Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 174 – Luglio 2013 – Anno Quindicesimo

1. A me gli occhi **3**

2. Problemi **10**

1.1 Vai col "*fèntasi*"! 10

1.2 Strani, simpatici, ridicoli numeri 11

3. Bungee Jumpers **12**

4. S.C & S.C. **12**

4.1 Soluzione Cercasi 12

4.2 Summer Contest 13

5. Soluzioni e Note **13**

5.1 [172] 14

5.1.1 Il lavoro peggiore del mondo 14

5.2 [173] 16

5.2.1 Il WiFi del Medioevo 16

5.2.2 Il "Tetris" magro 18

6. Quick & Dirty **25**

7. Pagina 46 ..... **25**

8. Paraphernalia Mathematica **26**

1.3 Ma allora, come funziona? 26

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da

Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM173 ha diffuso 3'032 copie e il 14/07/2013 per Google eravamo in 12'700 pagine.

Per motivi sentimentali legati alla nostra gioventù (lo sbarco sulla Luna) ci sentiamo spinti a dedicare la cover di luglio ad argomenti astronomici. Dato però un problema del mese scorso, questa volta rinvieremo la cosa a ottobre (lancio dello *Sputnik*). In copertina, la *Tetris Bookshelf* (autore sconosciuto). Due note: (1) Non ci piace la seconda riga dal basso (come mai non è stata "cancellata"?). (2) *Sawdust*, secondo te sono fattibili gli incastri di ogni pezzo e gli spessori tali che possa diventare un libreria *seria* (nel senso "in grado di essere riempita di libri, per l'altezza di almeno un paio di metri e la larghezza di poco meno di un metro)? Forse, rinforzando opportunamente il fondo di ogni pezzo (li vogliamo tenere separati, ci pare *ovvio*)...

1. A me gli occhi

Ogni numero di magia è composto da tre parti o atti. La prima parte è chiamata "La Promessa". L'illusionista vi mostra qualcosa di ordinario: un mazzo di carte, un uccellino, o un uomo. Vi mostra questo oggetto. Magari vi chiede di ispezionarlo, di controllare se sia davvero reale, inalterato, normale. Ma, ovviamente... è probabile che non lo sia. Il secondo atto è chiamato "La Svolta". L'illusionista prende quel qualcosa di ordinario e lo trasforma in qualcosa di straordinario. Ma ancora non applaudite. Perché far sparire qualcosa non è sufficiente; bisogna anche farla riapparire. Ora voi state cercando il segreto... ma non lo troverete, perché in realtà non state davvero guardando. Voi non volete saperlo. Voi volete essere ingannati. Per questo ogni numero di magia ha un terzo atto, la parte più ardua, la parte che chiamiamo "Il Prestigio".

(John Cutter – *The Prestige*, 2007)

Ci sono degli argomenti, dei filoni che nei compleanni di RM ricorrono spesso. Sono temi che, ovviamente, hanno a che fare con le nostre passioni e con il nostro modo di vedere il mondo. Tanto per dire, ci capita spesso di parlare di preconcetti e luoghi comuni, ovvero di quelle abitudini mentali generate dalla società in cui viviamo che ci fanno accettare – senza alcun bisogno di reale verifica sperimentale o razionale – idee niente affatto ragionevoli: ci inducono a pensare che alcuni tipologie di persone siano più o meno intelligenti di altre, più o meno aggressive, più o meno volonterose, o puntuali, o pigre, brillanti, inerti, artisticamente dotate o negate. È anche per questo che, nel raccontare le vite degli scienziati che abitano questi compleanni, tentiamo spesso di smitizzare qualche aspetto del mito che li circonda, qualche preconcetto che li caratterizza. Ve li rammentate, no, i luoghi comuni? La vox populi esige che tanto più geniali siano alcuni soggetti, tanto più dovranno essere distratti, trascurati: spesso sono classificati come brutalmente asociali (basti pensare al frequentissimo topos letterario dello "scienziato pazzo"), inevitabilmente brutti (figuriamoci se un geniaccio può essere anche belloccio…), e così via. Sulla incapacità di uno scienziato (e quindi di un tecnico) di comprendere la bellezza delle arti, o di avere parte attiva negli eventi politici e nelle trasformazioni di un paese si è discusso così tanto che non vale la pena tornarci sopra; e questo soprattutto nella patria di Leonardo da Vinci, controesempio massimo dell'idea della separazione delle culture.

I lettori di RM sanno bene che, nel suo piccolo, questa rivista ha sempre mostrato un viscerale scetticismo riguardo alla classificazione, separazione, distinzione tra il sapere scientifico e quello che scientifico non è. Questi compleanni, tanto per dire, cercano sempre di fare da ponte, da tramite: è ormai un gioco del tutto scoperto che si arriverà, alla fine, a parlare di un matematico o di uno scienziato, ed è altrettanto indubbio che si cercherà di valorizzarne la figura, spesso acriticamente, talvolta quasi facendone un'agiografia; ma è ormai altrettanto noto che il percorso parte sempre da lontano, da qualcosa che con la matematica e la scienza ha (apparentemente) niente a che fare. Se il pezzo riesce bene, il lettore si troverà a parlare di scienza, di uomini di scienza, pur avendo iniziato a leggere di tutt'altro: magari di arte, o di storia militare, di letteratura, anche di musica. E se questo è così spesso possibile, non è certo per una particolare abilità degli autori: è solo che il mondo è uno, l'universo uno, e soprattutto l'essere umano è uno, nel senso più generale possibile. E la sua cultura altro non può essere che una, unitaria, e coerente a sé stessa.

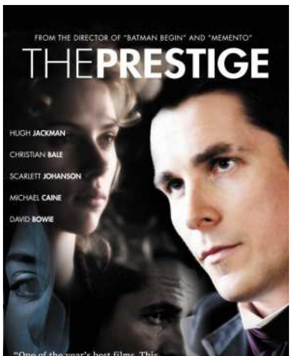
La cosa è tanto più evidente – paradossalmente – proprio nei luoghi comuni che, proprio perché accettati acriticamente, non hanno vincoli di coerenza. Come è possibile immaginare che gli amanti della scienza siano perennemente distratti, brutti, privi di interesse al di fuori delle loro formule e dei loro diagrammi, quando negli ultimi anni è divenuta popolare – certo anch'essa ormai massacrata da luoghi comuni nuovi di zecca – la figura del "nerd"?

Per quanto identificato dal suo smodato interesse verso la scienza e la tecnologia, ciò che più marcatamente caratterizza il nerd è proprio la sua cultura non-scientifica, quei tratti peculiari che, di fatto, con la scienza hanno poco o niente a che vedere. Fumetti, videogiochi, incapacità di interazione con l'altro sesso: miti disegnati, letterari, narrazioni cinematografiche assurte a religioni, gadget (certo tecnologici, ma inevitabilmente coniugati nella maniera più infantile possibile), e così via.

È una evidente contraddizione, che dovrebbe mettere in crisi qualsiasi luogo comune: un personaggio cui si riconosce una profonda cultura scientifica che è visceralmente attratto da strutture e narrazioni palesemente scientificamente infondate.

Un altro luogo comune, probabilmente, è quello che immagina che il prototipo del nerd sia davvero di recente formazione. Non c'è dubbio che, senza tutta la tecnologia che è adesso normalmente disponibile all'interno delle case, un nerd è difficile da riconoscere, ma questo non significa che non esistesse ancor prima del XX secolo. È invece verosimile che qualche giovanotto interessato alle magie e ai meccanismi della scienza sia sempre esistito: in tal caso, come potremmo immaginarcelo? Come un tipo un po' strano, certo non troppo socievole, ma profondamente visionario e sognatore. Magari non troppo attratto dalle ragazze, e certo con un piccolo laboratorio casalingo in cui fare qualche strano esperimento. E se fosse particolarmente dotato, magari anche in grado di trasformare tutta la sua casa in un laboratorio, e destinato al celibato pur essendo un tipo alto e prestante. Se un tipo del genere fosse esistito, finirebbe certo per essere considerato da molti una sorta di progenitore dei nerd dei giorni nostri.

Se abbiamo avanzato tanti "se", è del tutto evidente che lo abbiamo fatto perché un tale individuo è realmente esistito. Se ne parliamo su RM, nello spazio dedicato ai "compleanni", è altrettanto evidente che lo facciamo perché è lui il protagonista di questo articolo. Ma siccome i compleanni, come abbiamo appena detto, si guardano bene dall'iniziare a parlare di scienza, perché vogliono arrivare agli scienziati solo per le vie meno battute, è altrettanto evidente che inizieremo a parlare non di laboratori, ma di tutt'altro. Ad esempio, di cinema.



1 *"The Prestige"*.

"*The Prestige*" è un film del 2006 che tratta di magia, di rivalità, di sacrificio e del desiderio umano di credere nella realizzazione dell'impossibile. E lo fa alternando sempre diversi tempi della narrazione, saltando avanti e indietro tra un passato e un presente in cui non è sempre chiaro se quello che si vede è parte di un inganno o è la vera narrazione[1].

Non solo la narrazione procede per salti, quasi quantisticamente; come se non bastasse, verso la fine e in diversi punti della storia, le scene topiche sono rivisitate, rimostrate allo spettatore, e i personaggi spiegano (ma sempre all'interno della trama della narrazione), e chiariscono misteri. Tutto ciò che durante la narrazione era sparito, riappare, magari cambiando di significato, cambiando anche forma e natura: proprio come il "prestigio" di cui si parla nella scena iniziale e finale (e nella citazione all'inizio di questo articolo).

Magia è una parola antica e dai molti significati. La sua origine sta in un'intera casta sacerdotale dell'antica Persia, dove per "mago" (*moghu, magu*) si intendeva "purificatore". Ben presto il termine passò a tutta la casta deputata al rapporto con il soprannaturale, sia nella forma canonica, religiosa, sia in quella più misteriosa del soprannaturale non necessariamente associato a divinità creatrici. Curiosamente, fin dai tempi più antichi le due diverse forme si sono avvicinate e distinte: basti pensare ai Re Magi della nostra festa dell'Epifania, dove il plurale con la g dolce e senz'acca li distingue, con evidente

[1] Poiché potreste non aver ancora visto il film e aver voglia di vederlo, non vi racconteremo i dettagli: cercheremo anche di non raccontare troppo della trama, ma inevitabilmente qualche scorcio ve lo daremo. Quindi, smettete subito di leggere ed andate a noleggiare il film; oppure perdonateci in anticipo.

intenzione migliorativa, dal "maghi" che ben presto hanno assunto in tutte le culture una contaminazione a causa di ciarlatani e truffatori. Del resto, anche ai giorni nostri il termine "mago" assume significati ben diversi: si fanno chiamare così astrologi, chiromanti, divinatori; personaggi dei quali – a voler essere molto magnanimi – il meglio che si può dire è che vendono a caro prezzo consulenze la cui fondatezza scientifica è un po' meno che nulla. Ma lo stesso termine viene assunto anche da un vasto gruppo di appassionati e professionisti che producono immaginifiche illusioni, abilissime manipolazioni, stupefacenti effetti apparentemente contrari al senso comune, pur riconoscendo (almeno in grandissima maggioranza) che a monte di tutto vi è un trucco, un'illusione da "illusionisti", appunto, e che nessuna legge fisica viene in realtà violata.

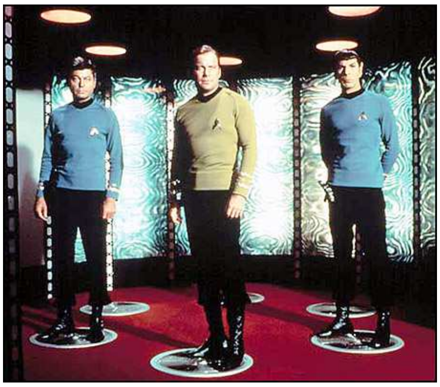
La magia, nella sua onesta è attraente forma di prestidigitazione, è sempre stata molto vicina alla scienza: ogni buon mago si avvale di (o è egli stesso) un esperto di scienza, quantomeno di quella scienza che è in grado di essere usata per produrre effetti insoliti e spettacolari, un *ingénieur*, insomma. Nel film, questo ruolo cruciale è meravigliosamente interpretato da Michael Caine, che si trova del tutto a suo agio nel dare forma e voce ad un personaggio che mirabilmente coniuga gli aspetti più spettacolari delle illusioni con le forme più ardite degli effetti scientifici.

In effetti, il gioco di prestigio stesso è una forma elaborata di ingegneria. Ogni "mago" famoso passato alla storia ha avuto a disposizione incredibili congegni che gli erano indispensabili per trasformare la solida e apparentemente immutabile realtà in qualcosa di imprevisto e pertanto – a tutti gli effetti – di magico. Gli illusionisti moderni, come David Copperfield, hanno a disposizione mezzi e tecnologie impensabili, se confrontate con quelle descritte nel film di cui stiamo parlando; ma le "grandi illusioni", quelle che fanno restare a bocca aperta e battere forte il cuore non erano certo da meno anche nel secolo scorso. Afferrare un proiettile al volo, con le mani o addirittura con i denti, ha ancora adesso uno straordinario potere stupefacente: è come poter sfuggire alla morte, come avere la forza o la velocità di Superman, è quasi dimostrare di essere super-umano. Ed è anche uno dei tanti trucchi mostrati e spiegati nel film; un'illusione, naturalmente, ma comunque un'illusione piuttosto pericolosa, che a suo tempo è costata la vita a non pochi artisti del settore.

2 *Come prendere al volo un proiettile.*

Tutto dipende da quanto "realistica" si vuol rendere l'illusione; perché, in realtà, per fare una cosa del genere ci sono molti modi. Gli illusionisti dei nostri tempi – affidandosi a moderne tecnologie e pistole elettroniche che non sparano affatto il proiettile ma danno l'impressione di farlo – non corrono rischi intrinsechi. È qualcosa che anche David Copperfield si è premurato di fare, tra una sparizione della Statua della Libertà e un istantaneo teletrasporto alle Hawaii, e siamo certi che non ha avuto nessuna conseguenza fisica.

Ma le cose erano diverse quando il trucco prese piede. Il modo più semplice (e sicuro) di effettuarlo era quello di far finta di inserire la pallottola nel pistone, ma in realtà non caricare affatto l'arma; ma a volte si utilizzavano particolari proiettili che si disfacevano letteralmente nell'aria ad una certa distanza, opportunamente e precisamente calcolata da parte del mago. In un trucco del genere, però, i rischi intrinsechi ci sono eccome. Ne sa qualcosa il buon Chung Ling Soo, un illusionista professionista che finse tutta la vita di essere un'altra persona (era in realtà occidentalissimo, ma per circondarsi di mistero si spacciava per cinese, tra l'altro, si scoprì in seguito che aveva due famiglie, non sappiamo bene di quale etnia): questi trascurò di osservare le regole di manutenzione della sua arma, e tragicamente morì vittima del suo stesso gioco di prestigio.



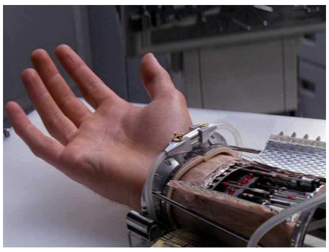
3 *"Beam me up, Scotty".*

Ci sono trucchi forse ancora più affascinanti: chi non ha mai desiderato (anche senza essere un nerd) la realizzazione del teletrasporto? Potersi trovare in un istante in un altro luogo? Poter fare come il Capitano Kirk[2], dire "Tirami su, Scott" e trovarsi su un pianeta inesplorato (o anche solo al più vicino supermercato)?

Dal punto di vista di un illusionista, il teletrasporto è sostanzialmente un problema di duplicazione, ovvero di trovare due oggetti, viventi o meno, tanto simili da far credere al pubblico che si tratti di un solo oggetto in grado di muoversi a velocità infinita. Da questo punto di vista, far sparire un uccellino e poi farlo ricomparire da un'altra parte è un trucchetto da ragazzini, ma far sparire l'intero illusionista e farlo riapparire un po' più in là, beh, rischia di essere un lavoro niente male.

Se trovare due uccellini identici non è poi tanto difficile, avere a disposizione due esseri umani che si assomiglino a tal punto, specialmente se l'illusionista è abbastanza famoso da essere riconoscibile e se non ha la fortuna di avere un gemello condiscendente. In *Prestige*, i protagonisti sono due maghi rivali, il Professore e il Grande Danton, e sono entrambi ossessionati dall'idea dell'illusione finale, definitiva, la migliore di tutte: proprio quella che dovrebbe mostrare al pubblico come siano in grado si scomparire da una parte e riapparire istantaneamente dall'altra.

È a questo punto che, anche nel film, l'illusione e la realtà, la scienza e la magia rischiano di venire a contatto. Del resto, gran parti delle scoperte tecnologiche dell'ultimo mezzo secolo sono talmente sorprendenti che fino a non molto tempo fa sarebbero certo state considerate "magiche" da parte di quasi tutti gli esseri umani. Un buon numero delle idee degli scrittori della fantascienza degli anni d'oro è ormai davvero a portata di mano.



4 *La mano di Luke.*

Un esempio, magari proprio sulla mano appena nominata? Parti bioniche che sostituiscono limbi mancanti. Se avete dato un'occhiata alle ultime Paralimpiadi vi sarete resi conto che è stupefacente quello che si riesce a fare. Luke Skywalker[3], che perde la mano e gli viene sostituita da un meccanismo perfettamente simile – almeno esteriormente e funzionalmente – a quello perso, è forse una realtà ancora non presente, ma sicuramente appartiene ad un futuro molto prossimo: negli Stati Uniti dei ricercatori sono riusciti a far manovrare ad un paraplegico un braccio meccanico usando dei sensori piazzati nella corteccia celebrale.

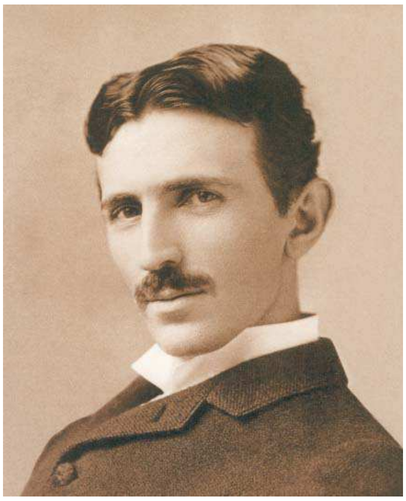
Certo. Non si può giocare troppo con i tempi, neanche nei film di fantascienza. La fiducia nella scienza, però, era probabilmente più forte verso la fine del XIX secolo, almeno in alcuni personaggi lungimiranti, di quanto verosimilmente lo è ancor oggi nel grande pubblico. Quindi non è del tutto irrealistico immaginare un prestidigitatore che, incapace di risolvere le ambasce che gli provocano le difficoltà tecniche di una grande illusione, decida di affidarsi ad un altro tipo di professionista: una sorta di super-consulente. Uno scienziato, insomma.

[2] Dicevamo all'inizio che anche i nostri compleanni hanno dei tormentoni, quasi dei luoghi comuni. Non avevamo già parlato di icone del mondo *nerd*? Di Star Trek? Di teletrasporto? Ebbene sì, ci ripetiamo.

[3] No, non ditemi che abbiamo già parlato anche di Guerre Stellari? Ma ci è rimasto qualcuno dei nostri argomenti *nerd* di cui non si è ancora parlato?


5 *David Bowie, lo scienziato.*

È esattamente quel che fa il Grande Danton, in *Prestige*: deve fare qualcosa di apparentemente impossibile, e non riesce ad escogitare nessun trucco passabile. Allora, se scienza e prestidigitazione non bastano, se persino gli elaborati congegni dell'ingegneria non sono sufficienti, perché non provare a chiedere ad uno scienziato vero e proprio? O meglio ancora, ad un genio a tutto tondo? Forse lui può davvero creare il teletrasporto: di lui si raccontano cose ancora più incredibili dei più stupefacenti trucchi da palcoscenico. E se anche non lo potrà fare *veramente*, forse potrà comunque trovare un modo per crearne l'illusione, e ad un "mago", in fondo, non serve niente di più. E così il Grande Danton, che nel film è interpretato da Hugh Jackman, dà una svolta decisiva al film andando a chiedere aiuto a David Bowie. O meglio, al personaggio che Bowie interpreta con bravura: uno scienziato, appunto. Ma se, in ultima analisi, non siamo per niente sicuri che il Professore e il Grande Danton siano mai davvero esistiti, possiamo assicurarvi che l'uomo interpretato dalla rockstar inglese è esistito davvero, eccome. E, probabilmente, era in vita ancora più geniale, imprevedibile e sorprendente di quanto appaia nel film.


6 *Nikola Tesla, quello vero.*

Nikola Tesla nacque il 10 luglio 1856 a Smiljan, un piccolissimo villaggio di poche centinaia di anime, che a quel tempo faceva parte dell'impero austroungarico, e che oggi si trova in Croazia; ciò non di meno, Tesla era indubbiamente di nazionalità serba. Figlio di un ministro del culto ortodosso, non fu un bambino prodigio dal punto di vista del rendimento scolastico: dopo gli studi dei primi anni, si iscrisse all'università di Graz, dove si interessò degli aspetti tecnici della corrente alternata. Sembra che interruppe gli studi prima di conseguire la laurea, quindi si mosse poi fino alla ben più prestigiosa università di Praga, dove seguì corsi avanzati di matematica e fisica.

È evidente fin dai primi anni che non sono tanto gli aspetti teorici[4] ad interessare Nikola, quanto le applicazioni ingegneristiche e pratiche. Ciò non di meno, non trascurava affatto la preparazione teorica: sembra fosse dotato di memoria eidetica, che gli consentiva di ricordare senza sforzo interi libri; e quando Edison morì, tra tutti i necrologi altamente positivi spiccò quello di Tesla, che era invece duramente negativo, e tra molte altre ragioni di disprezzo enumerava anche la scarsa preparazione teorica dell'inventore americano.

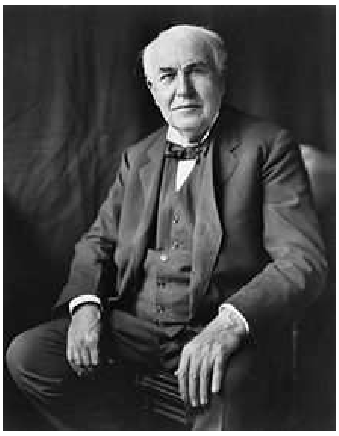
Ciò non di meno, non è chiaro se Tesla ottenne mai una laurea a Graz o a Praga; quel che invece è certo è che lavorò a tutti gli effetti come ingegnere in molte nazioni, e le sue capacità non furono mai messe in discussione. Per di più, quando divenne famoso collezionò un gran bel numero di lauree *honoris causa*[5].

[4] Non per niente, la fonte principale delle note biografiche dei nostri protagonisti (il sito dell'Università scozzese Saint Andrews) non dedica una voce a Nikola Tesla.

[5] Per quel che può contare, in merito alla sua istruzione e alla sua capacità di imparare, si può ricordare che, oltre al serbo-croato, Tesla parlava correntemente altre sette lingue: inglese, francese, tedesco, ceco, ungherese, italiano e latino.

In breve; un giovane cittadino dell'Impero Asburgico di Francesco Giuseppe, decisamente alto, specie per i suoi tempi, visto che toccava i due metri[6], mostra eccezionali doti ingegneristiche e inventive, in molte parti dell'Impero stesso: Praga, Budapest, Maribor; è sufficientemente bravo da varcare i confini austriaci, e farsi un nome a Parigi; ma è abbastanza chiaro che, per una mente pioneristica come la sua, la terra giusta di conquista non possono essere altro che gli Stati Uniti d'America.

È il 1884: Tesla arriva negli USA armato solo di una lettera di presentazione scrittagli da quello che era stato il suo diretto superiore al suo ultimo lavoro. Lettera indirizzata direttamente a Thomas Alva Edison, e che si limitava ad affermare che, a parere dello scrivente, c'erano solo due individui veramente geniali sul pianeta: il destinatario della sua missiva e il latore della stessa.


7 *Thomas Edison, il cattivo.*

È l'inizio di una storia i cui strascichi invadono la Rete ancora oggi, e con una virulenza davvero notevole, visto che sono passati centotrenta anni. Forse per il contenuto della lettera, forse perché alla fine dell'Ottocento in America un ingegnere riusciva a trovare lavoro più facilmente di quanto riesca a fare in Europa all'inizio del XXI secolo, Edison assume Tesla nella sua azienda, la *Edison Machine Works* che ha fondato con i proventi delle sue invenzioni. I problemi sorgono in fretta: Tesla inizia dalla gavetta, ma ben presto il suo talento appare evidente e Edison gli affida compiti sempre più impegnativi, fino all'incarico di riprogettare il motore a corrente continua, compito davvero improbo, promettendogli un enorme premio in denaro se mai ci fosse riuscito. Tesla ci lavora un anno, riesce nell'intento, e l'azienda di Edison prospera con i brevetti che da quel progetto scaturiscono. Tesla corre allora a battere cassa, reclamando il premio promesso, e Edison, più o meno, gli dice che quel premio era evidentemente uno scherzo[7].

Raccontare tutto il seguito è virtualmente impossibile, e sicuramente poco utile, viste le centinaia di pagine in merito che si trovano su Internet[8]. Basti dire che Tesla ovviamente lasciò Edison, fondò una sua propria azienda, e cominciò a sfornare anche lui invenzioni e brevetti. E fece tante di quelle scoperte che è difficile leggere anche solo le pagine che gli dedica Wikipedia (sia in inglese, sia in altre lingue, come l'italiano) senza rimanere a bocca aperta: gran parte delle invenzioni che la tradizione attribuisce ad Edison sembrano essere in realtà frutto del genio di Tesla; la radio che ha reso immortale Marconi era di fatto già stata realizzata da Tesla, che presentò perfino un modellino di nave radiocomandata all'esercito degli Stati Uniti per mostrarne gli enormi vantaggi per l'uso militare: e quasi ogni congegno che implicasse la corrente elettrica alternata si può far risalire a lui[9]. Per quanto poco accademico nel modo di fare, Nikola Tesla fu spesso considerato come uno dei favoriti al Nobel, e non è certo poco significativo che nel 1960 la

---

[6] Da questo punto di vista, non dev'essere stato facile per David Bowie impersonarlo: il cantante dichiara di essere alto 178 centimetri, ma il dato più probabile è in realtà 175. E un sacco di gente che lo ha incontrato di persona giura che sette quarti di metro sono probabilmente più un pio desiderio che la realtà.

[7] Questa è, grossomodo, la versione dei fatti secondo i partigiani di Tesla. La diatriba impera, e naturalmente ci sono i tifosi di Edison che la raccontano in maniera diversa: noi, poveri cacciatori di aneddoti della rete, non siamo in grado di distinguere con precisione quale delle due parti sia più vicina al vero, in maggioranza, l'episodio sembra essere abbastanza credibile. Resta solo abbastanza incredibile l'ammontare del premio promesso da Edison a Tesla (50.000 dollari, circa un milione al corso odierno), anche perché corrispondeva grosso modo all'intero valore dell'azienda stessa.

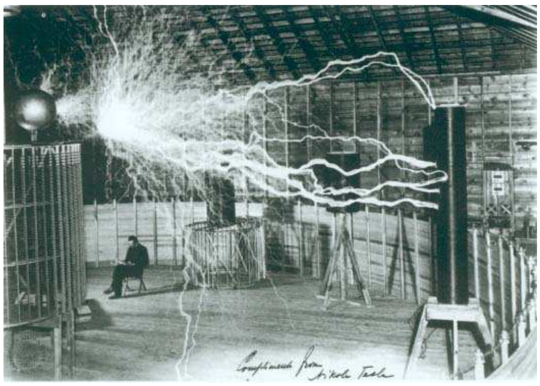
[8] Una googlata veloce ritorna *dieci milioni* di risultati. Per Thomas Edison sono più di otto milioni. Per batterlo abbiamo dovuto cercare Leonardo Da Vinci, anche lui citato in quest'articolo, oltre *trentadue milioni*.

[9] Tanto per avere un esempio – certamente molto di parte teslana – di come la rete vive la diatriba Edison-Tesla, vi suggeriamo di fare un giro su questo fumetto: http://theoatmeal.com/comics/tesla. E se non avete ancora visto *Prestige*, sappiate che a un certo punto il nostro eroe deve sparire (o meglio andarsene) perché arrivano "gli uomini di Edison": in un tale contesto immaginarli come sgherri non è difficile...

Conférence Générale des Poids et Mesures abbia deciso di dare il nome Tesla all'unità dell'induzione magnetica.

8 *La presenza di Tesla nel suo aeroporto.*

Un riconoscimento purtroppo postumo, come le varie iniziative per la celebrazione dei 150 anni dalla sua nascita[10]: ha preso il suo nome l'aeroporto di Belgrado, in cui non si può andare a recuperare i bagagli senza incontrarne una foto alta più di tre metri, per non parlare della banconota serba più utilizzata (quella da 100 dinari, circa un euro); alle cascate del Niagara si incontra una bella statua celebrativa, dato che fu proprio lui a progettare l'enorme centrale elettrica che ivi si trova; e il numero di musei e centri scientifici a lui intitolati, dalla Croazia alla Serbia, fino a New York e vari centri degli Stati Uniti (soprattutto Colorado Springs, dove abitò a lungo), e persino un cratere sulla luna.



9 *Nikola Tesla, il mago.*

L'uomo e il genio che aveva sognato di poter fornire gratuitamente energia elettrica a tutta l'umanità, finì i suoi giorni in un albergo di New York, solo con le sue ricerche e le sue letture, ottantaseienne e in povertà, malgrado l'innumerevole quantità di brevetti a suo nome.

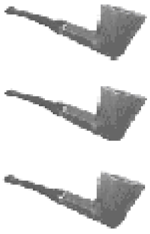
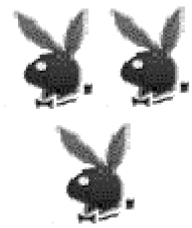
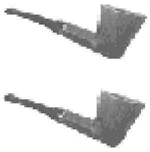
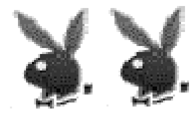
Eppure Nikola Tesla aveva anche un'altra dote, oltre al genio per l'elettricità: il senso dello spettacolo. Costruiva padiglioni ed esibiva nelle fiere le meraviglie delle sue scoperte e della natura: insieme a Westinghouse[11] produceva archi elettrici lunghi sette metri, e probabilmente giocava anche un po' a farsi passare per "mago" dalla gente comune.

E, viste le mille accezioni del termine, non si può certo negare che mago un po' lo fosse davvero.

[10] Nel 2006, guarda caso lo stesso anno di *Prestige*…

[11] Certo, George Westinghouse: il fondatore proprio di quella Westinghouse lì.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	**Alice Riddle**	**Piotr R. Silverbrahms**
Vai col "fèntasi"!			
Strani, simpatici, ridicoli numeri			

1.1 Vai col "*fèntasi*"!

Vi ho spiegato *[Rudy speaking]* cosa intendiamo con il termine[12], e in realtà è esattamente quanto vorremmo evitare.

Il guaio è che in Casa d'Alembert è partita l'idea di scrivere un romanzo fantasy in collaborazione: non come *round-robin*, ma piuttosto dividendosi i compiti secondo una tabella ben precisa:

Fred: Trama 1 e stesura 1 *[nel senso che fa il primo "giro"].*

Al: Trama 2 e controllo della Sindrome di Moccia *[Nel senso che al momento è single, mentre Fred e una giovine fanno le gare di occhi dolci: non vorremmo che ai lettori salisse troppo la glicemia].*

Paola: First reader e controllo della Sindrome di Joyce *[Nel senso che non deve sembrare* Finnegan's Wake*, come costruzione sintattica].*

Rudy: Responsabile tecnico del coworking[13] e World Building.

E dal World Building, per me, cominciano i guai. Non tanto per le etnie (non si dice "razze": non esistono), che tanto ce la caviamo come l'altra volta con Elfi, Nani e Commercialisti, quanto per il fatto che ogni romanzo *fèntasi* esige almeno *una mappa*: rigorosamente rettangolare, del formato di due pagine del libro, così sappiamo cosa mettere sulle sguardie.

Siccome affastellare paesi a caso non mi è mai piaciuto, ho deciso di darmi qualche regola, che mi affretto ad esporvi di seguito *[così il disegno lo fate voi: vi ricordo che qui la mia inettitudine è, se possibile, ancora maggiore di quella di Network Administrator]*:

1. Tutte le nazioni sono connesse (nel senso che la frontiera è una linea: il "punto" non vale), e non esistono né isole né colonie (e neanche mari: l'acqua è fornita dai laghi interni alle nazioni e mai sui confini, che quindi ignoreremo)
2. Ogni paese confina (nel senso di "connesso") con almeno altri p paesi

[12] Compleanno RM165, ottobre 2012: "La mia vita è un romanzo". Non ve lo ricordate? Male. L'ho scritto io.

[13] Come "server", il mitico, indomito e glorioso *Grey Wanderer* sul quale è stato scritto il *primo numero di RM*, probabilmente l'ultimo 80386 ancora funzionante. Linux minimale, SVP (stendiamo veli pietosi) sullo spazio disco e una intranet WiFi che ci mettete tre secondi a craccarla se intanto dormite. Ma mica siamo la Rowlings.

3. Tra tutte le coalizioni possibili, ne esistono di q nazioni senza frontiere comuni, ma in tutte le coalizioni con più di q nazioni, ci sono sempre alcune nazioni che hanno frontiere comuni.
4. Ah, giusto per non fare la cosa troppo facile: $p > 6 - 4/q$.

Ecco, ci sarebbe da disegnare la mappa. Qualcuno ha un'idea?

Uh, manca un dato. Ma questo, se vi interessa, potrebbe servire per esplorare la *Terra Incognita* (del problema, non di 'sto schifo di romanzo): stiamo *ovviamente* lavorando su un mondo sferico, ma... E se trasformassimo tutto in fantascienza e, pensando ai videogiochi di quando eravamo giovani, supponessimo un mondo *toroidale*?

Il miglior solutore, potrà dare il suo nome all'Oscuro Signore del Male (fidatevi, se il romanzo lo scrivono i VAdLdRM l'OSdM è quello che ci fa la figura migliore: spiace un po', quando lo distruggono...).

1.2 Strani, simpatici, ridicoli numeri

...strano anche il problema: tanto per cominciare ha *due coppie* di domande, e secondo noi non riuscirete a rispondere a tutte e due le coppie. Non solo, ma due di queste *precedono* l'esposizione del problema vero e proprio e, nonostante la nostra esperienza ormai quattordicennale nel campo, non siamo riusciti a risolverle, quindi sono difficilissime anzi quasi impossibili. Comunque, non fatevi prendere dallo scoramento e andate avanti: confrontate con le prime due, le altre sono, giustappunto, ridicole (in tutti i sensi della parola).

Prima domanda: come cavolo si ambienta, un problema del genere? Nel caso ve lo chiedeste, viene dallo stesso posto del problema che abbiamo utilizzato per "Il lavoro peggiore del mondo", a maggio. Ci teniamo a specificare che, pur conoscendo molti problemi difficilmente ambientabili, presentiamo solo quelli che hanno qualche caratteristica particolare dal punto di vista dell'enunciazione: questo, in particolare, ci siamo decisi a pubblicarlo quando abbiamo scoperto la caratteristica che vi chiediamo di dimostrare.

Seconda domanda: il nome (APD) che abbiamo dato a questi numeri è una schifezza. Riuscite a trovarne uno migliore?

Bene, adesso via con il problema.

Diciamo che un numero n è un *anagramma precedente il doppio* (APD) se il numero $2n$–1 è formato dalle stesse cifre di n in ordine diverso: ad esempio, 37 è un numero APD (ve lo calcolate da soli, che è facile).

Trovare delle caratteristiche matematicamente interessanti di questi numeri non è facile, ma ne esiste almeno una che è tanto bella quanto "stupida", almeno a prima vista: e, infatti, vi chiediamo di dimostrarla.

Se n è un APD che termina con 3, allora deve contenere un 8.

Quello qui sopra è, come spiegavamo all'inizio, l'enunciato talmente assurdo, anche all'occhio dell'ignorante in matematica, da convincerci a presentare il problema nonostante non si sia trovata un'ambientazione: la seconda proprietà, secondo noi, ha la stessa caratteristica di "stranezza", ma visibile solo a degli occhi matematicamente allenati (il che è un'assurdità già di per sé, ma lasciamo perdere). In realtà questi più che APD sono degli AD, o dei MAD, quindi fate attenzione quando trovate il nome.

Per qualsiasi intero positivo m, esiste un intero positivo k tale che $2km$ è un anagramma di km.

Completamente inutili e dotati di proprietà strane: a noi sono simpaticissimi.

3. Bungee Jumpers

Trovare il resto della divisione intera di:

$$\frac{10^{\left(1^{10}\right)}+10^{\left(2^{10}\right)}+\ldots+10^{\left(10^{10}\right)}}{7}$$

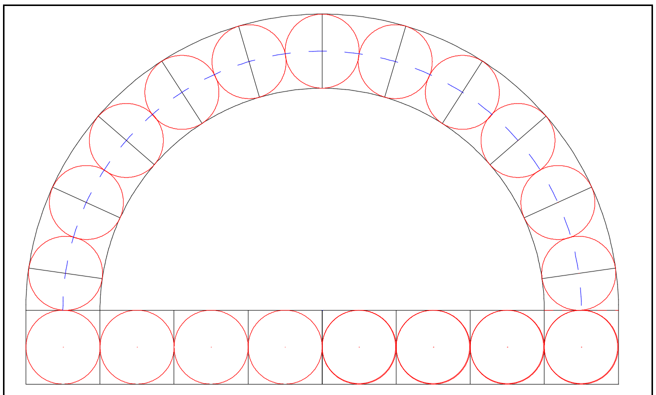
La soluzione, a "Pagina 46"

4. S.C & S.C.

...e figurarsi se ci lasciavamo sfuggire l'occasione di un'ambiguità nel titolo. Comunque, il motivo per cui le due rubriche vengono accomunate è che sono entrambe colpa di ***Sawdust***. Bene, procediamo con ordine.

4.1 Soluzione Cercasi

Come probabilmente (non) sapete, Rudy e Doc si sono incontrati con ***Sawdust*** in un punto decisamente multietnico: il posto si chiama "Vecchia Londra", si trova in Corso Inghilterra, è gestito da cinesi, il cuoco è filippino, la cameriera più simpatica è rumena e fanno un'ottima pizza.



10 *Il disegno della grata di Sawdust*

Siccome anche il vino era buono (e se avete letto la descrizione, non vi ponete domande sulla sua origine) e ***Sawdust*** è astemio, il problema alla fine della serata è rimasto aperto (e anche se poi lui la soluzione l'ha cercata e ce l'ha anche mandata).

Durante i suoi viaggi di lavoro, il Nostro ha avuto modo di ammirare una bellissima grata, di cui in figura trovate proprio lo schema che ci ha mandato lui: tutti i cerchiolini sono perfettamente tangenti tra di loro.

Nell'originale ***Sawdust*** ha contato ***undici*** cerchi attorno e ***otto*** cerchi di base (notate che i due cerchi "estremi" sono in comune sia alla base sia al semicerchio di cerchi).

La domanda è la seguente: supponendo che il tondino di ferro (o quello che è, insomma, le parti rosse) sia sempre dello stesso spessore, è possibile costruire una cosa del genere ***matematicamente esatta***, per un qualche spessore del tondino? Tutti i pezzi perfettamente tangenti e quello che deve essere uguale, farlo uguale? E se no, che cosa deve essere cambiato per ottenere un risultato simile matematicamente corretto?

Datevi da fare, che stiamo aspettando voi per comprarci il castello sulla Loira: vorremmo una cancellata importante...

11 *La grata di Sawdust, quella vera*

4.2 Summer Contest

Come avrete avuto modo di vedere in altra parte della rivista (soprattutto se Doc è riuscito a passare ad Alice le foto[14], altrimenti dovete immaginarvelo), il tavolino di ***Sawdust*** (che già conoscete[15]: quello incernierato che può essere montato sia in forma triangolare sia in forma quadrata) ha mostrato tutto il suo valore sostenendo l'*Enterprise* (sarebbe quella specie di mainframe che si porta dietro Alice), *MezzoHertz* (il laptop di Doc: prende il nome dalla velocità di clock dell'owner) e *lASUSina* (che sarebbe la computera di Rudy: un ASUS minuscolo sicuramente femmina[16], da cui il nome).

12 *La modalità triangolare*

Abbiamo lavorato in modalità principalmente triangolare, provando a farci stare veramente di tutto: computer (come detto, in tutte le dimensioni), telefoni, e-book reader, la pipa del Capo, l'ennesimo caffè del Doc, birre (quelle di Alice, ovvio)… e non volendoci fare mancare nulla abbiamo utilizzato anche la modalità quadrata.

Giocherellando, ci siamo accorti che la disposizione delle gambe nelle due forme è molto diversa: nella formulazione triangolare, sono più vicine al centro del tavolo.

13 *La modalità quadrata*

Fermo restando che il tavolo funziona benissimo, la domanda che ci siamo posti è: ma quale disposizione delle gambe permette il massimo di stabilità nelle due forme? O la minima differenza di stabilità?

Insomma, spostando le gambe, come varia la stabilità nell'altro stato?

E se mettessimo più gambe per ogni pezzo? E con meno gambe? Va beh, ovvio non meno di tre in tutto, ma dove dovremmo metterle?

Sperimentate all'ombra, mi raccomando.

5. Soluzioni e Note

Luglio.

Molto da dire, ma neanche un momento per dirlo. Il mese scorso queste righe erano piene di peana per la mancanza di soluzioni e di sole, così vi posso annunciare l'arrivo della primavera (non esageriamo, non l'estate, le temperature hanno a malapena toccato i 25 gradi…) dalle mie parti. Sta anche arrivando qualcun altro… ma di questo parlerò il mese prossimo, visto che quando arrivano non ho più tempo di scrivere. E le soluzioni, vado a presentarvele senza attendere molto.

Grazie a tutti quelli che stanno provando i nostri epub, ogni mail o commento è benvenuto, e ne aspettiamo ancora molti.

Ma vado avanti con le soluzioni, senza fermarmi a chiacchierare.

[14] Queste sono una preview di cose veramente successe durante il nostro ormai mitico CdR estivo!

[15] Famoso non solo perché lo ha inventato Sam Loyd, ne ha parlato Martin Gardner, ma soprattutto lo avete già visto nella copertina di RM166.

[16] E qui il Capo non transige… se abbiamo un membro femminile in Redazione, occorre anche almeno un computer di sesso femminile, e dev'essere il suo…

5.1 [172]

5.1.1 Il lavoro peggiore del mondo

Grazie a ***trentatrè*** riprendiamo questo problema dal titolo accattivante… eccone il testo:

> *Per quali numeri, se concateno (per esempio* 169 *come* $16=4^2$ *e* $9=3^2$*) i loro quadrati ottengo un quadrato?*
>
> *Ce ne sono che nel quadrato ottenuto hanno quattro nove di fila?*

Il mese scorso se ne sono occupati ***Giorgio Dendi*** © e ***Sawdust***, questo mese, appunto, il nostro ***trentatré***, ecco cosa ci scrive:

> Indico con $A|B$ gli interi *A*, *B* scritti di seguito, $(c)_m$ la cifra (*c*) scritta *m* volte, $((A,B,C))$ una terna per cui $A^2|B^2=C^2$. Si chiede di trovare $A^2|B^2=C^2$ con C^2 che contiene $(9)_4$.
>
> ***Sawdust***, nella sua estesa analisi numerica del problema, osserva che
>
> - una terna $((A,B,C))$ ne genera infinite altre $((A,B\cdot 10^n,C\cdot 10^n))$ e chiama *buona* quella iniziale, con *B* (e di conseguenza *C*) non divibile per 10
> - esistono terne $((A,B,C))$ a cui si possono aggiungere illimitate sequenze di (9)
> - le terne $((A_n,B,C_n))$ con $B=1,2,3$ sono legate da una relazione ricorsiva.
>
> La tabella riporta tutte le terne *buone* ordinate per *C*, non superiore a 4 cifre.

A	B	C
2	3	7
4	3	13
6	1	19
1	15	35
12	2	38
4	9	41
18	3	57
2	15	65
1	75	125
2	45	205
7	27	223
80	3	253
9	15	285
3	55	305
15	25	475
154	3	487

A	B	C
228	1	721
9	95	905
3	225	975
3	265	985
32	12	1012
12	49	1201
40	15	1265
13	51	1301
456	2	1442
48	18	1518
56	21	1771
64	24	2024
684	3	2163
7	225	2225
2	975	2225
72	27	2277

A	B	C
24	98	2402
77	15	2435
3	675	3075
3	875	3125
1	2325	3925
49	99	4901
19	237	6013
7	795	7045
252	31	7969
26	225	8225
28	105	8855
3038	3	9607
3	1625	9625
31	195	9805

> Il caso ((72, 27, 2277)) è piuttosto carino.
>
> In generale se B^2 ha *k* cifre allora $A^2|B^2=C^2$ si può scrivere
>
> [1] $$C^2=10^k A^2+B^2.$$
>
> Ne segue che $C=10n\pm B$ e quindi *B* e *C* sono ambedue pari o dispari, e per le loro ultime cifre (*b*, *c*) è $b=c$ opp. $b+c=10$ (tutte e due se $b=c=5$).
>
> La prima soluzione che ho trovato è $((A,B,C))=((49999,99999,4999900001))$ con $C^2=2499900001\underline{9999}800001$.
>
> Appartiene alla serie infinita di terne *buone* $((4(9)_{p-1},\ (9)_p,\ 4(9)_{p-1}(0)_{p-1}1)),\ \ p\geq 1$ cioè $((4,9,41)),((49,99,4901))$ ecc.
>
> Esistono infinite serie simili, ognuna delle quali contiene infinite terne.
>
> Si possono tutte ottenere da[17]

[17] Per *A* intero, *K* deve essere un divisore di 10^p ma non divisibile per 10, altrimenti lo è anche *C* e la terna non è *buona*

[2] $A = 10^p / 2K - 1$, $B = 10^p - K$, $C = 10^p A + K$

Dove K è uno degli infiniti valori $1, 2^q, 5^q$, $q \geq 1$, e $p \geq p_0$ con p_0: min valore per cui A è intero. Ogni valore di K genera una serie. Come esempio di calcolo, con $K = 8$

$A = 625 \cdot 10^{p-4} - 1 = 624(9)_{p-4}$, $p \geq p_0 = 4$

$B = 10^p - 8 = (9)_{p-1}2$

$C = 10^p \cdot A + 8 = 624(9)_{p-4}(0)_{p-1}8$

cioè $((624, 9992, 6240008))$, $((6249, 99992, 624900008))$ ecc.

I primi casi sono

$K = 1$ $((4(9)_{p-1}, (9)_p, 4(9)_{p-1}(0)_{p-1}1))$, $p \geq 1$ (cioè la [2])

$K = 2$ $((24(9)_{p-2}, (9)_{p-1}8, 24(9)_{p-2}(0)_{p-1}2))$, $p \geq 2$

$K = 4$ $((124(9)_{p-3}, (9)_{p-1}6, 124(9)_{p-3}(0)_{p-1}4))$, $p \geq 3$

$K = 8$ $((624(9)_{p-4}, (9)_{p-1}2, 624(9)_{p-4}(0)_{p-1}8))$, $p \geq 4$

$K = 5$ $(((9)_{p-1}, (9)_{p-1}5, (9)_{p-1}(0)_{p-1}5))$, $p \geq 2$

$K = 25$ $((1(9)_{p-2}, (9)_{p-2}75, 1(9)_{p-2}(0)_{p-2}25))$, $p \geq 2$

$K = 125$ $((3(9)_{p-3}, (9)_{p-3}875, 3(9)_{p-3}(0)_{p-3}125))$, $p \geq 3$

Per inciso ***Sawdust*** ha individuato le serie $K = 1, 2, 4, 5$.

In tutte queste terne C^2 contiene un gruppo di (9) crescente con *p*. Le soluzioni al problema in senso stretto - che contengono precisamente quattro (9) - sono 22, date da $K = 1, 2^{1\ldots7}, 5^{1\ldots14}$.

La soluzione con *C* minimo (9 cifre) è data da $K = 5$, cioè $((9999, 99995, 999900005))$ con $C^2 = 99980001\underline{9999}000025$.

Fra le terne $((A_n, 1, C_n))$ vale la ricorrenza

[3] $A_{n+2} = 38A_{n+1} - A_n$ con $A_0 = 0, A_1 = 6$

che vale anche per C_n con $C_0 = 1, C_1 = 19$.

La ricorrenza è vera per ogni *n*[18].

- le [2] forniscono una terna perché la definizione di *A* e *B* implica che B^2 ha 2*p* cifre e inserendole nella [1] si ha $C^2 = (10^p A)^2 + B^2 = (10^p A + K)^2$

- le [2] funzionano anche con una base numerica *M* diversa da 10 (purché pari); basta sostituire $10^p \to M^p$ e fare tutti i calcoli in base *M*. La prima condizione limita i *K* possibili. Se *M* comprende almeno due fattori primi diversi (*M*=6, 10, 12, 15,…) le serie sono infinite. In base binaria si ha solo *K*=1 e l'unica serie è $(((1)_{p-1}, (1)_p, (1)_{p-1}(0)_{p-1}1))$ cioè $((1, 11, 101))$, $((11, 111, 11001))$ ecc.

[18] Lo schema di calcolo è quello usato per passare dalla ricorrenza dei numeri di Fibonacci alla formula di Binet: l'equazione $x^2 - 38x + 1 = (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$ ha per radici $x_1, x_2 = 19 \pm \alpha$ con $\alpha = \sqrt{360}$ e le potenze delle radici rispettano la [3]; quindi ogni sequenza X_n che rispetta la [3] ammette la forma $X_n = p x_1^n + q x_2^n$ e dai valori iniziali si ricava $A_n = (3/\alpha) \cdot (x_1^n - x_2^n)$; per la [1] $C_n^2 = 10A_n^2 + 1$, da cui per $x_1 x_2 = 1$ si ha $C_n^2 = 10(9/\alpha^2) \cdot (x_1^n - x_2^n)^2 + 1 = (x_1^n - x_2^n)^2 / 4 + 1 = (x_1^n + x_2^n)^2 / 4$ cioè $C_n = (x_1^n + x_2^n)/2$: intero perché rispetta la [3] con $C_0 = 1, C_1 = 19$; per i casi *B*= 15, 25 la dimostrazione è analoga; il misterioso numero

Esistono solo altri 4 valori di B con comportamento analogo.

$B = 2, 3$ – come già notato, basta moltiplicare gli A_n, B, C_n precedenti per 2, 3 .

$B = 15$ – la ricorrenza è[19]

$A_{n+6} = 38A_{n+3} - A_n$ con $A_0 \ldots A_3 = 0, 1, 2, 9$, $C_0 \ldots C_3 = 15, 35, 65, 285$

$B = 25$ – si ha di nuovo la [3] con $A_0, A_1 = 0, 15$, $C_0, C_1 = 25, 475$.

Per effetto della ricorrenza, fra i valori A_n, C_n valgono diverse identità[20].

P.es. per $B = 1$ si ha

$A_{n+1}A_{n-1} - A_n^{\ 2} = -36$, $C_{n+1}C_{n-1} - C_n^{\ 2} = 360$

$C_{n+k} = C_n C_k + 10 A_n A_k$, $A_{n+k} = A_n C_k + A_k C_n$

e altre simili per gli altri valori di B.

E con questo, sperando di non aver perso nessuno dei pezzi della soluzione di ***trentatré***, passiamo volentieri a quelle del mese scorso.

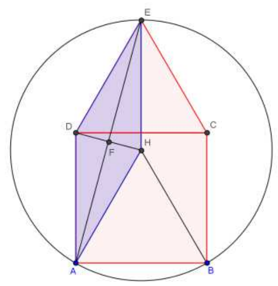
5.2 [173]

5.2.1 Il WiFi del Medioevo

Beh, l'ispirazione per il titolo è data dalle abilità artistiche di Rudy, ma onestamente penso che gli artisti medievali se la cavassero molto meglio di lui… il problema si riassume parecchio in fretta e anche senza disegno:

> *Rudy disegna la casa come un quadrato con un triangolo equilatero sopra. Circoscrive il tutto con un cerchio e chiede di trovare il raggio del cerchio considerando il lato del quadrato (e del triangolo) pari a uno.*

Beh, di disegni ne vedremo abbastanza nelle soluzioni, quindi se non si capisce dalla mia descrizione, lo vedrete adesso. Cominciamo da questa soluzione di ***Zar***:



14 *La soluzione di* ***Zar***

> Ciao, vi invio una soluzione quasi senza parole al problema 1 di questo mese.
>
> "Quasi" senza parole perché qualche parolina sarebbe necessaria, in effetti. Allego una figurina: facendo riferimento ad essa, se sappiamo che AHED è un rombo, abbiamo già la soluzione: il raggio della circonferenza è uguale a 1.
>
> Il fatto che il suddetto quadrilatero sia un rombo non è proprio ovvio: è vero che ha le diagonali perpendicolari, ma non sappiamo se si intersecano nel loro punto medio. Cioè, F è il punto medio di AE (perché DH è l'asse di AE), ma non sappiamo nulla sulla sua relazione con DH.

---

38 compare perché se la ricorrenza è $A_{n+2} = g A_{n+1} - A_n$ e B^2 ha k cifre, da quanto sopra deve essere $B\sqrt{g^2-4} = 2A_1\sqrt{10^k}$, ma $\sqrt{g^2-4}$ è irrazionale e quindi $k=2m+1$ dispari, da cui $\sqrt{(g^2-4)/10}$: razionale con l'unica soluzione $g = 38$; ne segue $3B = 5\cdot 10^{m-1} A_1$ e i casi ammessi sono quelli indicati.

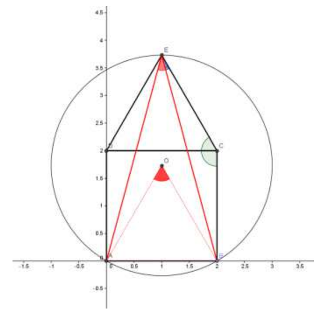
[19] Sembrano 3 serie distinte $A_{3k}, A_{3k+1}, A_{3k+2}$ ma non è così; la ricorrenza si può estendere agli indici negativi con $A_{-n} = -A_n, C_{-n} = C_n$ per cui $A_4 = 38A_1 - A_{-2} = 38 + 2 = 40$, $C_4 = 38C_1 - C_{-2} = 38\cdot 35 - 65 = 1265$, ecc.

[20] In analogia con le identità dei numeri di Fibonacci $F_{n+1}F_{n-1} - F_n^{\ 2} = (-1)^n$, $F_{n+k} = F_{n+1}F_k + F_n F_{k-1}$.

AED è però un triangolo isoscele, quindi EDF e FDA sono congruenti, e uguali a (90+60)/2=75 gradi. Per differenza possiamo calcolare allora FED, la cui ampiezza risulta di 90-75=15 gradi. E ancora per differenza concludiamo che HEF è di 15 gradi, e quindi il quadrilatero blu è effettivamente un rombo (e, sorpresa, ABH è un triangolo equilatero).

Si vede benissimo, direi, così come per il ragionamento di ***RM²***:

Detti A, B, C, D i vertici del quadrato, con A, B giacenti sulla circonferenza, C, D anche base del triangolo equilatero E vertice del triangolo equilatero giacente sulla circonferenza.



15 *La soluzione di* ***RM²***

Traccio la corda BE.

Il triangolo BCE è isoscele per costruzione.

L'angolo BCE ha una ampiezza di 90°+60°=150° Gli angoli alla base CEB e CBE hanno una ampiezza di (180°-150°)/2 = 15°.

Traccio la corda AE.

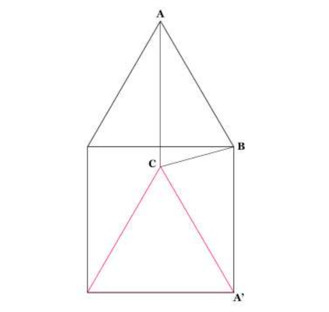
Per simmetria, anche l'angolo DEA ha una ampiezza di 15° Quindi l'angolo AEB ha una ampiezza di 60°- (15°-15°) = 30°.

AEB è un angolo alla circonferenza che insiste sull'arco AB. Quindi l'angolo al centro AOB che insiste sul medesimo arco, ha una ampiezza doppia: 60°.

Questo risultato permette di dedurre che il triangolo ABO è equilatero, e di conseguenza il raggio OA della circonferenza è equivalente ad AB.

Abbiamo ricevuto parecchie soluzioni (sì, è vero, il problema era facile), ma a parziale prova del fatto che i nostri lettori sono tutti diversi, non ce n'è una uguale all'altra. E sono tutte belle, è un peccato poterne scegliere solo alcune. Prendiamo quella di ***Martino***, per esempio, che ci scrive per la prima volta:

L'idea naturalmente è che il router sia equidistante dagli angoli di base del quadrato e dalla punta del tetto. Copiando il triangolo sulla base come nella figura allegata, mi accorgo che i triangoli ABC e A'BC sono congruenti (AB e CA' giacciono su parallele tagliate da una trasversale, che prova che sono simili; BC è in comune e AB e A'C sono uguali a 1 per costruzione). In particolare, AC e A'C sono uguali, ed entrambi uguali a 1, che è il raggio cercato.



16 *La soluzione di* ***Martino***

Si potrebbe migliorare usando un'antenna diversa per coprire meno il giardino dei vicini. A questo punto risparmiereste in potenza ma spendereste di più in installazione... vedete voi!

Il Capo sta già pensando alle alternative per l'antenna, ma a dire il vero le proposte alternative si sono sprecate. La proposta di ***Camillo***:

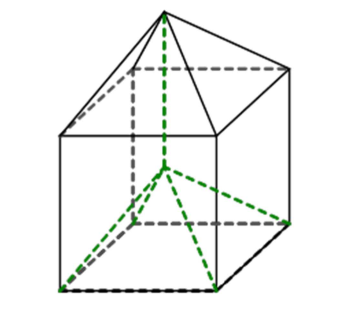
Quante storie ste donne per un po' di materiale sparso per casa. Se non ci fosse il WiFi occorrerebbe far correre dei cavi inchiodati alle pareti, ORRORE!!!

Io comunque prenderei il tetto della casetta e lo farei crollare sul pavimento spostandolo verso il basso di 1. Siccome lo spiovente del tetto è lungo 1 questo è il raggio del cerchio, come richiesto. La cuspide del tetto è il centro del cerchio e si trova nel circocentro del triangolo isoscele formato dai 3 punti della casetta che toccano la circonferenza. Per facilitare la messa in opera di cotanta radio il punto preciso si trova a radice quadrata di tre quarti dal pavimento.

Ora è meglio riportare il tetto nella sua posizione di tetto altrimenti la signora biellese si arrabbia di brutto "né marunna?".

Niente male, vero? È una bellissima dimostrazione di quanto diverso può essere il modo di vedere un quesito… anche se – per una volta – siamo contenti di essere in ritardo, perché possiamo presentarvi anche questa meraviglia, di ***Franco57***:

> Bel quesito, mi è piaciuto perché non richiede calcoli ma solo un'ideuzza geometrica.
>
> Ho notato che la soluzione bella con il raggio del cerchio unitario risolve il problema in Flatlandia, ma non per una casa reale se il disegno rappresenta la proiezione ortogonale della casa, perché la distanza del wifi dai 4 vertici alla base sarebbe certamente maggiore.
>
> Ma c'è un equivalente in 3D: la casa ha i 4 muri verticali che sono dei quadrati e il classico tetto di tegole che è una piramide a base quadrata, che poggia esattamente sul soffitto e formato da triangoli equilateri (in pratica la casa è un cubo su cui poggia mezzo ottaedro regolare dello stesso lato).



17 *La soluzione di* ***Franco57***

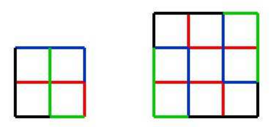
> Anche qui basta immaginare una traslazione del tetto fino a poggiarlo sul pavimento: il vertice del tetto traslato rappresenta la collazione ottimale del wifi perché evidentemente è alla stessa distanza sia dai vertici di base che dalla punta del tetto (la distanza dagli altri vertici è minore).
>
> Credo che valga in qualsiasi dimensione, purché euclidea.

Fantastico. Ma adesso basta, grazie a tutti, ma dobbiamo farvi vedere il secondo problema.

5.2.2 Il "Tetris" magro

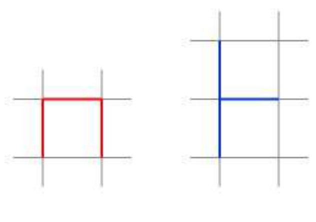
Un altro problema complicato… vediamo subito di che si trattava, visto che è una spiegazione lunga:

> *Rudy ha fatto dimagrire il Tetris: i pezzi, anziché essere formati da quadrati connessi tra di loro attraverso i lati, sono formati da segmenti congiunti attraverso i punti del reticolo degli interi. I pezzi sono praticamente gli stessi, ma sono cambiate le regole: non deve più riempire un'area in un tubo, deve fare dei quadrati, usando un solo tipo di pezzo! Nella figura vedete due soluzioni fatte con il pezzo "a elle": si notano alcune cose interessanti, tipo:*



18 *Due pezzi facili.*

> 1. *Tutti i punti del reticolo sono occupati da dei pezzi.*
> 2. *I pezzi possono avere dei punti di sovrapposizione sul reticolo*
> 3. *I pezzi non hanno dei segmenti sovrapposti*
> 4. *I pezzi sono tutti uguali*
> 5. *Oltre alle solite rotazioni, è ammessa anche la riflessione speculare.*
>
> *Come si può fare, per esempio se in una partita tutti i pezzi sono del tipo indicato nella figura a fianco? Quali quadrati si possono realizzare? E quali rettangoli?*



19 *Due pezzi (tutt'altro che) facili.*

> *Se chiamiamo due pezzi a "u" connessi se hanno almeno due punti in comune: e un insieme di pezzi è connesso se esiste un cammino di pezzi a due a due connessi tra due pezzi qualsiasi dell'insieme. Considerando i quadrati che sono soluzione del Tetris dimagrito con il pezzo a "u", qual è il più grande connesso?*

Non ci aspettavamo molte soluzioni, invece ne sono arrivate. Eccome. Cominciamo con ***trentatre***:

Mi occupo soltanto del pezzo "U" e indico con

(A, B) una soluzione del rettangolo di altezza e base A, $B \geq A$

N il numero di pezzi in (A, B)

Kn la cornice *K*.esima del rettangolo: l'insieme dei pezzi degli anelli successivi, a partire dall'esterno

- bordo interno/esterno di *Kn* l'insieme dei segmenti corrispondenti dei pezzi di *Kn* - il bordo è *aperto* se non contiene segmenti, *chiuso* se è continuo

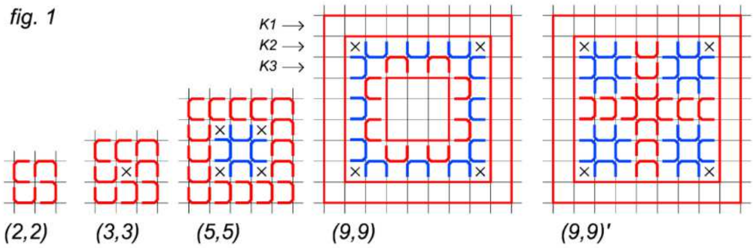
- (A, B) si intende a perimetro *chiuso* e (A, B)* a perimetro *aperto* .

quadrati "U"

I quadrati <u>esistono solo per</u> $A = 2,\ 3 + 6m,\ 5 + 6m,\ m \geq 0$ cioè $A = 2, 3, 5, 9, 11, 15, 17 \ldots$

per $A \geq 5$ possono esistere più varianti.

fig. 1



<u>costruzione dei quadrati</u>

- in fig.1 le soluzioni (2,2), (3,3), (5,5) e i due casi di (9,9)

- la cornice *K1* del quadrato è obbligata, ed è infatti il contorno di $(2,2)$ - una svastica - allargata aggiungendo su ogni lato dei pezzi sempre orientati nello stesso modo; basta percorrere l'intera cornice per verificare che questa è (salvo riflessioni) l'unica soluzione; *K1* è a bordi *chiusi*

- nel quadrato interno a *K1*, di lato *A*-2, le caselle ai vertici (crocette nere) sono *proibite*, cioè non possono ospitare dei pezzi

- per occupare tutti i segmenti interni di *K2*, vanno inseriti dei pezzi *obbligati* (in blu) è questo è possibile <u>solo se *A* è dispari</u>

- i pezzi di *K3* non sono obbligati, ma la disposizione indicata in (9,9) produce la doppia cornice *K2+K3* a bordi *aperti* che consente di inserire all'interno la soluzione $(3,3)$

- in (9,9)' all'interno di *K1* è inserita una croce che genera 4 quadrati *aperti*, riempiti con l'interno (3,3)* di (5,5).

Indicando con *Ka* la cornice esterna *chiusa*, *Kb* la doppia cornice *aperta*, *X* la croce interna, $Q_m, Q*_m$ i quadrati *aperti* o *chiusi* di lato m si può scrivere simbolicamente[21]

1.a costruzione - $Q_{3+6m} = Ka\ Kb\, Q_{3+6(m-1)}$, $Q_{5+6m} = Ka\, Kb\, Q_{5+6(m-1)}$

2.a costruzione - $Q_{3+6m} = Ka\ X\ (4Q*_{3m})$.

A sua volta un $Q*_m$ *aperto* si ottiene da ogni Q_m *chiuso* togliendo *Ka* e ognuno di essi ne genera altri con $Q*_{2m+1} = X\ Q*_m$.

[21] Ritengo – senza dimostrazione – che questi siano gli unici quadrati possibili. Tutte le soluzioni sono connesse. Quindi non esiste un quadrato connesso massimo.

Poiché una volta inserita la croce X, i quattro Q risultanti possono a loro volta essere suddivisi, e riempiti anche in modo diverso, il numero di Q diversi costruibili cresce rapidamente con A[22].

Ad eccezione di (2,2), le costruzioni danno tutti i possibili lati A. Infatti ogni segmento del reticolo è occupato da un segmento di un pezzo, cioè deve essere $2(A^2 + A) = 3N$, ma per A dispari $2(A^2 + A)$ è multiplo di 3 solo se $A = 3 + 6m, 5 + 6m$. I quadrati *aperti* $(A, A)^*$ esistono per $A = 1 + 6m, 3 + 6m$, con un numero di pezzi uguale a $2(A^2 - A)/3$.

rettangoli "U"

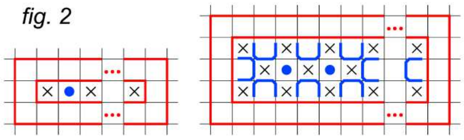
Intendo i rettangoli propri (con $B > A$). Come per i quadrati A, B devono essere dispari.

Vale la $2AB + A + B = 3N$ e i valori possibili sono $A = 3 + 6m, 5 + 6m$ (gli stessi valori del quadrato) e $B = A + 6k,\ k \geq 1$.

Se esiste (A, B) con la 1.a costruzione si ottiene (A+ 6, B+ 6) , e con la seconda (2A- 1, 2B- 1).

Non esistono rettangoli con A = 3, 5 ; in fig.2 i pezzi blu sono obbligati e al posto del pallino blu è necessario aggiungere un pezzo; non si può fare, per A e B diversi, in modo da occupare tutti i segmenti adiacenti.

fig. 2



(3,B) (5,B)

Si può estendere la dimostrazione ad altri valori di A. Il processo è accennato in fig. 3; *K1* e i pezzi in blu di *K2* sono obbligati; questi richiedono (*I.*) che in *K3* siano occupati i segmenti (non i pezzi) in verde; i pallini blu e arancio indicano i pezzi necessari e opzionali; se collochiamo solo i blu abbiamo *II.* con *K4 chiusa*. La situazione è quella di (9,9) in fig. 1, e il rettangolo interno è una soluzione (A- 6, B- 6). In alternativa occorre inserire alcuni dei pezzi arancio (*III.*) e la situazione si complica. L'obbiettivo è mostrare che con queste aggiunte non esiste un modo di chiudere tutte le cornici, quindi l'esistenza di (A, B) dipende da quella di (A- 6, B- 6) ed è impossibile per ricorsione.

Con questo processo ho ottenuto (non riporto i dettagli) che non esistono (9, B), (11, B), (15, B) per B qualsiasi. E' difficile ricavare da questo una dimostrazione generale ma è possibile costruire, per A finito, un processo automatico di verifica[23].

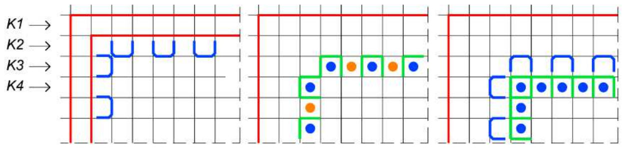


fig. 3 *I.* *II.*

Impressionante. ***Camillo*** arriva un po' tardi e ci manda solo qualche considerazione:

Visto che va riempito un reticolo rettangolare e ogni pezzo è composto da 3 segmenti il numero di segmenti che compongono il reticolo deve essere un multiplo esatto di 3. Per calcolare il numero di segmenti che compongono un rettangolo con lati a e b la formula è: $(a+1)\cdot b+(b+1)\cdot a$.

[22] P.es. i due Q_9 forniscono due Q_7^* con cui si possono costruire sei Q_{15}^*, che a loro volta generano 102 diversi Q_{33}.

[23] Cercherò di farlo, tempo permettendo; resta una plausibile congettura che i rettangoli non esistano.

Nel mondo dei quadrati tutti quelli con lato multiplo di 3+1 (3·*x*+1) non sono risolvibili ad esempio 4 o 52. Gli altri 2/3 del mondo dei quadrati potrebbero essere risolvibili ma io non so se lo sono.

Nel mondo dei rettangoli tutti quelli che hanno un lato multiplo di 3+1 non sono risolvibili così come quelli con la somma dei lati multiplo di 3-1 ((*a*+*b*)·3-1); ai matematici la dimostrazione. Per i restanti va come sopra.

Tra l'altro i 3 pezzi presentati (che io chiamo L, T e C) sono gli unici interessanti, esistono solo altri 2 pezzi possibili (I e Z).

Con lo Z non è possibile fare nessun rettangolo perché se si prova a disporre i pezzi in un reticolo qualunque si riesce a chiudere 2 angoli diametralmente opposti ma non gli altri 2 angoli.

Con il pezzo I si riescono a fare tutti i rettangoli con lato multiplo esatto di 3 e nessun altro.

Questo è tutto per ora.

Non si sa mai che arrivi altro il mese prossimo, ma prima di chiudere vi passiamo ancora il lavoro di ***Bobbin Threadbare***.

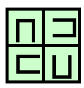
(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)	…	…	(1, N-2)	(1, N-1)	(1, N)
(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)	…	…	(2, N-2)	(2, N-1)	(2, N)
(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)	(5, 3)	…	…	(3, N-2)	(3, N-1)	(3, N)
(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)	(5, 4)	…	…	(4, N-2)	(4, N-1)	(4, N)
(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	(5, 5)	…	…	(5, N-2)	(5, N-1)	(5, N)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋱		⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋱	⋮	⋮	⋮
(N-2, 1)	(N-2, 2)	(N-2, 3)	(N-2, 4)	(N-2, 5)	…	…	(N-2,N-2)	(N-2,N-1)	(N-2,N)
(N-1, 1)	(N-1, 2)	(N-1, 3)	(N-1, 4)	(N-1, 5)	…	…	(N-1,N-2)	(N-1,N-1)	(N-1,N)
(N, 1)	(N, 2)	(N, 3)	(N, 4)	(N, 5)	…	…	(N,N-2)	(N,N-1)	(N,N)

Comincio con l'anticiparvi il menù: in questa soluzione presento alcuni risultati relativi al Tetris magro fatto con il pezzo ad "u". In particolare, ho trovato un criterio esaustivo per determinare quali quadrati sono realizzabili con questo pezzo. Ho poi qualche ipotesi "ad intuito" sui quadrati connessi e sui rettangoli.

Anziché lavorare sui punti e i segmenti del reticolo, ho trovato più facile concentrarmi sui "quadratini" interni, come mostro nella figura a fianco.

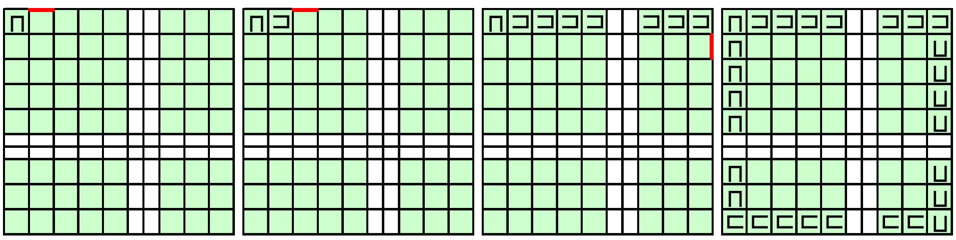
Per costruire il quadrato grande, occorre decidere attorno a quali quadratini piazzare i pezzi ad "u", e come orientarli: se verso l'alto (⊔), il basso (⊓), a destra (⊏) o a sinistra (⊐). Notiamo che, visto che ragioniamo sui quadratini, definisco *N* x *N* il quadrato formato in realtà da un reticolo di (*N* - 1) x (*N* - 1) punti.

La rappresentazione basata sui quadratini ha il vantaggio di rendere abbastanza chiara la maniera in cui sono disposti i pezzi: ecco ad esempio, qui a lato, il modo di costruire il quadrato 2 x 2. Lo svantaggio è che non è estendibile a pezzi che si estendono su più "quadratini".



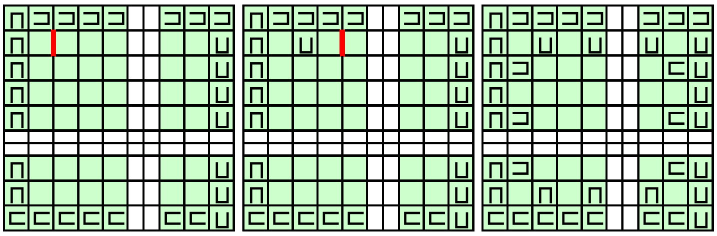
Cominciamo dal risultato principale, ovvero il criterio per distinguere i quadrati realizzabili da quelli che non lo sono. Per fare questo, partiamo da un quadrato *N* x *N* vuoto, come quello nella figura sopra. Per ricoprire il lato superiore e quello sinistro del quadratino (1, 1), è obbligatorio che in tale quadratino sia sistemato un pezzo ⊓ o uno ⊏. In realtà, per simmetria, la scelta è indifferente: decidiamo quindi arbitrariamente di sistemarvi un ⊓. Siamo ora nella situazione della figura A.

Figura A Figura B Figura C Figura D



Ora, notiamo che per coprire il segmento superiore del quadratino (2, 1), segnato in rosso in figura A, l'unica possibilità è sistemare in tale quadratino un pezzo ⊐ (figura B): qualunque altro pezzo infatti si sovrapporrebbe in parte al precedente. A questo punto, si può ripetere il ragionamento per il segmento superiore di (3, 1), poi di (4, 1) ecc., fino a tassellare l'intera riga superiore (figura C). Notando poi la necessità di coprire il segmento a destra del quadratino (*N*, 2), vediamo che è necessario piazzarvi un pezzo ⊐. Iterando la catena di osservazioni, si scopre quindi che, una volta deciso che pezzo porre in (1, 1), vi è un unico modo di riempire tutti i quadratini confinanti col perimetro del quadrato.

Figura E Figura F Figura G



Consideriamo ora il segmento di destra di (2, 2), in rosso in figura E. Dato che due segmenti intorno a (2, 2) sono già occupati, non possiamo piazzarvi un pezzo. Dobbiamo perciò per forza porre un pezzo ⊔ in (3, 2), come mostrato in figura F. Se ora consideriamo il pezzo in rosso in questa figura, ovvero quello di destra di (4, 2), scopriamo che per motivi analoghi ai precedenti dobbiamo porre un pezzo ⊔ in (5, 2). Iterando, noi dobbiamo inserire pezzi ⊔ in tutti i quadrati delle colonne dispari dalla 3 in poi. Questo però implica che *N* dev'essere dispari: in caso contrario, una volta piazzato un pezzo ⊔ in (2, N), come siamo obbligati a fare per quanto visto in figura C, e uno in (2, *N* - 3), che è necessario per quanto appena detto, non avremmo più possibilità di ricoprire il segmento di destra del quadratino (2, *N*-2). Questo comporta quindi che:

Criterio necessario 1: Perché un quadrato *N* x *N* sia costruibile con i pezzi ad "u", *N* dev'essere dispari (unica eccezione: il quadrato 2 x 2 è costruibile poiché la figura E non è valida in tale caso).

Notiamo di passaggio che la costruzione mostrata non cambia nel caso si stia lavorando con i rettangoli. In questo caso, riprendendo il ragionamento e facendone uno "ruotato di 90°" sulla seconda colonna, arriviamo al

Criterio necessario 1b: Perché un rettangolo *N* x *M* sia costruibile con i pezzi ad "u", sia *N* che *M* devono essere dispari.

Il secondo criterio è molto più semplice e consiste nel notare che, qualunque pezzo si aggiunga al quadrato, esso andrà a ricoprire esattamente tre segmenti. Perché un quadrato (o un rettangolo) sia realizzabile, occorre quindi che il numero totale di segmenti sia un multiplo di 3. Si verifica facilmente che il totale vale

$2N(N+1)$ nel caso dei quadrati N x N

$N(M+1)+M(N+1)$ nel caso dei rettangoli N x M

Nel caso dei quadrati, perché il totale sia multiplo di 3 occorre che lo siano o *N* o *N* + 1. Ciò è equivalente a dire che:

Criterio necessario 2: Perché un quadrato *N* x *N* sia costruibile con i pezzi ad "u", *N* - 1 non deve essere multiplo di 3.

Nel caso dei rettangoli, non ho trovato semplificazioni di rilievo, quindi abbiamo il

Criterio necessario 2b: Perché un rettangolo *N* x *M* sia costruibile con i pezzi ad "u", il valore $N(M+1)+M(N+1)$ deve essere multiplo di 3.

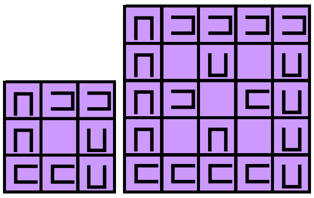
Proviamo ora a combinare i due criteri per i quadrati. Possiamo esprimere qualunque numero N nella forma $6k + r$, con r compreso fra 0 e 5. Il criterio 1 mostra come r debba essere diverso da 0, 2 e 4; il criterio 2 esclude i valori 1 e 4. Restano perciò i casi 3 e 5. Dimostriamo ora che:

Criterio necessario e sufficiente: Un quadrato N x N è realizzabile con i pezzi ad "u" se e solo se N è della forma $6k + 3$ o $6k + 5$, oppure se $N = 2$.

La parte "solo se" è già stata mostrata, così come il caso $N = 2$. Dimostriamo il resto per induzione.

Lemma 1: I quadrati 3 x 3 e 5 x 5 sono costruibili.

Questo è facile, basta costruirli: eccoli mostrati qui sotto.



Lemma 2: Se un quadrato (N - 6) x (N - 6), con N dispari, è costruibile, lo è anche il quadrato N x N.

Mostriamo una dimostrazione in forma grafica, da cui è elementare ricavarne una formale. Dalle considerazioni viste nelle figure A - G avevamo visto che i due strati esterni del quadrato N x N dovevano essere tassellati nel modo che riportiamo in figura H:

Figura H

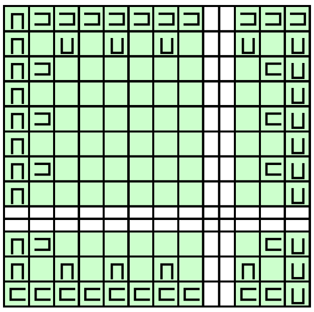
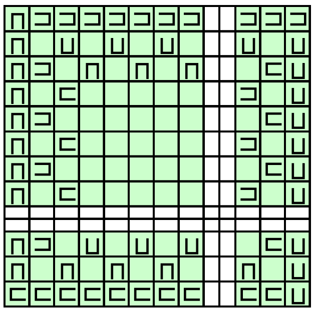


Figura I



Possiamo ora tassellare il terzo strato più esterno nel modo illustrato in figura I. A questo punto notiamo che, così facendo, abbiamo ricoperto tutti i segmenti del quadrato, eccetto quelli del quadrato (N - 6) x (N - 6) concentrico al primo. Ma quest'ultimo può, per ipotesi, essere tassellato, e questo prova il lemma e quindi il criterio.

Nelle figure seguenti mostro qualche esempio pratico di tassellature, ottenute applicando il metodo della dimostrazione appena data: in figura J è mostrata la tassellatura del quadrato 15 x 15, che comprende (in colori diversi) quella dei quadrati 9 x 9 e 3 x 3. In figura K è tassellato il quadrato 11 x 11, con al suo interno il 5 x 5.

Figura J

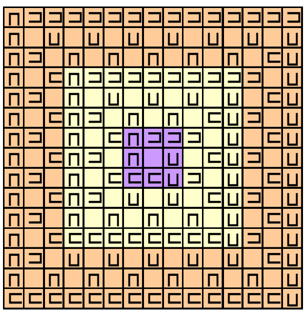
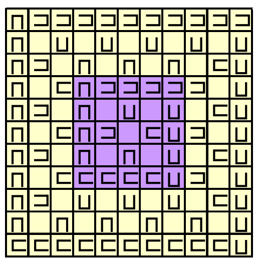
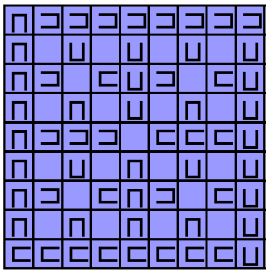


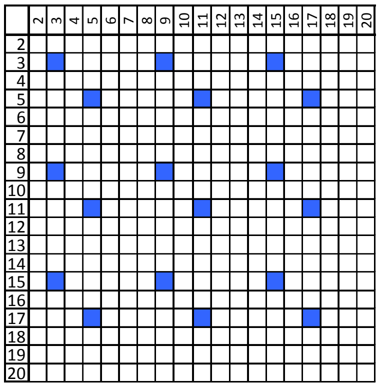
Figura K



A parte il criterio per la costruibilità dei quadrati, non sono riuscito a trovare altre dimostrazioni. Per quanto riguarda i quadrati connessi, purtroppo la procedura del Lemma 2 non è in grado di crearne, e il meglio che ho ottenuto per tentativi manuali è stato questo quadrato 9 x 9:



Sui rettangoli le cose vanno anche peggio. Le coppie (*N*, *M*) che rispondono ai criteri necessari 1 e 2 formano uno schema regolare mostrato nella tabella seguente, dove i quadrati bianchi indicano rettangoli certamente non costruibili, mentre i punti azzurri indicano i rettangoli che rispondono ai due criteri necessari.



Tuttavia, si vede rapidamente, ripetendo la costruzione di figura G, che se una delle due dimensioni è minore o uguale a 5 è impossibile costruire il rettangolo. Occorre perciò provare a realizzare figure di dimensione minima 9 x 15, ma vari tentativi manuali non hanno prodotto alcun successo. La mia congettura è che sia impossibile in generale tassellare rettangoli con pezzi ad "u", ma le prove in questa direzione sono largamente insufficienti. Chissà se qualche altro solutore riuscirà a proseguire il discorso...

Beh, questo è quello che ci auguriamo sempre. Il Capo non finisce mai di stupirsi della quantità di generalizzazioni che scaturiscono dai suoi problemi. Prima di concludere, vi passo ancora la soluzione di ***Luke Kleinwalker***, se così la si può chiamare. Mi rifiuto di copiarla, anche perché proprio non ho tempo, ma un'idea del suo lavoro ve la voglio dare:

Vi rendete conto?!? Quasi tutti i mesi mi arriva qualcosa del genere, ed io provo sempre a pubblicare, ma come si fa, adesso, fuori tempo massimo? No, mi fermo qui. Vi auguro un buon luglio e vi aspetto il mese prossimo. A presto!

6. Quick & Dirty

In gioventù Rudy e Doc erano appassionati giocatori di "bridge" (più passione che talento, ma questa per loro è la regola ancora oggi in molti altri campi); ora non staremo a spiegarvi le regole, vi basti sapere che bisogna essere in quattro, che le carte si distribuiscono in senso orario, la prima carta al vicino di sinistra del mazziere e che si distribuisce l'intero mazzo da cinquantadue.

Una volta, mentre distribuiva Rudy, la distribuzione è stata interrotta e, quando si è trattato di ricominciare, nessuno si ricordava più dove era arrivato Rudy nella distribuzione; per non mettere tutto "a monte" e ricominciare, come ha fatto Rudy ad ottenere esattamente la stessa distribuzione che avrebbe avuto se avesse fatto tutto correttamente?

> *Ha dato a sé stesso l'ultima carta del mazzo e ha continuato a distribuire le carte dal fondo del mazzo in senso antiorario.*

7. Pagina 46

Per prima cosa, notiamo che:

$$10^6 - 1 = 999.999 = 7 \cdot 142.857$$

Da questo, segue che $\forall n \in R$, 10^n darà come resto della divisione per 7 lo stesso di 10^r, dove r è il resto della divisione (intera) $n/6$: questo in quanto se r è il resto ottenuto dalla divisione di n per 6, se $n = 6k + r$, allora:

$$10^n - 10^r = 10^{6 \cdot k + r} - 10^r = 10^r \left(10^{6 \cdot k} - 1\right)$$

E siccome $10^{6 \cdot k} - 1 = \left(10^6\right)^k - 1$, che è divisibile per $10^6 - 1$, che di suo conto è divisibile per 7, allora $10^n - 1$ è divisibile per 7: ossia, 10^n e 10^r danno lo stesso resto se divisi per 7.

Si verifica facilmente che ogni potenza intera di 10 dà un resto di 4 seguito della divisione per 6 (ossia, $10 \equiv 4 \bmod 6$). Gli esponenti di ogni termine della somma data nel problema sono potenze di 10, quindi ogni esponente è congruente a 4 modulo 6. In base a questo, possiamo sostituire ognuno dei dieci termini con 10^4, almeno sin quando siamo interessati al resto ella somma modulo 7. Abbiamo quindi:

$$\underbrace{10^4 + 10^4 + \ldots + 10^4}_{10 \text{ termini}} = 7 \cdot 14.285 + 5.$$

Quindi, il resto è 5.

8. Paraphernalia Mathematica

Questo articolo è *l'ultimo* (almeno per il momento) contributo, in minima parte nostro, al 2013 come anno della *Matematica per il pianeta Terra*.

1.3 Ma allora, come funziona?

"L'esperimento è fallito... Non abbiamo ottenuto i risultati attesi"
Qualsiasi film di fantascienza di serie "B"

Se non ricordiamo male, è Pirsig (nell'immortale *Lo Zen e l'arte della manutenzione della motocicletta*) a sostenere che quella qui sopra è un'enorme asinata: il *soi-disant* scienziato dovrebbe essere ben felice che l'esperimento abbia dato risultati diversi da quelli attesi, visto che in questo modo è riuscito a *falsificare*[24] l'ipotesi di partenza: se avesse ottenuto il risultato atteso, comunque non sarebbe riuscito a *dimostrare* la sua teoria. Il bello (o il frustrante, fate voi) del metodo scientifico è proprio questo.

Speriamo tutti che dopo questo pistolotto iniziale siate più sereni, visto che sono un mucchio di puntate che continuiamo a esaminare casi che si dimostrano non significativi: avendovi già detto che questa è l'ultima puntata, sarete fiduciosi che finalmente tireremo fuori il cappello dal coniglio[25].

Beh, non esattamente: e qui entra in ballo la citazione iniziale: *funziona*, ma, come la Teoria del Tutto, farebbe piacere trovare qualche modo di falsificare lei o le ipotesi contrarie, e la cosa sembra piuttosto dura: adesso, visto che non riusciamo a fare gli epistemologi per più di venti righe, cambiamo discorso. Riepilogo? Riepilogo.

Nelle parole di quella che sarà la *dramatis persona* [*Doc, si dice? È uno solo...*] di questo pezzo, abbiamo che:

> Il clima terrestre dell'ultimo MA[26] è stato caratterizzato da una successione di periodi glaciali e interglaciali, con periodicità corrispondenti ai principali parametri dell'orbita terrestre: precessione (23 KA), obliquità (41 KA) e eccentricità (100 KA); la teoria astronomica del clima è riuscita a spiegare con discreto successo i principali comportamenti esibiti dalle registrazioni paleoclimatiche.

E questo lo abbiamo visto qualche tempo fa. Come dice il nostro mentore (sempre John) adesso arrivano le brutte notizie:

> Ciò nonostante, le temporizzazioni dei periodi glaciali e interglaciali rimangono ancora problematiche sotto svariati punti di vista: in particolare, il passaggio dai periodi glaciali a quelli interglaciali e viceversa sembra comparire ogni 100 KA, ma le variazioni di insolazioni dovute all'eccentricità dell'orbita *[NdR: che è l'unica con un periodo 100 KA]* si dimostrano essere decisamente piccole nella banda di frequenze considerata.

I numeri ve li abbiamo già dati la volta scorsa, ma se volete un veloce ripasso vi consigliamo Wikipedia (inglese), all'articolo http://en.wikipedia.org/wiki/100,000-year_problem. Avanti, che adesso arriva la parte strana:

---

[24] Allo scrivente (Rudy) Popper non sta molto simpatico, ma ammettiamo che con questo verbo ci ha decisamente azzeccato.

[25] Vi ricordiamo che la moglie di Rudy è biellese, patria dei cappelli fatti di *feltro di coniglio*: l'immagine, quindi, anche se piuttosto sanguinaria è esatta.

[26] Mega-Anno. Non arriviamo allo snobismo di scrivere "MYr", anche perché il nostro correttore ortografico si impunta sulle due maiuscole vicine.

> Non solo, ma un periodo interglaciale particolarmente caldo è avvenuto 400 KA nel passato, in un momento nel quale *le variazioni di insolazione erano al minimo*.

Per dirla in termini non tecnici (che potete comunque facilmente immaginare), questo è un bel guaio.

Arriva il nome dell'autore delle citazioni: ***Didier Paillard*** infatti prosegue:

> Qui propongo che siano gli *equilibri multipli* del sistema a spiegare questo comportamento all'interno del sistema delle teorie astronomiche. Due semplici modelli possono spiegare con successo ogni transizione glaciale-interglaciale lungo l'ultimo Pleistocene non solo nel momento corretto, ma anche con approssimativamente la corretta ampiezza. Non solo, ma in una simulazione dei passati 2 MA sono correttamente riprodotte anche la comparsa del ciclo a 100 KA tra 0.8 e 1 MA.

Ottime notizie, quindi. Ma dov'è la grande idea?

Per cominciare sbollite gli entusiasmi: John ci spiega solo il modello *più semplice* (...e se lui decide che l'altro è complicato, figuratevi cosa ne pensiamo noi): che si basa su un'apparente violazione di quanto abbiamo detto verso l'inizio, quando ci trastullavamo con la tangente iperbolica.

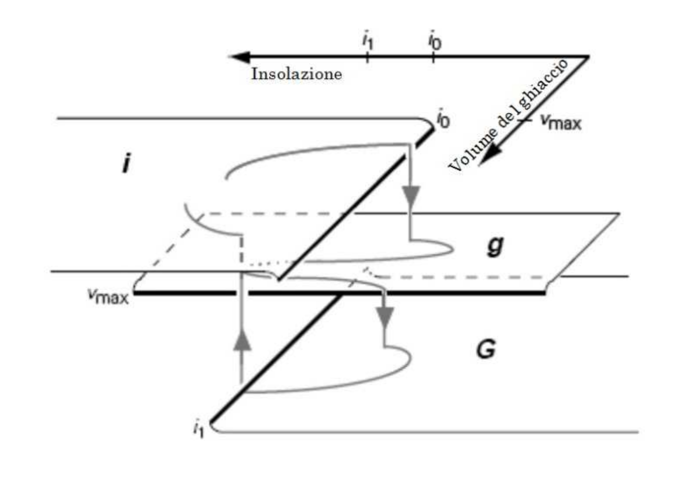
L'ipotesi è che la Terra possa trovarsi in *tre* stati:

> *i*: interglaciale
>
> *g*: semiglaciale
>
> *G*: glaciale[27]

Le regole del modello sono:

1. La Terra passa da *i* a *g* quando l'insolazione scende al di sotto di un valore i_0 .
2. La Terra passa da *g* a *G* quando il volume dei ghiacci sale oltre un valore v_{MAX} .
3. La Terra passa da *G* a *i* quando l'insolazione sale al di sopra di un valore i_1 .
4. Sono ammesse solo le transizioni $i \to g$, $g \to G$, $G \to i$.

E la regola (4), proibente le transizioni *inverse*, è quella che salva tutto: e, come al solito, probabilmente un disegno vale più di mille parole. Siccome è complicato, lo rubiamo a John, fermamente convinti che lui l'abbia rubato a Didier.



20 *Il diagramma di stato: e qualcosa, se non tutto, adesso è più chiaro*

E adesso, per evidenti motivi (tipo la sospetta assenza di neve ad agosto, almeno alle nostre latitudini), complichiamo il modello: deve "fare freddo" per un certo periodo di tempo, onde permettere l'accumulo di una quantità v_{MAX} di ghiaccio. La parola, di nuovo a Paillard:

---

[27] Nell'originale, rispettivamente "interglacial", "mild glacial", "glacial". Siamo prontissimi a modificare il secondo, se ci sdoganate "metaglaciale"

> Assumo che lo strato di ghiaccio abbia bisogno di un tempo minimo t_g per crescere ed eccedere il volume v_{MAX} [...] e che i massimi[28] di insolazione precedenti la transazione $g \to G$ rimangano al di sotto di un qualche valore i_3; la transazione avverrà quando avremo la prossima decrescita di insolazione, arrivando sotto il livello i_2.

Talmente complicato che anche il Nostro ha deciso di provare a scriverla in un altro modo: *la transizione* $g \to G$ *avviene quando l'insolazione scende al di sotto del valore* i_2 ***e** se sono soddisfatte le seguenti condizioni:*

1. *lo stato g persiste da un tempo maggiore di* 33 *KA* (ossia la transizione $i \to g$ è avvenuta da più di un ciclo di precessione),
2. *il **massimo** di insolazione precedente la transizione è piccolo (al di sotto di* i_2 *).*

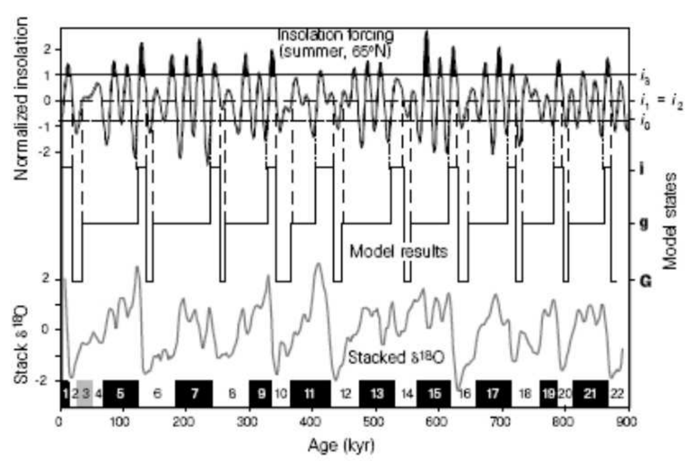
E, al punto (2), dovreste capire come mai Didier litiga sul singolare e plurale.

Ora non resta che cucinare i parametri per farli quadrare con i dati sperimentali: uno ve lo abbiamo già dato, in quanto abbiamo affermato che $t_g = 33KA$.

Per quanto riguarda gli altri, Paillard preferisce esprimerli come deviazione standard dal valore medio, il che normalizza (nel senso che non saltano fuori valori intrattabili) i valori:

$$\begin{cases} i_0 = -0.75 \\ i_1 = 0 \\ i_2 = 0 \\ i_3 = 1 \end{cases}$$

Adesso, potremmo mettere tutto quanto in un bel grafico: lo trovate qui sotto, e non ci sogniamo neanche di tradurlo nel disegno (sempre da Baez-Paillard, chiaro).



21 *Funziona!*

Con calma, *as usual*. In prima riga abbiamo l'insolazione: sulla destra sono indicati i parametri *i* che abbiamo visto prima, mentre sulla sinistra ci sono i valori (normalizzati); il grafico sono dati sperimentali (quasi: calcolati, in realtà, ma ben supportati).

In seconda riga abbiamo *il modello*, ossia come si comporta il clima secondo Paillard *transeando* tra i tre stati nell'ordine stabilito prima.

In terza riga, a titolo di

[28] Didier sta litigando ancora adesso con sé stesso per decidere se qui vada scritto "massimi" o "massimo". Noi opteremmo per la seconda, ma su *Nature* era plurale.

verifica, i depositi di un isotopo dell'ossigeno correlato con la temperatura, che ci fa da "termometro" per le epoche passate (trattasi di ^{18}O, per i pignoli). E il tutto, a occhio (ossia "nell'ambito degli errori sperimentali"), funziona.

Una critica "a pelle" del modello potrebbe essere sollevata: perché c'è quel crollo dallo stato i allo stato G senza transizione intermedia? La riposta è estremamente insoddisfacente, e potete trovarla da soli guardando l'ultimo grafico: "si adatta ai risultati sperimentali". Capito, il motivo della citazione all'inizio?

Un altro punto a favore del modello è che è robusto: anche cambi drastici nei parametri i causano scarsissime modifiche, e le transazioni ***restano confinate nelle Leggi di Paillard***: quindi, il modello gira anche per valori diversi da quelli che abbiamo accrocchiato per far funzionare il modello.

Quindi, tenete da conto il piumone pesante.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms