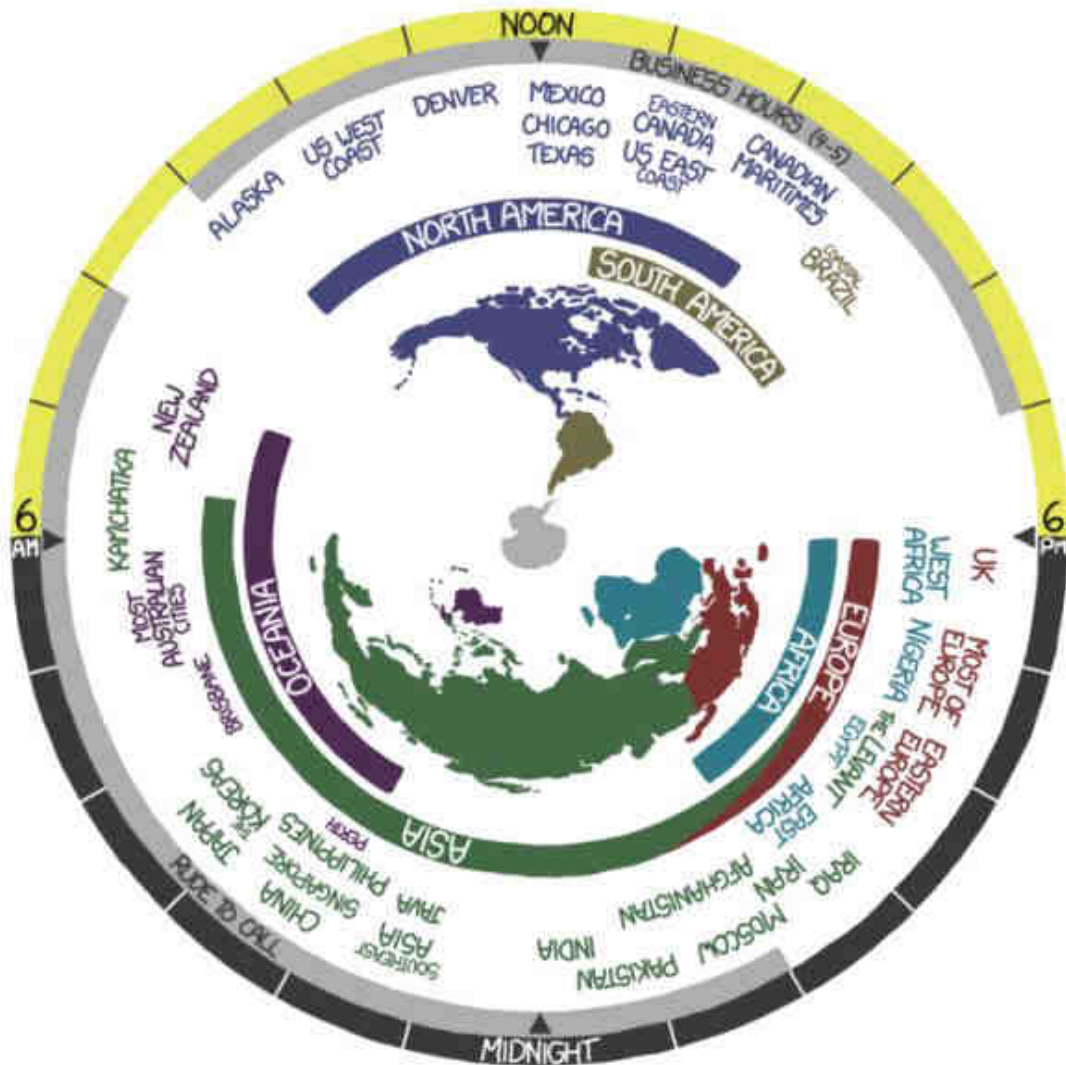




# Rudi Mathematici



Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 182 – Marzo 2014 – Anno Sedicesimo



|   |    |
|---|----|
| 1. Perché le mimose.....                                | 3  |
| 2. Problemi.....  | 13 |
| 2.1 Diciotto!.....                                      | 13 |
| 2.2 Agosto, grazie a Carlo .....                        | 14 |
| 3. Bungee Jumpers .....                                 | 14 |
| 4. Soluzioni e Note .....                               | 14 |
| 4.1 [180].....  | 15 |
| 4.1.1 Presa di posizione .....                          | 15 |
| 4.2 [181].....  | 17 |
| 4.2.1 Guardando il soffitto, in un giorno di festa..... | 17 |
| 5. Quick & Dirty.....                                   | 18 |
| 6. Pagina 46.....                                       | 18 |
| 7. Paraphernalia Mathematica .....                      | 20 |
| 7.1 Oltre Platone – 2 – Ricomincio da tre.....          | 20 |



|   |   |
|---|---|
|   | <b>Rudi Mathematici</b><br>Rivista fondata nell'altro millennio da<br><i>Rudy d'Alembert</i> (A.d.S., G.C., B.S)<br><a href="mailto:rudy.dalembert@rudimathematici.com">rudy.dalembert@rudimathematici.com</a><br><i>Piotr Rezierovic Silverbrahms</i> (Doc)<br><a href="mailto:piotr.silverbrahms@rudimathematici.com">piotr.silverbrahms@rudimathematici.com</a><br><i>Alice Riddle</i> (Treccia)<br><a href="mailto:alice.riddle@rudimathematici.com">alice.riddle@rudimathematici.com</a> |
|   | <a href="http://www.rudimathematici.com">www.rudimathematici.com</a>  |
| RM181 ha diffuso 3'089 copie e il 12/03/2014 per  eravamo in 11'100 pagine.  |   |
| Tutto quanto pubblicato dalla rivista è soggetto al diritto d'autore e in base a tale diritto <i>concediamo il permesso di libera pubblicazione e ridistribuzione</i> alle condizioni indicate alla pagina <a href="#">diraut.html</a> del sito. In particolare, tutto quanto pubblicato sulla rivista è scritto compiendo ogni ragionevole sforzo per dare le informazioni corrette; tuttavia queste informazioni non vengono fornite con alcuna garanzia legale e quindi la loro ripubblicazione da parte vostra è sotto la vostra responsabilità. La pubblicazione delle informazioni da parte vostra costituisce accettazione di questa condizione. |   |

Finalmente, un orologio in grado di indicare *in modo soddisfacente* tutti i fusi orari.  
Non ci risulta realizzato, (in realtà è un disegno di *xkcd* (<http://xkcd.com/>), ma la cosa più difficile ci sembra risolvere il dilemma “faccio girare il mondo o la corona esterna?”. Ma che proiezione dovrei fare, se volessi la corona esterna di dodici ore, anziché di ventiquattro?

## 1. Perché le mimose

*“Sono sempre stata dell’idea che la vita ha senso d’essere vissuta soltanto se si riesce a fare un uso completo delle proprie abilità, provando a realizzare ogni tipo di esperienza che l’esistenza umana è in grado di offrire. È stato seguendo quest’impulso, tra l’altro, che a quel tempo decisi di sposarmi. La vita che ne ebbi è stata davvero un disastro, e la principale ragione di ciò è stata la maniera oppressiva che mio marito aveva di porre sé stesso sempre in prima posizione, sia al lavoro, sia a casa, cosicché un carattere come il mio, meno egocentrico e spietato, ne uscì semplicemente distrutto.”*  
(Clara Immerwahr)

*“Mi chiedono spesso, soprattutto le donne, come io abbia potuto conciliare la vita di famiglia con la carriera scientifica.  
Beh, non è stato facile”*  
(Marie Curie)

Nella primavera di centosei anni fa, a New York, le operaie della fabbrica di camicie “Cotton” entrarono in sciopero per protestare contro le condizioni disumane in cui il proprietario, tale Johnson, le costringeva a lavorare. Lo sciopero si protrasse per giorni, con le lavoratrici che occupavano la fabbrica e bloccavano la produzione. Il proprietario alla fine perse la pazienza, e chiuse la fabbrica con tutte le operaie all’interno. Tutte le uscite erano bloccate, comprese quelle di sicurezza. Fatalmente scoppiò un incendio, e tutte le 129 operaie, impossibilitate ad uscire, vi morirono. Era l’otto marzo 1908: in ricordo dell’immane tragedia, l’Otto Marzo è stato consacrato come Festa della Donna.

No, non è vero.

Non è vero che bruciò la fabbrica “Cotton”, che non è mai esistita. Non è vero che morirono 129 operaie, men che mai è vero che, come talvolta si sente raccontare, sia stato il proprietario Johnson ad appiccare il fuoco. Anche perché, non esistendo la fabbrica, non esistevano le lavoratrici della fabbrica, e non esisteva il proprietario della fabbrica. È perfino un po’ imbarazzante, doversi confrontare con la scoperta che una storia così coinvolgente sia del tutto falsa. La scoperta sorprende, delude, fa nascere domande e, appunto, imbarazzi. Ma, del resto, negli ultimi tempi sembra essere proprio la Festa della Donna, o per essere più precisi la Giornata Internazionale della Donna, l’Otto Marzo, ad essere vissuta da più parti con un vago imbarazzo.

È verosimile che, specialmente le generazioni più giovani, abbiano dei sentimenti contrastanti, o quantomeno degli interrogativi ben motivati, sulla natura celebrativa di questa giornata. Si alternano elementi ormai più o meno tradizionali e più o meno innocui come l’offerta delle mimose, a più espliciti festini con fanciulle e signore che, forti del soprannumero, scimmiettano comportamenti un tempo di aberrante monopolio maschile, come il pizzicotto sul sedere dei camerieri. Permane una diversa disposizione d’animo nei confronti della festa in funzione dell’orientamento politico, più ancora che di genere, e le domande sul corretto comportamento sociale impazzano trasversalmente da un sesso all’altro. Devo comprare fiori alla fidanzata o a tutte le colleghe? E se me li tirano in faccia o mi guardano con pietoso disprezzo? Si arrabbieranno le mie amiche se quest’anno resto a casa con mio marito, invece di andare in pizzeria con altre venti donne?

Perché le mimose? Perché l’otto marzo? Perché non tutti i giorni, o sempre, o mai, che poi è la stessa cosa? Perché, soprattutto, se non è neppure vera la storia di quelle povere

donne bruciate in fabbrica? E che celebrazione mai sarebbe, se pure quella storia fosse vera, ricordarla andando a vedere uno spogliarello di aitanti giovanotti?

La Storia, maestra di vita, è curiosa. Senza dubbio, lo è per la ragione più ovvia e banale, e cioè che è fatta dagli esseri umani, e gli esseri umani sono curiosi, imprevedibili. Offrire un fiore giallo a delle passanti sconosciute; scendere in piazza a ricordare l'ineluttabilità della parità di diritti a prescindere dal genere; scimmiettare il tradizionale ruolo del maschio negli approcci; puntare il dito sull'enorme distanza ancora presente tra maschi e femmine in moltissimi paesi del mondo; ribadire come quella distanza, per quanto certo molto minore, sia ancora lontana dall'essere coperta anche nei paesi più accorti e sensibili; quante azioni, più o meno rituali, quante cose diverse, ma in fondo riconducibili alla stessa situazione di fondo, si ripetono in questa giornata di quasi primavera? Tante: ma, almeno in un certo senso, sono tutte legittime e motivate, seppur con fenomenologie ed effetti ben diversi tra loro. Anche perché, a ben vedere, persino la falsa leggenda della fabbrica Cotton e delle 129 operaie bruciate è meno falsa di quanto si potrebbe concludere ad una prima lettura dei nudi fatti. Non morirono 129 donne, l'8 Marzo del 1908: ma ne sono morte altre, altrove, e ancora adesso continuano a farlo. Soprattutto, la leggenda della fabbrica Cotton fornisce una rappresentazione crudamente realistica, per quanto fittizia, della situazione dell'epoca.

È passato solo un secolo, o poco più. Cento anni esatti fa, in estate, una guerra impreveduta cambiò radicalmente un modo di vita, ed è probabile che le conseguenze della Grande Guerra siano ancora facilmente leggibili oggi: di certo, lo sconvolgimento che indusse negli equilibri degli stati e degli individui fu tale che ancor oggi si fa fatica a riconoscere un senso di continuità tra il mondo della Belle Époque e quello che abbiamo ereditato dopo i due grandi conflitti del Novecento.



All'inizio del XX secolo il mondo è caratterizzato da situazioni che non hanno precedenti nella storia, e che non si sono più ripetuti. L'Ottocento ha sancito il trionfo della Gran Bretagna, che è senza ombra di dubbio la maggiore potenza mondiale; il globo terracqueo è grosso modo tutto esplorato, anzi diviso, anzi spartito: le poche nazioni ricche governano e sfruttano le risorse del resto del pianeta, con forme di colonizzazione più o meno oppressive. L'Europa vive un insolito stato di benessere, quantomeno se posto in

confronto con i drammatici secoli precedenti, e il Nuovo Mondo (che in ultima analisi non è altro che un mondo europeo oltre oceano, almeno per quanto riguarda gli Stati Uniti) sta rapidamente cominciando a mostrare la sua gigantesca capacità produttiva. Agli occhi di un marziano, forse, potrebbe apparire molto strano che fosse considerata "stabile e invidiabile" la situazione in cui tre quarti del mondo sono benignamente tenuti sotto controllo dal quarto più ricco, ma è certo che gli europei<sup>1</sup> del tempo trovarono la situazione globale esattamente legittima in questi termini<sup>2</sup>.

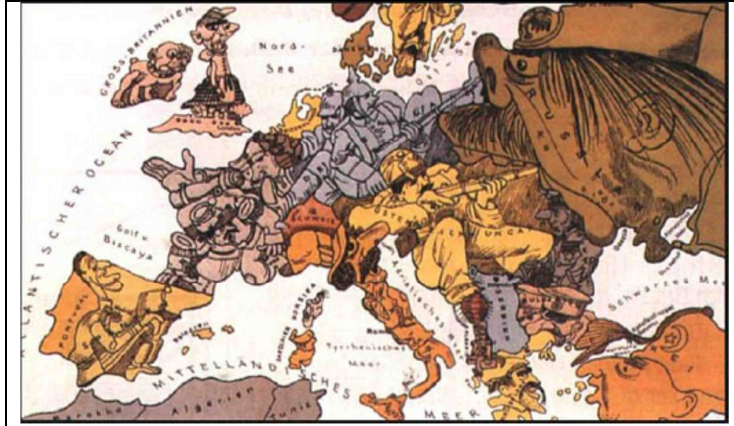
Ciò nonostante, il crollo del sistema coloniale non si concluderà seriamente se non mezzo secolo dopo: ad inizio del '900 le tensioni sono prevalentemente di altra natura. In Europa assurgono a ruolo di "potenze" nazioni che sono state storicamente sempre divise, quali la

<sup>1</sup> Forse sarebbe meglio specificare: gli europei *maschi*.

<sup>2</sup> E a giudicare da come, un secolo dopo, molti europei siano ancora molto sorpresi e perfino irritati del fatto che i tre quarti di cui sopra stiano adesso rivendicando privilegi analoghi a quelli dell'Occidente, è verosimile che la situazione paradossale non sia ancora riconosciuta come tale dai più.

Germania e l'Italia: gli stati già consolidati nello spirito nazionale come la Gran Bretagna e la Francia alimentano e propagandano la consapevolezza di appartenere ad uno stato/nazione, e in breve gli equilibri si misurano presto proprio su confronti internazionali il cui il senso di "appartenenza alla nazione" è esaltato quanto mai prima, quando la "nazione" si identificava, quasi sempre, solo con la casa regnante di turno.

Ad opporsi al nazionalismo c'erano prevalentemente due diversissimi tipi di organizzazione. Innanzitutto gli stati multinazionali come l'Impero degli Asburgo e più in generale gli "imperi" che ancora sopravvivevano, e per ovvie ragioni di autoconservazione: un impero che si rispetti è per propria natura multinazionale, e di conseguenza



2 Caricatura del nazionalismo, 1914

antinazionalista, quanto

meno nel senso che tende ad opporsi al proliferare dei diversi nazionalismi interni, che immancabilmente si trasformano in irredentismi. La seconda forza che si opponeva al nazionalismo era invece l'internazionalismo di matrice socialista: l'urbanizzazione di gran parte della popolazione e due rivoluzioni industriali avevano prodotto, forse prima ancora che i filosofi lo notassero e lo mettessero su carta, un cambiamento epocale nella coscienza di quelle parti della popolazione che storicamente non si era mai riconosciuta come autentica forza politica. La lotta di classe nasce essenzialmente perché l'operaio americano e l'operaio tedesco cominciano a pensare di essere più simili fra loro, in quanto operai, di quanto siano dissimili a causa della loro appartenenza a nazioni diverse. Quando, nel 1914, gran parte del mondo sarà attraversato da mobilitazioni e chiamate alle armi, la tensione fra il nazionalismo militarista e l'internazionalismo di classe toccherà momenti di tensione altissima.

Alla fine vincerà il senso di appartenenza nazionale, e la guerra scoppia mettendo a confronto armato degli stati-nazione, e non delle classi sociali. I popoli indosseranno divise di colori diversi e si riverseranno nelle trincee: l'internazionalismo socialista darà i suoi esiti in una pletora di rivoluzioni – spesso sanguinose quanto i massacri al fronte – che faranno cadere un impero gigantesco come quello degli zar, e che lasceranno inquieta l'Europa per tutto il resto del secolo.

In mezzo a queste mastodontiche tensioni, è facile dimenticare che un movimento trasversale stava cominciando proprio allora a farsi sentire. Era il movimento delle donne: le donne che rivendicavano il diritto di voto, soprattutto, perché vederselo negare è il più marchiano sintomo della sudditanza, quasi non si avesse, al pari dei bambini e degli adolescenti, abbastanza "giudizio" per decidere chi dovesse essere eletto alle massime cariche della nazione. Ma era ovviamente solo l'inizio: il voto, l'uguaglianza di retribuzione a parità di lavoro, l'uguaglianza di considerazione, primi passi di una strada lunghissima. Era una lotta impossibile, condotta da poche donne, e con gran parte dello stesso genere femminile che le considerava alla stregua di esaltate. Ancora oggi, a sentir parlare di "suffragette", la prima immagine che salta alla memoria è forse quella di eleganti signore in abito lungo da inizio secolo che agitano cartelli e vengono trasportate via di peso da baffuti poliziotti inglesi o americani. Ma la lotta per il diritto di voto non ha mai avuto, in nessun luogo, niente di ridicolo, niente di divertente: le prime donne che lottavano per vederselo riconosciuto avevano semplicemente tutto il mondo contro, e nessuna forza se non quella delle proprie voci. Dalle donne non ci si aspetta violenza, rivoluzioni, marce o barricate. Eppure le prime suffragette scendevano in strada lo stesso,

disarmate, pronte a farsi prendere in giro, mettendo a rischio la loro “dignità”, o quella che a quei tempi veniva ritenuta tale.

E già qui si scoprono le prime apparenti contraddizioni: se la *vox populi* annovera l’Otto Marzo come festività politicamente orientata a sinistra, come mai la leggenda della fabbrica bruciata è ambientata negli USA?

La leggenda è falsa, abbiamo detto. Ma è nelle grandi società industriali che le donne cominciano finalmente a farsi sentire: insieme agli uomini, spesso, ma anche da sole. Per farsi sentire, per rivendicare diritti e parità di trattamento occorre anche avere fiducia in sé stesse, vincere la normale paura di alzare la voce, specie quando tutto il mondo ti fa capire che il tuo posto e il tuo ruolo è proprio quello che ti vorrebbe silenziosa, paziente, muta. Per forza di cosa, sono le donne che hanno già una vita fuori dal focolare a rendersi conto delle differenze: le donne che lavorano. Le donne, in realtà, lavorano tutte: lavorano in casa, nei campi, ovunque, e da sempre. Ma il lavoro in casa è così tanto dato per scontato, così totalmente avvolgente e senza soluzione di continuità, che paradossalmente non è considerato neppure tale: è vita, normale vita femminile. La vita della donna è quella, chiusa in casa, a lavorare finché c’è da farlo, e basta. Le donne che lavorano in fabbrica, però, cominciano davvero a misurarsi coi maschi che fanno lo stesso mestiere, e che non sono fratelli, mariti, padri, figli. E forse il confronto è più facile allora, senza gli affetti che distraggono e impauriscono; forse è più facile misurarsi. E la donna che lavora assume un’identità nuova, si identifica con le compagne, si interroga. E comincia a protestare.



3 Rivoluzione di Febbraio, 1917

La Giornata della Donna nasce, effettivamente, come giornata di rivendicazione politica. L’International Women’s Day (IWD) è, almeno per i primi anni, soprattutto un IWWD, International Working Women’s Day, Giornata Internazionale della Donna Lavoratrice. E nasce come emanazione delle donne socialiste, perfino in opposizione alle “suffragette”, ritenute troppo borghesi. Nasce negli Stati Uniti, quando si

stabilisce che l’ultima domenica di febbraio deve essere dedicata in modo particolare alla rivendicazione delle donne lavoratrici; trasmigra in Europa, si trasformerà poi ulteriormente in Russia, dove, complice il calendario giuliano ancora in auge, lo si farà coincidere con l’otto marzo, anche perché nel 1917 quel giorno è quello dell’inizio della “rivoluzione di febbraio”<sup>3</sup>.

Quindi le cause, le forze, le ragioni sono tante, e inevitabilmente confuse. Certo è che, a confrontare le date, salta agli occhi una coincidenza che può spiegare alcuni cruciali interrogativi. L’anno di grazia 1911 è quello in cui la Giornata della Donna prende davvero vigore e consistenza, e soprattutto acquista un respiro davvero internazionale: negli USA viene celebrata nuovamente l’ultima domenica di Febbraio, in Europa la data è certo più ondivaga, ma comunque ben fissata nella stessa zona del calendario, quando l’inverno cede il passo alla primavera. Si celebra nel centro Europa (Austria, Germania, Svizzera, Danimarca) il 19 Marzo, in Francia un giorno prima, il 18: ed è la prima volta che coinvolge così tante nazioni, tante persone, tante donne.

<sup>3</sup> “Rivoluzione” che era fatta soprattutto da donne, perché gli uomini erano al fronte; e che reclamava, sopra ogni altra cosa, l’uscita dalla Grande Guerra.



Non è ancora una festa universale, certo no: in fondo, purtroppo, non lo è ancora adesso. In Germania si tornerà poi a celebrarla poi soltanto tre anni dopo; in altri posti la si integrerà con la Festa del Lavoro, al primo di Maggio. Ma forse proprio per questo, forse proprio per questo gran rumore del 18 e 19 Marzo del 1911 deve aver suscitato particolare rabbia e scalpore quel che accade



4 L'incendio alla Triangle, 1911

meno di una settimana dopo, il 25 marzo: il più grave incidente industriale della storia della città di New York. Furono 146 persone a morire, il 25 marzo 1911, nell'incendio della fabbrica Triangle Shirtwaist Company. Una settimana dopo le grandi manifestazioni sui diritti delle lavoratrici, una immane tragedia sconvolge gli animi di tutta una nazione e i precari equilibri sindacali precipitano. Chi lavorava alla Triangle erano prevalentemente immigrati, italiani, ebrei, polacchi: e soprattutto, erano quasi tutte donne. Delle 146 vittime, 123 erano di sesso femminile.

I dettagli sulle cause e le conseguenze della tragedia sono quasi tutti drammatici, e non vale la pena enumerarli<sup>4</sup>: ma nel leggerli è facile capire come la cosiddetta “leggenda dell'incendio della fabbrica Cotton” altro non sia che una versione, errata ma certo non edulcorata, di questa tragedia che, purtroppo, leggendaria non è affatto. Non era il 1908, non era la fabbrica Cotton, non furono solo donne a morire; ma se può essere “vera” una leggenda che è errata in quasi ogni dettaglio, questo è probabilmente il caso in cui il paradosso meglio si realizza.

Festa politica, senza dubbio. Ma politica soprattutto perché è “politica”, politica vera, la salvaguardia dei diritti, la tutela delle parti deboli della società, la ricerca della giustizia. Festa politica, ma che in cento anni di storia dovrebbe avere raggiunto la sua individualità precisa e definita, svincolata da scorciatoie di giudizi affrettati che riducono tutto a colori di schieramento. Non è ancora così, il “peccato originale” insegue ancora l'Otto Marzo. È festa nazionale in molti paesi del mondo, soprattutto quelli che hanno o hanno avuto trascorsi socialisti; in altri, è una festa laica che rimane fuori dal novero delle feste comandate del calendario, una celebrazione da giorno feriale. Negli USA, patria del primo Giornata della Donna e della Triangle, non viene neppure celebrata ufficialmente. In Cecoslovacchia, appena caduta la dominazione sovietica, venne abolita perché la si sentiva troppo strettamente associata al regime comunista di Mosca, e solo recentemente è stata riabilitata. In Cina è giornata festiva, ma solo per le donne. In molti paesi tradizionali, l'Otto Marzo è stato trasformato nella “Giornata della Mamma”, o qualcosa del genere, in quella che le donne probabilmente considerano un'autentica inversione ad U delle intenzioni originarie.

È davvero curioso. In fondo, si tratta di metà della popolazione del mondo, storicamente maltrattata e trattata come inferiore dall'altra metà, che rivendica diritti di parità che definire “naturalisti” è perfino riduttivo; eppure, perfino ricordare una volta all'anno questa necessità di assoluta uguaglianza è fonte di controversia. Agli occhi dell'alieno citato qualche riga sopra, tutto deve sembrare sempre più incomprensibile.

<sup>4</sup> Basta il solito giro su Wikipedia, quella in inglese è più dettagliata ([http://en.wikipedia.org/wiki/Triangle\\_Shirtwaist\\_Factory\\_fire](http://en.wikipedia.org/wiki/Triangle_Shirtwaist_Factory_fire)). Vi si ritrovano porte chiuse per paura di furti o di troppe pause, proprietari che scappano senza pensare ai lavoratori, voli dalle finestre per mettersi in salvo come, giusto cento anni dopo, accadrà l'11 Settembre 2011 dal World Trade Center, “operaie” di 12 o 13 anni, orari lavorativi di 60 o 70 ore settimanali, pagamenti per danni alle famiglie pari a 75 dollari per vittima (anche se l'assicurazione paga all'azienda una quota di 400 dollari per vittima), fino alla stupefacente pena comminata per avere bloccato le uscite di sicurezza: un'ammenda di 20 dollari.

E in fondo lo è. La Giornata della Donna è declassata ad una specie di San Valentino, con i fidanzati che portano fiori gialli alle fidanzate? Beh, non sarà granché, ma è sempre meglio che riempirle di botte, cosa che era ritenuta “naturale” fino a non troppo tempo fa



5 Mimose. Si trovano facile

persino nel ricco Occidente, e che è considerata tale ancora oggi in gran parte del mondo. È ridotta ad una volgare sceneggiata con virago ululanti di fronte a fanciulli seminudi? Diamine, certo non si tratta di una grande conquista dell'umanità, ma in fondo anche questo è un vagito di parità di genere; se i maschi fanno cose squallide senza essere posti sotto processo, tanto valga anche per le femmine. L'Otto Marzo è un affare per fiorai e per pasticciieri? E chi se ne importa, anche quelle

categorie avranno ben diritto a dei giorni migliori di altri. Anche perché, a ben vedere, le mimose sono un'invenzione italiana, e forse dovremmo trattarle meglio: furono tre donne<sup>5</sup> dell'UDI a proporre l'utilizzo delle mimose, nelle prime primavere del dopoguerra. In Francia si regalavano viole e mughetti, ma erano fiori troppo rari in Italia, e troppo cari per una nazione appena uscita dal disastro della guerra. Le mimose invece fioriscono ovunque, all'inizio di Marzo; un fiore povero, diffuso, ma assai bello, dal carattere intenso e dal colore brillante: quasi un riassunto metaforico delle donne stesse. E nel trovarsi sotto forma di infiorescenza, in tanti fiori piccoli che insieme formano un tutto unico, forse, le donne di allora vi leggevano un ulteriore invito a lottare insieme.

Quale che sia la storia, quale che sia la leggenda; quale la predisposizione di parte e l'orientamento politico; quale che sia il genere, il sesso, l'orientamento sessuale; quali che sia la ritualità dei gesti, e le loro nuove coniugazioni più o meno leggere attuali, una cosa dovrebbe comunque permanere chiara ed evidente: ovvero che le tanto celebrate pari opportunità non sono ancora affatto raggiunte, neanche in quelle parti del mondo che sono più sensibili al tema. Perché il percorso è davvero lungo, e non sarebbe completo neppure nel caso in cui il genere femminile fosse perfettamente protetto da un sistema legislativo perfetto e completamente accorto delle sue esigenze. Perché al diritto scritto nei codici deve far riscontro una parità di fatto profonda e quasi inconsapevole, tanto dovrebbe essere data per scontata. Ci fosse una rivendicazione per la parità di diritti portata avanti dai possessori di occhi verdi, tutti coloro che hanno occhi di colore diverso si guarderebbero intorno stupiti, incapaci di capire quale sorta di diritti violati possano mai denunciare i verdocchiuti; e tale dovrebbe essere lo stupore ogni volta che le donne rivendicano la completa parità. Non è così, le proteste femminili non stupiscono nessuno, invece, per il semplice fatto che a tutti è evidente che la vera parità non è ancora raggiunta.

Ci sono secoli di storia da elaborare, e la prima rivoluzione, inevitabilmente, deve passare dai gesti quotidiani: piccoli, frequenti, banali e a maggior ragione essenziali. Forse può bastare accennare alla diversa vita di due donne di scienza, due giovani europee di inizio secolo, per capirlo meglio.

Maria nasce il 7 Novembre 1867, Clara il 21 Giugno 1870. Clara è tedesca, figlia di un chimico famoso: studia a Breslau, seguendo le orme paterne, e ottiene il dottorato in chimica con una tesi dedicata alla solubilità dei sali di mercurio, rame, piombo, cadmio e

<sup>5</sup> Teresa Noce, Rita Montagnana e Teresa Mattei, dice la nostra fonte informativa principale (certo, Wikipedia).



zinco; la sua tesi vale il massimo dei voti e la lode, e soprattutto è la prima tesi di dottorato di uno studente di sesso femminile dell'università. Anche Maria è figlia di un professore, ma di matematica e fisica: soprattutto, è figlia di un pedagogo, che la guida negli studi che lei intraprende quasi da autodidatta, a Varsavia; studia poi nella locale università, ma soprattutto a Parigi, dove si laurea in chimica e fisica. Forse la sua non è la prima laurea al femminile che la Sorbona rilascia, ma di certo è sua la prima cattedra tenuta da una donna in quella storica università. Vite parallele o quasi, almeno all'inizio: e, per quel che può contare, tanto per sfatare il luogo comune che per essere belle occorra essere stupide e un po' oche, Clara e Maria sono entrambe molto carine<sup>6</sup>.

Le somiglianze continuano, perché sia Maria sia Clara si sposano, e si sposano con professori universitari. Clara con Fritz, uno dei più grandi chimici del mondo, nel 1901; e Maria con Pierre, fisico entusiasta che ha da poco scoperto la piezoelettricità e gli oscillatori al quarzo, nel 1895. Quando si sposano sono entrambe sulla trentina; ma è probabilmente da questo momento in avanti che il parallelismo si rompe.

Il cognome di Maria è Skłodowska, ma sarà più facilmente riconosciuta dai posteri col cognome del marito, Pierre Curie. I due lavoreranno insieme per tutta la vita di Pierre, che morirà troppo giovane, neanche quarantasettenne, per un incidente stradale, quando gli incidenti stradali erano ancora davvero una rarità, schiacciato da una carrozza a cavalli. Insieme a Henry Becquerel, Pierre e Maria vinceranno insieme il Nobel per la Fisica nel 1903, per la scoperta della radioattività. Il nome di Madame Curie è immancabilmente citato, quando si parla di donne e scienza; prima donna ad essere insignita del Premio Nobel, per lungo tempo unica persona a vincerlo due volte, e per due discipline diverse: oltre a quello del 1903 per la Fisica, Maria Skłodowska in Curie otterrà anche quello per la Chimica nel 1911<sup>7</sup>.



6 Maria

Quel che è molto meno spesso ricordato, è che la commissione svedese aveva inizialmente pensato di indicare come vincitori del premio del 1903 soltanto Becquerel e Pierre Curie. Un membro della commissione del Nobel, un grande matematico<sup>8</sup> famoso anche per

<sup>6</sup> Luogo comune che è facilissimo sfatare, se mai qualcuno fosse davvero tentato di crederci: è sufficiente fare un giro in rete e cercare una foto di Hedy Lamarr, e poi andare a vedere cosa ha combinato quella che a suo tempo era ritenuta da molti la donna più bella del mondo. Al limite, può bastare fare un salto nel nostro archivio, pescare RM144 e leggersi il compleanno di Sofia Kovalevskaja, "Pregiudizi".

<sup>7</sup> Fino al 1962, ovvero fino a quasi trent'anni dopo la sua morte, Marie Curie è stata l'unica persona al mondo ad aver vinto due premi Nobel. Al giorno d'oggi, di tale record si possono fregiare anche John Bardeen (Fisica, 1956 e 1972) e Frederick Sanger (Chimica, 1958 e 1980), che però lo hanno vinto due volte nella stessa disciplina. Maria condivide la soddisfazione di aver vinto due Nobel in discipline diverse con Linus Pauling (Chimica 1954 e Pace 1962), ma può ancora fregiarsi del prestigiosissimo record di essere l'unica persona al mondo di aver vinto due Nobel in due scienze diverse. Tanto per sottolineare la credenza che donne e scienza vadano poco d'accordo.

<sup>8</sup> Si tratta di Magnus Gosta Mittag-Leffler, che è ingiustamente spesso ricordato, quando si parla di Nobel, quale causa dell'assenza del Premio Nobel per la Matematica. Leggenda vuole che Mittag-Leffler, grande luminare svedese, intrecciasse relazioni affettuose con la moglie di Alfred Nobel, grandissimo inventore e grande amante della scienza, pure svedese. Per ripicca, Alfred avrebbe evitato di istituire il Premio per la Matematica, essendo assai probabile che proprio Mittag-Leffler potesse vincerlo. La leggenda è sicuramente tale, per la buona e semplice ragione che la "moglie di Nobel" non è mai esistita, essendo Alfred restato sempre scapolo. È certo possibile che tra i due non corresse buon sangue, ma in fondo Mittag-Leffler, come si è visto, faceva ben parte della Commissione del Premio. Con ogni probabilità ad Alfred Nobel, inventore e sperimentatore, interessavano di più le scienze che portavano ad applicazioni di quelle squisitamente teoriche come la matematica.

essere uno strenuo difensore dei diritti delle donne, corse ad avvertire Pierre Curie della cosa, e Pierre scatenò un putiferio. Alla fine Maria ottenne il suo primo Nobel, ed è davvero difficile trovarne di altri più meritate. Come ricorda lei stessa, nonostante questo non fu facile coniugare la vita normale, di donna moglie e madre, con la carriera di scienziata: e questo nonostante lei fosse la maggiore scienziata del pianeta, e suo marito, probabilmente, uno dei rari maschi – rarissimi, a quei tempi – pronti a riconoscere il pieno diritto, alla sua compagna, di vivere una vita completa anche dal punto di vista professionale. Parità, insomma, niente di più: e se appare ancora così eccezionale questa parità, è evidente che è ancora oggi considerata più “normale”, la disparità. Pierre e Maria, insieme, ebbero due figlie, Irene e Eve. Quest’ultima diventò scrittrice, e la sua opera più famosa è probabilmente la biografia materna. Irene, cresciuta in cotanta famiglia, dove c’erano più premi Nobel che genitori, decise che non poteva essere poi tanto da meno, e riuscì ad entrare anche lei – e anche lei insieme al marito, Frédéric Joliot – nella ristrettissima cerchia dei laureati di Stoccolma.

Maria muore nel 1934, uccisa dalla sua più grande scoperta, il radio; una morte forse prematura, forse persino troppo da romanzo, come il commediografo che vuol morire in scena. Ma la sua è stata vita piena, e tutto sommato non troppo breve.



7 Clara

Ad aver vita breve, invece, è Clara.

Clara Immerwahr, prima laureata a Breslau, scopre presto che per le donne la strada è in salita.

Ha ottenuto un incredibile dottorato, ma l’idea di una donna impegnata nella ricerca scientifica è ancora considerata troppo temeraria, nel suo ambiente. Quando si sposa, suo marito, Fritz Haber, è forse il chimico più importante del mondo. Nonostante l’estremo valore di Pierre Curie, è probabile che il nome di Haber fosse, a quel tempo, considerato ancora più prestigioso: ma non è solo la capacità di essere un grande scienziato a rendere un uomo capace di essere un buon marito.

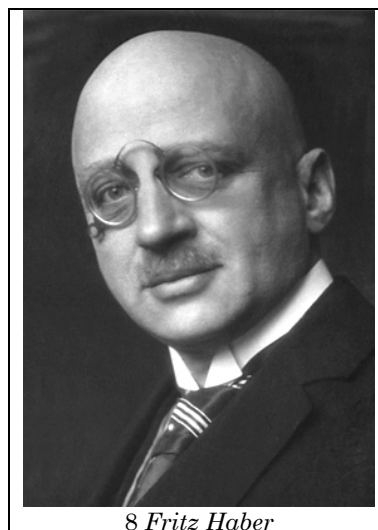
Fritz Haber è un personaggio davvero controverso: e può essere considerato, a scelta, come uno dei più grandi benefattori dell’umanità o uno dei maggiori criminali della storia. O tutte e due le cose insieme, perché in fondo l’unione dei concetti non implica stretta contraddizione.

Nato a Breslavia il 9 dicembre 1868, nel 1918 viene onorato con l’attribuzione del Premio Nobel per la Chimica, per aver sviluppato assieme a Carl Bosch il processo di sintesi dell’ammoniaca ad alta temperatura e pressione, a partire da idrogeno e azoto con ferro come catalizzatore. Può sembrare un tecnicismo, ma di fatto, la “sintesi dell’ammoniaca” è ciò che in ultima analisi, consente la creazione dei fertilizzanti, ed è solo grazie ai fertilizzanti che la popolazione mondiale è potuta crescere fino a quadruplicarsi dal 1900 a oggi. Un ammiratore di Haber avrebbe gioco facile, e tutto sommato sarebbe nel giusto, affermando che è solo grazie a Fritz Haber che in India e in Cina la fame millenaria è stata sostanzialmente debellata.

Un detrattore, invece, potrebbe porre l’attenzione su altri aspetti della carriera di Fritz. Nato ebreo, ma desideroso di essere accolto dalla selettiva “buona società” tedesca, cerca di far dimenticare le sue origini. La Germania del Kaiser, di Bismarck e di Hindenburg non raggiunse certo le vette di antisemitismo della Germania di Hitler, ma restava un luogo dove l’appartenenza al popolo di Abramo era tutt’altro che un lasciapassare verso il successo sociale. Haber tiene molto al successo e alla popolarità, e pertanto si converte al cristianesimo; vuole riconoscimenti come scienziato, ma soprattutto come tedesco: e quando scoppia la Grande Guerra mette tutte le sue conoscenze e capacità nella

produzione di armi. La sua grande scoperta tornava utile non solo per la produzione dei fertilizzanti, ma anche per la produzione di gas letale: così Fritz, nell'ansia di essere riconosciuto come un valoroso patriota figlio della grande Germania, inventa di fatto la guerra chimica.

Il 22 aprile del 1915 Fritz Haber indossa la divisa da capitano dell'esercito tedesco a Ypres, sul fronte occidentale. È lui in persona a stabilire la posizione e il momento dell'apertura dei seimila cilindri di gas a base di cloro, che da quel momento in poi avrebbe preso il nome dalla città, iprite. Si forma una nube alta dai 15 ai 20 metri che a passo lento si dirige verso le linee francesi, seminando un tipo di morte del tutto nuovo. E atroce. Quando, tre anni dopo, il comitato del Premio Nobel decide di onorare Fritz Haber, sono molti, tra gli scienziati dell'alleanza che aveva battuto la Germania, a storcere il naso e protestare. La grande scoperta di Haber era certo in grado di portare sia la vita sia la morte, ma l'uomo che ne era l'artefice non esitava di fronte agli utilizzi più perversi. Quando i nazisti prendono il potere, Fritz non li guarda con disprezzo: vogliono una patria forte, come lui stesso vuole. E per i nazisti, in fondo, un ebreo in grado di produrre armi così devastanti merita di non essere trattato troppo male: almeno fino al 1934, anno in cui Haber morì. Nessuno può sapere con certezza cosa gli sarebbe successo verso il 1944-45, quando l'escalation della "soluzione finale" era al massimo grado. Certo, sarebbe stata davvero una beffa finire nelle camere a gas naziste: anche perché fu nell'istituto chimico da lui fondato e sulla base delle sue creazioni venefiche per la Grande Guerra che si sintetizzò lo Zyklon-B, il gas che trovò un largo uso proprio nei campi di sterminio.



8 Fritz Haber

Il matrimonio con Clara Immerwahr fu un disastro, e lo fu soprattutto per Clara. La frase riportata in testa a quest'articolo è forse la memoria di lei che meglio la rappresenta. Ebreica, si convertì anche lei al cristianesimo, ma è verosimile che lo fece soprattutto perché sarebbe apparso inammissibile che una moglie non avesse la stessa fede del marito. Impossibilitata – non certo per mancanza di capacità, ma solo per convenzioni sociali – a intraprendere una carriera accademica, Clara aiuterà Fritz nel suo lavoro, quanto meno come traduttrice in inglese delle sue memorie, forse, chissà, anche per qualcosa di più sostanzioso: alla fin fine, era una chimica di vaglia, e suo marito un grande chimico. Fritz e Clara ebbero un figlio, Hermann, nel 1902; figlio che dovette vedere morire la madre fra le proprie braccia quando aveva solo tredici anni.

Perché Clara non riuscì a sopportare proprio tutto. Pacifista convinta, rimase davvero sconvolta quando vide il marito impegnarsi così a fondo nella ricerca di armi per la distruzione di massa; per quanto sulla sua morte molti restano i misteri, quel che è certo è che non appena Fritz Haber tornò da Ypres, dove aveva visto il tragico successo del suo gas al cloro, Clara si uccise sparandosi al petto con la pistola d'ordinanza del marito. Morì il 2 Maggio 1915; e il marito fece quanto in suo potere per nascondere la notizia. Non si trovò una riga nei giornali, probabilmente non si fece mai un'autopsia. Si sa però che l'indomani, Fritz Haber prese il treno diretto al Fronte Orientale, per un nuovo attacco a base di gas, stavolta contro i russi.

È possibile, probabile, che Clara Immerwahr non fosse un genio al pari di Maria Skłodowska. È però certo che le sue potenzialità scientifiche non furono mai davvero messe alla prova. È però certo che Clara Haber non ebbe una vita coniugale come quella di Maria Curie. E che la differenza principale tra le due vite non dipendesse tanto da Clara e da Maria, quanto dalla diversa maniera loro concessa di vivere le proprie potenzialità. E sulla capacità di lasciar esprimere le proprie potenzialità siamo tutti coinvolti, costantemente, non solo nel girono deputato all'offerta delle mimose. E sarebbe sbagliato concludere che la gloria di Maria sia dovuta al marito Pierre, o che la tragedia

di Clara sia stata causata solo dal marito Fritz. E, in ultima analisi, è persino sbagliato concentrarsi solo sulle potenzialità e capacità scientifiche, o artistiche, o umanitarie. Le donne sono persone, le persone hanno diritto alla loro vita, alla loro ricerca personale e privata della felicità. Anche se non avessero la capacità di cambiare il mondo, non per questo meriterebbero meno rispetto, perché sono persone. Trattare le femmine in maniera diversa da come si trattano i maschi è stupido, poco conveniente economicamente, illogico. Ma sopra di ogni altra cosa è semplicemente sbagliato, e talvolta drammaticamente crudele. Una ferita ritualizzata a noi stessi in quanto umanità, prima ancora che ad una metà, sessualmente ben definita, di essa.

Se una serata folle in discoteca aiuta parte dell'umanità a sentirsi più libera, ben venga la serata folle. Se regalare mimose serve a ricordare anche solo quanto sia abissalmente cretino distinguere i diritti e i doveri in base al corredo riproduttivo, ben vengano le mimose. Non abbiamo mimose da offrire, da queste pagine. E l'Otto Marzo è perfino già passato, mentre questo compleanno giunge alla fine. Le sole mimose che possiamo offrire sono il rimando ai compleanni che parlavano di donne, qualche volta in coabitazione con altre signore, qualche volta in articoli dedicati a colleghi maschi, più raramente da sole:

| Anno      | Matematica  | Compleanno | Titolo                               | Note          |
|-----------|---|------------|--------------------------------------|---------------|
| 370       | <b>Ipazia</b>                                     | RM130      | <i>Pari opportunità</i>              |               |
| 1718      | <b>Maria Gaetana Agnesi</b>                       | RM112      | <i>Lost in translation</i>           |               |
| 1750      | <b>Caroline Herschel</b>                          | RM146      | <i>La signora delle comete</i>       |               |
| 1815      | <b>Ada Lovelace</b>                               | RM059      | <i>La farina di Ofelia</i>           | con Babbage   |
| 1820      | <b>Florence Nightingale</b>                       | RM104      | <i>La musica della ragione</i>       | con Sylvester |
| 1850-1913 | <b>Sofia Kovalevskaja &amp; Hedy Lamarr</b>       | RM144      | <i>Pregiudizi</i>                    |               |
| 1882      | <b>Emmy Noether</b>                               | RM050      | <i>Questione di attributi</i>        |               |
| 1906      | <b>Olga Taussky-Todd</b>                          | RM139      | <i>Alieni</i>                        |               |
| 1917      | <b>Elizabeth Scott</b>                            | RM106      | <i>Topoi</i>                         |               |
| 1942      | <b>Karen Uhlenbeck</b>                            | RM163      | <i>The times they are a-changin'</i> |               |
| 1949      | <b>Fan Rong K Chung Graham</b>                    | RM110      | <i>Bello e impossibile</i>           | con Erdős     |
| 1966-1969 | <b>Gigliola Staffilani &amp; Matilde Marcolli</b> | RM142      | <i>Voci di corridoio</i>             |               |




*9 Compleanni per le signore*

Sono mimose un po' strane, e soprattutto sono poche. Poche in percentuale, rispetto ai compleanni scritti in questi quindici anni. Perché alle donne è stato facile negare tutto, nel tempo, anche il sublime divertimento del fare scienza.

Sono poche. Speriamo che crescano.



## 2. Problemi

|                        | Rudy d'Alembert   | Alice Riddle   | Piotr R. Silverbrahms   |
|------------------------|---|--|---|
| Diciotto               |  |  |  |
| Agosto, grazie a Carlo | N/A   | N/A  | N/A   |

### 2.1 Diciotto!

No, non abbiamo messo la soluzione nel titolo. È che il *meno vecchio* dei Validi Assistenti di Laboratorio dei Rudi Mathematici (sarebbe Fred) raggiunge finalmente la maggiore età.

Questo implica per lui una sere di importanti responsabilità; non ultima, quella di essere assunto come VAdLdRM ufficiale, con regolare contratto a tempo indeterminato e stipendio esattamente pari a quello degli altri collaboratori (sarebbe zero, caso mai non ve lo ricordiate).

La cosa è stata festeggiata con l'abituale matematica sobrietà (nel senso che non si riusciva a capire quante clonazioni dell'*Orda d'Oro* fossero presenti nel ruolo di invitati e Rudy ha percorso Aleph-zero volte la strada tra il venditore di birra e il luogo della festa, onde reintegrare le riserve: ma organizzarla in birreria no, vero? Troppo semplice?).

Comunque, i regali sono stati scambiati in condizioni di ragionevole lucidità mentale, quindi c'è stata l'occasione per porre una serie di interessanti problemini: inoltre, siccome *tutti* i regali erano per il festeggiato, anche la mancata soluzione del problema avrebbe fatto arrivare lo stesso il regalo, quindi la cosa veniva affrontata solo per pura ricreazione; siccome il Distributore Ufficiale si stava divertendo “come una mucca al primo pascolo di primavera” (Rudy ha ereditato questa poetica espressione dalla nonna paterna), sono stati posti *tre* diversi problemi (visto che di regali ce n'erano un mucchio):

“Fred, qui ci sono *tre* regali: R\_1 è bellissimo, R\_2 passabile, R\_3 è una fregatura. Sei autorizzato a fare un'affermazione: se questa sarà vera, io ti darò o R\_1 o R\_2, mentre se sarà falsa ti becchi R\_3. Cosa mi dici?”

Notate che una qualsiasi espressione vera vi dà il 50% di probabilità di ricevere R\_2; riuscite invece a trovare un'espressione che *garantisca* a Fred di ricevere R\_1?

Avendo agilmente superato questo scoglio, al nostro è stata posta una questione più arzigogolata e con un po' di *gossip*: in questo caso R\_3 è il regalo di un'amica che sta facendo gli occhi dolci a Fred, e per evidenti motivi il Nostro è interessato ad avere *quel* regalo *subito*, indipendentemente dalla bellezza (del regalo: sull'amica non ci pronunciamo).

“Fred, adesso abbiamo *quattro* regali: R\_1 bellissimo, R\_2 sempre passabile, ma questa volta R\_3 e R\_4 sono tutte e due bruttini; io mi comporto come prima, nel senso che se l'affermazione è esatta ti consegno R\_1 o R\_2, se invece è sbagliata ti consegno R\_3 o R\_4; cosa mi dici?”

Dal fatto che Fred e la fanciulla ci mettano mezz'oretta a scambiarsi R\_3, dovrete dedurre che Fred è riuscito nel suo intento. Siccome però gli “amici” ormai alticci lo stanno trascinando di nuovo al centro dell'arena con il preciso intento di ripetere l'ultimo caso (e rompere le scatole a lui e alla fanciulla), il Nostro si sta scocciando e quindi, quando un palesemente non automunito (la cosa si deduce dalla scarsa sobrietà mostrata)



cerca di ripetere le condizioni del secondo problemino, Fred prende una decisione. Renderà il compito impossibile al rompiscatole.

Che affermazione fa Fred?

Eh? Cosa abbiamo regalato noi al Valido Assistente? Ma la birra, no?

## 2.2 Agosto, grazie a Carlo

No, non siamo impazziti. È agosto, decidete voi se quello passato o il prossimo: e se scegliete la prima risposta, allora non siamo noi in ritardo, siete *voi*.

Era diventata sana e (da noi) apprezzata abitudine che, per il numero di agosto, ci omaggiaste di qualche problema che, graziosamente, pubblicavamo in rivista compensandovi con la pubblicazione del vostro nome (e *non* della vostra soluzione, ovviamente) nel titolo del problema; da un po' di tempo, questa tradizione che ci permetteva di dedicare alle ferie estive qualche minuto in più è andata persa.

Per fortuna, quest'anno ci ha pensato **Carlo il Grande**, e ci ha inviato un simpatico problema, anche molto "aperto", nel senso che richiede espressamente di trovare diversi metodi risolutivi: la cosa è nata sul blog di Le Scienze nell'ambito di una discussione con **gnugnu** di cui potete trovare in Bookshelf i risultati (sempre dalla magistrale penna di Carlo), e il Nostro ci chiedeva se potevamo (noi e gnugnu) esprimere la nostra opinione su difficoltà, metodi di approccio e quant'altro ci venisse in mente relativamente ad una classe di problemi.

Ma chi siamo, noi, per esprimerci in modo così assolutistico e definitivo? E per quale motivo dovremmo tenerci il problema per noi e *pensarci*, quando possiamo gioiosamente dividerlo, far pensare *voi*, e noi stare semplicemente a guardare il risultato?

Ma ora, senza frappar tempo in mezzo, si vada al problema. Citiamo testuale (così non facciamo neanche la fatica di parafrasare):

In quanti modi diversi si può riempire una borsa con  $N$  frutti rispettando i seguenti vincoli?

Il numero delle mele deve essere pari.

Il numero delle banane deve essere multiplo di cinque.

Ci devono essere non più di quattro arance.

Ci deve essere almeno una pera.

Come dicevamo (e come richiede Carlo), non limitatevi a buttare giù una soluzione del problema, ma esplorate anche i dintorni. Esistono metodi risolutivi diversi, oltre al primo che vi viene in mente? Esistono delle "classi di condizioni" tali da limitare il valore di  $N$ ? Quale potrebbe essere il più difficile di tutti? Insomma, *stay creative* (no, non diciamo "*stay hungry*", alla Steve Jobs: con tutta quella frutta in giro, verrebbe subito  $N=0$ ).

"...E perché non lo pubblichiamo ad agosto?" Per due motivi: tanto per cominciare, Carlo intende discuterne *adesso*, non a settembre. Secondariamente, conoscete tutti il mio proverbiale disordine.

Oh, Carlo: ci aspettiamo poi qualche considerazione sulle soluzioni, ovvio.

## 3. Bungee Jumpers

Quali interi hanno quadrati che terminano con quattro cifre uguali?

*La soluzione, a "Pagina 46"*

## 4. Soluzioni e Note

Ogni corso di laurea ha un esame speciale, caratterizzante. Un esame speciale, in genere particolarmente difficile e proprio della laurea in questione. Nel caso dei corsi di laurea in Fisica, questo corso è – o era, almeno ai tempi in cui due dei redattori di RM frequentavano insieme l'università – il leggendario Istituzioni di Fisica Teorica. A Torino, il docente del corso dell'indirizzo Generale è stato, per molti anni, Cesare Rossetti, che tra

---

l'altro è anche l'autore dell'inamovibile libro di testo omonimo del corso, su quale hanno sudato svariate generazioni di fisici torinesi.

Quando Rudi Mathematici non esisteva ancora, i due giovani futuri redattori passavano molto tempo nell'edificio che si affaccia sul Valentino e che nascondeva un piccolo sincrotrone negli scantinati. Siccome Fisica è una facoltà particolare e strana, capitava facilmente che il rapporto fra prof e studenti presenti fosse spesso maggiore di uno, e che gli studenti potessero disturbare gli augusti ricercatori anche con domande relativamente sceme, semplicemente bussando alla porte degli uffici e ficcando dentro la testa e la relativa domanda. Capitò qualcosa del genere anche con Rossetti, quasi quarant'anni fa, e l'episodio finì per essere raccontato in una nota a piè di pagina nel compleanno di Hilbert, in RM060, del Gennaio 2004.

In qualche modo il "vecchio lupo grigio" venne a conoscenza della cosa, e, con sorpresa degli ex-studenti, si dimostrò divertito del ricordo e, soprattutto, affascinato dall'idea di un giornalino di giochi matematici come RM. Con stupore esterrefatto, i due studenti realizzarono un'ennesima e impreveduta magia della matematica: dopo anni passati nel terrore di non saper rispondere alle domande del docente, si ritrovarono senza saperlo ad essere loro a fare le domande, e il grande vecchio a rispondere.

Le risposte si trovano ancora, in archivio: un giro sul nostro Bookshelf mostra come ci siano almeno due e vere e proprie memorie – firmate con l'allonimo di Caronte – da cui traspare tutta la possanza professorale del mostro sacro. Che poi non era né mostro né sacro, se arrivò persino a offrirci più di una cena, a scriverci regolarmente, a rispondere a molti quesiti di RM, e addirittura invitarci a casa sua, dove passammo una gran bella serata insieme a lui ed Elena, docente di Storia dell'Arte. Fisica, Arte e Matematica, si poteva chiedere di più?

La rubrica di recensioni di RM, EuNBeT, dorme da un sacco di tempo; bisognerebbe proprio tentare di risvegliarla, perché ci sono un sacco di bei titoli da recensire, e un'intera collana scritta integralmente da amici di RM. Ci ripromettiamo di farlo; nel frattempo, vale ricordare che il primo numero della rubrica recensì proprio "Rudimenti di Meccanica Quantistica", in RM111, nuova opera di Cesare Rossetti. La scelta di quella prima parola "Rudimenti", con ogni probabilità non ha nessun serio legame con la rivista dei suoi due ex-studenti, ma è altrettanto certo che i due continueranno a sostenere il contrario e a sventagliare le loro ormai proverbiali code di pavone.

Cesare non ci manderà più soluzioni. Lo siamo andati a salutare qualche giorno fa e lo salutiamo adesso, e non sappiamo bene neanche come farlo, vista la nostra profonda ignoranza su tutto ciò che è ipotizzabile dopo che si lasciano gli atomi del corpo liberi di aggregarsi come meglio pare a loro. Di sicuro, se lo conosciamo, lui avrebbe preferito che la avessimo tirata un po' meno lunga, questa sequela di ricordi, e che ci decidessimo una buona volta a parlare di problemi e soluzioni.

È tempo di dargli retta.

## 4.1 [180]

### 4.1.1 Presa di posizione

Dal mese scorso una ripresa del problema sulla nuova valuta italiana, che era questo:

*Lo Stato emette una nuova moneta, l'Italo, che compare in dodici valori facciali distinti tali che qualsiasi importo intero da 1 a  $N$  Italo possa essere sempre composto con un insieme di otto monete o meno (non necessariamente distinte):  $N$  viene fissato per decreto all'inizio.*

*Supponiamo sia stato fissato  $N=6543$ : che insieme di Italo stampate?*

*Causa svalutazione ritirate tutto il vecchio conquis e emettete una nuova serie sempre da 12 pezzi, ma questa volta con gli otto pezzi sempre non necessariamente distinti dovete riuscire a pagare sino a  $N=13000$ : trovate la serie.*

*Prevedendo ulteriori svalutazioni nel futuro, cominciate a porvi il problema di quale sia il massimo  $N$  per cui con la solita serie da dodici e impegnando al più otto pezzi non necessariamente distinti, potete continuare a fare questo giochino.*

Il mese scorso avevamo pubblicato la soluzione di **trentatré**, ed ora vi passiamo il supplemento di **Camillo**:

Per quanto riguarda i tagli dell'Italo sono partito prendendo in considerazione la congettura di Goldbach per cui solo numeri primi con l'uno obbligato.

Con un solo taglio da 1 Italo il primo numero che non si riesce a coprire è il 9, il primo ad essa più basso è il 7.

Quindi coi tagli da 1 e 7 non si copre il 27 perciò vado ad usare il 23 col quale mi fermo a 87 e così via.

Una serie di Italo composta di soli valori primi usando il criterio qui sopra è questa:  
1, 7, 23, 83, 103, 181, 607, 683, 773, 2239, 2741, 4457.

Con questa serie ed usando al massimo 8 pezzi si raggiunge il valore di 6600 che copre la richiesta di 6543.

Nota di fondo della nota di fondo: trovare i valori con solo carta e matita occorre essere un genio in teoria matematica per poi dimostrare che tutti i possibili valori da 1 a 6543 sono coperti.

Io che teorico, e tanto meno genio, non sono mi affido al vecchio PC sotto DOS.

A questo punto il Nostro ci ha lasciato in sospeso per qualche giorno, e poi ha aggiunto:

A caccia del 13mila.

Allacciandomi alla mia precedente abbandono l'uso esclusivo dei primi (forse lo riconsidererò poi).

Vorrei tanto trovare “il massimo  $N$ ” ma come rilevato dall'anonimo propositore l'elaboratore necessario è totalmente fuori dai miei mezzi. Il mio parere è che non esistano singoli elaboratori da me conosciuti in grado di trovare la sicura soluzione in tempi umani, il calcolo distribuito lo potrebbe.

Se non sbuca un genio a me ed a quelli come me non rimane che la forza bruta magari con qualche ottimizzazione e qualche piccola scorciatoia per cercare di accorciare i tempi.

Per quanto riguarda il 13000 senz'altro esistono milioni di soluzioni ma mi accontento della caccia ad almeno una di esse.

Costruendo una struttura ad albero al tronco (1) si attaccano 8 rami (da 2 a 9), la terza serie comporta 148 rami, la quarta 6332 e la quinta 575227. La sesta non lo so anche se potrei ricavare il numero dei suoi rami dalla quinta. A questo punto mi vedo costretto ad abbandonare lo sviluppo completo dell'albero ed usare solo le serie più promettenti che a mio parere sono quelle che portano ad un  $N$  più alto. Dalla quinta serie su 575227 rami ne ho usati 1000 poi 50 quindi 30 e 10 per arrivare ad uno solo. Durante questo tragitto ho anche dovuto potare dei rami potenzialmente promettenti per accorciare i tempi che prevedevo comunque molto alti.

Un esempio la serie 1, 6, 20, 69, 163, 284, 659, 858 riesce a coprire fino a 2957, quindi i prossimi rami hanno valore da 859 a 2957, sono più di 2000, ho quindi deciso di scartare il quarto più alto e quello più basso (via la testa e la coda proprio come nella grappa) così dimezzo i calcoli, ma non è detto che proprio negli scarti si annidi la serie migliore. Questa decisione è scaturita dall'analisi degli  $N$  raggiunti dove la concentrazione di valori più alti si trovano in mezzo. Vedi file allegato con grafico.

Di passaggio verso i 12 valori della serie rilevo che il nostro 6543 può essere risolto con una serie di 10 valori, una delle tante possibilità è:

3681, 1947, 1214, 646, 371, 114, 81, 23, 7, 1 che però non lo raggiunge fermandosi a 6542. La seguente invece lo sorpassa di poco arrivando a 6544:

2559, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1.

Scusatemi se i numeri sono al contrario ma per facilitare la computazione i vettori che uso sono strutturati così e li riporto con un copia/incolla per non sbagliarmi.

Comunque il più alto N che ho trovato con 10 valori è il 7730 che si ottiene con la serie: 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1

Il 13000 è invece superato dalla serie: 5989, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1 che non raggiunge il 16432.

E qui mi fermo aggiungendo le serie dei primi 17 risultati dove si vede che i primi 16 superano il 13000:

15411, 5974, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 13573, 5975, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 15627, 5976, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 15932, 5977, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 14798, 5978, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 15825, 5979, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 15462, 5980, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 15065, 5981, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 13014, 5982, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 13757, 5983, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 14967, 5984, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 15940, 5985, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 14806, 5986, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 15722, 5987, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 16023, 5988, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 16432, 5989, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0 12724, 5990, 4114, 2898, 1693, 1174, 882, 311, 128, 81, 23, 7, 1, 0

Tempo: 12931s

Probabilmente un buon tempo, o no?

## 4.2 [181]

### 4.2.1 Guardando il soffitto, in un giorno di festa

Ed ecco il solo problema del mese scorso che ha avuto una soluzione, il problema dell'orologio al contrario:

*L'orologio del Capo proietta l'ora sul soffitto, ma a volte l'ora viene invertita. Se l'orologio rappresenta le ore nel formato a 24 ore, quali e quante sono le ore "ambigue"? E quante sarebbero se l'orologio segnasse anche i secondi?*

La soluzione che abbiamo ricevuto è di **Alberto R.**, eccola:

Nella scrittura a sette segmenti il 3 il 4 e il 7 ribaltati producono simboli non interpretabili come cifre. Il 6 e il 9 si scambiano. Le altre cifre restano inalterate.

Pertanto l'ora ABCD è *ribaltabile* se:

- non contiene le cifre 3,4,7
- il numero invertito DCBA può rappresentare un'ora.

Evidentemente l'ora proiettata sul soffitto è *ambigua* se è ribaltabile e non palindroma.

Contiamo in quanti modi diversi possiamo scrivere un'ora ribaltabile.

- Per A abbiamo 3 possibilità di scelta: 0,1,2
- Per B abbiamo 4 possibilità di scelta: 0,1,2, più il 5 se  $A \neq 2$ . Sono esclusi i numeri maggiori di 5 perché B deve poter prendere il posto di C (e ben sappiamo che le decine di minuti si fermano a 5)
- C e D si comportano rispettivamente come B ed A

Per la coppia AB abbiamo 11 possibilità:  $A = 0,1$  associato con  $B = 0,1,2,5$  più  $A = 2$  associato con  $B = 0,1,2$ . Altre 11 possibilità per la coppia CD, per un totale di  $11 \cdot 11 = 121$  quaterne.

Le ore palindrome sono 11, cioè tante quante le coppie AB poiché la prima coppia determina univocamente la seconda. Concludendo le ore ambigue sono  $121-11=110$

Nota: Ad essere pignoli anche la cifra 1 dovrebbe essere esclusa dalle ore ambigue perché nel sistema a sette segmenti essa non compare al centro del suo campo, ma sul margine destro, che diventa il margine sinistro in caso di ribaltamento. Sicché, ad esempio, il numero 18 "autentico" è facilmente distinguibile dal 18 ottenuto per ribaltamento dell' 81 perché la distanza tra le due cifre è ben diversa nei due casi.

Giustamente, ma si sa, il Capo è pronto a tutto, per un problema...

E qui ci fermiamo. Alla prossima!

## 5. Quick & Dirty

Rudy ha iniziato una serie di scommesse al bar; tutte le sere si trova con un amico e tirano una moneta; se viene testa Rudy beve a spese dell'amico, altrimenti paga lui. L'altro giorno si è svolta una scena di questo genere.

"Rudy, le ultime tre volte hai vinto tu! Dovresti darmi una qualche forma di vantaggio!"

"Proviamo in questo modo: tu tiri due monete, io ne tiro una. Se ci sono più "teste", vinco io; altrimenti, vinci tu"

"Oh, grazie! Proviamo subito".

Secondo voi, l'amico aveva ragione di ringraziare?

*Ci sono otto diverse combinazioni; se le esaminate, vedete che Rudy vince in quattro di queste, mentre nelle altre quattro vince l'amico; quindi, la scommessa è onesta esattamente come le altre volte (sulle quali non ci pronunciamo: esistono molti racconti, sulle strane monete di Rudy...)*

## 6. Pagina 46

Un quadrato perfetto può terminare solo con le cifre 0, 1, 4, 9, 6 o 5. Inoltre, il quadrato di un numero pari deve essere evidentemente divisibile per 4, mentre il quadrato di un numero dispari deve dare resto 1 quando diviso per 4, in quanto:

$$(2k+1)^2 = 4(k^2+k)+1$$

Questo significa che nessun quadrato potrà terminare con le coppie 11, 99, 66 o 55, in quanto i numeri terminanti con queste coppie di cifre restituiscono dopo la divisione per 4 rispettivamente i resti 3, 3, 2 e 3.

Esaminiamo ora quali resti sono possibili quando un quadrato viene diviso per 16: ogni intero può essere rappresentato in una delle seguenti forme:

$$\begin{aligned} &8k, \\ &8k \pm 1, \\ &8k \pm 2, \\ &8k \pm 3, \\ &8k \pm 4. \end{aligned}$$

Il che implica che i quadrati abbiano la seguente forma:

$$\begin{aligned} &16(4k^2), \\ &16(4k^2 \pm k) + 1, \\ &16(4k^2 \pm 2k) + 4, \\ &16(4k^2 \pm 3k) + 9, \\ &16(4k^2 \pm 4k + 1). \end{aligned}$$

Queste forme mostrano che il quadrato di un intero o è divisibile per 16 o dà un resto pari a 1, 4 o 9 quando viene diviso per 16.



La possibilità che il quadrato termini con 1 o con 9 è già stata esclusa, e un numero che termini con la sequenza 4444 fornisce un resto pari a 12 quando viene diviso per 16, quindi può essere eliminato come parte terminale del quadrato di un intero.

Quindi, se un quadrato perfetto termina con quattro cifre uguali, queste cifre devono essere zero, e quindi il numero terminerà con due cifre zero.



## 7. Paraphernalia Mathematica

Questa volta, vogliamo iniziare con un suggerimento per Doc.

Avremmo potuto titolare questo pezzo con la frase che lo fa arrabbiare di più, ma in settimana lo scrivente si è ritrovato (per motivi di lavoro-che-paga) a dover dialogare con un tipo laureato in filosofia il cui intercalare preferito (e fuori luogo) era "...è evidente che...". Si trattava palesemente di una forma particolarmente sadica di contrappasso, visto il numero delle volte che Rudy ha utilizzato questo termine *contro* Doc: verso giovedì, nel dubbio se fosse preferibile lo squartamento con quattro cavalli imbizzarriti o il rogo lento, Rudy non ha più resistito: "...è evidente che..." "...certo, evidente come un tesserato cantellato".

Cribbio, funziona! È stato zitto!

*Warning*: la frase ha preso piede, e *chez* Rudy è entrata nel lessico familiare.

### 7.1 Oltre Platone – 2 – Ricomincio da tre

Lati, chiaro. C'entrano, infatti, un mucchio di triangoli: ma la cosa è *ingannevolmente* semplice.

Nelle ricerche per espandere il pezzo del mese scorso, Rudy si è accorto che ha saltato qualche pezzo; rimediamo, a mo' di introduzione, qui di seguito.

Prendete un  $\{p\}$  (e non aggiungiamo "-agono" per il semplice fatto che se avete letto il PM del mese scorso dovrete avere chiaro il concetto), e pensate un attimo a come fate a disegnarci dentro una stella. L'idea è, normalmente, di partire da un vertice e tracciare una serie di diagonali interne saltando un certo numero di vertici ogni volta: per intenderci, prendiamo la stella all'interno del pentagono: partite da un vertice e andate (ad esempio in senso orario) al secondo vertice dopo quello di partenza, e avanti in questo modo: diamolo per fatto, visto che non ci avete neanche provato. Problema, come indicate questa operazione, usando il simbolo di Schläfli?

Semplice: siccome formalmente usate "la metà" dei vertici disponibili (ne saltate uno ogni volta, giusto?) e partite dal pentagono, la cosa più logica è usare la notazione  $\left\{\frac{5}{2}\right\}$ .

Confessiamo che, la prima volta che l'abbiamo vista, questa notazione non ci ha entusiasmato, ma il capire, in seguito, la sua coerenza con il metodo di tracciamento ci ha reso la cosa più simpatica: non solo, ma permette di fare una serie interessante di calcoli, come ad esempio il distinguere le due stelle che potete ottenere all'interno del  $\{7\}$ ,  $\left\{\frac{7}{2}\right\}$  e

$\left\{\frac{7}{3}\right\}$ : e se provate a tracciare nel modo visto sopra la stella dell'esagono  $\left\{\frac{6}{2}\right\}$ , vi basta semplificare la frazione all'interno per accorgervi che in realtà ottenete un  $\{3\}$ .

Bene, assolto il completamento del pezzo del mese scorso, parliamo d'altro. Se sapete tutto del *Gruppo Triangolare*, saltate pure la prossima parte.

Prendiamo un triangolo avente gli angoli (espressi in radianti) pari a  $\frac{\pi}{l}, \frac{\pi}{m}, \frac{\pi}{n}$ , dove  $l, m, n$  sono interi maggiori o uguali a 2; si definisce *Gruppo Triangolare* il gruppo  $\Delta(l, m, n)$  delle *riflessioni* (indicate rispettivamente da  $a, b, c$ ) del triangolo rispetto ad uno dei suoi lati.

"Sicuro di non aver dimenticato niente, ad esempio le rotazioni?" Sì, anche perché di rotazioni ce ne interessano poche: se applichiamo due riflessioni diverse tra loro di seguito, otteniamo una rotazione del triangolo originale pari al doppio dell'angolo compreso tra i due lati che fanno da supporto alla rotazione, e queste sono le uniche che vogliamo considerare.

Se avete notato, abbiamo specificato “due riflessioni *diverse*”: questo in quanto se le due riflessioni fossero state uguali saremmo tornati al triangolo iniziale (e non dite “ovvio!”): forti di queste due espressioni, possiamo arrivare alla definizione del *gruppo astratto*:

$$\mathcal{A}(l, m, n) = \begin{cases} a^2 = b^2 = c^2 = 1 \\ (ab)^l = (bc)^m = (ca)^n = 1 \end{cases}.$$

...e questo aggeggio *tassella*.

Siete opportunamente sobbalzati sulla sedia, convinti di aver trovato un errore nel nostro ragionamento? In questo caso, l'errore è vostro, perché non abbiamo detto *cosa* tassella: infatti, tassella sempre *qualcosa*. In particolare,

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = 1 \text{ tassella il piano euclideo.}$$

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} > 1 \text{ tassella la sfera.}$$

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} < 1 \text{ tassella il piano iperbolico.}$$

Visto che la condizione fondamentale per la tassellatura è basata sugli angoli, possiamo anche indicare il triangolo del quale stiamo trattando genericamente come  $(l, m, n)$ : notate che, dalle condizioni di tassellatura, potete dedurre facilmente che nel piano euclideo sono ammessi al più triangoli con un singolo angolo retto  $(2, m, n)$ , mentre sulla sfera potete anche avere il triangolo<sup>9</sup>  $(2, 2, 2)$  o, genericamente,  $(2, 2, n)$ : sul piano iperbolico qualsiasi combinazione di valori (purché maggiore o uguale a 2) è ammessa, inclusa la  $(\infty, \infty, \infty)$ : con le opportune limitazioni della rappresentazione del piano iperbolico, tutte queste cose si possono disegnare, ma impiegheremo un mucchio di spazio a spiegarvi il perché della rappresentazione, e dobbiamo parlare d'altro.

Focalizziamoci sulla sfera, che ci sono delle cose interessanti.

Qui, i triangoli di questo tipo sono noti come **Triangoli di Möbius** (sì, *quel* Möbius) e visto che almeno uno degli indici deve essere pari a 2, di solito lo si ignora indicando  $(p, q, 2)$  come  $[p, q]$ ; nel caso del triangolo  $(p, 2, 2)$  esisterebbe la notazione  $[p] \times [ ]$ , ma non ci risulta molto usata: tutti preferiscono la più chiara  $[p, 2]$ .

Generalizziamo? Generalizziamo. Se ammettiamo sovrapposizioni nella tassellatura possiamo genericamente avere  $(l, m, n)$  razionali: in questo caso, i triangoli smettono di chiamarsi di Möbius e si chiamano di **Schwartz** (sì, *quello* Schwartz).

“Sicuro che non succedano guai?” Ragionevolmente, tant'è che sono addirittura *catalogabili*. Ma prima di esplorare ulteriormente questo campo, vediamo un paio di concetti piuttosto importanti.

Si definisce (intuitivamente) come **indice di avvolgimento** di una curva chiusa rispetto ad un punto  $p$  non appartenente alla curva il numero degli avvolgimenti che la curva compie attorno a  $p$ . Il valore dipende sicuramente dal punto  $p$  che prendete: se provate con un cerchio, ad esempio, vedete che se il punto  $p$  è esterno al cerchio l'indice di avvolgimento vale zero, mentre se prendete un punto interno al cerchio l'indice di avvolgimento vale uno<sup>10</sup>.

<sup>9</sup> Non mettiamo le virgolette: vorremmo stressare il concetto che questo è, a tutti gli effetti, un triangolo. Se volete vederlo “dal vivo”, prendete i meridiani di Greenwich e (suppergiù) di Bangkok, aggiungeteci l'Equatore: fatto. Il triangolo che contiene l'Africa Cetrosettentrionale, l'Asia Centrale e buona parte dell'Europa è il vostro triangolo.

<sup>10</sup> Se ai più scafati di voi vengono in mente i residui, il relativo teorema e le funzioni analitiche, avete perfettamente ragione. Ma preferiamo lasciare perdere, almeno per il momento.

Se definite il punto  $p$  come il *centro* della figura, potete smettere di chiamarlo “indice di avvolgimento” e chiamarlo **densità**. Mi aspetto non abbiate problemi a calcolare la densità di un pentagono o di un dodecagono, ma le cose possono complicarsi: provate, ad esempio, con la stella pentagonale.

Se vi è venuta una cosa diversa da 2, avete sbagliato i conti.

Adesso, provate con una stella ettagonale, anzi, provate con tutte e due: dal confronto, dovrete capire come mai questo oggetto si chiama in questo modo (e dovrete anche accorgervi – la cosa non è difficile da dimostrare – che è pari a denominatore del simbolo di Schläfli): non solo, ma se partite dal centro dell’oggetto e andate verso l’infinito, incrocerete un certo numero di lati della vostra stella: il numero *minimo* di lati che dovete incrociare (se passate su un incrocio contano per due, non barate!) è pari alla suddetta densità.

Fine della digressione<sup>11</sup>.

Come dicevamo, i triangoli di Schwartz si possono catalogare secondo densità, e non ne vengono fuori moltissimi: se li raggruppate per densità, che è il modo più facile, vi

accorgete che con l’eccezione della serie a densità  $d \left( 2, 2, \frac{n}{d} \right)$  (che dovrete aver capito

come si costruisce: se non è chiaro, tornate a Bangkok senza passare dal “via”) e della serie a densità 1  $(2, 2, n)$ , tutti gli altri sono, per una data densità, decisamente pochi, e per alcune densità non esistono neppure.

Ma sinora ci siamo limitati alla sfera: e altrove?

Se guardate le limitazioni che abbiamo impostato sopra, vi accorgete che nel caso del piano le cose vanno ancora peggio (o meglio: dipende dai punti di vista): qui, infatti, esistono solo  $(3, 3, 3)$ ,  $(4, 4, 2)$  e  $(6, 3, 2)$ . Quindi, non ne parliamo più.

Ben diversa la situazione sul piano iperbolico: qui, sempre in funzione della (non)limitazione data sopra, ne potete trovare quanti volete anche solo di densità 1: infatti:

$$(2, 3, n) \forall n > 7;$$

$$(2, 4, n) \forall n > 5;$$

$$(2, 5, n) \forall n > 5;$$

$$(2, 6, n) \forall n > 6;$$

$$(3, 3, n) \forall n > 4;$$

...

$$(\infty, \infty, \infty).$$

...insomma, qui sono un mucchio<sup>12</sup>. Ma anche qui esiste qualcosa di interessante, che (forse) svilupperemo in seguito: ci teniamo a dire che se non capite nulla di quello che diremo siete nella nostra condizione: come al solito, se volete scrivere qualcosa, benvenuti. Parte il *mathbabble*<sup>13</sup>

<sup>11</sup> Giusto per chiudere con una *friendly polemical note* (in inglese perché non esiste la pagina in italiano): la pagina di Wikipedia, per quanto riguarda la trattazione delle dimensioni superiori a due, ci pare molto insoddisfacente. “...e perché non la scrivete voi?” Non fateci rispondere a una domanda con una domanda, per di più uguale.

<sup>12</sup> ...e siccome nulla è mai chiuso sul serio, per restare nelle note polemiche: come mai Wikipedia (sempre quella inglese) nei disegni inverte gli indici?

<sup>13</sup> Siamo debitori dell’invenzione del termine al grande  **Davide Mana** : “...possiamo ipotizzare l’esistenza di un ‘babble’ per qualunque forma di narrativa di genere per cui esista un template standard...”. Forse non sarà *narrativa*, ma non potete negare che da queste parti i *template standard* si sprechino. Rudy, in quest’ottica, sta pensando di ribattezzare il *Math Manor* come *Caer Math*.

Infatti, il più piccolo triangolo di Schwartz sul piano iperbolico, ossia  $(2,3,7)$ , ha molte interessanti caratteristiche: il suo gruppo triangolare è il *Gruppo di von Dyck* di indice 2, ossia il *Gruppo Univesale* per tutti i *Gruppi di Hurwitz* che è anche il massimale dei gruppi delle isometrie per le *Superfici di Riemann*: in soldoni, i Gruppi di Hurwitz sono i gruppi quozienti del gruppo triangolare  $(2,3,7)$ , e il triangolo di Schwartz  $(2,3,7)$  tassella qualsiasi superficie di Hurwitz<sup>14</sup>. Potremmo continuare a sbrodolarci addosso paroloni (ci sono un mucchio di cose interessanti, qui), ma lasciamo perdere che vorremmo andare da un'altra parte.

Quanto sopra, solo per farvi venire la voglia di esplorare nuove frontiere (e possibilmente scriverci in merito): torniamo al nostro obiettivo, che non vi abbiamo detto (e non abbiamo nessuna intenzione di farlo).

Dicevamo che i triangoli di Schwartz tassellano la sfera (alcuni con delle sovrapposizioni, ma partiamo dal caso in cui tutto va liscio, le complicazioni le tiriamo fuori a fine frase): adesso, prendete degli **specchi**, e sostituiteli ai lati del triangolo di base, e fate in modo che i tre piani degli specchi si intersechino tutti in un unico punto, al centro della sfera.

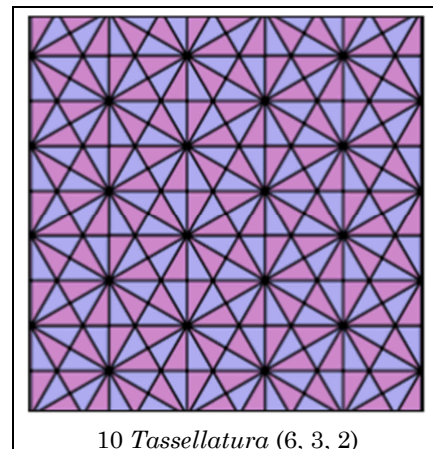
E adesso buttate via il resto della sfera, che tanto *riuscite a vederla di nuovo tutta*.

Infatti, avete costruito quello che i matematici e i bambini chiamano un *caleidoscopio*: il sistema di specchi ricostruisce la sfera, e quindi possiamo considerarlo come un sistema per descrivere una certa tassellatura a triangoli della sfera.

La parte complicata promessa prima è che alcuni caleidoscopi tassellano la sfera *più di una volta*, nel senso che causa sovrapposizioni la ricopertura diventa doppia: insomma, in questo caso, la paura di Rudy che “i poliedri non si chiudessero” (ve l'abbiamo raccontata il mese scorso) è effettivamente giustificata, dovete fare più di un giro, per chiudere il tutto.

Comunque, otteniamo una tassellatura: per adesso non andiamo a cercarci i casi particolari, cerchiamone una che si “comporti bene”. Se piazzate un punto all'interno del caleidoscopio sulla superficie della sfera, questo punto verrà opportunamente riflesso dagli specchi e darà origine a una figura: se considerate questi punti come *vertici*, potete definire un poliedro, non necessariamente uno dei platonici: tra l'altro, interessante esercizio... provate a cercare quali triangoli li generano.

Ma lavorare sulla sfera può essere complicato: si ottengono delle ragionevoli soddisfazioni anche solo limitandosi al piano euclideo. Soprattutto se prendiamo qualche caso non proprio semplice.



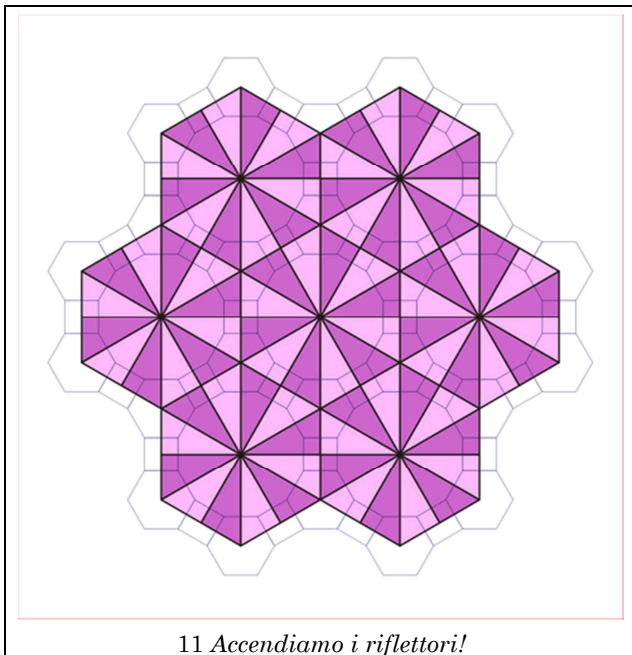
10 Tassellatura  $(6, 3, 2)$

L'esagono, che tassella il piano, può essere visto come l'insieme di sei triangoli equilateri; se dividete ognuno di questi triangoli tracciando le apoteme dell'esagono ottenete dodici triangoli 30-60-90 (gradi) o, come abbiamo preferito indicare,  $(6, 3, 2)$ : se prendete un triangolo e sostituite ai suoi lati degli specchi (ottenendo un prisma triangolare), la figura che vedete nel vostro caleidoscopio tassella il piano in un modo piuttosto complesso, come potete vedere in figura (acc... volevamo riuscire a fare un pezzo senza figure, ma queste valgono la pena: Wikipedia, chiaro).

Adesso, si tratta di giocare con il nostro caleidoscopio. Mettiamo nel nostro triangolo un punto: per non farla troppo complicata e ottenere una certa regolarità, cerchiamo il punto che sia equidistante da tutti e tre i lati del triangolo, tracciamo i segmenti che arrivano sino ai lati e accendiamo i riflettori (nel senso che facciamo riflettere gli specchi, trovate il risultato (sempre da Wikipedia) nella figura qui sotto).

<sup>14</sup> Come dicevamo, se non avete capito nulla siete in nostra compagnia: ma forse un giorno o l'altro ne parleremo.





11 Accendiamo i riflettori!

Vi ritrovate una delle tassellature più complicate del piano, quella formata da quadrati, esagoni e dodecaedri! Infatti, stiracchiando (secondo noi: formalmente, è correttissima) opportunamente la definizione, questa tassellatura è *duale* della tassellatura originale fatta con i triangoli.

Adesso, andate a riprendervi il PM sulle *tassellature semi-regolari* e vi calcolate tutti i duali. Noi non abbiamo la minima intenzione di farlo, visto che vorremmo andare avanti.

Ci pare evidente che con questo aggeggio si può giocare abbastanza a lungo, ma torniamo alla nostra sfera caleidoscopica: come dicevamo poco sopra, anche qui possiamo mettere un

punto da qualche parte e vedere cosa viene fuori: si vede che il punto (che d'ora in poi chiameremo *vertice*), se vogliamo ottenere un qualcosa di regolare, si può mettere in pochi modi. Dato il caleidoscopio triangolare ABC, se seguiamo la convenzione di indicare con la stessa lettera (minuscola) il lato opposto ad un dato angolo, abbiamo le possibilità:

1. Il vertice viene posizionato nel punto A
2. Il vertice viene posizionato sul lato AB (c), in modo tale che la retta passante per il vertice e l'angolo C bisechi l'angolo C
3. Il vertice viene posizionato nell'*incentro* di ABC
4. Il vertice viene posizionato in un punto tale che, quando viene ruotato attorno ad un qualsiasi angolo del doppio del valore dell'angolo, si sposta della stessa distanza da ogni angolo

L'ultima è dura da capire, ma ci proviamo: dato il triangolo ABC, *riflettete* il triangolo rispetto ad AB, e quindi *riflettete* il nuovo triangolo rispetto a CB (vi ricordate, vero, che una riflessione fatta in questo modo ruota del doppio dell'angolo in B il nostro triangolo?). Se ne volete vedere uno, di calcoli del genere, dovrete averlo sotto il naso: la tassellatura a esagoni, quadrati e dodecaedri qui sopra è generata esattamente in questo modo.

Adesso, sarebbe carino avere un modo per rappresentare tutta questa roba. Fortunatamente, esiste. Sfortunatamente, non è una meraviglia di semplicità. Quindi, siccome avete l'aria stanca, ne parliamo un'altra volta.

Cavoli, siamo al secondo pezzo della serie e non abbiamo ancora neanche finito l'introduzione...

*Rudy d'Alembert*  
*Alice Riddle*  
*Piotr R. Silverbrahms*