





Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 172 – Maggio 2013 – Anno Quindicesimo



1. Voli di falena e fughe di scarafaggio.....	3
2. Problemi.....	12
1.1 Fred si sta montando la testa.....	12
1.2 Il lavoro peggiore del mondo.....	13
1.3 Ceci n'est pas un problème.....	13
2. A.A.A. Soluzione Cercasi.....	14
2.1 Razzle Numerico	14
3. Bungee Jumpers	15
4. Soluzioni e Note.....	15
4.1 [Calendari]	15
4.1.1 Maggio 2006 – IMO 1989 – 5.....	15
4.2 [171].....	16
4.2.1 ...i figli, son soddisfazioni.....	16
5. Quick & Dirty.....	17
6. Zugzwang!	18
2.2 Jetan.....	18
7. Pagina 46.....	20
8. Paraphernalia Mathematica	22
2.3 Quando fa caldo, parliamo di freddo	22

	Rudi Mathematici Rivista fondata nell'altro millennio da <i>Rudy d'Alembert</i> (A.d.S., G.C., B.S) rudy.dalembert@rudimathematici.com
	<i>Piotr Rezierovic Silverbrahms</i> (Doc) piotr.silverbrahms@rudimathematici.com <i>Alice Riddle</i> (Treccia) alice.riddle@rudimathematici.com
www.rudimathematici.com	
RM171 ha diffuso 3'012 copie e il 05/05/2013 per  eravamo in 12'700 pagine.	
Tutto quanto pubblicato dalla rivista è soggetto al diritto d'autore e in base a tale diritto <i>concediamo il permesso di libera pubblicazione e ridistribuzione</i> alle condizioni indicate alla pagina diraut.html del sito. In particolare, tutto quanto pubblicato sulla rivista è scritto compiendo ogni ragionevole sforzo per dare le informazioni corrette; tuttavia queste informazioni non vengono fornite con alcuna garanzia legale e quindi la loro ripubblicazione da parte vostra è sotto la vostra responsabilità. La pubblicazione delle informazioni da parte vostra costituisce accettazione di questa condizione.	

Forte del fatto che “con una proiezione di Mercatore e qualche riga di software” sia ragionevolmente semplice trasformare un disegno “normale” in arte anamorfica, Rudy non è stato mai un grande apprezzatore di questo ramo del disegno. E, quando ha visto i lavori di **Jonty Hurwitz** (<http://www.jontyhurwitz.com/>), il primo pensiero è stato: “programmare la 3D printer per fare ‘sta roba non sarà facile.”.

1. Voli di falena e fughe di scarafaggio

Né l'artista né il matematico sono in grado di spiegarvi in cosa consista la differenza tra un capolavoro e un'immane sciocchezza; ma se non sono capaci, nel profondo dei loro cuori, di distinguerli, allora non sono né artisti né matematici.

Uno dei compiti più sacri di un matematico, quando opera come consulente per gli altri scienziati, è quello di disilluderli dall'aspettarsi troppo dai matematici.

Il fisico moderno è un teorico quantistico di lunedì, mercoledì, venerdì e uno studente di relatività generale di martedì, giovedì e sabato. La domenica non è niente, ma prega il suo dio che qualcuno, preferibilmente egli stesso, trovi una riconciliazione tra le due teorie.

Ciò che la maggior parte degli sperimentatori dà per scontato quando cominciano i loro esperimenti è di gran lunga più interessante di qualsiasi risultato ottengano gli esperimenti stessi.

Il miglior modello materiale di un gatto è un altro (o meglio ancora lo stesso) gatto.

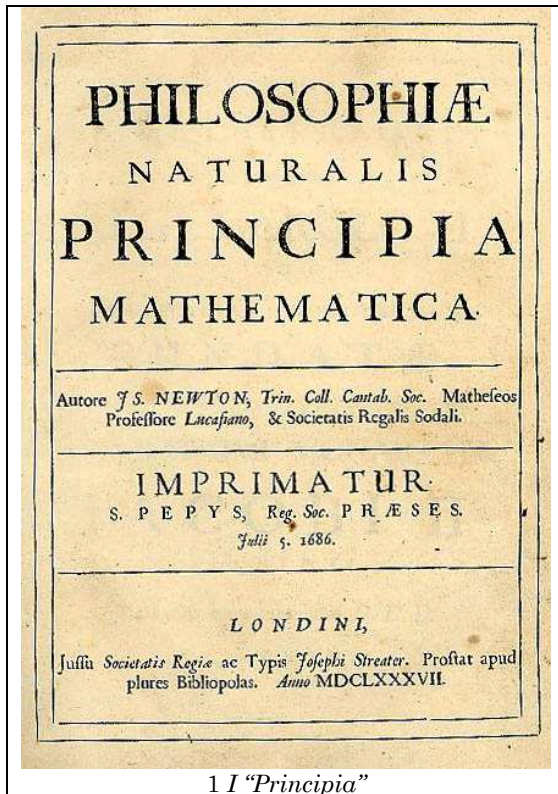
Un matematico, un fisico e un ingegnere si trovano a dover rispondere allo stesso test, durante un ipotetico colloquio di lavoro. L'esaminatore chiede: "Mi dimostri la verità o falsità della seguente affermazione: "tutti i numeri dispari maggiori di 1 sono primi", motivandola in maniera opportuna o fornendo un controesempio". Il matematico alza un sopracciglio in segno di stupita perplessità, poi rapidamente enumera: "3 è primo, 5 è primo, 7 è primo, 9 non è primo: l'asserzione è falsa". Il fisico, sottoposto allo stesso test, mostra anche lui una certa perplessità, ma di diversa natura, e comincia a recitare: "3 è primo, 5 è primo, 7 è primo, 9 ... 9... 9 errore sperimentale, 11 è primo, 13 è primo... l'asserzione è vera". Infine tocca all'ingegnere, che estrae rapidamente dal taschino il regolo calcolatore, poi con aria di sufficienza lo ripone senza usarlo, e serenamente snocciola: "3 è primo, 5 è primo, 7 è primo, 9 è primo, 11 è primo, 13 è primo, l'asserzione è vera".

La storiella è probabilmente vecchia di un paio di secoli almeno, e non è che una delle tante (davvero tante), che circolano da quando esistono le tre professioni scientifiche chiamate in causa dalla barzelletta. C'è da dire che, in una sorta di sana competizione e reciprocità, gli sberleffi sono distribuiti nella missione istituzionale del cercare di fustigare tutte e tre le categorie; anche se in questo caso specifico traspare chiarissima la matrice matematica dell'autore, che irride gli ingegneri ma non si può certo dire che salvaguardi l'onore dei fisici; ma ne esistono centinaia in cui i ruoli sono invertiti¹.

¹ Come si fa ad ottenere una pentola di acqua calda avendo a disposizione una pentola, un acquaio, un fornello a gas e un fiammifero? Si riempie la pentola di acqua prendendola dall'acquaio, si accende il fornello col fiammifero e si pone la pentola d'acqua fredda sul fuoco: e fin qui, tutte e tre le tipologie concordano. Come si fa ad ottenere una pentola di acqua calda avendo a disposizione una pentola già piena di acqua fredda, un acquaio, un fornello a gas e un fiammifero? In questo caso, il fisico e l'ingegnere pongono direttamente la pentola sul fornello e lo accendono, mentre il matematico svuota diligentemente la pentola nell'acquaio per ricondurre tutto al caso precedente.

È assai probabile che le schermaglie interdisciplinari siano in realtà qualcosa di molto simile alle prese in giro famigliari: vengono messe spietatamente alla berlina le differenze proprio perché, per contro, sono indiscutibilmente più significative le somiglianze rispetto al resto del mondo. Anche perché, solitamente, per il resto del mondo sono indistinguibili quelle persone che, professionalmente, hanno a che fare con la matematica.

Del resto, il mondo reale non ha troppo tempo da perdere: se esistono persone che sanno a memoria che la radice di due è qualcosa di prossimo a 1,4142 è del tutto evidente che fanno tutte parte della stessa schiera: starà poi a loro stessi, ai tapini, andare a differenziarsi in maniera opportuna. E i tapini lo fanno, i matematici sono all'estremo



1 I "Principia"

teorico della comunità: gente che, in realtà, non direbbe mai che la radice di due è pari a 1,4142, perché una simile approssimazione è terribile non tanto dal punto di vista della precisione, quanto da quello concettuale, scrivere un numero irrazionale in forma decimale è decisamente poco elegante. All'altro estremo siedono gli ingegneri che, preoccupati come sono a far sì che ingranaggi e fili si incastrino nella maniera migliore, si irritano pure se si tirano in ballo due decimali (1,41) quando lo spessore delle rotelle è tale da essere ben approssimato al 10% (uno e mezzo, e via). In mezzo stanno i fisici, e la loro posizione mediana spesso li salva dalla fustigazione delle storielle sarcastiche perché è più facile prendere in giro i vizi degli estremisti che quelli dei centristi, se non altro perché sono vizi parzialmente condivisi. Per compensare la cosa, i fisici si prendono in giro selvaggiamente anche fra di loro, gongolando nel suddividersi grossolanamente tra fisici teorici (corrente filomatematica) e fisici sperimentali

(corrente filoingegneristica).

Fino a non molto tempo fa, la triplice suddivisione era del tutto inesistente. Naturalmente, da che è mondo è mondo esistono persone che sono più affascinate dalla realizzazione di meccanismi che dall'estetica di un teorema senza possibilità di applicazione: ed è altrettanto vero che un logico puro dista davvero tanto, anche come forma mentis, da un ingegnere gestionale; ciò non di meno, Newton avrebbe avuto verosimilmente molta difficoltà a capire quale potesse essere la differenza tra un "fisico" e un "matematico", anche perché egli si riteneva essenzialmente un filosofo. Quando scrive i "Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica", sir Isaac è convinto di scrivere davvero un'opera di filosofia (e non si può certo dire che si sbagliasse), e la sua intenzione principale è quella di mostrare che la natura è davvero comprensibile attraverso mezzi matematici. Del resto, le distinzioni diventano significative solo in concomitanza con la creazione di facoltà universitarie distinte, e questo accade solo in tempi abbastanza recenti, e non sempre accade del tutto: basti l'esempio della più prestigiosa scuola svizzera, l'ETH di Zurigo, che nasce con l'intenzione specifica di formare stuoli di ingegneri per la confederazione elvetica, ma che ha accolto, sia tra i propri studenti sia all'interno del suo corpo insegnante, i maggiori nomi della teoria delle scienze esatte.

Nonostante gli sviluppi mastodontici della teoria e della tecnologia richiedano sempre maggiori specializzazioni, è però ancora evidente l'unità di principio, che in ultima analisi discende direttamente dall'invenzione del metodo scientifico da parte di Galileo. E per

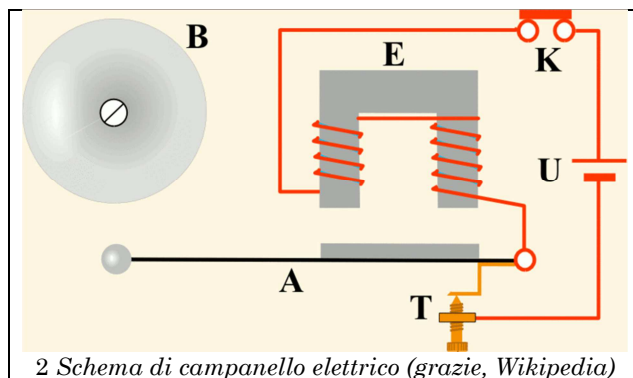
quanto possa sembrare strano, sintomi evidenti di quest'unità che spazia dai cacciaviti alle astrazioni multidimensionali si trovano abbastanza facilmente.

Un congegno estremamente affascinante, incredibilmente diffuso e straordinariamente istruttivo è ormai pronto a cadere in disuso, rimpiazzato da parenti elettronici dalle performance più eclettiche e a minor costo. Prima che venga completamente dimenticato, merita che se ne parli ancora un po', almeno come puro esercizio didattico: stiamo parlando del campanello elettrico.

Potrebbe essere interessante proporre ad una classe di ragazzi delle medie di progettarne uno: non tanto al fine di realizzarlo davvero, quanto per capire come potrebbe essere affrontato il problema di una progettazione del tutto originale. I ragazzi sanno (o quantomeno saranno opportunamente informati preventivamente in merito) che esistono generatori di elettricità, circuiti elettrici, e anche che sono facilmente costruibili delle elettrocalamite, ovvero dei congegni che si comportano come magneti quando sono percorsi da corrente e come materia magneticamente inerte quando la corrente non passa. Sanno che per produrre un suono è sufficiente muovere un battacchio contro una campana, e non avranno problemi a immaginare (stiamo parlando solo di invenzione concettuale, non di vera progettazione e tantomeno di realizzazione pratica), ad esempio, un circuito che attivi un relè che faccia battere il battacchio sulla campana. Così si ottiene qualcosa che, chiudendo un interruttore, produce un singolo colpo sulla campana, e relativo suono. Premendo ripetutamente l'interruttore, si otterrà un accettabile din-din, ma al costo di slogarsi un dito; e sarà in ogni caso ben diverso dal familiare "driiiiiin" delle campane scolastiche. Il prossimo punto da affrontare dai novelli progettisti sarà proprio quello di ottenere molti colpi di battacchio sulla campana in poco tempo, e possibilmente con una singola pressione (magari continuativa) sull'interruttore.

È possibile che qualche giovane mente intraprendente immagini di associare al motorino una sorta di sistema meccanico come una corona di martelletti che, girando, colpisca ripetutamente la campana, e sarebbe certo una bella soluzione razionale. Il ragazzo proponente meriterebbe certo un bel voto, a prescindere dalle sue intenzioni future, siano esse matematiche, fisiche o ingegneristiche. Ciò non di meno, il campanello elettrico che siamo abituati a conoscere utilizza una progettazione ben diversa, che è un vero capolavoro di ottimizzazione ingegneristica.

Lo schema classico del campanello elettrico è quello rappresentato qui a fianco. Dovrebbe essere di facile lettura: gli elementi per così dire "meccanici" sono il battacchio A e la campana B; gli elementi propri del circuito elettrico sono il generatore di corrente (continua) U, l'interruttore K e l'elettrocalamita E. Come spesso accade, la parte più interessante è quella che potremmo chiamare "ibrida", costituita dal contatto T e da



quella parte in grigio appoggiata sopra il battacchio A, che altro non è se non del materiale ferromagnetico, e pertanto ben sensibile all'azione dell'elettrocalamita. Rispetto al progetto che abbiamo supportato essere razionalmente ipotizzabile dagli studenti, si vede subito che non vi sono motori elettrici né corone piene di battacchi. Eppure, come sappiamo per esperienza, il "driiiiiin" prolungabile all'infinito dei campanelli elettrici è splendidamente realizzato.

Questo accade perché quando l'interruttore chiude il circuito, l'elettrocalamita attrae il battacchio A portandolo a colpire la campana; questo produce il primo "din". Il punto cruciale è però che, andando verso la campana, il battacchio A apre il circuito in corrispondenza del contatto T: circuito aperto, quindi nessuna corrente; nessuna corrente, quindi l'elettrocalamita smette di essere un magnete, e pertanto non attrae più il

battacchio. Questo torna allora (grazie al fatto di essere flessibile, praticamente una molla) nella sua posizione originale, e nel farlo chiude di nuovo il contatto T. E tutto allora ricomincia, con l'elettrocalamita che attrae di nuovo il battacchio e lo porta a produrre il secondo "din", a riaprire di nuovo il circuito, a tornare di nuovo indietro, e così via. Il tutto con la velocità che il sistema elettromeccanico consente, che significa molte volte al secondo. Risultato finale: un "driiiiiin" prolungato e squillante.

L'elettrocalamita fu inventata da William Sturgeon nel 1823: le prime forme di campanello elettrico che ne facevano uso appaiono già nel 1824². È certo che di "soluzioni ingegneristiche" ancora più brillanti, sofisticate e complicate – e applicate virtualmente ad ogni meccanismo immaginabile – ne esistano svariati milioni; e se si estendono le ricerche all'ingegneria elettronica, i milioni diventano forse anche miliardi. Ma il campanello ha una caratteristica significativa, e come si è visto dalle date, immediatamente messa in atto praticamente: ovvero la capacità di intervenire su sé stesso. È insomma presente una traccia, magari appena accennata, di autoreferenza: il battacchio è "fruitore" del circuito elettrico, nel senso che è da esso che riceve l'energia per svolgere la sua funzione naturale di percussore meccanico; ma al tempo stesso è parte integrante del circuito, e a ben vedere è la parte più intrigante, perché è l'elemento che ne cambia costantemente la natura (acceso/spento) proprio mentre fa un lavoro diverso (colpire la campana).

Per immaginare una soluzione del genere occorre necessariamente un salto di livello nell'analisi del sistema: anzi, è verosimile che occorra proprio fare qualcosa di diverso dalla pura analisi, che per propria natura indica l'azione di scomposizione e classificazione³; occorre piuttosto avere il coraggio di mischiare pere e mele, sistema fruente e sistema di servizio, far interagire un meccanismo su sé stesso. Il confronto con i meccanismi logici alla base del Paradosso di Russell e della stessa Prova di Gödel è forse un po' prematuro, ma comunque inevitabile. Anche in quel caso l'elemento critico e scatenante è l'autoreferenza, l'applicazione delle regole sintattiche al linguaggio delle regole stesse.

Se davvero esiste una relazione di fondo che unisce qualitativamente i due estremi (quello eminentemente pratico e quello alquanto teorico) dell'arco costituzionale delle scienze esatte, è altrettanto vero che la strada da percorrere nell'emiciclo, prima di arrivare ad una piena consapevolezza dell'identità, è ancora lunga. È comunque vero che i percorsi possono snodarsi in maniera indipendente, senza troppo preoccuparsi di cosa stiano facendo i componenti dell'altro estremo. I matematici possono accapigliarsi sulla critica dei fondamenti logici della disciplina, mentre gli ingegneri possono continuare a giocare con sistemi che non osano ancora chiamare autoreferenti, ma che di fatto lo sono.

Un più esplicito passo in questo senso viene fatto quando si formalizza il concetto di *retroazione* o, per dirla col più comune termine inglese, di *feedback*. In parole povere, il feedback consiste nel fatto che un meccanismo, funzionando, riesce in qualche modo a raccogliere informazioni per cambiare (usualmente in meglio) il suo stesso funzionamento. Esempi classici di feedback sono la piccola ruota presente in alcuni mulini a vento, che ha il compito esplicito di "sentire" la direzione del vento e, tramite opportuni meccanismi e ingranaggi (ovviamente attivati dall'energia eolica stessa) posiziona le grandi pale del mulino nella maniera più acconcia per raccogliere il vento; e il caro vecchio sciacquone del bagno, che è pilotato, nel suo riempirsi, da un rubinetto associato ad un galleggiante: quando il serbatoio si svuota, il galleggiante precipita in basso e attiva il rubinetto che comincia a riempire nuovamente d'acqua il serbatoio: questa, salendo, alza il galleggiante, che quando arriva all'altezza opportuna chiude

² Ad esempio quello inventato da James Marsh: la meccanica era diversa, ma il principio di utilizzare l'elettromagnete per interrompere il circuito era già presente.

³ "anàlisi gr. ANALYSIS scioglimento, soluzione da ANALYO scompongo, composto di ANA prefisso che talora è semplicemente intensivo (v. Anà) e LYO sciolgo (v. Sciogliere). – Scomposizione di un tutto in elementi semplici; uno dei metodi della mente umana nell'indagare e scoprire la verità. Deriv. Analista, Analitico, Analizzare." (citazione integrale dal Pianegiani, dizionario etimologico online).

meccanicamente il rubinetto. Così lo sciacquone, ingiustamente noto solo per la sua capacità di “scarico”, ha proprio nella fase di “carico” la sua maggiore intelligenza meccanica⁴.

Il termine “intelligenza” usato nella frase precedente è probabilmente eccessivo. Ciò non di meno, è abbastanza istintivo usarlo quando qualcuno (o qualcosa) compie un’azione precisa in risposta ad un evento altrettanto preciso. Se date ad un ragazzo l’ordine “quando il catino è pieno, chiudi il rubinetto dell’acqua” e il ragazzo esegue l’ordine a puntino, non avete certo gli elementi per sancire che sia un genio alla Leonardo da Vinci, ma potete ragionevolmente asserire che il giovanotto “ha capito” l’ordine, “ha capito” che ad un certo punto il catino era pieno d’acqua e di conseguenza “ha capito” che doveva chiudere il rubinetto, e lo ha fatto. E poiché “intelligenza” significa “capacità di capire”, è del tutto legittimo riconoscere all’ubbidiente aiutante un certo grado di “intelligenza”, almeno in senso letterale. Lo sciacquone esegue il medesimo compito tramite il suo meccanismo di feedback, ed è di conseguenza inevitabile cercare di capire se questa somiglianza possa essere un primo passo verso il passaggio dall’ingegneria alle scienze cognitive.



3 Trovate il sistema di feedback

Se il legame tra ingegneria e matematica è, barzellette a parte, del tutto palese, sono certo meno noti i primi vincoli che associano l’ingegneria alla psicologia. Nella ricerca delle radici dei “comportamenti elementari”, quelli che potremmo definire gli “atomi” dei comportamenti animali, gli psicologi conclusero presto che *“l’azione volontaria è essenzialmente una scelta relativa ai tropismi”*; concetto che, estratto dalla terminologia tecnica, si può riassumere dicendo che la volontà si esprime essenzialmente con una “scelta di direzione”, in pratica con un movimento d’attacco o un movimento di fuga. Con l’aiuto di un gruppo di scienziati di discipline diverse, ci fu chi notò la possibilità di utilizzare i principi di retroazione/feedback per simulare meccanicamente l’azione volontaria descritta dagli esperti di psicologia. Venne costruito un meccanismo concettualmente abbastanza

⁴ In realtà, lo sciacquone è una macchina davvero ingegnosa, e meriterebbe molto più rispetto di quello che usualmente gli si riserva. È usualmente schernito per l’estrema familiarità (senza dubbio è uno dei primi oggetti che i bambini imparano a conoscere), per la sua posizione nella geografia della casa (il bagno è da sempre una stanza “speciale”), e naturalmente per le sostanze che si cura di alienare. Ma a guardarlo con occhi appena appena obiettivi, non può non stupire: dal punto di vista della benemeranza, pochi oggetti nella storia dell’uomo hanno avuto un merito maggiore del suo nel rendere igienica, abitabile e confortevole l’abitazione, e di conseguenza tutte le città. Dal punto di vista dei costi, è sicuramente l’oggetto con il rapporto utilità/prezzo migliore di tutte le dotazioni della casa. Dal punto di vista progettuale, è ormai sofisticatissimo: ha spesso due modalità diverse di funzionamento, ne esistono modelli a scomparsa o dal piacevole design, e come si è visto ha un sistema sofisticato di retroazione che lo rende sempre pronto all’uso senza bisogno di intervento umano. Ad una analisi interna e più attenta, si notano poi degli accorgimenti ingegneristici del tutto rilevanti, come il meccanismo che consente un rapido e violento svuotamento del serbatoio seguito da una decisa e precisa chiusura dello stesso, in modo che possa essere nuovamente riempito: per non parlare della struttura intelligente del “tappo”, che è in realtà un tubo cavo a tenuta stagna in basso (per consentire al serbatoio d’essere appunto riempito), ma alto quanto il livello massimo raggiungibile dall’acqua, di modo che, qualora il sistema galleggiante-rubinetto fallisse l’azione automatica di chiusura del flusso, il serbatoio sarebbe comunque ordinatamente svuotato attraverso il tubo cavo facenti le classiche funzioni da “troppo pieno”. Riepilogando, lo sciacquone ha doti di utilità, di igiene, di etica e di economicità; non consuma virtualmente energia, ha un sistema di retroazione sofisticato e una intelligente gestione del rischio (*risk management*) che evita virtualmente ogni necessità di *disaster recovery*. Sono rarissimi i progetti che possono dire altrettanto.

semplice, dal colloquiale nome di “Palomilla”, che riusciva a simulare le “scelte tropiche” di animali fotofili o fotofobi, come la falena (moth) o la cimice (bedbug).

La Palomilla era sostanzialmente composta da un triciclo dotato di motore e da due fotorecettori posizionati sul davanti, distanti fra loro una trentina di centimetri. I fotorecettori erano (ovviamente) sensibili alla luce, e grazie alla loro distanza reciproca riuscivano a determinare la posizione di una sorgente di luce, in maniera non dissimile da quanto accade nella visione stereoscopica degli occhi o umani, o nel sistema di individuazione dell’origine dei suoni per gli orecchi. A quel punto, quello che oggi chiameremmo il “software” di Palomilla pilotava la struttura in modo da farla avvicinare alla luce (se posto in modalità “falena”) o di farla allontanare (se posto in modalità “cimice”): il concetto di feedback o retroazione implicito è abbastanza evidente, un movimento casuale produce una variazione di distanza, e quindi una differenza nella “percezione” della sorgente luminosa; la nuova percezione, rielaborata, determina un nuovo movimento nella direzione opportuna, e così via.



4 Palomilla

Il risultato finale fu abbastanza sorprendente: il triciclo veniva in qualche modo “guidato” semplicemente illuminando con una torcia elettrica il percorso che si intendeva fargli fare, perché inseguiva la luce con movimenti molto simili a quelli di un predatore che insegue la preda (o a quelli di una preda che scappa dal predatore); gestendo in maniera opportuna i parametri di sensibilità alla luce e consentendo a “Palomilla” di andare in sovraccarico o sottocarico quando la luce era troppo intensa o troppo poca, il triciclo cominciava a tremare in maniera molto simile a quella degli animali spaventati o sovraeccitati, e gli psicologi cominciarono ad analizzare seriamente la somiglianza tra quei tipi di tremori – puramente meccanici – con quelli dei malati di morbo di Parkinson.



5 Quando la cibernetica dà spettacolo

luce della torcia elettrica che un barbuto signore gli metteva in mano proprio per farli stupire del comportamento di Palomilla.

Oltre agli aspetti squisitamente scientifici, non furono trascurati neppure quelli eminentemente spettacolari: rivestito di carta colorata per farlo assomigliare il più possibile ad un misterioso animale cibernetico, il triciclo dotato di motore e fotocellule diventò il protagonista di ardimentosi spettacoli scientifici, in cui ragazzini salivano sul palco e, quasi magicamente per quei tempi, vedevano lo strano mostriciattolo inseguire la

In realtà, la frase precedente contiene una sorta di errore lessicale: vi si definisce il triciclo come “animale cibernetico”, e Palomilla certamente lo era; ma in qualche misura è forse prematuro attribuirle un simile aggettivo, se non altro perché sia Palomilla sia il termine “cibernetica” nascevano proprio in quei tempi, generati dalla mente creativa proprio di quel signore barbuto che intratteneva i ragazzini sul palco con le torce elettriche e i tricicli travestiti. E poiché quel signore era al tempo stesso un inventore di parole⁵ e un ingegnere, non c'è da stupirsi poi troppo quando si scopre che in realtà altro non era che un matematico.

Norbert Wiener nasce il 26 Novembre⁶ 1894 nella città di Columbia, nello stato del Missouri, USA. Figlio di Leo Wiener, un ebreo di origini russe che dopo molte peregrinazioni in Polonia e Inghilterra era finalmente emigrato in America nel 1880, e di Bertha Kahn, anch'essa ebrea ma di origini tedesche. Leo Wiener era un intellettuale dai molti interessi: insegnava all'Università di Varsavia, poi continuerà ad insegnare anche nel Missouri e poi a Boston, dove la famiglia si trasferisce quando Norbert è ancora piccolo. Casa Wiener trabocca di libri e di interessi: Leo Wiener insegna lingua e letteratura, ma cova da sempre una passione per la matematica; il piccolo Norbert legge così tanto che ad un certo punto il medico gli proibisce di farlo per sei mesi, per dare il tempo ai suoi occhi di riposare. Anche in quei sei mesi, comunque, non lascia la sua mente digiuna, perché il padre e la tata gli leggono di tutto, anche pubblicazioni scientifiche certo non destinate a bambini piccoli.

Il risultato, forse inevitabile, è che Norbert Wiener diventa presto un whiz-kid, un ragazzo prodigio. Educato in casa, quando i genitori decidono finalmente di inserirlo a scuola si trovano un po' in imbarazzo, perché naturalmente Norbert è molto più avanti dei suoi compagni in molte materie, ma non in altre: ad esempio, la sua bestia nera sembra essere l'aritmetica. Il papà decide allora di indagare per capire quali siano le debolezze del figlio, e capisce presto che non gli piacciono le manipolazioni, insomma i calcoli puramente meccanici che, a quei tempi, costituivano la gran parte dell'insegnamento matematico nelle scuole primarie. Leo decide allora di far lasciar perdere l'aritmetica al figlio, e lo introduce direttamente all'algebra, che viene accolta da Norbert con molto maggiore entusiasmo.

Anche così, comunque, seppur maggiormente ferrato, il problema del corretto inserimento in classe si ripropone: alla fine, genitori ed insegnanti decidono di inserirlo nell'ultima classe della Ayer High School, ovvero nell'ultimo anno di liceo. I suoi compagni di classe hanno diciotto anni; Norbert ne ha undici.

E ne ha ancora undici nel settembre del 1906, quando varca per la prima volta la soglia del Tuft College. Segue diversi corsi scientifici, ma decide di laurearsi in matematica: la

⁵ Oltre al termine “cibernetica”, che resta forse la sua creazione lessicale più nota e ardata, il nostro ha inventato (o rivestito di altri significati tecnici specifici) anche gran parte delle parole che oggi vengono normalmente usate in informatica e, ovviamente, in cibernetica: tra queste, ha formalizzato e ben definito proprio il concetto di “feedback”.

⁶ Due delle affermazioni che ripetiamo più spesso sono: a) che nella scienza, e soprattutto in matematica, non vale il “principio di autorità”: non contano fama e gerarchie, conta la dimostrazione, e pertanto la scienza, pur non riconoscendo il “principio di maggioranza” è profondamente democratica, o al limite anarchica; b) che noi di RM siamo solo dilettanti, non veri scienziati (ahimè). La splendida dimostrazione della verità di entrambe le affermazioni sta nel compleanno di questo mese: il GC aveva esortato a trattare il nobile personaggio di Norbert Wiener in questo numero di Maggio, e il misero scribacchino ha ubbidientemente cominciato a fare le opportune ricerche e a costruire la trama dell'articolo (in ritardo come al solito, ma questo è un altro discorso). Il tutto senza minimamente mettere in discussione o sottoporre a verifica il primo e unico Gran Principio Dei Compleanni, ovvero che devono necessariamente uscire nel mese in concomitanza – sono “compleanni”, imperlappunto – con la nascita del protagonista. Tutto Questo perché La Volontà Del Capo Non Si Discute (versione redazionale del Principio di Autorità) e perché non si perde tempo a verificare i dati fondamentali del progetto in corso di realizzazione (versione piotresca del principio Fatichiamo Il Meno Possibile), che non è atteggiamento molto scientifico. Il risultato finale è quello che state leggendo un “compleanno” che più sfasato non si può, di mezzo anno esatto. Siate indulgenti, pietosi e comprensivi, se potete (N.d.PRS).

sua laurea di primo grado la ottiene nel 1909⁷, a quattordici anni. Nello stesso anno entra ad Harvard per gli studi post-laurea.

Non è molto frequente dover decidere l'indirizzo di dottorato mentre si lotta con l'acne adolescenziale; forse per questo Norbert risulta un po' indeciso in questa fase; inizia ad affrontare corsi di zoologia, cosa che fa arrabbiare un po' papà Leo; quindi decide di dedicarsi soprattutto alla filosofia, seppur continuando a frequentare corsi specialistici di matematica superiore. Oscilla un po' anche tra diverse Università, Cornell e Harvard soprattutto, e per un po' porta avanti sia gli studi in filosofia sia quelli in matematica. È probabile che le due correnti – filosofia e matematica – ebbero agio di confluire sinergicamente quando infine decise di andare a studiare a Cambridge (quella inglese) sotto gli insegnamenti di Bertrand Russell⁸, che teneva corsi di filosofia della matematica.

Quel che è certo, è che la trasferta europea gli fa bene, e ha la fortuna di studiare con professori il cui nome è ben inciso nella storia della matematica: oltre a Russell, Norbert studia a Cambridge con G.H.Hardy⁹, che è forse colui che più lo influenzerà: poi, spostandosi a Göttingen, troverà come insegnanti Edmund Landau¹⁰ e David Hilbert¹¹. Facile pensare che, sotto cotanti insegnanti, non poteva non diventare un grande matematico: a costo di anticipare un po' i tempi di queste brevi note biografiche, però, non si può negare che Wiener non abbia ampiamente pagato il suo debito, il suo più famoso discepolo e collaboratore risponde infatti al nome di Claude Shannon¹².

Nel periodo della Prima Guerra Mondiale, Wiener oscilla tra le due sponde dell'Atlantico e tra le due sponde dei suoi maggiori interessi: collabora con Russell a Cambridge, insegna (filosofia) ad Harvard; nei ritagli di tempo lavora per la General Electric e contribuisce alla redazione dell'Enciclopedia Americana. È solo dopo la fine del conflitto che si decide a pubblicare un lavoro realmente matematico, ma lo fa con grande successo: è una memoria sul moto browniano¹³, e oltre a renderlo immediatamente famoso, lo renderà particolarmente attento al concetto di probabilità prima e direttamente di cibernetica poi.

Non vi è dubbio che l'interesse per quella disciplina che poi, proprio grazie a Wiener, sarà chiamata cibernetica nasce dalle frequentazioni che Norbert ha dal 1915 in poi, quando diventa di fatto professore del MIT, Massachusetts Institute of Technology (vero covo di ingegneri). Ma la cibernetica, in fondo, è proprio il tipo di disciplina che meglio riassume sia i pregi sia i difetti del connubio tra teoria e pratica scientifica: il principio di retroazione implica un colpo di genio teorico applicato alla pratica, ovvero in un certo senso teorizza il concetto di approssimazioni successive proprie delle risposte sensoriali. Coniuga mente e sensi, e prova a riconoscerne le leggi di interazione.

⁷ Cosa che, secondo alcune fonti, lo rese il più giovane laureato d'America.

⁸ RM052, Maggio 2003, "Nemesi".

⁹ RM049, Febbraio 2003, "Stanlio e Ollio".

¹⁰ Non è proprio il suo compleanno, ma se ne parla un po' in RM063, Aprile 2004, "Una vita da mediano".

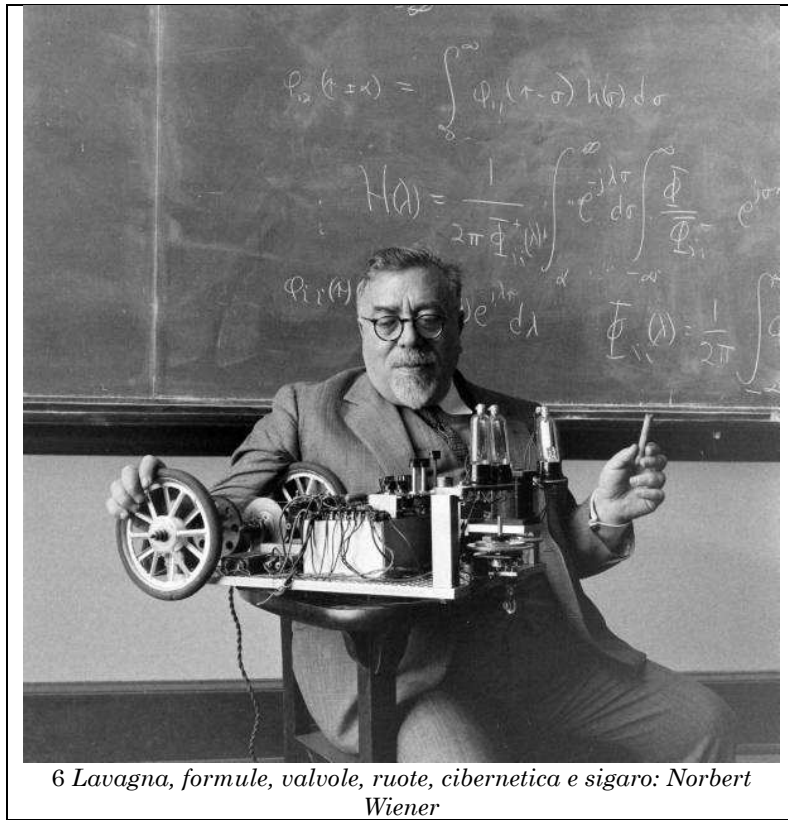
¹¹ RM060, Gennaio 2004, "Wir müssen wissen. Wir werden wissen".

¹² RM111, Aprile 2008, "Zero e Uno".

¹³ I lettori più affezionati avranno notato che Rudy, nel PM scorso (RM171, "Tik-tok. Tik-tok... Gnap?") ha inserito una nota (a pagina 26) in cui gioca sul fatto che noi si sia usata la lettera "b" per indicare il "rumor bianco" e la lettera "B" per il moto Browniano; la cosa, dice il GC, torna bene anche perché è quasi uno standard usare la maiuscola per indicare l'integrale di una grandezza precedentemente indicata con una minuscola, e c'è quindi da rallegrarsi che in italiano l'accoppiata "bianco+Brown" sia così linguisticamente coerente. Nelle sue considerazioni, aggiungeva anche qualcosa in merito a quanto accadeva invece per gli anglofoni, che naturalmente quando parlano di rumor bianco usano la "w" di "white" ("bianco", appunto). Citava una sorta di ulteriore coincidenza curiosa, della quale però delegava la spiegazione al sottoscritto "durante una giornata di pioggia", lasciando intendere che la spiegazione avrebbe potuto essere un po' lunga e tediosa. Spiegazione che (non per niente fuori piove) sveliamo adesso: anche nei paesi di lingua inglese la strana coerenza maiuscolo/minuscolo è salvaguardata, perché se è vero che il rumor bianco è indicato con "w", è altrettanto vero che la variabile integrale del moto browniano è da loro spesso indicata con "W": e quella "W", a detta di molti, sta proprio lì a ricordare il pioniere statunitense della teoria, appunto Norbert Wiener.

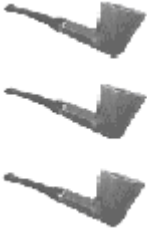

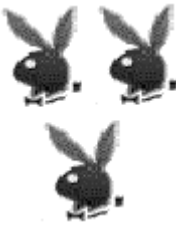
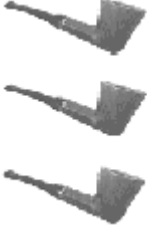


Forse per questo Norbert Wiener ha l'aria così soddisfatta e serena, mentre fuma il suo inseparabile sigaro con il suo triciclo cibernetico appoggiato sulla scrivania.

Era un uomo che sapeva ridere e far ridere. In testa a quest'articolo trovate solo alcune delle sue frasi più famose, e ancora più leggendari sono gli aneddoti che lo riguardano. È probabile che molti siano falsi, o quantomeno molto accresciuti per spettacolare la sua proverbiale distrazione di scienziato con la testa fra le nuvole: quello che si sente raccontare più spesso è comunque assai famoso, e sospettiamo che, vero o falso che sia, dipingesse bene il carattere del personaggio. Si racconta che un giorno tornò a casa dall'università, e la trovò del tutto vuota, non solo della famiglia,



anche dei mobili. Stupefatto e preoccupato, chiese ad una ragazzina che era nei paraggi se sapeva cosa potesse essere accaduto, e la fanciulla gli rispose che la famiglia Wiener si era trasferita altrove proprio in quel giorno. Lui ringraziò un po' confuso per l'informazione che gli aveva dato, e la bimba aggiunse: "È per questo motivo che la mamma mi ha mandato qui, papà".

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	Alice Riddle	Piotr R. Silverbrahms
Fred si sta montando la testa			
Il lavoro peggiore del mondo			

1.1 Fred si sta montando la testa

Di sicuro l'avete vista: ha fatto il giro dei principali tabloid scandalistici, ha ricevuto un numero di *like* superiore alla popolazione del sistema solare ed è stata taggata anche dagli stiliti della Tessalonia.

Ci riferiamo al fatto che uno dei VadLdRM (Fred) ha partecipato alle gare matematiche della Bocconi: OK, ha fatto il servizio d'ordine (e la cosa ha scatenato la facile battuta che l'unica cosa che Fred fa riferita alla matematica è picchiare qualcuno), ma l'evento ha scatenato in lui una forma di interesse piuttosto particolare: "OK, vado a fare il gorilla per dei bravi matematici. Ma a parte le botte, come faccio a tenerli fermi?"

L'Augusto Genitore si è evidentemente sentito coinvolto nella problematica, e ha fornito la risposta sotto forma di due dadi (onesti).

"Prendi i due più invasati, siano essi *E*(ulero) e *G*(auss), e falli giocare. Ciascuno dei due tira i due dadi: uno vince quando la somma dei dadi è 7, l'altro vince quando fa *tre risultati consecutivi che formano una serie crescente*".

"Vuoi dire che devo dargli i dadi e farli giocare?"

"No, non lo faranno mai. Ma mi aspetto che a loro, come a me, sia un pochino più simpatico Eulero di Gauss (quest'ultimo sempre meglio di Cauchy, ma *transeat*¹⁴). La domanda è: *dove gioca Eulero?* Insomma, per che parte gioca?"

"Uh, grazie. Questa mi sa che vale uno spray al peperoncino, per tenere fermi i matematicini¹⁵..."

Mentre ero al "lavoro-che-paga", mi arriva la telefonata di Fred.

"*Houston, we have a problem*. I più scalmanati lo stanno risolvendo, e vorremmo tenerli buoni. Hai un paio di variazioni?"

"Sì, certo. Ma di qualcuna non ho le soluzioni."

"Meglio, staranno fermi per più tempo. Spara"

¹⁴ E sei! In due mesi! È un record? [Nota solo per gli entusiasti delle nostre asinate]

¹⁵ Questo termine nasce dal fatto che Fred è alto un metro e settantacinque. Secondo le statistiche in nostro possesso, lo studente bravo in matematica viaggia in media verso il metro e settantadue, e il suo prof verso il metro e sessantotto. Quindi, sono tutti più piccoli del gorilla in oggetto.

“Mi sa che la soluzione viene diversa se ciascuno dei due giocatori ha due dadi e li lanciano *contemporaneamente*: nel caso realizzino entrambi l'obiettivo allo stesso tiro, la partita si considera nulla”

“Ottimo, grazie. Giusto per non romperti più le scatole, hai qualche altra idea nel caso riescano a risolvere alla svelta anche questo?”

“Beh, *Dungeons&Dragons*”.

“Devo farli giocare a quello?”

“No, devi fargli *vedere i dadi*. E loro devono generalizzare il gioco con tutti i dadi, magari in numero maggiore di due, trovando i valori equivalenti per delle partite ragionevoli e...”

“...grazie, ciao, ti devo una birra”.

Ora, fermi restando i due punti che la birra non me la pagherà mai e che della variazione D&D non abbiamo la soluzione, trovandovi nella parte dei *matematicini*, cosa ci dite?

1.2 Il lavoro peggiore del mondo

Qualche anno fa le statistiche avevano indicato come tale il fare il boscaiolo, ma recenti esperienze ci hanno spinto a ricrederci.

Dare ripetizioni, chiaro. Con un certo sforzo i riesce a immaginare qualcosa di peggio, ed è dare ripetizioni *al figlio di un amico* (che neanche ti paga, e viene da sperare gli boccino il figlio così ti toglie l'amicizia e l'anno prossimo almeno qualche soldo lo sceuce).

Ma c'è qualcosa oltre il peggio.

1. Dare ripetizioni
2. al figlio di un amico
3. *intelligente* (il figlio, non l'amico).

Ed è l'ultimo punto che frega. Quando la mente vagola, rischia di fare divagazioni *intelligenti*. Recentemente Doc (sì, è lui che dà ripetizioni) si è scontrato con un caso del genere.

F(I)duA: “Sedici è un quadrato, giusto?”

Doc: “Giusto”.

F(eccetera): “Anche nove è un quadrato, giusto?”

“Giusto”

“E se li scrivo di seguito, ottengo centosessantatré che è anche lui un quadrato, giusto?”

(Rapido armeggiare di calcolatrice sottobanco) “Giusto”.

“Bene, per quali altri numeri succede, che se concateno i loro quadrati ottengo un quadrato?”

“Ehm... Meglio se torniamo ai triangoli simili.”

“Va bene. Ma chissà se ce ne sono che nel quadratone grosso hanno quattro nove di fila?”

Ora, una situazione del genere ha due soluzioni: una, nella sua scarsa lungimiranza, il Legislatore tende a vietarla (evidentemente non conosce il ragazzino), mentre l'altra è risolvere il problema.

Date voi una mano a Doc, vero?

1.3 Ceci n'est pas un problème

Nel senso che lo mettiamo addirittura da un'altra parte, e questa è solo una nota. Non vorremmo che quelli di voi assatanati dalla risoluzione dei problemi se lo perdano. Andate a cercarlo nella rubrica “A.A.A. Soluzione Cercasi”.

Totale, almeno 39 numeretti. Quindi posso concludere che la risposta non potrà certo essere inferiore a 7. Però, ovvio, non è affatto detto che una scacchiera 7x7 possa contenere tutti i 4000 numeri richiesti. E quindi il quesito ha tutta la sua brillante vitalità.

Ho capito giusto?

Sembra effettivamente carino, come gioco.

Grazie. E ringrazia pure lo studente.

Ciao,

Piotr

Chiaramente, adesso tocca a voi. E, visto che non sappiamo la soluzione, non vi facciamo neanche la domanda.

3. Bungee Jumpers

Il secondo è “facile”, ma il primo potrebbe avere strade completamente diverse.

Mostrate che per qualsiasi valore positivo di n , $n^2 + 3n + 5$ non è mai divisibile per 121.

Trovate (dimostrandolo) un criterio per la divisibilità di un numero per 11.

La soluzione, a “Pagina 46”

4. Soluzioni e Note

Maggio.

In ritardo, come al solito. E con tante cose che abbiamo promesso ma non fatto, mail a cui non abbiamo risposto, e articoli che non abbiamo scritto. Ma si fa un po' quello che si può, verranno tempi migliori, si spera.

Cerchiamo di essere brevi.

Prima di tutto un promemoria: abbiamo cominciato a trasformare i nostri numeri in e-pub, insomma, per poterli leggere con e-book-reader. Il lavoro è noioso e il risultato non ideale, perché il metodo non è il massimo per visualizzare le formule, ma lo stesso, ci era sembrato che ci fosse molta richiesta. Trovate i primi due numeri trasformati qui:

- <http://www.rudimathematici.com/archivio/epub/170e.epub>
- <http://www.rudimathematici.com/archivio/epub/171e.epub>

Non ci vuole un grosso sforzo immaginativo per sapere dove trovare questo numero, quando avremo finito di trasformarlo, ma lo annunceremo di certo su facebook. Scriveteci e diteci cosa ne pensate, soprattutto quelli che chiedevano a gran voce il numero in e-pub: non sappiamo bene se vale la pena lo sforzo, e se qualcuno li abbia scaricati.

Vi comunico inoltre che questa rubrica, per una volta, sarà brevissima, visto che le soluzioni ad aprile sono state molto poche. Saranno stati i ponti, il mese corto, il ritardo della nostra uscita, ma è andata così. Speriamo in meglio per il mese prossimo e passiamo subito a raccontarvele.

4.1 [Calendari]

Anche questo mese *Sawdust* si è ricordato di fare gli auguri ad uno di noi, risolvendo proprio un problema del mese di maggio. A lui la parola!

4.1.1 Maggio 2006 – IMO 1989 – 5

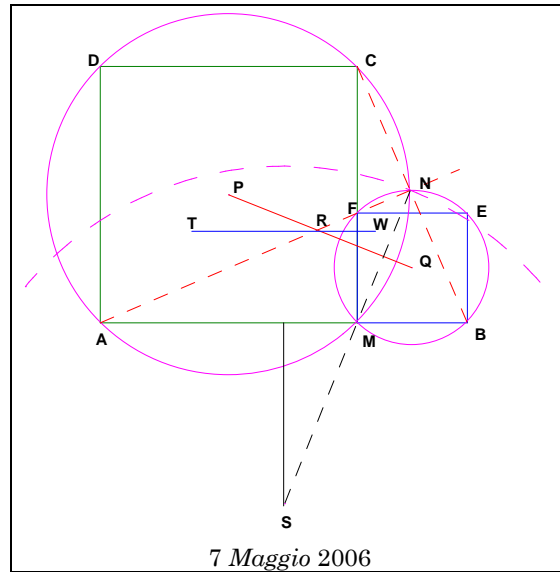
Un punto arbitrario M è scelto all'interno del segmento AB . I quadrati $AMCD$ e $MBEF$ sono costruiti dalla stessa parte di AB . Le circonferenze circoscritte a questi quadrati, con centri P e Q , si intersecano in M e N .

- a) *Provare che AF e BC si intersecano in N ;*
- b) *provare che le linee MN passano da un punto fisso S (indipendente da M);*
- c) *trovare il luogo dei punti medi dei segmenti PQ al variare di M .*

Posto A nell'origine di un sistema di assi cartesiani e detta l la lunghezza del segmento \overline{AB} , il punto B avrà coordinate $B \equiv (l, 0)$.

I triangoli AMF e CMB sono uguali, e simili ai triangoli ANB e CNF (che chiaramente "sparisce" per $M \equiv (l/2, 0)$), e quindi \overline{AF} e \overline{BC} sono perpendicolari. Ora si tratta solo più di dimostrare che N appartiene a \overline{BC} . Anche i triangoli FEN e NBE sono rispettivamente simili ai triangoli CMN e NAM , e quindi questo dovrebbe essere sufficiente.

Se per il punto medio di \overline{AB} si traccia una parallela a \overline{PQ} , il punto S è il simmetrico

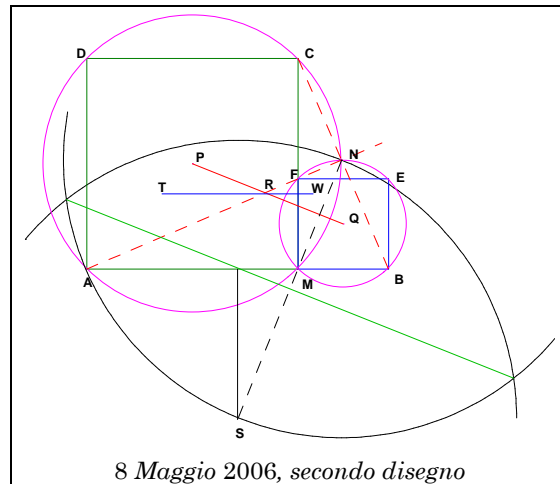


di N rispetto a questa retta, si trova sull'asse di \overline{AB} con coordinate $S \equiv (l/2, -l/2)$ ed è centro di una circonferenza di raggio \overline{SN} con $l\sqrt{2}/2 \leq \overline{SN} \leq l$. Il punto N si muove sulla circonferenza citata prima ed è centro di una circonferenza uguale che incontra la retta per M ed N nel punto S . I punti di intersezione di queste 2 circonferenze si trovano sulla retta appena tracciata e delimitano una corda comune alle 2 circonferenze. L'angolo di vertice N (o S) e con i lati sugli estremi di questa corda è ampio 120° , e quindi la corda stessa è il lato di un triangolo equilatero inscritto nella circonferenza di centro S (o N).

Il segmento \overline{PQ} ha sempre la sua proiezione sull'asse X lunga $l/2$ e il suo punto medio (chiamiamolo R) percorre il segmento compreso tra i punti T e W di coordinate

$T \equiv (l/4, l/4)$ e $W \equiv (3l/4, l/4)$ e si trova su \overline{AF} se $\angle BAF = 22.5^\circ$, ossia quando $\overline{AM} = l/\sqrt{2}$, $\overline{CN} = \overline{NM} = \overline{NB}$ e $\overline{AN} = \overline{NS}$.

Inoltre l'angolo compreso tra la retta per S e N e l'asse del segmento \overline{AB} ha ampiezza pari a $45^\circ - \angle NAB$.



4.2 [171]

4.2.1 ...i figli, son soddisfazioni...

Ecco, il Capo prende sempre in mezzo i poveri figli, che nell'immaginario collettivo ormai sono una via di mezzo tra eroi e vittime, ma nella vita reale sono dei ragazzi fantastici e simpaticissimi. Ci tengo solo a dirlo, in caso a qualcuno di voi sembri proprio vera ogni storia che il Capo si inventa per ambientare i problemi... Ma vediamo il testo di questo:

Alberto chiede a Rudy una moneta truccata ma non troppo per fare un gioco, ed il Capo ne trova una, di cui non si ricorda le probabilità delle facce, ma ha un appunto: "vinco se prima testa ai tiri 1, 14, 15, 19, 20, 23. Se prima testa a altri vince altro". Sapete calcolare le probabilità delle facce?

Ecco, tutto qui. Sappiate che il Capo è stato giudicato e condannato, da **Alberto R.**, che ci ha mandato una sentenza in piena regola:

Sia P la prob di ottenere testa nel lancio della moneta de quo.

La prob che la prima testa si verifichi all' N esimo lancio è $P \cdot (1-P)^{N-1}$. Infatti il fattore P impone la condizione che all' N esimo lancio esca testa, l'altro $(1-P)^{N-1}$ impone la condizione che non sia uscita testa nei precedenti $(N-1)$ lanci.

Inoltre l'evento "prima testa al lancio x " e l'evento "prima testa al lancio y " sono incompatibili, quindi le relative prob possono essere sommate.

Pertanto, se il gioco proposto è equo vuol dire che

$$P + P(1-P)^{13} + P(1-P)^{14} + P(1-P)^{18} + P(1-P)^{19} + P(1-P)^{22} = \frac{1}{2},$$

da cui $P = 0,499905243\dots$ cioè la moneta è (praticamente) onesta poiché P differisce da $\frac{1}{2}$ per una quantità dell'ordine di 10^{-4} .

Constatiamo però che è assolutamente impossibile misurare P con una precisione sufficiente a poter affermare che esso differisce da $1/2$ per un esiguo 10^{-4} , Infatti:

La percentuale di teste su N lanci è una variabile aleatoria bernoulliana il cui scarto quadratico medio è $\sigma = \text{radice di } P(1-P)/N$.

Tra P e la frequenza misurata ci si può ragionevolmente attendere uno scostamento random fino a 2σ o poco oltre.

Questo 2σ (che in un certo senso rappresenta l'errore di misura) dovrebbe essere una piccola frazione (diciamo $1/10$) di 10^{-4} (che è l'ordine di grandezza della quantità da misurare). Poniamo quindi $2\sigma = 10^{-5}$

Tenuto conto che, con ottima approssimazione, $P = (1-P) = \frac{1}{2}$, da quanto sopra risulta $N = 10^{10}$.

Ma per effettuare 10 miliardi di lanci, al ritmo di uno ogni 3 secondi e lavorando 10 ore al giorno, occorrono quasi 23 secoli. Ergo chiunque affermi di possedere una moneta siffatta o è uno sprovveduto (ma non è il caso di Rudy) oppure mente sapendo di mentire.

P. Q. M.

L'imputato Rudy è dichiarato colpevole di frode ai danni di Alberto per avergli rifilato una moneta dichiarata farlocca che farlocca non era ma, al più, dotata di una microfarloccaggine puramente ipotetica, non certificata e non certificabile e, comunque, non idonea soddisfare le legittime aspettative di un disonesto biscazziere.

Riconosciute le attenuanti generiche e l'assenza di precedenti penali, l'imputato è condannato alla pena della privazione della pipa per giorni venti e al pagamento delle spese processuali.

(Il Giudice Monocratico)

Approvo completamente.

Purtroppo le soluzioni del mese finiscono qui. Non sappiamo se improvvisamente ci si sia inceppata la mail, ma in quel caso diteci qualcosa. Oppure continuatevi a godervi i primi raggi di sole di questa primavera che proprio non vuole arrivare.

A presto!

5. Quick & Dirty

Tra noi tre Doc è quello che si diverte di più con i problemi di logica e, tra questi, quelli che coinvolgono gente che mente sempre in compagnia di persone che non mentono mai sono i suoi preferiti; con questo ci ha fatto pensare...

"L'altro giorno sono andato a trovare i miei amici dell'Associazione VeroFalso: erano a cena, seduti ad un tavolo circolare. Quando ho chiesto a ciascuno di loro se fosse un

Veritiero o un Mentitore, evidentemente mi hanno risposto tutti di essere dei Veritieri. Quando però ho chiesto a ciascuno di loro di che tipo fosse il socio alla loro sinistra, tutti mi hanno risposto che era un Mentitore. Tornato a casa in stato leggermente confusionale, mi sono accorto che non avevo contato quanti erano i presenti alla riunione; allora ho telefonato al Presidente dell'associazione, che mi ha detto che erano trentasette, lui compreso. Credo a questo punto anche a voi venga lo stesso dubbio: ma il Presidente, è un Veritiero o un Mentitore? Per sicurezza ho telefonato al Segretario, che si è affrettato a dirmi che il Presidente era un Mentitore, e che in realtà alla cena erano quaranta!. Ora, non dovrete aver problemi a capire quanti erano..."

Se ogni persona dice che il proprio vicino è un Mentitore, significa che lungo il tavolo sono alternati un Veritiero e un Mentitore; ma allora devono essere in numero pari, e quindi il Segretario dice la verità, il Presidente è un Mentitore e alla cena erano in quaranta.

6. Zugzwang!

*Certo, che studiare l'inglese serve!
Altrimenti, rischi di pensare che certe schifezze siano colpa mia.
Riccardo VALLA*

Supponete che siano ormai sei anni che vivete nel più piccolo quartiere di Torino dove praticamente si conoscono tutti.



9 Il "vicino di casa".

Supponete che siano ormai sei anni che tutti i giorni feriali andate nella stessa panetteria.

Supponete che il giorno dopo l'uscita di RM di gennaio¹⁷ la commessa della panetteria vi racconti che un altro suo buon cliente, che abita a cinquanta metri dal negozio (voi abitate a trenta, nella stessa direzione) ha avuto un infarto letale proprio lì davanti.

Supponete che la cosa, pur rattristandovi, vi lasci ragionevolmente indifferenti.

Il giorno dopo smettete di supporre, aprite i giornali e scoprite che quello che voi considerate il miglior traduttore di fantascienza degli ultimi quarant'anni è morto d'infarto davanti ad una panetteria.

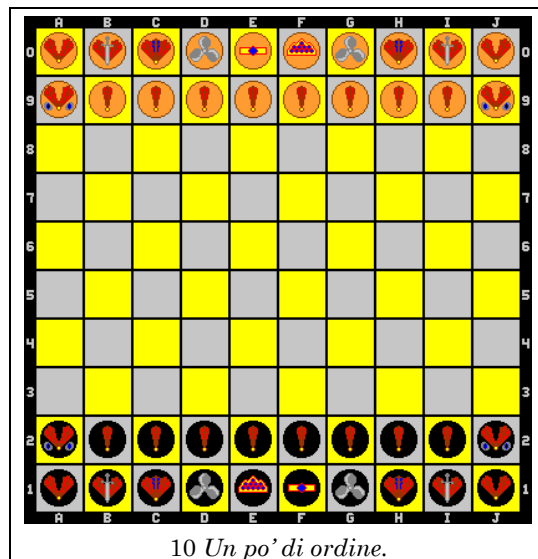
E se questo pezzo non vi piace, potete prendervela con Edgar Rice Burroughs o con me. Ma non con Riccardo, che ho scoperto troppo tardi essere un mio vicino di casa.

2.2 Jetan

Per coloro che si interessano di giochi e desiderano provare gli scacchi marziani, qui sotto ho riportato le regole del *jetan* come mi sono state riferite da John Carter.

La scacchiera: un quadrato composto da cento caselle bianche e arancione alternate [direi che una dama internazionale va benissimo: a meno che giochiate sul guard-rail dell'Autostrada, nel qual caso l'arancione è necessario].

I pezzi: sono disposti su due file davanti al



¹⁷ Quando è uscito l'ultimo Zugzwang!.

giocatore (come negli scacchi), in modo simmetrico (come negli scacchi), con i pezzi più importanti verso il giocatore (come negli scacchi) e delle cose che somigliano molto ai pedoni nella fila davanti, ma con un paio di eccezioni (diversamente dagli scacchi). Con ordine, da sinistra (del giocatore) a destra, nella *prima fila*:

Guerriero (*due piume*): si muove di due spazi in linea retta, i.q.d.oc.¹⁸.

Padwar (*due piume*¹⁹): si muove di due spazi in diagonale, i.q.d.oc.

Dwar (*tre piume*): tre spazi in linea retta, i.q.d.oc.

Pilota (*tre eliche*): tre spazi in diagonale, i.q.d.oc. Inoltre può saltare i pezzi intermedi.

Capo (*diadema di 10 gioielli*): tre spazi i.q.d.oc., sia in linea retta sia in diagonale.

Principessa (*diadema con un gioiello*): le stesse mosse del Capo. Inoltre può saltare i pezzi intermedi.

...e poi Pilota, Dwar, Padwar, Guerriero, evidentemente.

Nella *seconda fila*, invece:

Thoat (*due piume*²⁰): due spazi, uno in linea retta e uno in diagonale; può saltare i pezzi che incontra.

Panthan (*una piuma*): uno spazio in avanti, di lato o in diagonale. Non può retrocedere. (*di Panthan ne avete otto, quindi vi avanza solo una casella al fondo sulla destra*).

...e nell'ultima, un altro Thoat.

Un mucchio di gente si è divertita a fare dei pezzi più realistici, ma siccome ci ricordiamo tutti benissimo la divisa da battaglia di Dejah Thoris (e il fisico delle guerriere dei fantasy dell'epoca: la più smilza portava la quarta e le efebiche elfe erano decisamente fuori moda), volendo mantenere questa rivista accessibile ai minorenni *non* ne pubblicheremo le immagini²¹.

La partita: cominciamo dalla fine. Avete due modi per concluderla:

4. Un qualsiasi pezzo finisce nella stessa casella della Principessa avversaria.
5. Un Capo finisce nella stessa casella di un altro Capo²²

La partita finisce patta quando:

1. Ciascuna delle due parti ha tre pezzi (o meno) e nessuno dei due riesce a concludere la partita entro cinque turni (ossia dieci mosse totali).
2. Un Capo viene preso da un pezzo diverso dal Capo avversario²³.

La Principessa non può spostarsi su una casella minacciata da un pezzo avversario e non può catturare un pezzo avversario²⁴; ha a disposizione, per una volta nell'intero gioco, una mossa chiamata *fuga* di dieci caselle²⁵.

Adesso, prima di alcune considerazioni personali, un piccolo **Glossario**:

Il **Padwar** è, nella traduzione italiana, il *Tenente*, mentre il **Dwar** è il *Capitano* (differenza: una ~~piuma~~ stella, se siete abbastanza anziani da aver fatto il militare). Il

¹⁸ "...in qualsiasi direzione o combinazione": dovremmo ripeterlo ogni volta, facciamo prima a inventarci una sigla. Mica è una poesia, cavolo!

¹⁹ "e una spada", come si vede dalla figura.

²⁰ E un paio di occhi (?), per distinguerlo dagli altri.

²¹ Google Images, "Jetan". Ma prima finite di leggere RM.

²² Si veda la nota dopo.

²³ Si veda la nota dopo

²⁴ ...mica un filino maschilista, come gioco?

²⁵ ERB non ne specifica la direzione o composizione: ci sentiamo di fornire il massimo valore, nel senso di "dieci passi, i.q.d.oc."

Panthan è il mercenario/fantaccino/soldatosemplice: insomma, quello sacrificabile per la brillante manovra che non vi riuscirà.

Al **Thoat** dedichiamo un paragrafo apposito. Nelle parole di ERB è il cavallo del marziano verde (verdi lo sono quasi tutti, a parte quelli gialli, rossi, neri e John Carter): è alto tre metri al garrese²⁶, e ha quattro zampe per parte. Allo scrivente (Rudy) è antipatico. Lo avrebbe preferito con sole *sei* zampe, piazzate come la signora Sagan le ha piazzate nella costellazione del Centauro²⁷.

Tra poche righe finisce il gioco. Dobbiamo dire che, rispetto all'entusiasmo iniziale dato da alcune parole, queste righe ci hanno piuttosto deluso:

1. Due pezzi non possono restare nella stessa casella eccettuato quando la Principessa viene presa, alla mossa finale.
2. Quando un giocatore, muovendo secondo le regole, mette uno dei suoi pezzi su una casella occupata da un pezzo avversario, il pezzo avversario viene considerato eliminato e va tolto dal gioco.

Opinione personale: ERB, non hai fatto altro che cambiare nome agli scacchi. Non mi sogno neanche di provarci, ma la possibilità di finire sulla stessa casella di un altro pezzo e di avere l'*opzione* di prenderlo potrebbe complicare (nel senso interessante del termine) il gioco: magari imponendo all'avversario che alla mossa successiva non possa usare il suo pezzo minacciato per prendere il mio, ma possa nell'eventualità usarne un altro, che a quel punto conviverebbe nella stessa casa con il pezzo inizialmente minacciato... E questa convivenza, dovrebbe essere ammessa solo nel caso di presa o potrebbe essere generalizzata? E potremmo (pensando al Thoat, che non è altro che un cavallo schizofrenico sotto steroidi) mettere un pezzo *a cavallo* di un altro e farlo viaggiare a sbafo per la scacchiera? Insomma, qui si apre un mondo di variazioni quasi pari a quello degli scacchi.

Riccardo Valla ha detto la frase che fa da citazione a questo pezzo dalle parti del 1980 nel sotterraneo della libreria *Sevagram*, specializzata in F&SF, e non ha mai tradotto Burroughs. Abbiamo letto il "Codice da Vinci" in originale e tradotto da lui, e secondo noi in italiano ci ha guadagnato. Se state leggendo *Inferno*, quello che non vi piace non è colpa sua. A quanto ci risulta, aveva lavorato alla traduzione sin quando non era sceso a comprare il pane.

7. Pagina 46

Per quanto riguarda il **primo quesito**, possiamo utilizzare l'identità:

$$n^2 + 3n + 5 = (n + 7)(n - 4) + 33$$

Se questo numero è divisibile per 11, deve esistere un n per cui $(n + 7)(n - 4)$ sia divisibile per 11.

Siccome $(n + 7) - (n - 4)$, o entrambi i termini sono divisibili per 11 o nessuno dei due lo è.

Da cui, se $(n + 7)(n - 4)$ è divisibile per 11, lo è anche per 121, e $(n + 7)(n - 4) + 33$ non potrà essere divisibile per 121.

Riguardo al **secondo quesito**, consideriamo che qualsiasi numero N può essere scritto nella forma:

²⁶ La nostra traduzione porta "spalle", ma il VadLdRM dalle parti di Veterinaria ci consiglia questo termine.

²⁷ Ricordi di gioventù, Doc può provare a confermare (il libro era suo). Se non ricordiamo male, quando il marito le chiese di disegnare le costellazioni viste da Alpha Centauri, l'insignificante stellina che era il Sole finiva nella costellazione del *Centauro*, che aveva *sei* zampe. Tre davanti e tre dietro (il Sole faceva parte della gamba centrale davanti).

$$N = \sum_{i=0}^n a_i \cdot 10^i$$

Se da N sottraiamo il numero:

$$M = \sum_{i=0}^n (-1)^i \cdot a_i$$

(ossia la *somma alternata* delle cifre di N), otteniamo:

$$N - M = \sum_{i=1}^n a_i \cdot (10 - (-1)^i)$$

Che è divisibile per 11 in quanto lo è ogni termine dello sviluppo del secondo membro²⁸.
Un criterio di divisibilità quindi può essere definito in questo modo: N è divisibile per 11 se e solo se lo è M . Ossia, la nota regola in base alla quale bisogna sommare le cifre di posto dispari, sottrarre dal valore ottenuto le cifre di posto pari e verificare se il risultato è divisibile per 11.



²⁸ Quando $10^k = (11 - 1)^k$ viene diviso per 11, dà resto -1 se k è dispari e $+1$ se k è pari: la cosa si verifica via espansione binomiale della potenza.

8. Paraphernalia Mathematica

Come vi spieghiamo circa dall'inizio dell'anno, questa serie è un contributo (in minima parte nostro) al 2013 come anno della *Matematica per il pianeta Terra*. Coraggio che si intravede la luce in fondo al tunnel. Resta da scoprire se sia l'uscita o il treno.

2.3 Quando fa caldo, parliamo di freddo

Cominciamo con l'abituale riassuntino.

Abbiamo visto che la Terra è un modello bistabile: un punto di equilibrio freddo perché è chiara e riflette il calore, e uno caldo perché è scura e lo assorbe.

Abbiamo anche visto che introdurre un rumore di fondo può portare a una risonanza stocastica, ossia il rumore amplifica le oscillazioni del sistema.

Abbiamo anche raffazzonato un paio di equazioni differenziali, una tangente iperbolica e un po' di rumori (bianco e browniano) per tenere conto delle oscillazioni (ve le risparmiamo nel riassuntino, ma le trovate nei numeri precedenti).

Cicli, quindi. E la domanda topica, a questo punto, è *da dove nascono* questi cicli.

Il primo a porsi la questione è stato **Milutin Milankovitch**: secondo lui, questi cicli nascono dai movimenti più complessi (nel senso che rotazione e rivoluzione li diamo per "movimenti semplici") della Terra²⁹: l'idea era talmente buona che i suddetti cicli sono ora noti come *Cicli di Milankovitch*: trovata la filosofia del sistema, si tratta di andare a cercare qualche dato.

Se ci pensiamo, almeno tre cicli sono piuttosto facili da individuare: la *variazione di eccentricità* dell'orbita terrestre, la *variazione di inclinazione* dell'asse terrestre sull'orbita e (questo lo conoscete tutti) il moto di *precessione*. Secondo Milankovitch, sono questi tre che danno origine alle perturbazioni.

E se siete stati attenti, dovrebbero venirvi un paio di dubbi, condensati dalla domanda "...ma cosa c'entrano gli ultimi due, visto che stiamo parlando di una sfera?"

Corretto, infatti questa è la principale obiezione che di solito si rivolge a questa teoria: ciò nonostante, qualche ciclo da qualche parte deve esserci, visto che le *ere glaciali* di solito buttano giù la temperatura media di ben cinque gradi³⁰.

L'idea, comunque, potrebbe essere buona: in pratica l'irradiazione totale resta sostanzialmente identica, ma se ne prende di più in una stagione e di meno in un'altra, e la cosa potrebbe avere importanza.

E qui, come al solito, si comincia a litigare: infatti **James Croll** era convinto che si dovesse tenere conto dell'insolazione in *inverno* (in quanto se calava si sarebbero formati più ghiacciai che avrebbero favorito un'era glaciale), mentre Milankovitch sosteneva che dovevamo prendere le misure in *estate* (in quanto minor insolazione avrebbe sciolto meno ghiaccio e quindi fatto partire l'era glaciale).

"...e guardare i dati? No, vero?" Come volete, ma il grosso rischio è di finire dalla padella nella brace: nella prossima figura (anche lei presa da John, chiaramente), vedete i principali cicli (teorici) e un paio di dati (reali).

È abbastanza evidente che precessione, obliquità ed eccentricità (i primi tre grafici) contribuiscono ai vari saltelli del grafico dell'insolazione (quello giallo), ma come questo sia effettivamente da correlare con i cicli di glaciazione (ultimo grafico) è una cosa tutt'altro che chiara: adesso decidete voi se sia più importante l'estate o l'inverno.

²⁹ Il nostro ormai mitico *Cusani-Politi* ne indica dodici come principali, sottintendendo quindi che ce ne sono altri secondari. E anche se il moto verso la costellazione di Ercole possiamo ignorarlo, tra i secondari potremmo avere risonanze stocastiche tali da trasformarli in principali dal punto di vista della temperatura.

³⁰ E se vi sembra poco, piazzatevi sotto la doccia alla temperatura giusta, poi abbassate la temperatura di questa entità e meditate qualche minuto. Capito adesso come si sentivano i dinosauri?

Verrebbe da dire di prendere i cicli di Milankovich e buttare tutto, ma tre tizi intelligenti (**Hays**, **Imbrie** e **Shackleton**) nel 1976 hanno deciso di fare il ragionamento al contrario, ossia: “andiamo a misurare le temperature, cerchiamo le periodicità e poi proviamo a vedere se qualcosa gira a quel modo”. Dal punto di vista epistemologico il ragionamento non sarà robustissimo, ma quantomeno potrebbe dare degli indizi, e alle giustificazioni teoriche ci pensiamo dopo.

Già, ma come le misuro, le temperature qualche chiloanno³¹ fa? L'idea dei tre è stata quella di prendere tre misure dalla stratificazione dei sedimenti oceanici: contare il numero di alcuni tipi di radiolari presenti, misurare l'eccesso di un isotopo dell'ossigeno (¹⁸O, per i pignoli) nei foraminiferi e misurare la percentuale di *Cycladophora Davisiana*³².

A questo punto, avendo i dati per i diversi periodi di tempo, fate un trasformato di Fourier, elevate a quadrato i coefficienti e ottenete lo **spettro di potenza** delle tre distribuzioni: tenete i termini principali e state a vedere cosa succede.

Sorpresa! Saltano fuori dei cicli di 19, 23 e 42 chiloanni, più qualcosa dalle parti dei 100 chiloanni³³!

A questo punto, riprendiamo i cicli di cui sopra e cerchiamo queste periodicità.

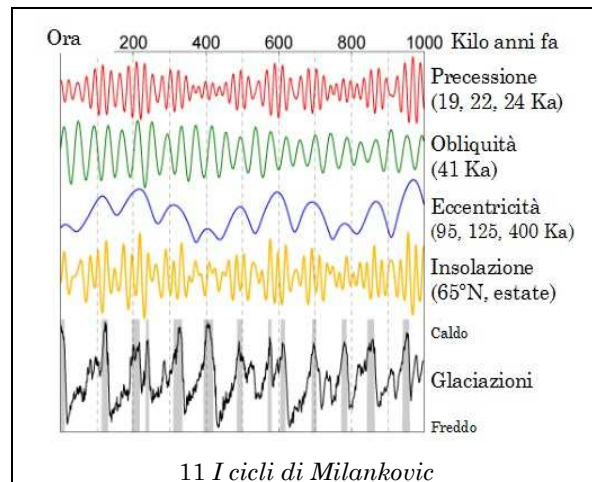
Il primo imputato, come dicevamo, potrebbe essere l'**eccentricità**. Questa causa una variazione tra l'insolazione al perielio e quella all'afelio: considerando che qui le cose vanno con il quadrato della distanza e che la differenza percentuale tra la distanza all'afelio e quella al perielio è il doppio dell'eccentricità, la variazione percentuale dell'insolazione viene a essere il doppio della prima: ossia un'eccentricità del 1.67% porta ad una variazione di distanza del 3.34% e quindi una variazione annuale nell'irraggiamento del 6.68%.

I valori appena forniti, comunque, non sono scolpiti *ab eterno* sull'orbita terrestre: anche qui abbiamo delle periodicità. La più forte, con variazioni oltre il 2%, ha un periodo di 413 chiloanni, ma ne esistono altre due di minore entità con periodi 95 e 123 chiloanni.

In chiunque si sia interessato di scienza in tenera età, tradizionalmente il primo momento di stupore nasce quando ci si accorge che il perielio (ossia il momento di massimo irraggiamento dato dall'eccentricità) è in *inverno*: ma allora, da dove arriva il caldo in estate?

Semplice: dall'**obliquità** dell'asse terrestre, ossia dall'inclinazione dell'asse di rotazione sul piano dell'orbita: questa inclinazione varia con un ciclo di circa 41 chiloanni tra 22.1° e 24.5°, e più è alta maggiore è la variazione di temperatura tra estate e inverno: adesso siamo dalle parti del 23.44° e raggiungeremo il minimo dalle parti del numero 96000 di RM. Non mancheremo di dedicare all'evento l'opportuna copertina.

Serve altro? Sì, manca ancora il movimento di **precessione**: ma questo lo conoscono tutti e sappiamo che ha un periodo di 23 chiloanni. Se vogliamo fare i pignoli, esiste un



³¹ OK, si chiamano “millenni”. Ma “chiloanno” fa decisamente più *nerd*. RM esce al ritmo di 0.012 numeri al millianno, e tra 114 microanni è pronto il pranzo.

³² Che è anche lui un radiolare, *evidentemente* non tra quelli conteggiati al primo passo: per ulteriori dettagli su foraminiferi e radiolari, fate un giro dalle parti del vostro libro di biologia del liceo o Wikipedia. Se non ricordiamo male dalle nostre letture di gioventù, storicamente sono la prima cosa che sia stata osservata con un microscopio “serio” (all'epoca li chiamavano “farina fossile”).

³³ Il “qualcosa” nasce dal fatto che se fate bene i conti sembrano esserci *tre* cicli, qui: 94, 106 e 122 Ka.

ulteriore movimento associato a questo, una specie di “tremolio” sul cerchio di precessione: velocissimo, ha un periodo di 1,17 anni (circa 427 giorni).

In realtà anche su questo “23 ka che lo conoscono tutti” c’è gente che litiga: secondo **André Berger**, in realtà i periodi sono *quattro* di 23,7, 22,4, 19 e 19,2 ka (ampiezze decrescenti): i geologi, più pragmatici, sostengono l’esistenza di due picchi a 23 e 19 chiloanni. Al che, Berger controbatte con una serie di ipotesi decisamente interessanti, in base alle quali i due periodi relativi all’eccentricità (che sono i più complicati da spiegare) nascerebbero da delle **risonanze** tra altri cicli: 93 ka dai cicli a 23,7 e 19 ka, mentre quello da 123 ka dai cicli a 22,4 e 18 ka.

A quelli di voi che amano le frasi ad effetto, adesso potrebbe venire in mente di cercare le *risonanze tra i foraminiferi e i radiolari*. Nel senso del vedere se si riesce a ricavare identità di dati tra i periodi di F&R (la “farina fossile”) e i valori che abbiamo trovato qui sopra. Una ricerca del genere porta a dei dati piuttosto interessanti:

Il periodo nei sedimenti da 19 ka può nascere per risonanza dai cicli di precessione di 19 e 19,2 ka.

Il periodo nei sedimenti da 23 ka può nascere dal ciclo di precessione di 23,7 ka.

Il periodo nei sedimenti da 42 ka può nascere dal ciclo di obliquità di 41 ka.

Il periodo nei sedimenti da 100 ka può nascere per risonanza dai cicli di eccentricità di 95 e 123 ka.

Aggiungiamo che diversi tipi di sedimenti sembrano indicare periodi di 94, 106 e 122 ka, ma data la scarsità di dati (nel senso di “pochi numeri”, non nel senso di “poche misure”) non è possibile scartare l’ipotesi che si tratti di semplici coincidenze.

Ma quanto conta l’eccentricità dell’orbita? Su questa, per fortuna, è possibile fare qualche conto e, nelle parole di John, “*I bet some of you are hungry for some math*”. Bene, le prossime pagine dovrebbero togliervi il languorino: ai fornelli, in questo caso, **Chris Egan**.

Se J è il momento angolare orbitale della Terra e m la sua massa, la velocità angolare del pianeta è:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{J}{m \cdot r^2}$$

Quindi l’energia radiante fornita per unità di tempo alla Terra sarà, per una qualche costante C :

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dt} &= \frac{C}{r^2} \Rightarrow \\ \frac{dU}{d\theta} &= \frac{C}{r^2} \cdot \frac{dt}{d\theta} = \frac{C \cdot m}{J} \end{aligned}$$

Dove nel secondo passaggio abbiamo calcolato l’energia per unità di spazio angolare lungo l’orbita: a questo punto, l’energia totale rilasciata per unità di tempo diventa

$$U = \frac{2\pi C m}{J}$$

E ora il guaio diventa correlare J con la forma dell’orbita: ricordiamoci che l’energia totale della Terra è costante e quindi è uguale sia all’afelio (r_1) sia al perielio (r_2); questa energia è data dalla somma dell’energia cinetica $1/2 m v^2$ con il potenziale $-GMm/r$, e possiamo ricavare la velocità per l’energia cinetica da J come $v = J/mr$. Buttando tutto nel calderone, abbiamo:

$$J = m \cdot \sqrt{\frac{2GM r_1 r_2}{r_1 + r_2}} = mb \sqrt{\frac{GM}{a}}$$

In cui

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

$$b = \sqrt{r_1 \cdot r_2}$$

Sono, rispettivamente, i semiassi maggiore e minore dell'orbita.

Ma, se diamo retta a Keplero, possiamo anche ottenere J dal periodo T dell'orbita integrando la velocità con la quale l'area orbitale è spazzata dal raggio vettore (calcolo su un'intera orbita):

$$\frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{J}{2m}$$

A questo punto, essendo l'area dell'ellisse πab , otteniamo:

$$J = \frac{2\pi abm}{T}$$

Abbiamo ora due espressioni per J : possiamo eguagliarle tra loro e ricavare T :

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{a^3}{GM}}$$

Si noti che è sparito il semiasse minore, ossia, per un dato semiasse maggiore, il periodo *non dipende dall'eccentricità* (quasi: variazioni comunque minime).

Visto che abbiamo un mucchio di roba che resta costante, andiamo a riprendere la prima (l'energia totale). Otteniamo facilmente:

$$U = \frac{2\pi C m}{J} = \frac{2\pi C}{b} \cdot \sqrt{\frac{a}{GM}}$$

Ma grazie all'eccentricità possiamo eliminare b , visto che è $b^2 = a^2(1 - e^2)$:

$$U = \frac{2\pi C}{\sqrt{GM a (1 - e^2)}}$$

E, grazie ad un trucco piuttosto diffuso in Fisica, noto come "...ignorando i termini di ordine superiore", arriviamo a:

$$U = \frac{\pi C}{\sqrt{GM a}} \cdot (2 + e^2)$$

...e meno male che l'abbiamo semplificata: per fortuna si può fare di meglio, considerando *l'energia media sull'intera orbita*: questo ci fa sparire Newton (e tutte le sue costanti – o quasi), e ci porta alla:

$$\frac{U}{T} = \frac{C}{a^2 \cdot \sqrt{1-e^2}}$$

Che con lo stesso trucchetto di prima (quello degli ordini superiori) diventa:

$$\frac{U}{T} = \frac{C}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{2}e^2\right)$$

Ma *cosa stiamo facendo?* Mettere un po' di numeri potrebbe farci capire se stiamo perdendo tempo.

Ricapitolando, chi porta alla variazione è il fattore $\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}$, e noi sappiamo che

l'eccentricità varia tra 0.005 e 0.058: questo significa che *tutta questa roba influisce per circa lo 0.167%*! Insomma, siamo sicuri che non stiamo perdendo tempo?

Proviamo a considerare la terra come un **corpo grigio**, che assorbe ed emette radiazione termica con la stessa facilità a tutte le lunghezze d'onda: Boltzmann ci spiega che la temperatura di un corpo grigio è proporzionale alla radice quarta dell'energia che riceve: tutta 'sta manfrina dell'eccentricità e delle sue variazioni, ci porta solo ad una variazione di 0.12°. Insomma, assolutamente insignificante, confrontato con il salto di 5° che vediamo tra le ere glaciali e i periodi intermedi.

Insomma, il modello "semplice" non funziona: meglio tenere conto di amplificazioni da rumore e, soprattutto, delle variazioni di albedo... Affidiamoci a Bob Thaves, che è meglio.



Rudy d'Alembert
 Alice Riddle
 Piotr R. Silverbrahms