 è biiettiva con i numeri dispari da 1 a 100.

La funzione generatrice dei numeri pari da 101 a 200 è:

$$NumeroPari_{101-200} = 2^k \cdot NumeroDispari_{1-100} \quad [1]$$

Per far ciò devo dimostrare la surriettività e l'iniettività:

**Surriettività:** Qualsiasi numero pari da 101 a 200 è esprimibile come [1]

Se un numero è pari tra 101 e 200 è divisibile per 2, quindi il risultato è compreso almeno tra 51 e 100, quindi la funzione [1] è surriettiva, iterando la divisione per 2 fino ad ottenere un numero dispari tra 1 e 100 ne dimostro la validità.

**Iniettività:** Tutti i numeri dispari da 1 a 100 contribuiscono a generare almeno un numero pari tra 101 e 200.

Per verificare questo devo dimostrare che non esistono D1 e D2 dispari tali che:

$$\text{NumeroPari}_{\text{tra } 101-200} = 2^k \cdot D_1 \quad [2]$$

$$\text{NumeroPari}_{\text{tra } 101-200} = 2^h \cdot D_2 \quad [3]$$

Ipotizzo per assurdo che esistono e uguaglio [2] con [3] ipotizzando che  $k > h$ :

$$2^k \cdot D_1 = 2^h \cdot D_2$$

Da cui:

$$2^{k-h} = \frac{D_2}{D_1}$$

Quindi ottengo che il rapporto tra due numeri per ipotesi dispari è una potenza di 2 il che viola l'ipotesi (inoltre se  $k=h$  viene che  $D_1=D_2 \rightarrow$  assurdo).

La funzione di cui sopra è quindi anche iniettiva perché i dispari da 1 a 100 sono esattamente 50 come i pari tra 101 e 200 e non potendo esserci 2 pari uguali devono per forza essere usati tutti, moltiplicati per varie potenze di 2, per generare i pari da 101 e 200.

Conseguentemente uno alla volta essi saranno i massimi divisori dispari dei pari tra 101 e 200 e basterà sommarli.

Riusando la formula dedotta prima della somma dei primi N numeri dispari:

$$\text{Somma}_{N_{\text{Dispari } 1-100}} = 50^2 = 2500$$

In totale, quindi, fa:

$$\text{TotaleRichiesto} = 2500 + 7500 = 10.000$$

La soluzione penso sia questa, datela al prof. in questione e farete un figurone, sarete Gauss per un giorno... a 8 anni...

Non so, per me è tornare giovane visto che ho superato i 50... e proprio nel numero di marzo balzo a 51.

In quale giorno?

Beh il giorno è un numero primo e facendo le scomposizioni in fattori è il primo di quelli che non ha un criterio "facile" di divisibilità...

ESTENSIONE:

Ora sull'estensione non ho pensato molto, ma resta il fatto che se fisso  $a$  e  $b$  arbitrari la somma dei dispari resta valida come esposta sopra.

Per i pari la prima idea sarebbe quella di andare a verificare dove si trovano rispetto alla classe resto modulo  $n$  di tutti i dispari inferiori ad " $a$ " e vedere se tra  $a$  e  $b$  hanno un multiplo e verificare il massimo ma passo perché mi accontento di essere Gauss jr e non Riemann Senior... io di solito quando arrivo ad Eratostene mi fermo... e lascio la parola al PC che fa prima a farsi le divisioni...

Siamo impressionati dalla velocità, ma passiamo al secondo problema.

#### 4.1.2 Scacchiere con i dadi

Bello questo problema con il dado che marchia a fuoco la scacchiera, solo appena un po' terrificante, ma nella teoria si può fare:

*Supponiamo di avere un dado in grado di incidere il numero presente sulla faccia a contatto con la scacchiera nella casella occupata; supponiamo inoltre di poter muovere il dado per "rotolamento" su uno spigolo, o verso l'alto (di fronte a noi) o di fianco (niente diagonale), partendo nella casella in basso a sinistra, con la cifra 1 in alto. Nostro scopo, con questi rotolamenti, è arrivare il prima possibile nella casella in alto a destra; intanto, il nostro dado marchia a fuoco ogni casella attraversata. Quanto vale la somma di tutti i numeri marchiati? E se fossi partito da 2? e da 3? e da (eccetera, eccetera) 6?*

E anche in questo caso ecco la soluzione di **Valter**, anche questa giunta prima dell'uscita della newsletter:

Ci sono in tutto 7 "rotolamenti" verticali e 7 orizzontali per un totale di 15 caselle.

Sia spostandosi in verticale che in orizzontale la somma delle 8 caselle vale 28.

C'è una casella a fianco di quella di partenza che però viene conteggiata 2 volte.

La somma totale delle 15 caselle dovrebbe essere 56 meno quella di cui sopra.

E con questo è tutto per ora. Alla prossima!

### 5. Quick & Dirty

I due bracci di una bilancia a bracci uguali non sono perfettamente uguali, quindi nel pesare un oggetto si commette un errore sistematico. Per ovviare a questo problema, viene suggerito di pesare l'oggetto due volte, prima con i pesi sulla sinistra e l'oggetto sulla destra e la seconda volta con l'oggetto sulla sinistra e i pesi sulla destra, per poi calcolare la media aritmetica delle due pesate. Siete d'accordo? O c'è un metodo migliore?

*Sia il fulcro della bilancia in  $F$  e sia la lunghezza dei bracci  $AF$  e  $BF$  rispettivamente  $a$  e  $b$ . Inoltre, si supponga che un oggetto di peso (corretto)  $W$  risulti di peso  $S$  e  $T$  rispettivamente quando posto sui piatti in  $A$  e  $B$  come indicato in figura.*



allora, è  $aW = bS$  e  $aT = bW$ . Dividendo tra di loro le due espressioni:  $W/T = S/W$ , ossia:  $W = \sqrt{ST}$ .

Quindi, va utilizzata la media geometrica, non la media aritmetica.

Essendo la media aritmetica sempre maggiore della media aritmetica tranne nel caso nel quale i due valori siano uguali, quella che si ottiene con la media aritmetica è sempre una sovrastima del valore esatto.

### 6. Pagina 46

Sia  $N$  il punto medio di  $BC$ , e le lunghezze di  $BQ$  e  $DP$  siano rispettivamente  $x$  e  $y$ .

Dal parallelismo tra le coppie di rette coinvolte si ricava che gli angoli  $\alpha$  in  $A$ ,  $M$  e  $Q$  sono uguali tra loro.

Quindi, le tangenti (trigonometriche) agli angoli in  $Q$  e  $M$  sono uguali tra loro e si ha:

$$1/x = y/1/2 \Rightarrow 2xy = 1$$

Ora,

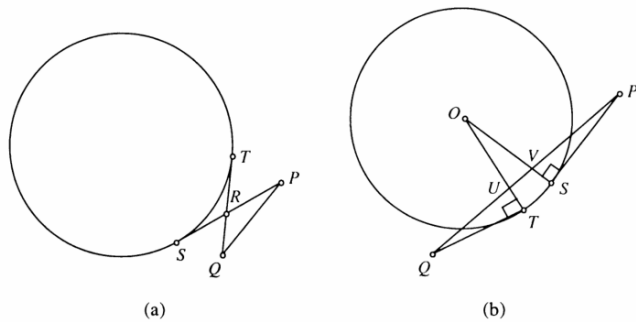
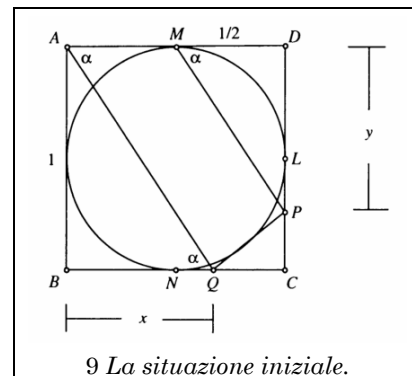
$$PQ^2 = QC^2 + PC^2 = (1-x)^2 + (1-y)^2 = x^2 + y^2 + 1 + 1 - 2x - 2y$$

Ed essendo  $2xy = 1$ , si ha che:

$$PQ^2 = x^2 + y^2 + 1 + 2xy - 2x - 2y = (x + y - 1)^2,$$

il che implica:

$$PQ = x + y - 1 = (x - 1/2) + (y - 1/2) = QN + PL$$



Supponiamo ora le due tangenti per P e Q al cerchio inscritto siano *distinte*, ossia siano S e T i due punti di tangenza: si tratta di dimostrare che S e T sono lo stesso punto, ossia che, dovendo le due tangenti essere entrambe perpendicolari al raggio del cerchio, sono una il proseguimento dell'altra.

Se S e T non sono lo stesso punto, i segmenti PS e QT o (a) si incrociano in un punto R interno all'angolo che formano, o (b) non si incrociano (i due casi sono evidenziati nella figura precedente).

Esaminiamo il caso (a): abbiamo, dalla figura, che:


$$PS + QT > PR + QR > PQ$$

e, nel caso (b),

$$PS + QT < PV + QU < PQ.$$

Ma entrambe queste relazioni contraddicono la condizione  $PS + QT = PQ$  che abbiamo ricavato precedentemente.

Quindi, i due punti non possono essere separati, il che è la tesi.





## 7. Paraphernalia Mathematica

Il titolo (o almeno, metà di esso) è uno spoiler.

### 7.1 Uno e Trino

*Ci sono 10 categorie di persone al mondo: quelle che conoscono il sistema binario e le altre.*

Va bene, l'abbiamo usata talmente tante volte nel calendario che ormai non fa neanche più ridere. Comunque, potrebbe essere un buon punto di partenza. E poi, è talmente vecchia che, avendola finalmente capita, possiamo spiegarvela.

Indubbie ragioni di praticità ci spingono a utilizzare, nella vita di tutti i giorni, la notazione decimale, mentre i computer preferiscono (sempre per ragioni di praticità: come diceva un compianto prof di informatica di Rudy, “non sono altro che un mucchio di interruttori collegati in modo bislacco”) il sistema binario: ragioni di praticità sulla praticità di cui sopra (aka “risparmiare inchiostro”) ci spingono ad utilizzare una notazione esadecimale. Come un bello spirito ha fatto notare tempo fa, se i cartoni animati dominassero il mondo, conteremmo tutti in base otto<sup>10</sup>.

Insomma, siamo tutti vittime di convenzioni: è “comodo” (almeno sin quando non chiedete l'ora ad Excel<sup>11</sup>) usare queste basi, per un qualche motivo. Ma siamo sicuri sia efficiente?

Supponiamo di voler costruire un contachilometri<sup>12</sup>: di quelli di una volta, con le rotelline che girano e i numerelli verniciati sopra: siccome dovete fare tutto voi (...e chi la trova più, una rotellina con i numerelli?) volete faticare il meno possibile, secondo la vostra personale definizione di “fatica”: in questo caso, possiamo considerarla come *il numero di rotelline necessarie moltiplicato il numero di cifre necessarie* (per ogni rotellina): diamoci un limite, e diciamo che ci stufferemo del nostro nuovo giocattolo dopo aver percorso un milione di chilometri (che, a 130 km/h, guidando 24/7 significa 320 giorni e notti: neanche poi tanto...): ossia, il nostro giochino deve essere in grado di segnare tutti i valori compresi tra zero e (decimale) 999999.

Affrontiamo il problema con mente aperta, e chiediamoci: ma chi l'ha detto, che dobbiamo usare la base dieci? Proviamo ad esplorare quanta fatica ci costerebbe lavorare in altre basi.

In base *unaria*, ci servono 999999 rotelline, ciascuna con un segno (ehm... beh, quasi. La rotellina si suppone apparire magicamente quando ci serve), costo 999999. Decisamente inefficiente, ma ha una sua simpatica comodità<sup>13</sup>.

In *binario*,  $999999_{10}$  si scrive  $11110100001000111111_2$ : ossia, vi servono *venti* rotelline, ciascuna con due simboli: costo 40. Andiamo già meglio.

Se stiamo sul nostro tranquillo decimale, servono *sei* rotelline, ciascuna con *dieci* simboli, costo 60.

Qui, gatta ci cova: se prima eravamo a quasi diecimila, poi siamo scesi a quaranta e poi siamo risaliti a sessanta, da qualche parte tra uno e dieci deve esserci un minimo.

Con calma, cerchiamo di darci un metodo.

<sup>10</sup> Sfogliamo la nostra abissale cultura ricordandovi che Topolino ha quattro dita perché così è più facile disegnarlo, visto che non porta(va) collane o colletto (questa frase è qui solo per vedere se leggete i PM, ma è comunque vera: risponderemo solo a chi fa espressa domanda). Sfogliamo anche la nostra veneranda età ricordando, nella nostra infanzia informatica, l'esistenza di calcolatori programmabili in *ottale*, con un byte di sei bit (più uno nascosto di *disparità*, come si diceva allora).

<sup>11</sup> Qui, non fate domande. Soprattutto, *non fatele a Rudy*. Se comincia a parlare di data e ora in Excel, finisce venerdì. Non necessariamente il prossimo.

<sup>12</sup> Andrebbe più correttamente chiamato *odometro*, ma non vorremmo perdere i nostri sette lettori già al quarto paragrafo.

<sup>13</sup> Quando la smettete di ridere, meditate sulle parole “*barra di avanzamento*”.

Se vogliamo sapere, in una data base, quante rotelline ci servono, ci basta trovare la potenza della base immediatamente maggiore di 999999: considerato che ci serve una rotellina anche per la potenza zeresima (sarebbero le unità) della base, prendiamo il valore dell'esponente appena trovato e quello è il numero delle rotelline.

Una veloce esplorazione con un foglio Excel porta a interessanti risultati:

	Base	Fatica		Base	Fatica		Base	Fatica
2		40	8		56	14		84
3		39	9		63	15		90
4		40	10		60	16		80
5		45	11		66			
6		48	12		72			
7		56	13		78			

Già. Anche se di poco, il minimo sembra proprio essere sul tre.

“Rudy, sei sicuro che tutto questo non dipenda dal fatto che hai scelto un limite evidentemente divisibile per tre?”

Sì, almeno se la domanda è formulata esattamente. In realtà ci sono dei casi nei quali conviene qualche altra base: se, per esempio, inserite come valore limite una potenza di due, allora conviene la base due. Ad esempio, 65535 richiede una fatica 32 in binario (e in quaternario), ma 33 in ternario. Comunque, per qualsiasi altro valore che non sia una potenza della base alternativa di numerazione, il nostro tre non ha mai concorrenti<sup>14</sup>.

O meglio, potrebbe averne uno: il numero delle ruote deve *evidentemente* essere un intero, ma come ben sapete gli avverbi di modo mettono sempre Rudy in sospetto. Infatti, se definiamo genericamente il numero delle ruote necessarie come il logaritmo (nell'opportuna base) del valore massimo che intendiamo visualizzare, otteniamo una misura molto più precisa della fatica, che ci permette di scegliere con maggior accuratezza la base. Giunti a questo punto (o meglio, giunti alla parola “logaritmo”) dovrete aver capito dove è possibile andare a parare: se utilizziamo una base *non intera*, si riesce a fare di meglio, in particolare, si ottiene il minimo della fatica se si lavora in base *e*, la base dei logaritmi naturali: il motivo per cui la base tre funzionava così bene nasce in realtà dal fatto che 3 è molto vicino a 2,7182818....

Cambiamo discorso, ma non troppo.

Nel 1958, Nikolay P. Brusentsov, dell'Università di Mosca, costruisce un computer ternario di nome *Setun*<sup>15</sup>, basato su un'architettura a 19 “bit ternari”, detti *trits*: la cella base di memoria, quindi, poteva contenere numeri interi (positivi) sino al valore  $3^{19}=3874202489$ ; un elaboratore binario, per maneggiare una cifra di questo genere, avrebbe avuto bisogno di una parola di 29 bit.

Il fatto che non si sia invasi dai computer ternari mostra che l'idea non ha avuto un grosso successo: in effetti, la costruzione non era ottimizzata, soprattutto per quanto riguardava le aree di memoria. Infatti, il *trit* era memorizzato in due *bit*: una coppia di anelli di ferrite che ammettevano gli stati di magnetizzazione “tutti e due su”, “tutti e due giù” e “uno su e uno giù”. Si perdeva quindi uno stato, visto che comunque in due bit potete memorizzare quattro informazioni: questo annullava qualsiasi vantaggio dell'elaborazione ternaria.

Se nessuno sembra sentire la mancanza di un computer ternario, esistono altre aree nelle quali sarebbe interessante se qualcuno contasse sino a tre. Ad esempio, nell'automazione dei *Customer Care*: avete presente quegli eterni menù nei quali “...per restare in linea, premete 1; per risolvere problemi esistenziali, premete 2; [...]”; per picchiare un martello in testa a chi ha scritto il menu premete  $\pi$ ...”? Beh, non abbiamo raggiunto ancora questi

<sup>14</sup> A proposito di sistema ternario e potenze di due: esiste una congettura (non provata) di Erdős e Graham (li conoscete di sicuro) secondo la quale  $2^2(=4)$  e  $2^8(=256)$  sono le sole potenze di due che, scritte in ternario, non contengono la cifra “2”: tutte le altre potenze di due sino alla seimiliardesima e rotti (verifica di *Ilan Vardi*) contengono almeno un due. La congettura resta comunque ancora da dimostrare.

<sup>15</sup> Dal nome del torrente che scorreva vicino all'università.

livelli, ma ci stiamo andando vicino. Fuor di battute, avendo un sistema con moltissime scelte possibili, è meglio organizzare un sistema gerarchico complesso, nel quale ogni livello fornisce poche scelte, o un sistema “flat”, in cui vi vengono presentate un mucchio di possibilità in pochissimi livelli? Psicologicamente, l’optimum è quello di minimizzare il numero di opzioni diverse che lo sventurato deve memorizzare prima di, finalmente, aver capito quale tasto fa al caso suo: se ci pensate un attimo, questo è perfettamente equivalente al costruire il nostro contachilometri con il minimo sforzo: quindi, volendo ottimizzare, tre scelte per ogni livello è probabilmente la scelta più soddisfacente<sup>16</sup>.

L’ultima “trovata”, nel ramo, è un’idea di **Donald Knuth**, espressa nella sua solita forma anodina: “Il più bel sistema numerico in assoluto è la notazione ternaria bilanciata”; ossia, il sistema di numerazione nel quale le cifre, anziché  $\{0, 1, 2\}$  sono  $\{-1, 0, 1\}$ : di solito, il “meno uno” (che alcuni preferiscono, per brevità, chiamare “antiuno”) viene indicato con un uno sovrilineato: per evitare arrabbiature tipografiche, invertiamo la notazione utilizzando la sottolineatura.

“Quanto vale”, un numero scritto in NTB? Beh, quando incrociate il meno uno, *sottraete* l’opportuna potenza: ad esempio:

$$\underline{11}01=1*3^3-1*3^2+0*3^1+1*3^0= 27-9+0+1=19$$

Se volete contare, i primi numeri della NTB sono:

$$0, 1, \underline{11}, 10, 11, \underline{111}, \underline{110}, \underline{111}, \dots$$

Per trasformare un numero nel suo reciproco, sostituite a ogni “uno” un “antiuno”, e a ogni “antiuno” un “uno” (già, lo zero resta uguale). In pratica, non dovete portarvi dietro quella scomodità del segno, e già questo ci spinge a tifare per Knuth. Notate che tutti i numeri negativi cominciano “evidentemente” per antiuno.

Come si conta, con questi numeri? Sommare è di poco più complesso che con il binario, e per sottrarre basta complementare il numero e sommare: decisamente comodo.

Se andate a vedere come era fatta la memoria del computer ternario, vi accorgete che (sorvolando sul fatto che sprecavamo uno stato) in realtà usava una NTB; sarebbe interessante riuscire a capire come fossero fatti i circuiti logici, e su che “logica” fossero costruiti: non sembra esattamente booleana.

Ehm... C’è un ingegnere, in sala?

*Rudy d’Alembert*  
*Alice Riddle*  
*Piotr R. Silverbrahms*

<sup>16</sup> Se ragionate un attimo su questo esempio, è “immediato” accorgersi che in tutti i sistemi nei quali devo compiere una scelta diversa da “sì/no” è consigliabile avere delle classificazioni ternarie: qualcuno lo ha proposto anche per la tassonomia naturale, ma i biologi a quanto pare da questo orecchio non ci sentono. Non ci risulta (ma saremmo felici di essere smentiti) si sia mai pensato di utilizzare il sistema ternario nella catalogazione dei libri: lì, Dewey e la base dieci continuano a farla da padrone.