Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 203 – Dicembre 2015 – Anno Diciassettesimo

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da

Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)
rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM202 ha diffuso 3'025 copie e il 06/12/2015 per Google eravamo in 8'620 pagine.

No, quello nuovo non andiamo a vederlo. Ma facciamo gli auguri a tutti i giovani Padwan.

1. Tutto è mobile

"Io sto godendo quelle poche ore che posso rubare da facende totalmente disparate, impiegandole nella compositione sopra i moti dell'acque, e spero che non riuscirà a suo tempo discara, perché sarà trattata del tutto geometricamente, con prove ancora infalibili fatte alla presenza di persona intelligente, e religiosa: in ogni caso, quando altro di buono non vi sia, vi sarà di certo la novità, la quale piace a tutti"

(lettera ad Antonio Magliabechi, 28 ottobre 1685)

In un suo scritto, Richard Feynman[1] si interrogava su quale fosse il concetto più importante della fisica. Nel contesto specifico, "importante" non aveva una connotazione di merito assoluto, ma una funzione specifica: se l'umanità fosse costretta – ipotizzava Feynman – a dover rinunciare a tutte le conoscenze della fisica e avesse la possibilità di trasmettere alla generazione successiva un solo concetto, quale sarebbe quello con più potere formativo e informativo? In altri termini, quale concetto avrebbe il potere di dare il massimo vantaggio conoscitivo a chi si appresta a indagare il mondo fisico partendo dal nulla?

1 *Feyman conciona vicino ad un noto ingegnere*

La sua risposta alla domanda era "l'ipotesi atomica". Riteneva che la consapevolezza che la materia fosse costituita da atomi fosse ad un tempo la conquista cognitiva più preziosa e il punto di partenza più conveniente nel campo dell'indagine della fisica.

Essendo ormai assunto a figura quasi mitologica – e godendo della stima incondizionata di chi scrive – non oseremo certo mettere in discussione l'opinione del grande Dick; ci piacerebbe però estenderla, allargarla anche oltre i confini della sola fisica. Accertato, come è accertato, che la visione che l'Uomo ha oggigiorno della Vita, dell'Universo e di Tutto Quanto (cit.) è decisamente diversa da quella che si aveva nel passato, è possibile trovare una sorta di denominatore comune a tutti (o quasi) i grandi progressi delle varie scienze e conoscenze?

La domanda è certo impegnativa: troppo, se si pretende una risposta articolata e oggettiva. Ma finché veleggia per l'aere come interrogativo aperto e opinabile, come una questione, insomma, a cui sia lecito rispondere premettendo un liberatorio "Secondo me…", allora si può provare ad affrontarla. E possiamo prenderci la libertà di affermare che – secondo noi – il rivoluzionario approccio che ha arricchito la quasi totalità delle conoscenze moderne è l'evoluzione.

Naturalmente, in questo contesto per "evoluzione" non intendiamo la sola e celeberrima "evoluzione delle specie attraverso la selezione naturale" del sommo Charles Darwin,

[1] Del grande suonatore di bongo, playboy, pittore e a tempo perso Premio Nobel della Fisica abbiamo parlato spesso, soprattutto nel compleanno a lui dedicato in RM076, maggio 2005, dal titolo "Love Story"; ciò non di meno, le stanche e vecchie cellule neuroniche deputate alla memoria non sono in grado di restituirci gli estremi dello "scritto" citato. Forse potrebbe trattarsi del celebre "La legge fisica", ma non ne siamo per niente sicuri.

anche se è innegabile che al barbuto naturalista inglese siamo debitori di una grandissima parte della moderna visione del mondo[2]: no, per “evoluzione” intendiamo solo il contrario di “staticità”, sia essa intesa in chiave temporale che spaziale.

Nell’antichità, durante il medioevo, e per gran parte dei tempi moderni, sembra che l’Uomo abbia affrontato la conoscenza del mondo esterno supponendolo di fatto eterno e immutabile. Certo, vi erano movimenti, accadimenti, eventi dinamici; ma venivano letti essenzialmente come piccole variazioni in un firmamento concluso e definitivo: in qualche misura, la stessa parola “firmamento” (dal latino “firmare”, “rendere stabile”) richiama proprio questo concetto. In astronomia, il principio era quanto mai evidente: tutte le cosmogonie partono dal presupposto che l’universo, nonostante gli evidenti moti degli astri, sia qualcosa di pienamente determinato e “stabile”, i movimenti dei pianeti sono ricondotti a cicli eternamente ripetuti e ripetibili, proprio come sono stabili e ripetibili i cicli degli ingranaggi di un orologio. A ben vedere, neanche la rivoluzione copernicana e il suo coronamento kepleriano e newtoniano cambiano di molto quest’approccio; pochi anni prima, la maggiore preoccupazione di Galileo, quando scopre i satelliti di Giove e le fasi di Venere, sta nel fatto sconvolgente e imbarazzante che i cambiamenti, al di fuori della Terra, suonavano ancora quasi come bestemmia.

Many of the books that make up the final 20 are hundreds – in one case thousands – of years old, proving that the best works really do stand the test of time. How many of these classics have you read?

The most influential books in history

On the Origins of Species (*Charles Darwin*)
The Communist Manifesto (*Karl Marx and Friedrich Engels*)
The Complete Works (*William Shakespeare*)
The Republic (*Plato*)
Critique of Pure Reason (*Immanuel Kant*)
A Vindication of the Rights of Women (*Mary Wollstonecraft*)
The Wealth of Nations (*Adam Smith*)
Orientalism (*Edward Said*)
Nineteen Eighty-Four (*George Orwell*)
The Meaning of Relativity (*Albert Einstein*)

Source: Academic Book Week survey

2 *Una (tra le tante e diversissime) classifica dei libri più influenti della storia*

E, a proposito di blasfemia, un’inevitabile resistenza all’idea di un mondo e di un universo in evoluzione la esercitano le grandi religioni. Uno dei maggiori compiti che quasi tutte le religioni si assumono è quello di dare le chiavi di lettura del mondo: la divinità è quasi sempre divinità creatrice e organizzatrice dell’universo, e di conseguenza ci si aspetta, da una religione organicamente comprensiva, che dia ragione e cronaca della creazione. È lo stesso compito che, con pretese ridotte, si assumono anche la mitologia, le leggende, le narrazioni popolari; e naturalmente, seppur con metodi e obiettivi diversi, la filosofia. E le grandi religioni contemporanee hanno una storia lunga, e sono generalmente poco disposte a cambiare la propria – antichissima – visione del mondo: non fosse altro perché rimandano le radici della loro cosmogonia a dei libri sacri che si suppone siano stati scritti dalla divinità stessa, il che comporta inevitabilmente una certa inerzia e resistenza (nel migliore dei casi) ad adattarsi alle nuove *weltanschauung* derivanti dalle scoperte scientifiche.

Questo spiega perché le scoperte cruciali della scienza, quelle appunto che cambiano il punto di vista da “statico” a “dinamico”, o più esplicitamente da “stabile” a “evolutivo”, abbiano inevitabilmente dovuto lottare strenuamente per affermarsi. In verità, spesso gli stessi iniziatori di una “rivoluzione evolutiva” hanno dovuto combattere contro i propri, inevitabili, preconcetti.

Eppure, quasi ogni grande rivoluzione scientifica mette in moto, e quindi in evoluzione, qualcosa che sembrava essere fissa e sempiterna. Quella di Darwin sconvolge certo più di altre, perché la sua teoria stravolge anche la superiorità – perfino la stessa presupposta somiglianza con la divinità – dell’Uomo rispetto agli altri esseri viventi; non solo demolisce l’idea che un essere superiore possa aver creato uno per uno gli animali nei

[2] Periodicamente vengono stilate delle classifiche dei libri più “influenti” della storia: come tutte le classifiche di questo genere, lasciano un po’ il tempo che trovano, vista la difficoltà di stabilire parametri oggettivi di valutazione. Ciò nondimeno, quasi inevitabilmente “L’Origine delle Specie” di Darwin troneggia al primo posto in tutte le liste.

sette giorni della creazione, visto che questi animali sono piuttosto delle sublimi variazioni sul tema di una sola grandiosa legge naturale, ma dimostra anche che l'Uomo ha molte più cose in comune col serpente tentatore dell'Eden che con la divinità creatrice.

E la battaglia non è ancora conclusa: anche se l'evoluzione degli esseri viventi ha delle evidenze così clamorose, e soprattutto così presenti e dirette, che è stupefacente che possa ancora essere rifiutata da un numero così elevato di persone. Ci sono milioni di persone che non si stupiscono di doversi proteggere da virus dell'influenza diversi anno dopo anno, persone che non mettono in discussione la diagnosi del medico che consiglia loro di non abusare degli antibiotici per non facilitare la formazione di batteri resistenti, e che, ciò nonostante, restano sempre convinte che gli esseri viventi siano stati creati mediante una iniziale e certosina progettazione unica e definitiva.

È forse bene rammentare che "evoluzione" in questo contesto significa solo "modifica nel tempo", e non implica giudizi etici di miglioramento: non c'è davvero intenzione, nell'opera di Darwin, di rimpiazzare una volontà creatrice con un'altra. Ma del resto la resistenza, la volontà di conservazione si manifesta anche in altri campi meno coinvolgenti dal punto di vista emotivo. Bisogna aspettare il XX secolo perché qualcuno abbia il coraggio di puntare il dito sulla forma combaciante dell'Africa occidentale e della costa orientale del Sudamerica. Quando Alfred Wegener finalmente lo fa nel 1912, ipotizzando la "deriva dei continenti", subisce delle opposizioni ragionevoli da parte scientifica (tant'è vero che la sua teoria di "deriva" muta presto nella più complessa e scientificamente valida "tettonica a zolle"), ma anche e soprattutto obiezioni meno ragionevoli da chi, semplicemente, non era disposto ad accettare l'idea che il pianeta non fosse oggi com'era sempre stato dalla notte dei tempi.

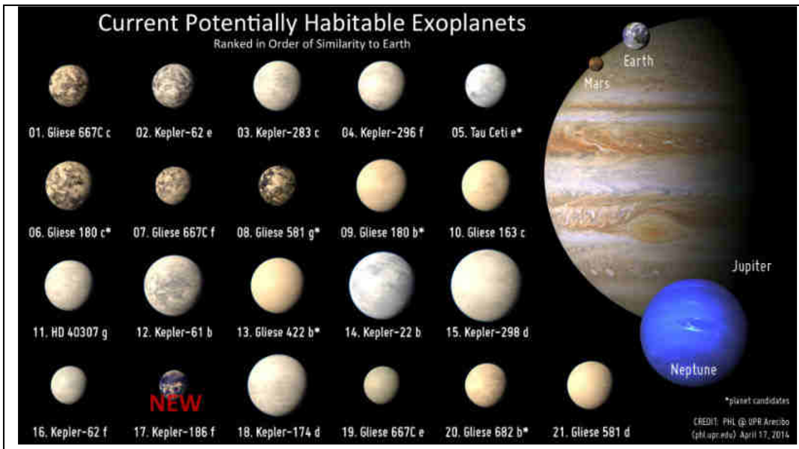
3 *Alfred Wegener*

Il concetto stesso di "cosmologia" tarda ad arrivare sulla scena scientifica, perché implica un'evoluzione nel tempo dell'universo: e che l'universo nel suo insieme potesse avere una "storia" è anche questa una novità del XX secolo, quando diverse teorie e scoperte, dalla Relatività Generale di Albert Einstein all'identificazione delle nebulose come galassie, "universi isola" molto distanti da noi da parte di Edwin Hubble; dalla rilevazione della radiazione cosmica di fondo all'affermarsi della teoria del Big Bang. Di nuovo l'immobile che rivela di essere tutt'altro che fermo.

La chimica resta immune alla rivoluzione che sposta il punto di vista statico verso quello dinamico essenzialmente perché il suo campo d'indagine è fin dall'inizio concentrato sullo studio delle trasformazioni della materia, e quindi non ha bisogno di adeguarsi, ma quasi tutto il resto del mondo scientifico cambia di fatto approccio: la fisica racconta la materia come un coacervo continuo di moti e trasformazioni continue, al punto che non è più possibile distinguere il simbolo stesso del moto, l'onda, da quello della stabilità materiale, la particella; e persino la matematica, sola scienza che non ha l'obbligo istituzionale di rendere conto del mondo fisico, sposta la sua attenzione su oggetti sempre complessi e dinamici (teoria del caos, logiche non binarie, geometrie frattali) e soprattutto indaga sulla solidità dei suoi fondamenti, trovandoli sorprendentemente assai meno stabili e sicuri di quanto credesse in precedenza.

Eppure, la consapevolezza che siamo chiamati ad indagare un mondo che evolve in ogni suo elemento rende la ricerca forse più difficile, ma estremamente più affascinante. Diventa più arduo sperare di trovare davvero "la legge fondamentale" dell'Universo, della

Vita e di Tutto Quanto (cit., di nuovo[3]), ma in compenso allarga incredibilmente il fascino della ricerca scientifica.



4 *Qualche esopianeta candidato alla vita*

Gli scienziati lo sanno: forse per deontologia professionale, o magari per abitudine consolidata a restare legati all'oggettività, di solito non indulgono troppo a parlare di cose soggettive come l'emozione che provano mentre vedono la bellezza stupefacente dell'oggetto del loro studio che si disvela sempre più meravigliosa, scoperta dopo scoperta: e forse è un peccato, perché dovrebbero fare in modo che se ne possano rendere conto anche coloro che non sono professionisti della scienza; e soprattutto anche coloro che, scienziati o no, vogliono comunque far risalire ad una volontà divina e creatrice l'origine di tutto. Perché un universo che si ripete eternamente e meccanicamente come un preciso orologio può stupire per la precisione del suo possibile creatore, visto come un Sommo Orologiaio; ma un universo dalle dimensioni inconcepibili che genera continue sorprese e particolarità impensabili, governate probabilmente solo da poche regole fisiche fondamentali, è incredibilmente più stupefacente: l'eventuale autore, se proprio lo si vuole chiamare in causa, dovrebbe essere immediatamente promosso da Sommo Artigiano a Supremo e Impareggiabile Artista. Una creazione metodica e certosina di tutti gli esseri viventi della Terra – o di tutti quelli che potrebbero popolare l'enorme quantità di esopianeti che solo adesso cominciamo a conteggiare – è altamente ammirevole, ma la proliferazione degli stessi scatenata dal semplice meccanismo della selezione naturale è incredibilmente più affascinante. Senza contare che una consolidata abitudine a leggere il cosmo come un brulicare continuo e dinamico, e continuamente in grado di rinnovarsi alimentato da sé stesso, rende forse eticamente ed esteticamente più accettabile la transitorietà della vita degli individui: l'eternità, sia del corpo che dell'anima, è con ogni probabilità così noiosa che l'universo si rifiuta di prenderla seriamente in considerazione.

A margine, e tornando a considerazioni più dirette ed immediate, c'è un ulteriore effetto collaterale istruttivo nel guardare al mondo che ci circonda come costantemente in evoluzione, ed è la sua fragilità e precarietà. L'idea di una Terra come centro dell'universo, creazione perfetta di Dio, e sede della sua creatura preferita, l'Uomo, può far indulgere ad un'eccessiva sicurezza nello stato di salute di questo azzurro pianetino. Può il creatore lasciare che la Terra si distrugga? Può una costruzione così meravigliosa e perfetta essere danneggiata da qualche marachella fatta da quegli esseri, tutto sommato minuscoli e imperfetti, che sono gli uomini? Ma figuriamoci… il Cielo e la Terra sono eterni, ci saranno sempre.

PARIS2015
UN CLIMATE CHANGE CONFERENCE
COP21·CMP11

5 *Cop21*

Beh, non è così. Il nostro pianeta non è unico, ed è spaventosamente fragile. Soprattutto, è fragile adesso, proprio in questi nostri tempi; e sì, la sua fragilità e il suo attuale pericolo discendono dal cattivo comportamento di qualche miliardo di mammiferi bipedi che lo popolano senza il dovuto

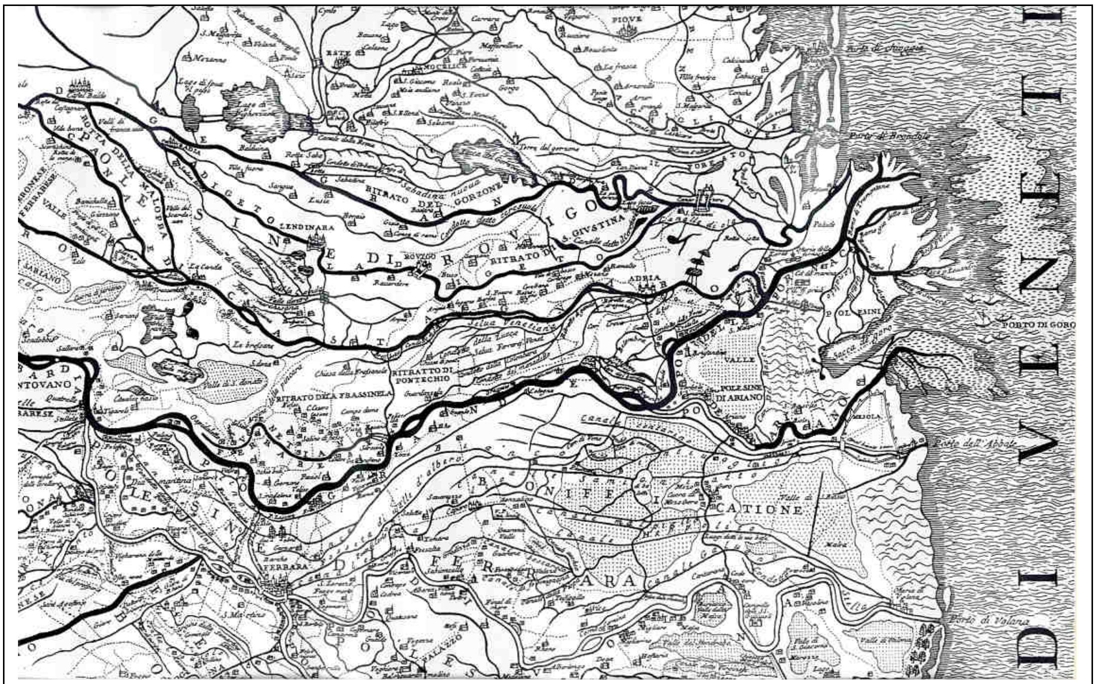
[3] …e anche stavolta non citeremo la citazione. Non ce n'è bisogno, vero?

rispetto che il suo fragile equilibrio richiederebbe. Ne stanno discutendo proprio adesso a Parigi, e sarà discussione lunga, complicata e difficile, e non è detto che dia frutti sufficienti.

Sarebbe bene rendersi conto tutti che un universo che è tutt'altro che un "firmamento", stabile, ma che è intrinsecamente dinamico, volubile, modificabile, e quindi anche molto suscettibile ai cambiamenti indotti. E che l'uomo, pur nella sua insignificanza su scala universale, è un agente capace di modifiche; specie per quel che riguarda il suo piccolo e – su scala universale – insignificante pianeta. La buona notizia, in questa congerie di tragiche constatazioni, è che l'uomo può anche essere in grado di modificare in meglio le cose, se solo volesse: e per convincersene può essere d'aiuto una piccola storia italiana vecchia di più di quattrocento anni.

Ficarolo è un piccolo centro di circa 2600 abitanti in provincia di Rovigo; e la provincia di Rovigo è un luogo abbastanza curioso, nella geografia nazionale. I due più grandi fiumi d'Italia sono il Po e l'Adige: il loro bacino congiunto è spesso chiamato "pianura padano-veneta", e tecnicamente si tratta proprio dell'unione della pianura padana, caratterizzata dal Po, con quella veneta, che ha nel corso dell'Adige il suo sviluppo maggiore. È abbastanza curioso che i due fiumi più grandi della penisola abbiano deciso di confluire a mare a brevissima distanza l'uno dall'altro: il citato Ficarolo, ad esempio, è un paese bagnato dal Po, ma nel contempo si trova a nemmeno venti chilometri dall'Adige. La sottile striscia di terreno che separa i letti dei due grandi fiumi è così caratteristica da avere un nome proprio, Polesine; e, al giorno d'oggi, coincide quasi perfettamente con la provincia di Rovigo. È verosimile che, a differenza di quelli di altri luoghi d'Italia, gli abitanti del Polesine abbiano una maggiore consapevolezza della mutabilità del pianeta: un valdostano può ammirare la piramide del Cervino e immaginare che stia lì dalla notte dei tempi, un calabrese può perdersi nei boschi d'Aspromonte e immaginare che il panorama disegnato da monti e scorci di mare sia opera fatta e conclusa già al momento della creazione, ma un rovigotto sa benissimo che il pianeta è vivo e in moto continuo. Molte città italiane, per quanto costruite dall'uomo, possono vantare un'anzianità storica maggiore di molte delle zone del Delta del Po: acqua e terreno si confondono, si scambiano di posto, si formano isole e si prosciugano paludi e gli uomini del posto si muovono in sincrono con i capricci del terreno, temendo le alluvioni, rincorrendo le nuove isole, spostando i campi, le case, le città.

Il Po e l'Adige si gettano nel mare che prende il nome da Adria, città del Polesine, che ormai dista da suo mare eponimo una trentina di chilometri. E con il suo Delta complicato il Po, nella storia recente, ha spesso alternato il ramo principale con il quale riversare le sue acque in Adriatico: e l'Adige non era da meno. Ai tempi degli antichi Greci l'Adige sfociava più a nord e il Po più a sud, e di conseguenza il Polesine era molto più grande di quanto è oggi: ma i fiumi sono capricciosi, figli non solo della terra e dell'acqua, ma anche del clima; e di volta in volta rompono gli argini, allagano nuove terre, disegnano nuovi corsi. Polesine è parola che porta nella sua etimologia le paludi, e la storia patria ribadisce continuamente questo concetto, come quando racconta di come Ravenna, non troppo distante, fosse scelta come capitale dell'Impero Romano d'Occidente per la protezione naturale – e virtualmente insuperabile – che le offrivano le paludi del suo entroterra.



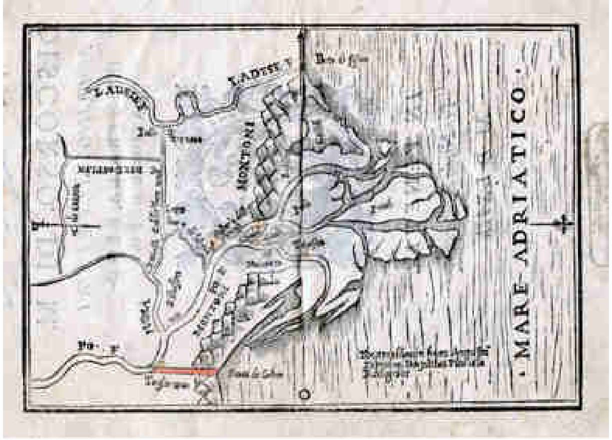
6 *Il Polesine in una mappa del 1603*

I delta sono ancora più capricciosi dei fiumi. Generano paludi, e la dilavazione continua fa persino in modo che i letti dei fiumi, in alcune zone, siano di fatto pensili, più alti del territorio circostante. Capita allora che gli argini possano cedere, rompersi, dopo un autunno particolarmente piovoso; e capita che i fiumi così liberati non rientrino più nei vecchi letti, ma decidano di seguire nuovi corsi, e formare nuovi paesaggi. Il piccolo paese di Ficarolo resta nei libri di storia per la devastante "rotta" del 1152, e il termine "rotta", per quanto apparentemente strano, sembra avere un duplice risultato evocativo: da una parte gli argini che si "rompono", dall'altra il fiume che, libero dalla vecchia schiavitù, sceglie una nuova via, una nuova "rotta" per andare verso il mare.

Solo gli abitanti di quelle zone mutevoli, probabilmente, riescono con facilità a ricordare tutte le evoluzioni dei grandi fiumi che lì terminano il loro corso: il Po di Primaro, che era il maggiore quando Ravenna brillava dell'arte bizantina; il Po di Volano, che invece raccoglie la maggior quantità delle acque quando comincia a nascere la citta di Venezia; il Po di Ficarolo, generato dalla rotta del 1152; e per un certo periodo il Po di Ferrara, o il ben più preoccupante Po delle Fornaci, col suo settentrionale ramo detto Po di Tramontana, che mise in allarme i veneziani nel 1600. Tutto il delta, da Venezia a Ravenna, è continuamente in moto: sono più di cento chilometri di coste continuamente movimentati dalla natura.

Quel che spaventò a morte i veneziani, nel 1600, era il rischio che la loro laguna si prosciugasse: può venire spontaneo pensare che un fiume trasporti soprattutto acqua, e che l'acqua comporti esattamente il contrario d'un rischio di prosciugamento, ma non è così. Quel che un fiume trasporta in maniera definitiva e spietata sono soprattutto detriti: detriti che si accumulano, crescono, diventano terra nuova. Il ramo principale del Po, nel 1600, era quello di Tramontana, così settentrionale che era tutto in territorio veneto, e non più nelle terre della casa d'Este di Ferrara; e il ramo cresceva così velocemente che si pensava che avrebbe in breve raggiunto l'Adige, trasformandolo in un suo affluente, aumentando radicalmente la sua portata e peggiorando ulteriormente le cose. La laguna stava per diventare palude, e Venezia, al pari di Adria, sembrava destinata a diventare una città di terraferma.

Venezia, nel 1600, è ancora una delle più importanti potenze della penisola italiana; città e repubblica ricca, nemica dello stato pontificio, insomma una protagonista della politica e dell'economia dell'epoca, anche se le rotte commerciali aperte dalle nazioni europee occidentali verso l'Atlantico hanno già cominciato a distrarre molti commerci, anche se le guerre continue le hanno già strappato Cipro e altri possedimenti. Ma resta una congregazione di uomini, e soprattutto, di uomini della fine del XVI secolo, ben lontani dall'epoca tecnologica, dalla civiltà delle macchine: nella lotta contro le forze della natura, non è neppure immaginabile che gli uomini possano provare a fare qualcosa.



7 Primi progetti per il "taglio", 1563

Eppure i veneziani lo fanno. Il pontefice è nemico, ma nel 1598 ha ridotto il potere della casa d'Este, signoria di Ferrara, riducendola a provincia dello Stato Pontificio, indebolendo i vicini dei veneziani. Il doge Marino Grimani attende allora l'arrivo del 1600 che è Anno Santo, e quindi anno in cui lo Stato della Chiesa non può impegnarsi in guerre. In questo lasso di tempo forzatamente pacifico, i veneziani progettano un'opera d'ingegneria inimmaginabile per quei tempi: deviare il corso del Po, tagliare il terreno per reindirizzare il Po di Tramontana verso sud, e salvare la laguna dall'impaludamento. È il "taglio di Porto Viro": una canalizzazione lunga sette chilometri che avrebbe spostato verso mezzogiorno il ramo principale del Po, e i conseguenti detriti. Ci vogliono quattro anni perché l'opera sia completata: quattro anni di lavoro di chissà quanti uomini, impegnati a disegnare un nuovo letto per il maggiore dei fiumi italiani. E questo mentre aleggia lo spettro della guerra, mentre fervono gli scontri diplomatici, e non solo: lo Stato Pontificio è tutt'altro che favorevole all'iniziativa veneziana, e oltre alle rampogne veicolate dagli ambasciatori, organizza perfino dei contro-tagli, come quello di Santa Maria, o il "taglio Donghi".

Alla fine, il taglio iniziato il 10 maggio 1600 trova attuazione il 16 settembre 1604, quando il nuovo alveo viene aperto: Giacomo Zane, provveditore incaricato, annuncia che la deviazione è iniziata alle ore 19[4], e che nel giro di un'ora il livello delle acque era parificato. In realtà, i lavori continueranno per un secolo e più: nuovi argini, nuovi canali di complemento, chiusura definitiva del Po di Tramontana, perfino lavori di sanamento dopo che una "rotta" venne a verificarsi proprio sugli argini del nuovo Taglio. La deviazione spostò il corso e i detriti verso sud, e in questo nuovo scenario si formarono, ancora più rapidamente di quanto avvenisse a settentrione, nuovi territori. La forma attuale del Delta del Po, con il rigonfiamento ben visibile che si inoltra nell'Adriatico, e che oggi ospita decine di nuovi paesi come Goro e Porto Tolle, è frutto essenzialmente del Taglio di Porto Viro operato dai Veneziani, e da un'altra opera cruciale operata nella parte meridionale del Delta: la deviazione del Reno.

Se l'Adige gioca un ruolo da protagonista appena a settentrione della foce del Po, il Reno fa altrettanto appena a meridione. Pur non potendo competere in quanto a lunghezza e portata con l'Adige – e men che meno con il suo omonimo che dalle Alpi svizzere percorre da nord a sud buona parte d'Europa – l'italico Reno che dall'appennino tosco-emiliano si lancia verso Bologna e Ferrara è un protagonista di tutto rispetto, nell'economia idrologica della zona del Delta.

La ragione è abbastanza evidente, e del tutto analoga a quanto già visto per il Polesine: le zone paludose intorno a Bologna, Ferrara e Ravenna subiscono i rischi di tragiche alluvioni, quando il Reno si getta nel Po: per evitare "rotte" e bonificare le paludi, si fa presto strada l'idea di deviare il Reno ancora più a sud, in modo da renderlo non più affluente del Po. Bisognerà attendere l'arrivo al soglio pontificio del bolognese Prospero

[4] Cioè verso l'ora di pranzo. Il computo delle ore partiva dal tramonto precedente, e quindi siamo intorno a quelle che noi chiamiamo ore 13.

Lambertini, Benedetto XIV, perché l'opera possa compiersi: il canale che ancora oggi lo devia verso Argenta si chiama infatti "Cavo Benedettino", e sono i suoi argini che impediscono le alluvioni, un tempo frequentissime, nelle campagne tra Bologna e Ferrara. Da Argenta, poi, il Reno viene bruscamente deviato verso il mare, immettendolo in quel ramo secco del Po, quel "Po di Primaro", che era inattivo, secco, più o meno dai tempi degli antichi romani: il Reno viene così promosso da affluente a fiume primario.

La deviazione del Reno viene attuata attorno al 1750, ma la necessità di intervenire sul fiume è già lampante in tempi ben precedenti. Una diatriba particolarmente accanita si accese nel primo ventennio del Settecento tra i bolognesi, che a quel tempo volevano immettere il Reno direttamente nel "Po Grande", e i mantovani, che ritenevano invece assai dannoso il progetto. Fu una lunga battaglia scientifica e dialettica, e a combatterla furono chiamati due matematici. Le parti di Bologna furono difese da Eustachio Manfredi.

8 *Eustachio Manfredi*

Eustachio Manfredi nasce a Bologna il 20 Settembre 1674[5], e diventa presto uno dei maggiori intelletti della sua città e della sua epoca. Figlio di un avvocato originario di Lugo, è uno dei rampolli di una famiglia notevole dal punto di vista matematico: anche i suoi fratelli Eraclito e Giovanni diventeranno professori di matematica e astronomia. Studia dai Gesuiti, dedicandosi inizialmente alla filosofia, poi passa agli studi di giurisprudenza: a diciotto anni si laurea, ma non eserciterà mai la professione d'avvocato. Comincia invece ad appassionarsi di matematica e idraulica sotto la guida di Giovanni Domenico Guglielmini, che gli insegna anche il calcolo differenziale. Eustachio, per non annoiarsi troppo, studia anche da autodidatta: astronomia, lingua francese, letteratura e poesia; non amava riposarsi, evidentemente, e certo questa è la causa per cui fonda, insieme a degli amici che condividevano i medesimi interessi, l'Accademia degli Inquieti: è il primo nucleo di quella che diventerà l'Accademia delle Scienze di Bologna.

Inquieto Eustachio lo è davvero: scrive e pubblica libri di poesie, e lo fa bene, se l'Accademia della Crusca lo elegge fra i suoi membri. Nel 1699, tanto per non far sfiorire altri interessi, comincia ad insegnare matematica all'università di Bologna: non guadagna comunque abbastanza da potersi mantenere, ma per sua fortuna riesce comunque a dedicarsi ai suoi studi, aiutato da amici mecenati. È certamente uno dei grandi intellettuali del suo tempo: indirizza l'Accademia degli Inquieti ad occuparsi di scienza, ottiene la cattedra di astronomia all'università di Bologna e inizia un fecondo carteggio con il grande astronomo Giovanni Cassini; studia il fenomeno dell'aberrazione della luce, che sarà poi spiegato compiutamente da James Bradley; pubblica nel 1715 un monumentale lavoro sulle effemeridi, basate proprio sulle osservazioni di Cassini. A dimostrazione del suo grande prestigio acquisito, viene eletto membro sia dell'Accademia francese delle Scienze, sia della Royal Society.

Come si è visto, nei primi anni del Settecento viene chiamato a difendere i progetti bolognesi per la deviazione del Reno nel "Po Grande"; del resto, le sue conoscenze d'idraulica fanno in modo che, anche dopo questa celebre diatriba, sarà nuovamente chiamato ad occuparsi di fiumi e acque, dal Tevere e Aniene alle Paludi Pontine. La "battaglia del Reno" è però certamente la più memorabile, anche perché deve confrontarsi

[5] Data che dovrebbe lasciar intendere ai lettori più affezionati che non si tratta del destinatario (almeno non l'unico) del presente compleanno.

con un altro luminare: a difendere le parti mantovane nella disputa c'è infatti Giovanni Ceva.


9 *Giovanni Ceva*[6]

Giovanni Ceva nasce a Milano il 1 settembre[7] 1647, da una famiglia benestante; il padre Carlo Francesco era un collaboratore del Duca di Milano e non aveva problemi economici, anche perché originario della famiglia dei marchesi di Savona, Saluzzo e Ceva, cosa che rivela come il cognome del nostro sia effettivamente strettamente legato alla cittadina della provincia cuneese. Più curiosa sembra la sua ascendenza da parte materna: la madre di Giovanni Ceva è Paola Colombo, che si sposa con Carlo Francesco Ceva nel 1639, e Paola è figlia di Cristoforo Colombo e Elisabetta Cavallina. Ad una prima frettolosa lettura, sembrerebbe quindi che il matematico abbia come nonno lo scopritore dell'America, ma un veloce controllo delle date rende l'ipotesi alquanto improbabile: il celebre Cristoforo nasce quasi due secoli prima di Giovanni, e la probabilità che il navigatore abbia tenuto il nipotino Giovanni sulle ginocchia ha più o meno la stessa probabilità che Ipazia sia la cognata di Hilbert; è però possibile che Ceva sia un discendente del più famoso dei genovesi. Anche la madre Paola ha ascendenze nobili e facoltose, appartenendo ad una famiglia di banchieri.

I numerosi figli della coppia seguono le tradizioni delle famiglie benestanti dell'epoca: ben sei intraprendono la carriera ecclesiastica, e tra questi Tommaso, che entra nel collegio dei Gesuiti di Milano e poi, naturalmente, nella Compagnia di Gesù. Tommaso, di un anno più giovane di Giovanni, è personaggio abbastanza notevole da lasciare traccia di sé sia nelle scienze sia nelle arti: diventa professore di matematica e retorica presso il collegio di Brera di Milano. Scrive un poema in latino, ***Iesus Puer***, che ebbe un notevole successo e diverse traduzioni; in matematica, scrive gli "*Opuscula Mathematica*"[8], è tra i primi lettori e critici di Newton, inventa uno strumento per la divisione dell'angolo retto. Ancora più notevole, forse, è il suo ruolo di insegnante di Giovanni Girolamo Saccheri[9], l'uomo che andò più vicino, senza arrivarci, alla scoperta delle geometrie non euclidee.

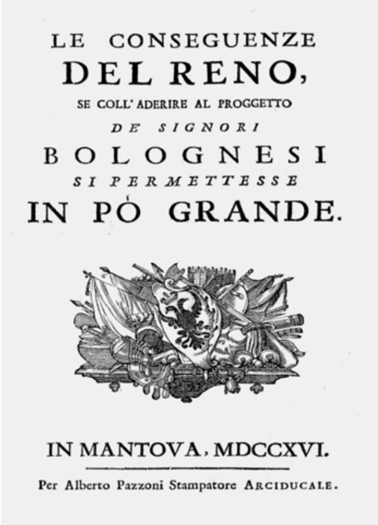
---

[6] Ci sembra di sentirvi… "ma quale Ceva! Quello è Galileo!". Beh, non sappiamo che dirvi: abbiamo perso ore in ricerche in rete, e siamo ragionevolmente certi che il ritratto ritragga proprio Ceva. Siamo peraltro anche certi che il medesimo ritratto sia frequentemente usato e spacciato per quello di Galileo Galilei, ma riteniamo che ciò sia sbagliato, ecco.

[7] Data che dimostra incontrovertibilmente che è proprio Giovanni il destinatario di questo compleanno. Ehm… in realtà, la nostra fonte principale (McTutor of St.Andrews University, benemerita fonte madre di tutti i calendari di RM) fino a non molto tempo fa riportava una data decembrina per la nascita di Giovanni Ceva: questo ci ha indotto a programmare in dicembre la stesura di questo compleanno. Ma uno splendido lavoro di Paola Landra (*"Ceva e Manfredi – una polemica fra matematici del settecento"*, Monografie di EIRIS, 2009) ha definitivamente chiarito la corretta (e settembrina) data di nascita di Giovanni Ceva: nonostante la St.Andrews riporti ormai correttamente la data, facendo proprio riferimento all'opera di Paola Landra, noi abbiamo recepito in ritardo la notizia. Con questa nota, pertanto, cercheremo di risolvere due questioni: la prima, che il compleanno di Giovanni Ceva esce comunque a Dicembre perché… perché… perché a Dicembre è nato suo fratello Tommaso (20 dicembre 1648), matematico anche lui; la seconda per ringraziare Paola Landra, il cui lavoro abbiamo trovato in rete in formato pdf e che abbiamo saccheggiato senza neppure avere il tempo di avvertirla. Paola, caso mai leggessi: grazie.

[8] Forse. Ci vorrebbero degli storici seri, per scrivere articoli come i compleanni, e non degli arruffoni scavatori del web come noi. Di certo, un'opera dal titolo "Opuscola Mathematica" è stata scritta e pubblicata da Giovanni, nel 1682: è possibile che l'attribuzione di un'opera omonima al fratello Tommaso sia in realtà un errore – comprensibile – di attribuzione causata dalla coincidenza del cognome.

[9] Ne parliamo in "*Le sue prime settanta pagine*", RM128, Settembre 2009.



LE CONSEGUENZE
DEL RENO,
SE COLL' ADERIRE AL PROGGETTO
DE' SIGNORI
BOLOGNESI
SI PERMETTESSE
IN PÒ GRANDE.

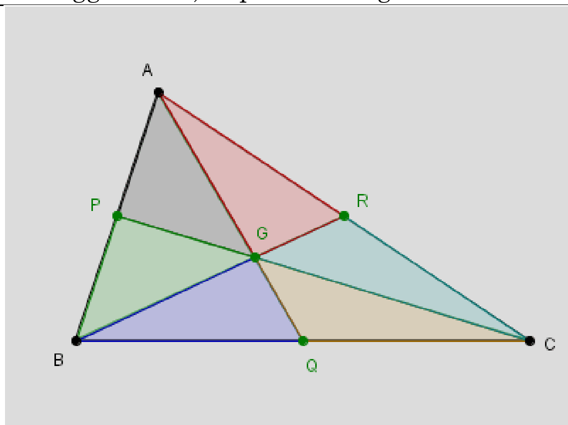
IN MANTOVA, MDCCXVI.
Per Alberto Pazzoni Stampatore ARCIDUCALE.

10 *La disputa*

Giovanni Ceva, invece, inizia la sua carriera andando, verso i quattordici anni di età, a studiare a Pisa, presso Donato Rossetti. Subito studi di matematica, insomma, e infatti già a Pisa comincia a prendere forma l'opera più celebre di Ceva, il "*De lineis rectis*"[10], che vedrà la luce nel 1678. Deve però presto trasferirsi a Mantova, dove suo padre è chiamato al servizio dell'Arciduca Ferdinando Carlo Gonzaga con una importante carica politica; come spesso accadeva a quei tempi, la carica politica si trasmette in qualche modo dal padre al figlio, e Giovanni Ceva, a Mantova, si ritrova di fatto ad essere una sorta di "ministro delle finanze" del Ducato di Mantova.

Gli impegni politici lo assorbono, ma Giovanni riesce comunque, seppur con immaginabile fatica, a continuare i suoi studi e le sue ricerche matematiche: l'estratto della lettera diretta a Magliabechi riportato in apertura a quest'articolo riesce a dare un'idea di come la passione per l'approccio matematico sia sempre presente e consolatorio nella vita di Ceva. Riesce infatti a pubblicare opere come il "*Geometria Motus*", "*Tria Problemata*", "*De re numaria*": quanto basta a procurargli il titolo di "matematico cesareo" e farlo scendere come esperto mantovano nella diatriba del Reno.

Giovanni Ceva si spegnerà a Mantova il 13 maggio 1734, dopo una lunga vita densa di studi e opere. Nel grande libro della matematica, il suo nome rimane soprattutto per merito del Teorema che porta il suo nome, e in qualche modo anticipa il concetto di coordinate omogenee, e nel termine "ceviana" che indica un qualsiasi segmento che, condotto da un vertice di un triangolo, intercetta il lato ad esso opposto[11].



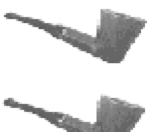
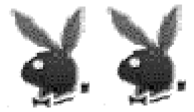
11 *Un arlecchinato teorema di Ceva*

Quel che forse più sorprende, nel rileggere la vita e le opere di Giovanni Ceva e dei suoi contemporanei, è la constatazione di come in fondo ci sia continuità anche nella generazione delle rivoluzioni: non tutto era fermo ad Euclide, prima di Gauss. Certo con oscillazioni, successi e insuccessi dilatati nel tempo, approcci classici contrapposti a metodi rivoluzionari, ma la matematica e la scienza continuavano a muoversi: l'evoluzione era forse più lenta, ma c'era, e cambiava i paesaggi delle conoscenze come i fiumi cambiavano, più o meno lentamente, i paesaggi del delta del Po.

[10] Più propriamente, "*De lineis rectis se invicem secantibus statica constructio*".

[11] Non ci dilunghiamo troppo sui contenuti matematici dell'opera di Ceva per l'ottima ragione che ne abbiamo parlato nella serie di Paraphernalia Mathematica "Oltre Euclide", a partire da RM200. Serie di PM che non è detto sia già completata e che, a dire il vero, è di fatto la genitrice di questo compleanno (cfr. esplicita richiesta a pagina 19 di RM200).

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	**Alice Riddle**	**Piotr R. Silverbrahms**
Girotondo virtuale mediamente numerato			
Attacco a Tattoine!			

2.1 Girotondo virtuale mediamente numerato

Sono ancora aperte come un tempo le osterie di fuori porta
Ma la gente che ci andava a bere fuori o dentro è tutta morta
Qualcuno se ne è andato per età
Qualcuno perché è già dottore
E insegue una maturità
Si è sposato, fa carriera, ed è una morte un po' peggiore.
Francesco GUCCINI, *Canzone delle osterie di fuori porta.*

Invecchiamo tutti, anche – *incredibile dictu* – i VadLdRM.

Se ricordate, tempo fa avevamo raccontato di un loro problema nel quale erano coinvolti una serie di amici (tutti veri) opportunamente selezionati che (considerato il fatto che la "A" e la "F" erano occupate) riuscivano ad occupare con le iniziali l'intero alfabeto; liberi di non crederci ma, contrariamente a molti di noi "diversamente giovani" con gli amici d'infanzia, sono rimasti in contatto (via Facebook, certo: al momento, sono sparsi sulle 4π steradianti del globo[12]). Recentemente, dieci di loro (che, per semplicità ma senza perdere in generalità, considereremo i primi dieci della "vecchia banda"), per festeggiare la seconda ricorrenza del valore zero nelle ultime due cifre di una prestigiosa rivista di matematica ricreativa, hanno organizzato un interessante problema.

Dopo essersi ordinati in un circolo virtuale in ordine alfabetico, ciascuno di loro ha pensato un numero e lo ha comunicato ai suoi due vicini (ma non agli altri); indi, ognuno dei partecipanti ha calcolato la media (aritmetica) dei due numeri ricevuti e l'ha comunicata all'intero gruppo, con questi risultati:

Alberto: "Uno". ***B***eatrice: "Due". ***C***arlo: "Tre". ***D***aniela: "Quattro". ***E***nrico: "Cinque". ***F***red: "Sei". ***G***igi: "Sette" ***H***ymen: "Otto". ***I***laria: "Nove". ***J***ean: "Dieci".

Quando, nel gruppo, è finita la sghignazzata per il peculiare risultato raggiunto, Fred non ha trovato niente di meglio da fare che porre la fatidica domanda: "...e adesso, Pater, dovresti dirmi *che numero ho pensato io*...".

Ragazzi, aiuto. Prima che questi ormai quasi attempati teppisti perdano anche quel poco di stima che ancora hanno nei miei confronti, mi date una mano?

[12] L'espressione "i quattro angoli del mondo" non ci è mai piaciuta.

2.2 Attacco a Tattoine!

Forse si è capito, che questo mese siamo un po' fissati con Star Wars.

La situazione cui Darth Vader si trova di fronte è una cosa di questo genere: dati i tagli di budget[13] del bilancio dell'Impero, la Morte Nera è stata fortemente "ridimensionata", anche se fornita di nuove armi; una in particolare, in grado di sostituire il raggio spaccapianeti, che costava uno sproposito in energia (...ma che condensatori avevano, per caricare quel coso?).

La logica, qui, è di generare un CSD (Campo Sferico Distruttivo: ma insomma, vi devo spiegare tutto?) attorno alla Morte Nera (che considereremo puntiforme); quando il CSD incontra il centro di un oggetto formato da materia solida, lo distrugge, spendendo una quantità di energia proporzionale alla superficie di contatto tra il bordo del campo e (l'interno del)l'oggetto, nel momento stesso nel quale il campo arriva al centro dell'oggetto.

Il vostro ruolo è quello di SPPdI (Scienziato Pazzo Preferito dall'Imperatore): quindi, oltre ad esibirvi in un "BUHAHAHAHA!!!" corredato di sguardo mefistofelico durante tutto l'attacco, dovete calcolare il dispendio di energia (o forse di *potenza*: per chi non lo ricorda, sarebbe il lavoro – o l'energia – nell'unità di tempo... la cosa ci pare abbastanza insignificante, visto che si tratta di uno *bzzzzaaaap!* quando il Campo passa per il centro) che l'operazione comporta.

È abbastanza evidente che se $\boldsymbol{R}$ è il raggio di Tattoine e $\boldsymbol{r}$ è il raggio del CSD, avere $r<1/2\ R$ più che alla distruzione dei Ribelli vi porta a trovarvi *dentro* al pianeta, il che Non È Bello, come dicono i Veri Nerd, soprattutto se state distruggendo il pianeta... (stiamo cercando una scusa per ignorare questo caso, posto che non si sia capito), quindi Darth Vader vorrà tenere un raggio del CSD maggiore di mezzo raggio del pianeta, per avere un pezzo del CSD "fuori dal pianeta" quando salta tutto per aria.

Ricapitolando: Siete fermi rispetto al pianeta, mentre espandete il CSD non spendete energia. Per distruggere il pianeta, spendete un'energia equivalente alla superficie di sfera del CSD inclusa nel pianeta nel momento in cui il CSD passa per il centro del pianeta.

Vostro compito (se non volete essere sollevati per la tiroide) è trovare la distanza ottimale tra i centri della Morte Nera e di Tattoine per garantire il minimo dispendio di energia, con una distanza maggiore di metà raggio di Tattoine.

Ora, noi non abbiamo la più pallida idea della trama del nuovo episodio, ma vorremmo la soluzione in tempo per quando gli amici cercheranno di convincerci ad andarlo a vedere... Qualcuno ha un'idea?

No, niente generalizzazioni. Teniamole per i prossimi episodi, OK?

3. Bungee Jumpers

Se a e b sono interi positivi tali che a^2+b^2 sia divisibile per $ab+1$, mostrare che:

$$k=\frac{a^2+b^2}{ab+1}$$

deve essere un quadrato perfetto.

La soluzione, a "Pagina 46"

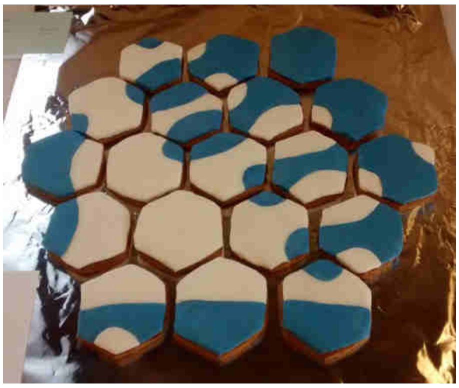
4. Soluzioni e Note

Dicembre.

Ce l'abbiamo fatta, un altro anno volge alla fine e vi abbiamo accompagnato con un numero di RM al mese, anche se sempre un po' in ritardo, e sempre un po' di corsa.

[13] "Lineari", come usa in ogni Impero del Male. Si taglia ai sistemi di armamento come si taglia alla cultura. E alla sanità.

Questo numero 203 è – tanto per cambiare – in ritardo, ma contiene anche qualche notizia su un evento che avviene ogni anno: la MathsJam Annual Conference (la trovate qui http://www.mathsjam.com/), dove sfortunatamente non si è vista nessuna rappresentanza italiana, malgrado la pubblicità che abbiamo fatto. Ciò nonostante, il nostro amico ***Adam***, che parla un magnifico italiano, ce ne ha mandato abbondanti resoconti, ma quello che ci è piaciuto di più sono le torte. C'è stata infatti una competizione per i dolci più matematicamente interessanti, che troverete fotografati sempre da ***Adam*** in queste pagine.



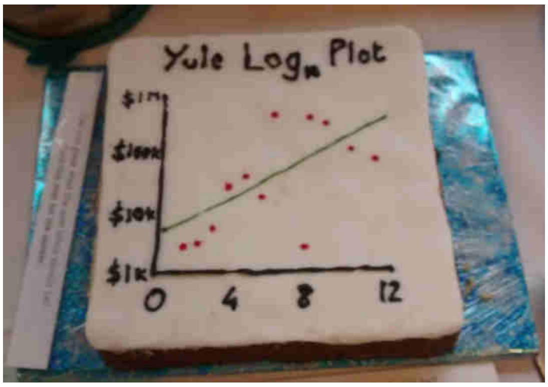
Ci dice ***Adam*** "il discorso che ha avuto più applausi e risate è stato quasi sicuramente quello di questa ragazza/signora: https://twitter.com/samheadleand, con la sua 'calcolatrice disco' che suona musica disco pertinente mentre fai i calcoli (video su youtube: https://www.youtube.com/watch?v=YfIQ7ktFM1g). (I discorsi variano molto da cose serie a cose assolutamente folli.)"

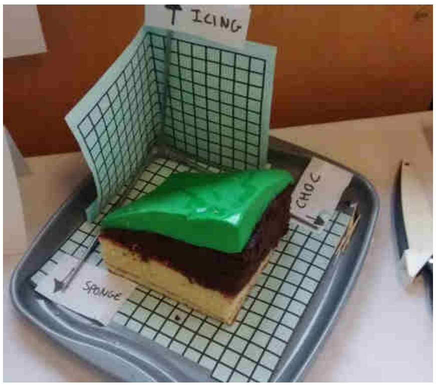
Alcune torte erano in tema con i discorsi, e lo si può immaginare. Ancora qualche commento del Nostro:

> Comunque: una 50ina di discorsi da 5 minuti. Le torte matematiche. Attualmente l'elenco dei discorsi è su http://www.mathsjam.com/conference/index.php?content=2015talks, ma fra poco sarà spostato su http://www.mathsjam.com/conference/index.php?content=pastconf.
>
> Il discorso più divertente era probabilmente quello sulla "calcolatrice disco" ma fra le cose con un contenuto matematico più evidente il discorso sulla successione Thue-Morse (youtube https://www.youtube.com/watch?v=prh72BLNjIk), applicata a, per esempio, la divisione dei numeri da 0 a 2^n in due gruppi tale che le somme, somme dei quadrati, ..., somme delle potenze (n–1)esime sono uguali. E infatti Matt Parker, standupmaths su youtube e altrove, ha fatto video su queste due cose dopo mathsjam.

Speravamo proprio in una lunga raccolta delle sue impressioni che potesse motivare qualcuno dei nostri lettori ad aprire un circolo mathsjam al bar più vicino e a partecipare l'anno prossimo alla conferenza, ma lui non ha avuto più tempo. Lo stesso arrivano ancora altre torte.

In realtà noi *sappiamo* che esistono iniziative simili in Italia, perché uno di noi vi ha partecipato per un bel po' quando passava serate a Milano: le Cenerentoliadi, per esempio, appuntamento mensile alla Città del Gioco. Siamo sicuri che succede anche altrove, sarebbe bello poter creare una network di questo tipo di eventi…





Ma adesso conviene andare avanti con le soluzioni, che le note sono già state fin troppo lunghe. Ma non pensate che le torte siano finite qui.

4.1 [194]

4.1.1 I Chinotti trepidano...

Dopo tanto tempo si sente parlare ancora di questo problema… Vediamo velocemente il testo:

> *Abbiamo un prato quadrato sul quale Doc intende piantare in modo regolare* 169 *alberi, in modo da ottenere un reticolo* 13x13*; per vivacizzare la cosa decide di mettere* 53 *alberi diversi dagli altri, sempre sui punti del reticolo ma piazzati in un modo casuale "ma-non-troppo". Il Nostro richiede che non ci siano quattro alberi del gruppo di* 53 *che siano ai vertici di un rettangolo con lati paralleli ai lati dell'appezzamento.*

> *Come deve fare? E in un quadrato di lato n, quanti punti potete scegliere al massimo in modo tale che nessuno gruppo di quattro sia sui vertici di un rettangolo di lati paralleli al quadrato originale?*

In RM195 si trovavano le soluzioni di ***Camillo*** e di ***Gnugnu*** che non soddisfano il nostro ***Edoardo***:

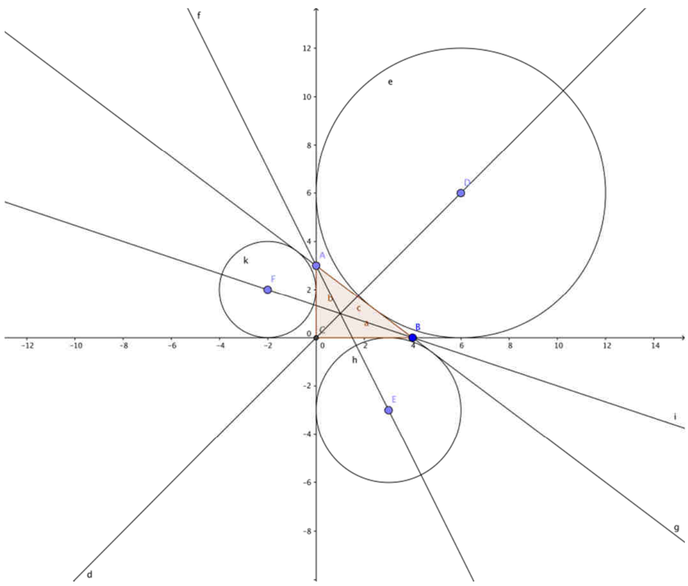
> Salve sono uno studente di matematica, e ho trovato su internet il problema 2.1 del vostro numero di marzo 2015, quello degli intrepidi chinotti. Ho provato a risolverlo e mi sono accorto che 52 era il massimo per una scacchiera 13x13. Qui pero è iniziato il mio problema: trovare la formula generale per sapere quanti oggetti posso mettere al massimo su una scacchiera *n*x*n* generica. Sul numero di aprile ho infatti letto la soluzione che avete pubblicato, e li c'è una formula solo per le scacchiere con *n*= 3,7,13,21,31,43,57 ecc. Ma non valida per tutti gli *n*!! É settimane che provo senza successo, mi date una mano voi?

Avete voglia di dargli una mano?

4.2 [202]

Prima delle soluzioni vere e proprie, vi informiamo che qualcuno ha letto il PM del mese scorso del Capo con tale attenzione da rispondere a una sua domanda: *"Qualcuno conosce un metodo meno incasinato per tracciare i cerchi exscritti?"*. Si tratta di ***Valter***, che ci scrive:

> Non so se è corretto perché c'è un po' di manualità. Forse si può inserire una formula per i cerchi imponendo che il centro giaccia sulla bisettrice, che abbia la lunghezza prevista e che sia tangente. Per me però è troppo.
>
> Ho scoperto in rete (http://output.to/sideway/default.asp?qno=130600034) che:
>
> - i centri giacciono sulla bisettrice degli angoli del triangolo
>
> - la lunghezza dei raggi è: area triangolo / (semiperimetro – lato su cui si appoggia il cerchio excritto).
>
> Ho quindi chiesto a geogebra di tracciarmi le tre bisettrici.
>
> Ho poi chiesto di disegnarmi il cerchio su un punto qualsiasi della bisettrice con raggio della lunghezza prevista.
>
> Chiedendo poi muovere il cerchio puntando sul suo centro e giocando con il tasto shift e le frecce per uno spostamento di grana fine ho appoggiato il cerchio ai suoi 3 punti di tangenza (ho notato che geogebra capisce da sola che deve spostarsi lungo la bisettrice).
>
> Allego l'immagine del mio tentativo:



Il Capo era contentissimo, ha già pensato alla prossima domanda (…Origami? …Euclide?). Va bene, andiamo avanti. Un momento, ho trovato qualcosa di dolce per una pausa.

Purtroppo nessuno si è offerto di risolvere il primo problema del mese scorso, per cui dobbiamo cominciare dal secondo. Vi ricordiamo che vale (e spesso pubblichiamo) scrivere per offrire diverse interpretazioni dei testi del Capo, che di sicuro sono poco comprensibili, per usare un eufemismo.

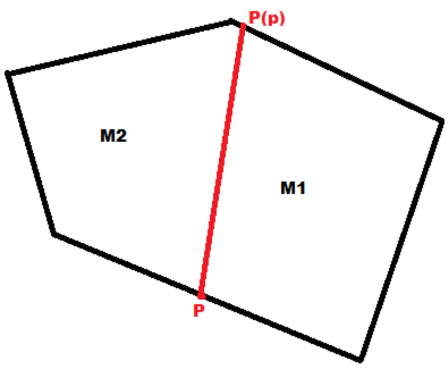
4.2.1 I Pentagliagoni

Vediamo che nuove figure si è inventato il Capo questa volta:

> *I pentagliagoni sono dei pentagoni convessi che possono essere tagliati in due poligoni di ugual perimetro. Stiamo parlando di qualsiasi pentagono (convesso), che viene isoperi(pen)tagliato.*
>
> *Rudy sostiene di essere in grado di prendere qualsiasi pentagono convesso e di essere in grado di tagliarlo in due poligoni di ugual perimetro per i quali i due lati maggiori sono della stessa lunghezza.*
>
> *Doc sostiene di essere in grado di prendere lo stesso pentagono convesso e di essere in grado di tagliarlo in due poligoni di ugual perimetro per i quali i due lati minori sono della stessa lunghezza.*
>
> *Qualcuno ha ragione? Qualcuno ha torto? Chi può mettere nei guai l'altro, e con che qualcosagono?*

Bene, questo il problema. Incredibile ma vero qualcuno ha capito di che cosa si parlasse ed ha offerto una soluzione. Cominciamo con ***NickBe***, a cui diamo ufficialmente il benvenuto tra i nostri solutori ringraziandolo per la pazienza:

> Consideriamo un poligono convesso con un numero qualsiasi di lati. Scegliamo su questo poligono un punto P. Muoviamoci sul poligono, a partire da P, in senso antiorario e chiamiamo P(s) il punto che raggiungiamo dopo aver percorso una distanza pari a s. In particolare, se il perimetro del poligono è $2p$, avremo P=P(0)=P($2p$)=P($4p$) ecc...



La coppia di punti P, P(*p*) divide il perimetro del poligono di partenza in due parti uguali e quindi i due poligoni M1 ed M2 in cui il poligono di partenza rimane diviso hanno lo stesso perimetro.

Ovviamente i poligoni M1 ed M2 dipendono dalla posizione di P, per cui indichiamoli con M1_P ed M2_P.

Ora, consideriamo tutte le possibili coppie di punti P, P(*p*), al variare di P sul poligono e cerchiamo, tra queste, se ne esiste almeno una tale per cui i due lati maggiori in M1_P ed M2_P hanno la stessa lunghezza.

Dato un poligono M qualsiasi, chiamiamo max(M) la lunghezza del suo lato maggiore.

La soluzione al problema, se esiste, si ha per i punti P per i quali si ha:

max(M1_P)–max(M2_P)=0.

Il valore max(M1_P) dipende *con continuità* dalla posizione di P sul poligono di partenza. Infatti, se consideriamo due coppie di punti P, P(*p*) e Q, Q(*p*) sul poligono di partenza, se P e Q sono "vicini", allora anche i valori max(M1_P) e max(M1_Q) devono essere "vicini". Analogamente, max(M2_P) dipende con continuità dalla posizione di P per cui anche la funzione

max(M1_P)–max(M2_P)

è una funzione continua della posizione di P sul poligono di partenza. Se consideriamo le due coppie P, P(*p*) e Q=P(*p*), Q(*p*)=P, abbiamo che i due poligoni M1 ed M2 si scambiano per cui M1_P=M2_Q e M2_P=M1_Q e dunque si ha:

max(M1_P)–max(M2_P) = –(max(M1_Q)–max(M2_Q)).

Ora, se sia in P sia in Q questo valore è zero, abbiamo trovato il taglio che cercavamo. Se questo valore è diverso da zero allora

max(M1_P)–max(M2_P)>0 e max(M1_Q)–max(M2_Q)<0

o viceversa. Essendo max(M1_P)–max(M2_P) una funzione continua della posizione di P, il teorema degli zeri garantisce l'esistenza di almeno un punto R compreso tra P e Q per cui

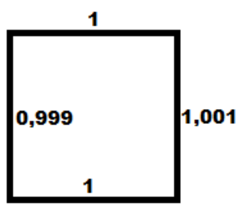
max(M1_R)–max(M2_R)=0

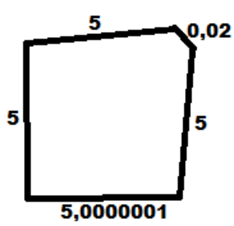
ed abbiamo così trovato il taglio che cercavamo.

In questo modo abbiamo dimostrato che *ogni poligono convesso si può tagliare in due in modo che i lati maggiori dei poligoni che si formano "di qua" e "di là" dal taglio abbiano la stessa lunghezza.*

Quanto detto non vale se sostituiamo la funzione max(M) con la funzione min(M), cioè la funzione che da la lunghezza del lato più corto in un poligono M.

Infatti, se supponiamo che nel poligono M1_P il lato più corto sia il lato PA e se facciamo avvicinare P ad A, la lunghezza di PA decresce arbitrariamente. Quando arriviamo a sovrapporre P con A, il lato più corto del poligono M1_P diventa un' altro. La lunghezza del lato più corto subisce così un "brusco salto", cioè la funzione min(M1_P) potrebbe *non dipendere con continuità* dalla posizione di P. Ad esempio, mi sembra che analizzando le possibili posizioni dei punti P e P(*p*) nei poligoni qui sotto, non si riesca a trovare nessun taglio che renda i lati minori di M1 ed M2 della stessa lunghezza.





Dicevamo che ***NickBe*** ha pazienza, perché ci aveva già mandato una bella soluzione il mese passato, ma noi – già in ritardo come sempre – non siamo riusciti a trasformarla nel formato RM. Così questo mese è arrivato un simpaticissimo doc, che si è fatto copiare senza problemi.

Ne approfittiamo per ricordarvi che il formato pfd è bellissimo da leggere, ma difficile da copiare e se volete essere pubblicati in questa rubrica dovete cercare di rendermi la vita facile che io di pazienza ne ho pochissima… anche perché adesso ho finito i dolciumi matematici. Vado quindi a presentarvi la soluzione di ***trentatre***:

> Ho cercato di affrontare il problema per poligoni generici – non solo pentagoni – ma ho rinunciato, in particolare per il caso *Rudy*, mentre ho ottenuto alcuni risultati per *Doc*.
>
> Un poligono (se non è un triangolo) può assumere diverse forme cambiando gli angoli, ma mantenendo la lunghezza dei lati. Per sua natura il problema non dipende dalla forma, salvo per il taglio in due parti; questo genera un nuovo lato in ognuna delle parti, la cui lunghezza (diciamo *f*) è rilevante in *Rudy* dove vanno confrontati i lati massimi, ma lo è meno in *Doc*, dove *f* non è di solito fra i lati minimi.
>
> Tralasciare *f* (cioè la forma) significa cercare i massimi e minimi solo fra i lati, inclusi quelli divisi dal taglio. Questo semplifica le cose. Si può assumere come perimetro un <u>cerchio</u>, con i lati come <u>archi</u> fra i vertici, e con i <u>diametri</u> come tagli che dimezzano il perimetro. I risultati si trasferiscono direttamente sul vero poligono scegliendo una delle forme che può assumere. La questione *f* si può verificare a posteriori.
>
> Ho usato questo schema per trovare le condizioni che rendono impossibile la divisione *Doc*.
>
> <u>notazioni</u>
>
> - Q : un cerchio di circonferenza *K* con sopra segnati *N* punti $V_1, V_2, \ldots V_N$
>
> - $a > b > c > \ldots v > z$: gli *N* archi (che continuo a chiamare lati) fra i punti, ordinati per lunghezza decrescente
>
> - *s* : il taglio, cioè un diametro che divide i lati di *Q* in due insiemi *Q1*, *Q2* (inclusi i lati tagliati da *s*)
>
> - sono *opposti* due punti *A*, *A** che dimezzano il perimetro (estremi di un diametro), oppure due parti *m*, *m** di *K* composti da punti *opposti*
>
> - *Lmin* : la lunghezza del lato minimo comune a *Q1*, *Q2*.
>
> Per poligoni generici <u>a lati tutti diversi</u> ho trovato che la divisione *Doc* è <u>impossibile</u> se
>
> I. ogni lato è $\leq 2z$ (*z* : lato più piccolo)
>
> II. non sono *opposti* due vertici *V* , oppure un *V* e il punto di mezzo di un lato
>
> III. l'*opposto k** di ogni lato *k* contiene al più un solo vertice *V*.

In particolare

[1] *N*=3 (triangolo) – II. e III. sono vere – un triangolo è <u>non</u> *Doc-divisibile* solo se vale I.

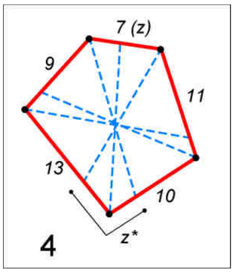
[2] *N* <u>dispari >3</u> – se II. è vera allora III. è vera – i poligoni sono <u>non</u> *Doc-divisibili* se vale anche I.

[3] *N* <u>pari</u> – se II. è vera allora III. è falsa e i poligoni sono <u>sempre</u> *Doc-divisibili*

In fig. 4 un esempio di pentagono <u>non</u> *Doc-divisibile*.

Perché questo valga anche rispetto a *f* basta adottare una forma (come in figura) in cui

[4] i tagli che escono dai vertici siano maggiori del lato massimo.



<u>dimostrazione</u>

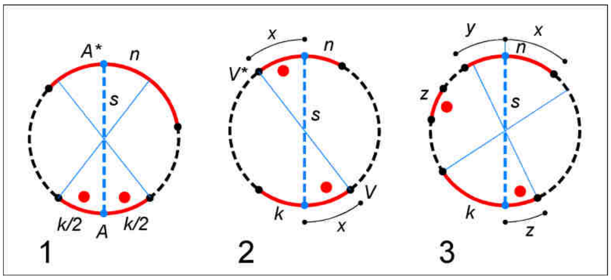
- nelle figure in rosso i lati interessati; in blu il taglio; i pallini rossi • indicano i due *Lmin*

- le parti in nero sono composte da un numero qualsiasi di lati (eventualmente nessuno)

- i lati sono <u>interi</u> oppure <u>divisi</u> (in due parti non nulle) dal *s*

- i • non possono essere due lati <u>interi</u> (che sono diversi) quindi un • è prodotto da *s*

I diversi casi dipendono dai due • che possono essere 1) le due parti (uguali) di un lato <u>diviso</u>, 2) le parti di due lati distinti <u>divisi</u>, 3) una parte di un lato <u>diviso</u> e un lato <u>intero</u>.



<u>caso 1)</u> - fig. 1

- il lato k è dimezzato e $Lmin = k/2$, il taglio divide il lato n

(A* non è un vertice se vale II.)

- le parti in cui è <u>diviso</u> n devono essere tutte e due $> Lmin$ cioè $> k/2$

(non possono essere $= k/2$ se vale II.)

$\rightarrow$ n* contiene interamente k, cioè <u>due</u> vertici

- il caso è impossibile se (oltre II.) vale anche III.

<u>caso 2)</u> - fig. 2

- i due $Lmin = x$ sono parti di due lati k, n

- i vertici V e V* sono *opposti*

- il caso è impossibile se vale II.

<u>caso 3)</u> - fig. 3

- i due $Lmin = z$ sono il lato <u>intero</u> z e una parte del lato k e il taglio divide il lato n ($Lmin$ non può essere un lato $>z$: z sarebbe il lato minimo di una sola parte)

- le parti in cui è diviso n devono essere $\geq Lmin \rightarrow\ x \geq z,\ \ y > z \rightarrow\ n = x + y > 2z$

($y = z$ è proibito se vale II.)

- il caso è impossibile se vale (oltre a II.) anche I.

Le dimostrazioni di [1], [2], [3] sono lunghe e noiose da scrivere – non le riporto.

[4] finché il taglio mantiene gli estremi su due lati, il quadrato della sua lunghezza è una funzione quadratica positiva della posizione; quando uno degli estremi raggiunge un vertice si ha una cuspide, cioè un massimo relativo.

E siamo arrivati al fondo. Mi raccomando, non dimenticate a questo punto che all'inizio vi abbiamo proposto un nuovo problema ispirato a quello in RM194, e che non avete degnato di una soluzione il primo problema del mese scorso. Ma con questa frase finale vi auguro buone feste, al prossimo anno!

5. Quick & Dirty

Ho scritto alcuni numeri (interi positivi), e ognuno di essi è la metà della somma dei restanti; quanti sono i numeri, e come sono?

6. Pagina 46

Parte 1:

Utilizzando il metodo della "discesa infinita", è possibile arrivare ad una contraddizione dall'assunto che k non sia un quadrato perfetto.

Data la simmetria delle espressioni, possiamo supporre, senza perdere in generalità, che sia $a \geq b$. La radice del metodo della discesa infinita consiste nel dedurre l'esistenza di due interi positivi (p, q) "più piccoli" degli originali (a, b) per cui sia:

$$k = \frac{p^2+q^2}{pq+1} \text{ con } p \geq q \text{ e } q < b.$$

Quindi, l'esistenza di (p, q) ci permette di dedurre l'esistenza di un'altra coppia (r, s) per la quale vale la stessa legge, e avanti in questo modo *ad infinitum*. Avremmo quindi una sequenza infinita di valori per cui deve essere:

$$b > q > s > v > \ldots$$

Che è la contraddizione che dimostra il teorema: va quindi dimostrato che esiste la la coppia (p, q) "minore" della coppia (a, b).

Parte 2:

La relazione

$$k = \frac{a^2+b^2}{ab+1}$$

può essere posta nella forma:

$$a^2 - kab + b^2 = k.$$

che mostra come (a, b) siano soluzioni intere dell'equazione:

$$x^2 - kxy + y^2 = k.$$

Se, in quest'equazione, $x = 0$, allora $k = y^2$, e se $y = 0$, allora $k = x^2$. Ma il nostro assunto richiede che *k non* sia un quadrato, allora entrambe le componenti della soluzione devono essere diverse da zero.

Se gli *interi x* e *y* avessero segni opposti, dovremmo avere:

$$x^2 - kxy + y^2 = x^2 + k\,|xy| + y^2 \geq x^2 + k + y^2 > k,$$

che è una contraddizione.

Quindi, ogni coppia di soluzioni *intere* deve essere di segni concordi.

Parte 3:

Ricordando che è:

$$a^2 - kab + b^2 = k,$$

si ha:

$$a^2 - kab + (b^2 - k) = 0.$$

Notiamo ora che a è radice dell'equazione quadratica

$$x^2 - kxb + (b^2 - k) = 0.$$

Ma un'equazione quadratica ha due radici: sia la seconda radice dell'equazione qui sopra c: deve essere:

$$c^2 - kcb + (b^2 - k) = 0,$$

il che rende (b, c) soluzione dell'equazione $x^2 - kxy + y^2 = k$, e quindi è valida la relazione:

$$k = \frac{b^2 + c^2}{bc + 1}$$

Parte 4:

Essendo (a, c) radici di $x^2 - kxb + (b^2 - k) = 0$, allora per il Teorema di Viète deve essere:

$$a + c = kb$$

$$ac = b^2 - k.$$

Dalla prima di queste espressioni si ricava che c è un intero, il che rende (a, c) soluzione *intera* di $x^2 - kxy + y^2 = k$ e, dovendo le soluzioni intere di questa equazione avere lo stesso segno, anche c sarà un intero positivo.

Parte 5:

Ricordando che $a \geq b$ e che $k > 0$, la seconda espressione ricavata dal Teorema di Viète implica:

$$ac = b^2 - k < b^2 \leq ab,$$

e quindi deve essere $c < b$.

Conclusione:

Riepilogando, se k non è un quadrato perfetto, l'esistenza della coppia positiva (a, b) per cui sia:

$$k = \frac{a^2 + b^2}{ab + 1} \text{ con } a \geq b,$$

implica l'esistenza di due interi positivi b e c per cui:

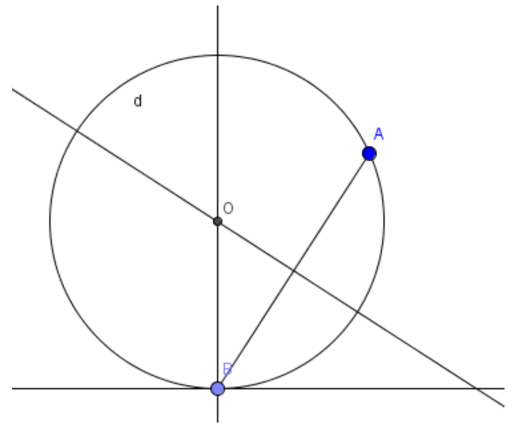
$$k = \frac{b^2 + c^2}{bc + 1} \text{ con } b \geq c \text{ e } c < b,$$

il che completa la dimostrazione.

7. Paraphernalia Mathematica

Abbiamo ricevuto una risposta sui cerchi exscritti! Per premio, questo mese cominciamo con un problema simile ma diamo subito noi una soluzione elegante.

La domanda, in questo caso, è piuttosto semplice: *costruire il cerchio tangente ad una retta in un punto dato e passante per un altro punto dato (non appartenente alla retta).*



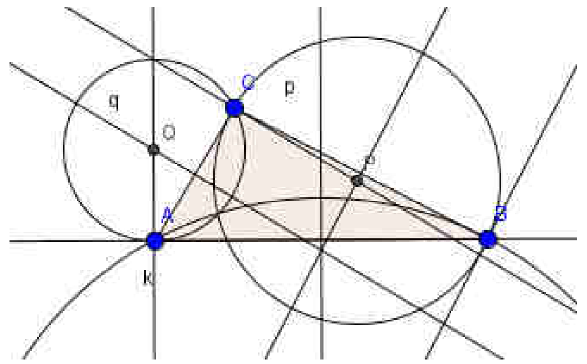
12 *Facile facile…*

Sono dati la retta l e il punto B appartenente alla retta e candidato alla tangenza; inoltre, è dato il punto A (esterno alla retta), per il quale deve passare la circonferenza: per ottenere il tutto, il metodo più semplice consiste nel tracciare il segmento AB, tracciare la perpendicolare bisecante AB e trovarne l'incrocio O con la perpendicolare a l passante per B. A questo punto, avete il centro del cerchio e due punti per i quali deve passare (ve ne basterebbe uno, comunque), e potete tracciare la curva.

La cosa serve per trovare alcuni punti piuttosto interessanti, dei quali andiamo a parlare.

7.1 Oltre Euclide [4 – Il bulimico]

Il motivo del titolo, questa volta, nasce dal fatto che esistono persone che, anche se poste davanti alla carta dei piatti dell'Albergo di Hilbert (quello in grado di ospitare un numero infinito di clienti), pretendono di avere un assaggino di tutto[14]. Andiamo a vedere cosa succede quando una di queste persone si interessa di matematica.



13 *Già meno facile.*

Forti del metodo visto nell'introduzione, proviamo a lavorare su un triangolo e a cercare qualche cerchio; nella fattispecie:

Il cerchio p è tangente a AC in C e passa per B.

Il cerchio q è tangente a AB in A e passa per C.

Il cerchio r è tangente a BC in B e passa per A.

E qui succedono ***due*** cose interessanti: la prima la vedete, la seconda no.

La prima cosa interessante è che questi cerchi sono *concorrenti*, nel senso che si incontrano tutti in un punto B_1 (che non abbiamo indicato, ma si vede), noto come il ***Primo Punto di Brocard***[15]. La seconda cosa interessante (che avrebbe reso completamente incomprensibile il disegno, se l'avessimo indicata) è che, se parliamo di angoli:

$$B_1AB = B_1BC = B_1CA$$

...e questo, per *qualsiasi* triangolo.

Il fatto che si sia parlato di "primo punto" dovrebbe farvi intuire che ne esiste almeno un secondo, e infatti basta costruire qualche altro cerchio:

[14] I ristoratori si sono fatti furbi, e lo chiamano *menu degustazione*.

[15] Henri Brocard (1845-1922): e, dato che questo è il *primo* punto, non dovreste avere problemi a capire chi è il "bulimico" di cui parlavamo prima.

Il cerchio s è tangente a AB in B e passa per C.

Il cerchio t è tangente a BC in C e passa per A.

Il cerchio u è tangente a AC in A e passa per B.

...non dovrebbe esservi sfuggita la simmetria con le definizioni precedenti: è immediato che anche questi cerchi si incontrano nel cosiddetto ***Secondo Punto di Brocard*** B_2, e ci si aspetta che anche qui valga una "relazione angolare" del tipo:

$$B_2AC = B_2CB = B_2BA.$$

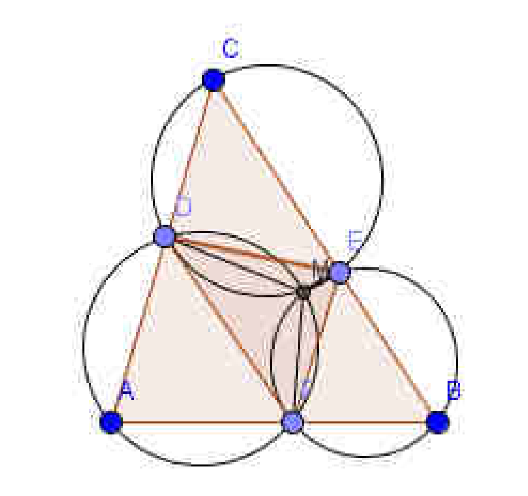
Un po' meno immediato è il fatto che *questi sei angoli sono uguali tra loro*[16]. Carino, vero?

Secondo noi, quello che segue rasenta l'indimostrabile.

Tracciate tre segmenti dai tre angoli di un triangolo concorrenti in un punto: a meno di casi particolari, avrete tre angoli "alla Brocard" diversi tra loro nei tre vertici. Adesso, "dall'altra parte" di ogni vertice, tracciate le rette con lo stesso angolo "alla Brocard": bene, queste tre rette sono concorrenti. Utilità? Zero, a occhio e croce. Bellezza? Beh qui non ci pronunciamo, ma a noi piace molto.

Le "concorrenze", comunque, possono saltare fuori anche da considerazioni piuttosto casuali: ad esempio, sia dato un triangolo qualsiasi, e siano scelti tre punto a caso, uno per ogni lato: poi, tracciate il cerchio per due di questi punti e per il vertice compreso tra di loro: i tre cerchi sono *concorrenti*, e si incontrano nel ***Punto di Miquel***[17], solitamente indicato (alla faccia della fantasia...) con M. Come al solito non abbiamo trovato la dimostrazione, ma abbiamo trovato una bellissima traccia: il vertice del triangolo originale, il punto M e i due punti sui lati che formano l'angolo di cui stiamo considerando il vertice sono tutti evidentemente sulla stessa circonferenza, e quindi definiscono un quadrilatero *inscrivibile*, che ha la caratteristica di avere gli angoli opposti *supplementari*. Da qui, è tutta discesa (dicono...).

Dicevamo che Brocard voleva mangiarsi tutti i punti di un triangolo, ma neanche Miquel scherza (sono tutti e due francesi, forse più che "bulimici" dovremmo definirli "*gourmand*"?): lui si intitola addirittura un triangolo. Va detto che ha delle caratteristiche interessanti, quindi forse aveva ragione.



14 *…e "per caso" salta fuori un triangolo di….*

A questo punto, forse una figura comincia ad essere utile, almeno per tenere d'occhio il segnapunti. Abbiamo il triangolo AC, abbiamo i punti D, E, F scelti a caso, abbiamo i tre cerchi, abbiamo l'intersezione M, e abbiamo tracciato il ***Triangolo di Miquel*** DEF. Adesso, probabilmente ve lo aspettate, ma se parliamo di angoli, si ha che:

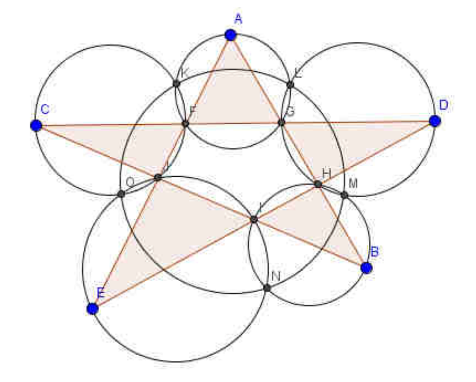
$$CDE = BEF = AFE,$$

e vale la stessa cosa (evidentemente: sono supplementari) per quelli dall'altra parte. No, qui non ci chiediamo quale sia la relazione: visto che i tre punti sono celti a caso, questa ci pare già abbastanza sorprendente del suo. Comunque, una relazione tra questi punti "casuali" esiste: se due Triangoli di Miquel, all'interno dello stesso triangolo, hanno il

[16] Sappiamo benissimo che questa rubrica è letta da chi la scrive e dai due correttori di bozze, e le note sono lette da ancora meno persone, quindi, la domanda che ci poniamo probabilmente cadrà nel vuoto: che relazione c'è, tra i triangoli aventi tutti lo stesso angolo di Brocard? Non ne abbiamo la più pallida idea, ma ci pare questione interessante.

[17] Il Punto di Miquel si chiama così perché lo hanno studiato William Wallace e Jakob Steiner. Come al solito, Miquel (Auguste) ha pubblicato. Nel Giornale di Liouville, anno 1838.

Punto di Miquel in comune, allora i due triangoli sono simili. Non solo, ma i centri dei cerchi che definiscono il Punto di Miquel definiscono un triangolo *simile al triangolo originale*. E qui, "Sorprendente" è un eufemismo, almeno a nostro parere.



15 *Roba da finire l'alfabeto, quasi…*

"Rudy, guarda che a forza di triangoli ci stiamo annoiando..." Questo non dovevate dirlo, quando c'è di mezzo Miquel: infatti, ha già pronto il teoremino per voi.

Tracciate un pentagramma irregolare (altrimenti nota come "stella pentagonale irregolare").

Tracciate i cinque cerchi circoscritti ai cinque triangoli che fanno da "punte" alla stella.

Tracciate *il cerchio* passante per i *cinque* punti di intersezione tra i cerchi.

Già, è uno solo. Per cinque punti. In un incredibile sforzo di fantasia, decidiamo di chiamare questo il ***Cerchio di Miquel***.

Comunque, Miquel e Brocard erano dei dilettanti. C'è chi ha fatto di meglio, ma ne parliamo la prossima volta (forse: non è detto che ci si arrivi).

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms