

# *Rudi Mathematici*



*Rivista fondata nell'altro millennio*

Numero 142 – Novembre 2010 – Anno Dodicesimo



<b>1. Voci di corridoio.....</b>	<b>3</b>
<b>2. Problemi.....</b>	<b>9</b>
2.1 Zurigo, CdR 2010.....	9
2.2 Siamo andati all'Ikea!.....	10
<b>3. Bungee Jumpers.....</b>	<b>11</b>
<b>4. Soluzioni e Note.....</b>	<b>11</b>
4.1 [138].....	11
4.1.1 Valor medio.....	11
4.2 [141].....	12
4.2.1 Ho visto cose.....	12
4.2.2 Qualche dubbio sul "Solito gioco dell'estate".....	16
<b>5. Quick &amp; Dirty.....</b>	<b>21</b>
<b>6. Pagina 46.....</b>	<b>21</b>
<b>7. Paraphernalia Mathematica.....</b>	<b>23</b>
7.1 Schiaccia, strizza & disidratata [1].....	23



	<p><b>Rudi Mathematici</b>                  Rivista fondata nell'altro millennio da  <i>Rudy d'Alembert</i> (A.d.S., G.C., B.S)  <a href="mailto:rudy.dalembert@rudimathematici.com">rudy.dalembert@rudimathematici.com</a>  <i>Piotr Rezierovic Silverbrahms</i> (Doc)  <a href="mailto:piotr.silverbrahms@rudimathematici.com">piotr.silverbrahms@rudimathematici.com</a>  <i>Alice Riddle</i> (Treccia)  <a href="mailto:alice.riddle@rudimathematici.com">alice.riddle@rudimathematici.com</a></p>
	<p><a href="http://www.rudimathematici.com">www.rudimathematici.com</a></p>
<p>RM141 ha diffuso 2695 copie e il 05/11/2010 per  eravamo in 4'830 pagine.</p>	
<p>Tutto quanto pubblicato dalla rivista è soggetto al diritto d'autore e in base a tale diritto <i>concediamo il permesso di libera pubblicazione e ridistribuzione</i> alle condizioni indicate alla pagina <a href="#">diraut.html</a> del sito. In particolare, tutto quanto pubblicato sulla rivista è scritto compiendo ogni ragionevole sforzo per dare le informazioni corrette; tuttavia queste informazioni non vengono fornite con alcuna garanzia legale e quindi la loro ripubblicazione da parte vostra è sotto la vostra responsabilità. La pubblicazione delle informazioni da parte vostra costituisce accettazione di questa condizione.</p>	

Che l'arte s'ispiri alla matematica è scontato, ma di solito i prodotti sono ragionevolmente economici. Così non è per questa collana in forma di Frattale di Julia creata da **Mark Newson** per **Boucheron**: 2000 tra diamanti e zaffiri ai quali vanno aggiunte 1500 ore di lavoro del gioielliere.

Un "must have" per tutte le prof di matematica (nel senso di "tutte assieme", visti gli attuali stipendi...).

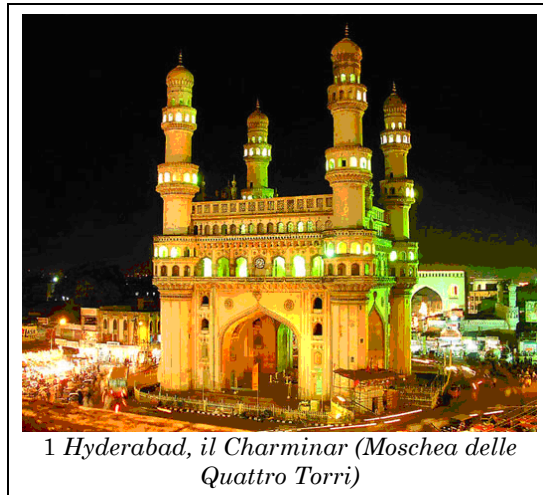
## 1. Voci di corridoio

*Donne (du du du) in cerca di guai  
Donne al telefono che non suona mai  
(Adelmo Fornaciari, detto Zuccherò)*

Nella nostra amata nazione gli anni pari si dividono in due grandi classi: quelli che sono “Anni dei Mondiali” e quelli che non lo sono. Qualche sportivo a largo spettro arriva anche all’arditezza di classificare gli anni che non sono marchiati da un mondiale di calcio come “Anni delle Olimpiadi”, ma questo è quasi intellettualismo sportivo, e simili perversioni restano appannaggio di una minoranza trascurabile di amatori. Peraltro, i meccanismi per ricordare se l’anno pari sia o meno proprio un anno *mondiale* o solo *olimpico* sono diversi e articolati: il supporto mnemonico più frequente è probabilmente l’associazione mentale “bisestile=niente mondiale”, perché il saper riconoscere se un numero di quattro cifre sia o non sia un multiplo di 4 non è pratica comune. Ci aspettiamo però che i lettori di una prestigiosa rivista di matematica ricreativa siano ampiamente in grado di riconoscere quando un anno è caratterizzato da un numero d’ordine del tipo  $4n+2$ , perciò ci consentiremo il lusso di limitarci a ricordare che questo moribondo 2010 è proprio un anno di questo tipo.

Quel che infatti sfugge serenissimamente a tutta la nazione (salvo irrisorie eccezioni) è che gli anni dei mondiali sono anche gli anni dei Congressi Internazionali della Matematica: gli ICM (International Congress of Mathematics) si tengono infatti con rigorosa cadenza quadriennale (a parte l’elvetico e dispari inizio nel 1897 a Zurigo e le solite interruzioni per le guerre mondiali); così, dopo il 2006 di Madrid e prima del 2014 di Seul, nella piena estate indiana<sup>1</sup> di questo 2010 la celebrazione si è tenuta a Hyderabad.

I Congressi Internazionali di Matematica sono il sacro respiro globale dei veri matematici: di quelli, per intenderci, che leggono riviste ben diverse da quella che state sfogliando voi in questo momento. Tra le mille azioni che costituiscono un ICM ce ne è comunque una che trascende e travalica un po’ le mura della gloriosa rocca d’avorio specialistica, e talvolta arriva perfino dentro i giornali che vengono letti dalla gente normale: l’attribuzione delle Medaglie Fields. Quattro anni tra un congresso e l’altro, quattro le medaglie che vengono solitamente attribuite: e, come da regola ferrea e immutabile, sono destinate solo a matematici meritevoli che non abbiano ancora compiuto i quarant’anni. E quest’anno l’India misteriosa ha rispettato le attese, incoronando l’israeliano Elon Lindenstrauss, il francese Cédric Villani, il franco-vietnamita Ngô Bảo Châu e il russo Stanislav Smirnov.



*1 Hyderabad, il Charminar (Moschea delle Quattro Torri)*

Oltre alla cadenza quadriennale in ragione  $4n+2$ , c’è anche un’altra somiglianza tra i mondiali di calcio e l’attribuzione delle medaglie Fields: un po’ di sano e moderato tifo nazionalistico. Non esiste forse istituzione umana più sovranazionale della scienza, e la

<sup>1</sup> Sappiamo bene che con il termine “estate indiana” gli anglofoni intendono qualcosa di ben diverso di una stagione estiva passata dalle parti di Calcutta, e si riferiscono piuttosto a quella che noi chiamiamo “estate di San Martino” (che, sia detto per inciso, sarebbe la benvenuta se si facesse viva); ma la tentazione di giocare con l’espressione era troppo forte, vista la stagione.

matematica è talmente insensibile alle artificiali barriere dei confini nazionali da non avere quasi neppure problemi di traduzione: è un linguaggio essa stessa, al punto che una memoria matematica scritta in swahili è probabilmente comprensibile senza troppi problemi ai matematici groenlandesi che si occupano dello stesso argomento. Ciò nonostante, non c'è nulla di male a tifare perché le medaglie con la faccia di Archimede finiscano tra le mani di matematici italiani: se non altro per rallegrarsi del buono stato di salute della matematica italiana, della scuola, dell'università e della ricerca della nostra beneamata patria<sup>2</sup>. Mutatis mutandis, insomma, per le stesse ragioni per le quali si tifava azzurro in Sudafrica, nonostante l'abominevole cacofonia delle vuvuzela.



2 Enrico Bombieri

Non siamo stati fortunati. Il campionato mondiale migliore, da questo punto di vista, è stato quello del 1974. Mentre i calciatori della nazionale raccoglievano fischi e pomodori in Germania Ovest, il centravanti della matematica italiana del tempo, Enrico Bombieri, portava a casa l'unica medaglia Fields a tutt'oggi infiocchettata con il nastrino tricolore. È anche curioso notare che se ci fosse davvero correlazione tra le cattive prestazioni della nazionale di calcio e i buoni riconoscimenti al lavoro dei matematici italiani, dovremmo concludere che quest'anno abbiamo davvero perso una grande occasione matematica, visto il perpetrato disastro calcistico.

Se appena smettiamo per un po' le azzurre divise nazionalistiche, ci accorgiamo però di una ulteriore e più grave mancanza: con i quattro di Hyderabad sono ormai ben 52 i premiati con la Medaglia Fields, e comincia ad essere davvero sorprendente – se non proprio scandalosa – l'assenza assoluta delle donne nell'albo d'oro. Ormai le fanciulle che fanno della matematica il loro mestiere sono tante, anche se non ancora comparabili in numero con i colleghi maschi: possibile che tra di loro non vi siano ancora eccellenze premiabili?

L'attesa per il gentil sesso sul podio più alto della matematica e la mai dismessa speranza di vedere ripetere la performance di Bombieri si sono curiosamente coagulate in un angolino del web, accendendo la curiosità di chi scrive. Il noto matematico dilettante e ricreativo<sup>3</sup> .mau., al secolo Maurizio Codogno, tiene sul prestigioso portale "il Post" un blog di matematica<sup>4</sup>; in un post di Agosto il nostro rendeva noto ai suoi ventun lettori l'avvenuta proclamazione delle Fields, e la rinnovata mancanza di premiati italiani. Nei commenti, qualche attento lettore (*Nicgarga*) rilanciava la vexata quaestio dell'assenza femminile, e riceveva risposte bene informate sull'opportunità di cambiare le regole ("Secondo le poche statistiche disponibili, le donne matematiche fanno il loro lavoro migliore più tardi, quindi alzare l'età limite aiuterebbe" – osservava *Damigiana*). Con sorpresa dei sunnominati ventun lettori, interveniva nella discussione anche *Us2ius*, con delle rivelazioni davvero sorprendenti: "Sono uscito dal mondo accademico qualche mese fa, ma l'estate scorsa nel Fields Medals gossip ho sentito i nomi di due donne italiane tra i papabili (*Gigliola Staffilani* e *Matilde Marcolli*). - *PostScriptum*: Sono svizzero e lavoro in un politecnico svizzero per cui non si trattava di speranze sciovinistiche."

Un commento in un post: fonte d'informazione che non può certo essere annoverata tra le più autorevoli: ma il vantaggio di scrivere per una prestigiosa rivista di matematica ricreativa senza editore è che si può decidere di lasciare da parte le fonti ufficiali che illustrano vita morte e miracoli di famosi matematici maschi del passato per poter parlare – almeno una volta – di non ancora abbastanza famose matematiche femmine del

<sup>2</sup> Si sente il sarcasmo? No, perché se non si sente forse è il caso che riscriviamo la frase...

<sup>3</sup> La definizione più corretta dovrebbe essere "matematto beatlesiano, tuttologo at large", a sentire lui.

<sup>4</sup> <http://www.ilpost.it/mauriziocodogno/>



presente. I quasi cento protagonisti dei compleanni precedenti<sup>5</sup> erano tutti molto saggi, tolleranti e intelligenti, e non potranno che rallegrarsene.

Il commento di *Us2ius*, comunque, rischia di essere autorevolissimo: proviene da qualcuno che era all'interno del "mondo accademico" di "un politecnico svizzero" e, a meno che le scuole d'alto lignaggio elvetiche non abbiano a nostra insaputa recentemente incrementato il loro numero e abbassato la loro qualità, è difficile che possa essere qualcosa di diverso dell'ETH, il prestigiosissimo istituto di Zurigo che tanto spesso è entrato in queste cronache. E comunque sia, gossip o non gossip, bookmaker matematici o mere voci di corridoio che fossero, certo è che Gigliola Staffilani e Matilde Marcolli meritano il tifo, l'apprezzamento e l'ammirazione di chiunque, non solo dei matematici italiani e delle donne di scienza.

Gigliola Staffilani ha una storia talmente affascinante<sup>6</sup> e curiosa da essere arrivata sulle pagine del *Boston Globe*<sup>7</sup> e di molti altri giornali tutt'altro che specialistici.

Gigliola adesso è professore al MIT, il leggendario Massachusetts Institute of Technology, ma chiamarla *professore* è senz'altro riduttivo. Tanto per cominciare, è *Abby Rockefeller Mauzé Professor* dal 2007; noi, che abbiamo fatto molta fatica anche solo a capire cosa diavolo fosse la *cattedra lucasiana* di Cambridge, rinunciamo ad indagare troppo: ma abbiamo imparato a capire che le cattedre che hanno un nome e uno sponsor, in America e nel Regno Unito, sono cattedre che non è facile ottenere.

Unico full professor donna di matematica pura del MIT<sup>8</sup>, Gigliola Staffilani fa parte di board e commissioni che la dicono lunga sul suo impegno professionale e didattico. Certo non dimentica d'essere donna se dal 2008 fa parte del "Gender Equity Committee" del MIT e se è tra le fondatrici del WIM, *Women in Mathematics*<sup>9</sup>. Ma è soprattutto un fior di matematica dal curriculum incredibilmente ricco e facilmente reperibile in rete, insieme ai suoi recapiti. Ma non disturbatela per scriverle per dirle che è bella e affascinante: lo sa già. E siccome è anche gentile, rischiereste di avere risposta, ma così facendo la distrarreste dalla matematica, e commettereste un crimine contro la matematica.



3 Gigliola Staffilani

<sup>5</sup> Tutti facilmente reperibili, grazie al recente restyling dell'Index Mundi, l'indice globale del nostro sito ufficiale: <http://www.rudimathematici.com/indexmundidb.php>

<sup>6</sup> Non che ad essere affascinate sia solo la sua storia, come si può ben vedere dalla foto...

<sup>7</sup> [http://www.boston.com/news/science/articles/2008/04/28/a\\_life\\_of\\_unexpected\\_twists\\_takes\\_her\\_from\\_farm\\_to\\_math\\_department/?p1=email\\_to\\_a\\_friend](http://www.boston.com/news/science/articles/2008/04/28/a_life_of_unexpected_twists_takes_her_from_farm_to_math_department/?p1=email_to_a_friend)

<sup>8</sup> Ma le cose stanno cambiando, per fortuna: c'è già anche Julee Kim, al dipartimento, con il titolo di *tenure associate professor*.

<sup>9</sup> <http://math.mit.edu/wim/> - Merita senza dubbio una visita, specialmente se leggete riviste come questa e ogni tanto mettete la gonna.

Solo dopo aver riletto il suo nome nel post che la candidava retroattivamente alla Fields ci siamo ricordati d'aver già letto la sua storia: era stata riassunta, sempre con riferimento all'articolo del Boston Globe, nel blog tenuto dal direttore responsabile di *Le Scienze*, Marco Cattaneo. Con l'orgoglio della carica e delle rivista che dirige, il suo post<sup>10</sup> rivendicava la bellezza della storia romantica di Gigliola, diventata donna di scienza per il fascino che gli articoli scientifici avevano su di lei, fascino assai superiore a quello dei fotoromanzi e delle messe in piega a cui voleva forse destinarla la tendenza l'abitudine familiare e l'abitudine provinciale.



4 Gigliola spiega

Nata in un paesino dell'Abruzzo in un giorno, mese e anno che non siamo riusciti a scoprire (anche se sospettiamo che il suo chiamarsi Gigliola potrebbe essere frutto dell'ammirazione genitoriale nei confronti della cantante Gigliola Cinquetti, che era celeberrima in un periodo che potrebbe coincidere con l'ingresso al mondo della migliore matematica del MIT), la Staffilani ha dovuto combattere contro pregiudizi, difficoltà familiari ed economiche, e fare un grande esercizio di coraggio. I suoi primi giorni in America erano colorati d'una precarietà da far impallidire persino quella, quotidiana e crudele, dei nostri giovani ricercatori.

Ma la sua storia da romanzo a lieto fine è stata già ben raccontata, e non abbiamo speranza di farlo meglio noi di quanto

abbia già fatto il Boston Globe: anzi, a noi piacerebbe tornare ad esaltarci non tanto per l'eccezionalità del suo passato, quanto per la ordinaria straordinarietà del suo presente. Gigliola insegna, coordina e fa ricerca, e fa tutto con placida eccellenza. Lo si capisce lasciandosi spaventare dal suo vertiginoso curriculum, e meglio ancora dal sorriso placido e convinto che mostra in ogni sua foto<sup>11</sup>. Provate voi a mettere decisione e placidità nei vostri sorrisi: non ci si riesce proprio, se non si è profondamente soddisfatti della propria vita. Una Medaglia Fields non le avrebbe cambiato la vita, si vede benissimo: e probabilmente avrebbe fatto più piacere a noi tifosi – e al triste albo d'oro monogenere – che a lei.

Se il MIT è forse il maggiore centro di ricerca d'eccellenza d'oltreoceano, qual è il suo contraltare sul territorio del vecchio continente? È sempre difficile fare classifiche, ma con ogni probabilità a spuntarla sarebbe il *Max Planck Institut für Mathematik* di Bonn. E, guarda caso, è proprio lì che fino al 2008 viene registrato l'indirizzo lavorativo di Matilde Marcolli.

<sup>10</sup> <http://cattaneo-lescienze.blogautore.espresso.repubblica.it/2008/04/30/da-martinsicuro-al-mit-leggendo-le-scienze/>

<sup>11</sup> Che non ci pare il caso di pubblicare qui: se di Legendre si fa fatica a trovare anche un solo ritratto (ricordate il recente *“Le opere e le facce”*, [RM140?](#)) e trovarne uno basta a giustificare la scrittura d'un articolo, nel caso di Gigliola si riesce a scovare in rete anche una bellissima foto di lei con marito e figli di fronte ad una lavagna: i figli sono a cavalcioni dei genitori, e sulla lavagna sono disegnate ali e aureole per “angelizzarli”. La foto ci è sembrata troppo privata per pubblicarla, ma vi assicuriamo che il sorriso privato di Gigliola coincide perfettamente con quello pubblico, e questo è un gran bel segno.

Matilde è nata a Como – già sul confine, insomma, quasi sapesse che era destinata a partire – in un bel giorno di Novembre, il 30, cosa che ci dà la scusa per dedicare a lei e alla Staffilani questo nostro “compleanno” novembrino, che altrimenti non avremmo saputo come collocare nel nostro calendario di celebrazioni.

Cittadina italiana ma soprattutto matematica del mondo, Matilde ha di recente lasciato Bonn per altalenare con saggia indecisione tra i due stati più affascinanti degli USA dal punto di vista meteorologico: la Florida e la California. In Florida elegge la propria residenza privata e sentimentale (ma la Florida State University è istituzione troppo saggia per lasciarsi scappare l'occasione di registrarla comunque come proprio professore in carica) mentre in California... beh, è ovvio, no? In California si va ad eccellere al Caltech, regno che fu di Feynman<sup>12</sup>.



5 Matilde Marcolli

Il Caltech le si adatta molto bene, anche perché la Marcolli non nasce matematica: a Milano si laurea in fisica<sup>13</sup>, e da allora non ha fatto altro che collezionare allori professionali. Matilde vanta un *curriculum studiorum* non meno impressionante di quello di Gigliola Staffilani: anzi, la realtà ultima e definitiva è che i due curriculum<sup>14</sup> sono talmente complessi e specialistici che non siamo in grado di capire quale dei due sia più prestigioso.

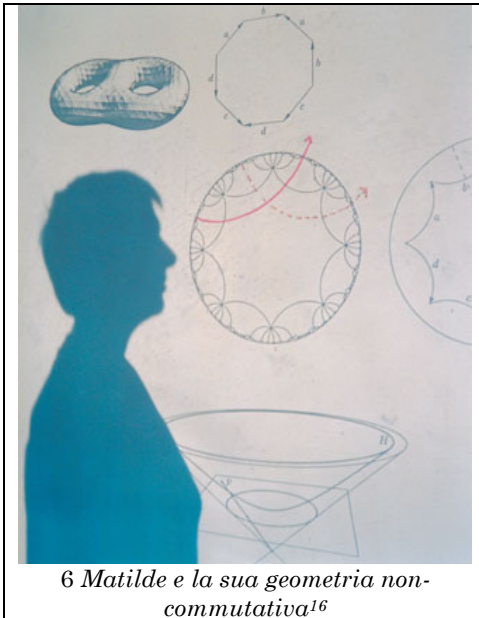
Matilde comincia presto a viaggiare: parte da Como e, certo arriva a Milano; ma poi subito Chicago, dove conosce – indovinate un po'? – proprio Gigliola Staffilani, e insieme frequentano una *graduate school*; quindi Boston (anche lei al MIT, per un post-dottorato: del resto, i luoghi d'eccellenza sono quelli che sono, e le eccellenze tendono a frequentarli tutti), poi l'Australia, e quindi il Max Planck Institut. Viaggi, università, studi, e naturalmente collaborazioni: la giovane Marcolli collabora con nomi altisonanti della matematica, per un certo periodo con Alain Connes, come si vede dalle foto agli atti dell'Abel Preis del 2004; ma le collaborazioni finiscono come passano le stagioni, e si rinnovano come si ripetono le albe e i tramonti. Così, Matilde instaura poi una lunga e duratura alleanza professionale con Yuri Ivanovic Manin, una delle menti matematiche più originali del secolo, sempre orientato alla ricerca di connessioni e somiglianze: geometrica algebrica, fisica matematica, discipline dal nome doppio e apparentemente contrapposto, ma che sono in realtà i ponti essenziali per lo sviluppo della ricerca.

<sup>12</sup> Tant'è vero che ne parliamo a lungo in “*Love Story*”, compleanno del Grande Dick: [RM076](#).

<sup>13</sup> Abituati a scrivere di personaggi come Ippazia, Newton, Hilbert o Poincaré, non ci eravamo mai trovati a provare un sentimento che invece adesso si fa lentamente strada. Matilde è una fisica, come due terzi della redazione di RM, anche se palesemente molto più giovane; come dire che, in teoria, quei due terzi avrebbero potuto fare la stessa sua carriera. La differenza fondamentale tra lei e loro, ovvero il fatto che Matilde sia incommensurabilmente più brava, non basta certo a frenare la loro nuova devastante emozione: l'invidia.

<sup>14</sup> Il plurale di *curriculum* è *curricula*, lo sappiamo. Solo che esistono due scuole di pensiero: una che dice che il latino è lingua straniera, e i termini in lingua straniera non si devono pluralizzare (guai a voi se scrivete *films* o *bars*, insomma); l'altra che dice che l'italiano non è altro che latino evoluto, e quindi che questo non è lingua straniera, quindi è giusto seguirne le regole grammaticali senza farsi problemi di barbarismi. Se avete un'idea in proposito più chiara delle nostre, fatecelo sapere, e correggeremo appena possibile.

Ma, per quanto siano grandi e prestigiosi i nomi dei matematici con i quali ha lavorato, è senza dubbio rischioso e riduttivo limitarsi a disegnare Matilde come “collaboratrice dei grandi”: Matilde è grande lei stessa, e ad affascinarla è sempre il crinale misterioso tra fisica e matematica, l’equilibrio difficile delle zone di confine<sup>15</sup>.



6 Matilde e la sua geometria non-commutativa<sup>16</sup>

E che le zone borderline piacciono a Matilde si scopre anche da altri aspetti: come molti grandi matematici è affascinata dalle lingue, meglio se strane: greco antico, russo, cinese. E oltre le lingue, la letteratura: Matilde Marcolli sta scrivendo un romanzo, che è un altro pezzo, non del tutto inaspettato, della sua multiforme vita.

Tra le righe secche e senza fronzoli del suo CV si fa in tempo a leggere che le è stato attribuito il “*Sofja Kovalevskaya Award*” nel 2001, oltre all’“*Heinz Maier Leibnitz Prize*”; premi con nomi del genere è improbabile che siano assegnati al primo matematico che passa. Nel 2008 è stata “*plenary speaker*”, ovvero oratrice all’assemblea generale, del Quinto Congresso Europeo di Matematica ad Amsterdam; e a Hyderabad, città dalla quale siamo partiti, è stata “*invited speaker*” per la sezione di Fisica Matematica.

A Hyderabad sono saliti sul palco, alla fine, Elon, Cédric, Ngô e Stanislav, maschietti; e non Gigliola e Matilde, femminucce. A giudicare da quel che dicono gli esperti, i quattro premiati sono tutti assai meritevoli, e noi – notoriamente incompetenti nel campo – non dubitiamo affatto della cosa. E, a ben vedere, dopo aver percorso velocissimamente le carriere di queste due giovani donne di matematica, quasi non ci scandalizziamo più della mancanza di Medaglie Fields in rosa; quasi ci passa la voglia di protestare per la scarsa attenzione degli ICM verso la matematica femminile. Questo perché, a ben pensarci, noi non ci siamo mai interrogati su quanti vincitori della Fields abbiano gli occhi azzurri e quanti marroni; quanti siano alti più di un metro settanta, o quanti siano con evidente alopecia. La straordinaria capacità matematica del genere femminile è talmente ordinaria, ormai, che in un mondo perfetto non dovrebbe più essere necessario chiedersi se i premi sono o non sono giustamente ripartiti per genere.

Le donne matematiche non hanno bisogno di “quote rosa”. La speranza è che, almeno nel gotha della scienza, sia evidente e chiaro che il sesso dei ricercatori conta quanto il colore degli occhi o della pelle, cioè niente. Se così non fosse, se davvero ci fosse bisogno di correttivi, allora sarebbe una notizia triste per tutti, e soprattutto per la scienza.







A Gigliola e a Matilde non manca la Medaglia Fields: al massimo, sono Gigliola e Matilde a mancare alla Medaglia.

<sup>15</sup> “...ho sempre cercato una strada a metà tra la fisica teorica e la matematica, il che vuol dire in parte studiare strutture matematiche nelle teorie fisiche (teorie quantistiche dei campi, delle particelle, cosmologia) e in parte usare metodi e tecniche di fisica per affrontare problemi classici di matematica, per esempio in teoria dei numeri.” Ecco: serve davvero scrivere altro, o è già tutto detto in questa frase?

<sup>16</sup> Gran bella foto, vero? L’ha scattata Bettina Filtner, e immaginiamo sia coperta da copyright. Speriamo che Bettina non ci scateni contro la SIAE tedesca, per questo furto d’immagine...



## 2. Problemi

	Rudy d'Alembert	Alice Riddle	Piotr R. Silverbrahms
Zurigo, CdR 2010			
Siamo andati all'Ikea!			

### 2.1 Zurigo, CdR 2010

Come vi ha già raccontato Alice, il CdR estivo di RM si è svolto come d'uso in quel di Zurigo, e ha visto la partecipazione di tre VAdLdRM: Paolo (il figlio di Doc: ormai, data la taglia, diventa difficile chiamarlo "Paoletto"), Fred (il figlio di Rudy, taglia equivalente e maglietta degli Iron Maiden d'ordinanza) e Andrea (amico di Paolo: insisteva nel dare del "lei" a Rudy, ma quando Rudy ha cominciato a dargli del "voi", ha smesso); la presenza di Dejan (non ci sentiamo di definirlo JAF0: si è dato un mucchio da fare, ed è comproprietario della casa che ci ha ospitati tutti) ha fatto sì che ci fosse un ragionevole equilibrio di forze tra apprezzatori e spregiatori della matematica, il che ha permesso a Rudy di inventarsi un interessante problema: dei suoi preferiti, tra l'altro, quelli in cui *sembra* serva una cosa ma in realtà ne serve tutt'altra; con il falso intento di portare Alice dalla parte dei tre giovani teppisti, è riuscito a convincerli a partecipare ad un gioco che *sembrava* di probabilità: Dejan si è prestato a fare il quarto mentre Alice era la vittima predestinata<sup>17</sup>.

I giochi in realtà sono alcuni, tutti dello stesso tipo: tutti, comunque, si basano sul fatto che all'inizio Alice ha 100 Franchi Svizzeri, i quattro tirano una moneta, e poi danno dei consigli ad Alice su cosa puntare; lei decide quanto scommettere (e su cosa), e le vincite vengono pagate alla pari; il gioco viene ripetuto alcune volte, e le vincite di Alice possono rientrare nelle giocate successive.

**Primo gioco:** Alice sa che dei quattro consiglieri, due dicono sempre la verità, ma non sa quali: faranno tre scommesse, e Alice parte come dicevamo con 100 CHF (moneta divisibile sino agli infinitesimi); secondo voi, con la corretta strategia, quanto guadagnerà Alice?

**Secondo gioco:** Accortosi che il cibo e l'alcool erano pericolosamente vicini alla fine, Dejan si è dovuto allontanare un attimo (per mettere al riparo le ultime scorte: con quei due in giro...), quindi sono rimasti solo tre consiglieri; questi si mettono d'accordo affinché solo uno dica sempre la verità, e Alice riparte con 100 CHF: quanto riesce a guadagnare, questa volta?

<sup>17</sup> Doc intanto spazzava gli ultimi *čevapčići* cucinati da Dejan e Rudy, esausto per le spiegazioni date, dava fondo alla riserva di *šljivovica* di Dejan, il quale non si arrabbiava neanche troppo.

A questo punto, i nostri consiglieri concedono quattro scommesse, ma questa volta quello che dice il vero lo dirà solo tre volte su quattro; non solo, ma scriveranno la risposta esatta su un foglietto di carta e, dopo aver sentito la risposta di Alice, potranno cambiare il foglietto per un risultato peggiore, a meno che questo impedisca al consigliere parzialmente veritiero di mantenere la sua promessa di dire la verità tre volte su quattro. Pronta? Via!

**Terzo gioco:** Dejan è tornato, e le nuove condizioni di gioco lo interessano: quindi, quattro scommesse, quattro consiglieri, di cui uno dice la verità tre volte su quattro. Qualche idea, di quanto possa vincere Alice?

**Quarto gioco:** Doc sta ghignando sadicamente (forse perché Dejan ha rinunciato all'impossibile compito di vederlo dire "basta *čevapčići*, grazie"), quindi Alice lo piazza sulla sedia della tortura: "Bene, prova tu: 100 CHF, un consigliere ti dirà la verità quattro volte su cinque, hai cinque scommesse: voglio vedere se riesci a finire con almeno 150 CHF".

Per fortuna, il prossimo CdR è tra quasi un anno...

## 2.2 Siamo andati all'Ikea!

Visto che lo studiolo di Rudy viene tutto da lì (zaino incluso) e ormai dovrete saperlo, non la consideriamo pubblicità. Comunque, la prendiamo alla lontana. (Ri)Cominciamo da capo.

Rudy ha fatto un veloce calcolo: nella sua vita, passando per diversi traslochi, ha totalizzato sinora *cinque* scrivanie. Partendo in seconda elementare da un banco suppergiù scolastico (formica blu: e c'era anche il buco per il calamaio! Ed era a *sinistra!* Incredibile), ha esteso la superficie delle scrivanie sino a quella (1,80x0,75, circa) che è sopravvissuta alla sua laurea, ma non al suo matrimonio; da allora, le superfici si sono ridotte suppergiù secondo la Legge di Moore (inversa), e la sua attuale area di lavoro l'avete vista su un numero di RM<sup>18</sup>.

"Vuoi che ti calcoliamo quando scriverai su un francobollo?" No, grazie, anche perché la Legge di Moore prima o poi fallirà, secondo me: tutto questo per dire che ho alle spalle una *storia scrivaniaca* decisamente ponderosa, e non sono mai riuscito a capire come mai Alberto rifiutasse un genere di prima necessità come questo<sup>19</sup>.

Comunque, all'alba della quinta liceo (ce l'ha fatta anche quest'anno: ve l'avevamo detto?) abbiamo deciso che, *velimus aut nolimus* (Fred invece si è iscritto al Classico... *nobody's perfect*), avrebbe avuto una scrivania degna di questo nome.

Lasciamo in nota i dettagli operativi<sup>20</sup>. Visto che Alberto non voleva la scrivania ma disegna decisamente bene e su quella scrivania disegnare è impossibile, Rudy ha deciso di comprargli anche un tavolo da disegno; peccato che tutto quello che ricordasse in merito si riducesse a due concetti base: tanto per cominciare deve essere inclinabile,

<sup>18</sup> "Shedworking", RM121, febbraio 2009.

<sup>19</sup> Ci sono due ipotesi, in famiglia:

1. Non facendo assolutamente nulla dal punto di vista scolastico, la scrivania è un mero ingombro.
2. La tirchieria biellese (ereditata dal lato materno) è talmente dominante che risparmia anche con i soldi dei genitori.

Fate voi, per quale sia quella vera.

<sup>20</sup> Tipo il fatto che Rudy avrebbe voluto un modello ormai consolidato (quello che usano lui e Fred), ma non era più in produzione: quello nuovo ha l'interessante caratteristica di essere adatto a destri o mancini (potete montarlo in modo speculare), ma ha molto meno "spazio verticale", dal punto di vista di scaffali et similia. Non solo, ma c'è molto meno (finto) legno esposto: è tutta bianca! Decisamente funzionale, comunque, come al solito. No, non vi diciamo il modello, niente pubblicità. Comunque, il manuale batte il precedente record di spessore: da trentadue a *quaranta* pagine!

secondariamente al mondo non ci sono due disegnatori che siano d'accordo sulla medesima inclinazione.

Ora, un modello immaginario dell'Ikea (che per comodità chiameremo "Størtø") è rappresentato da un tavolo rettangolare, ottimo per il disegno, con quattro gambe alte un metro: ciascuna delle gambe può essere accorciata, grazie ad un ingegnoso meccanismo, a passi di un centimetro, sino a diventare alta zero. Ricevuto il regalo, Alberto con l'aria perplessa ha cominciato a chiedersi quale fosse la posizione "stabile" (ossia con tutti e quattro i piedi che toccano terra) buona per lui, e pragmaticamente ha deciso di provarle tutte, una al giorno.

Secondo voi, quando finirà le prove?

### 3. Bungee Jumpers

Iscrivete, tra una corda e il suo arco di cerchio, il rettangolo di area massima.

*La soluzione, a "Pagina 46"*

### 4. Soluzioni e Note

Novembre, già da qualche giorno, a dire il vero.

Essere quasi sempre in ritardo ha il vantaggio che ormai abbiamo sviluppato una serie di scuse e storielle da raccontarvi ogni volta... ma alla fine il risultato è che siamo in ritardo, accidenti.

Il mese di ottobre ci ha visti tutti a consolare il Capo, che nel numero precedente ha inserito un certo numero di imprecisioni, che al solito nessuno gli ha perdonato. Io personalmente mi sento un po' colpevole perché, proprio in questa rubrica, non ho fatto che incitarvi alla polemica... ma dopotutto il Grande Capo è uno schiavista e qualche volta lo dobbiamo maltrattare un pochino.

Allora, procedo senza por tempo in mezzo a passarvi le soluzioni, ma non prima di avervi ricordato che in Bookshelf (<http://www.rudimathematici.com/bookshelf.htm>) continuano le avventure di Beau Geste, narrate dal prode **Martino**.

#### 4.1 [138]

##### 4.1.1 Valor medio

Ancora polemiche sul problema del valor medio, pubblicato a giugno:

*State partecipando a un gioco a premi dedicato ai campioni di calcolo mentale. Il nostro conduttore ha un sacchetto tipo tombola con dentro i numeri da 1 a 100; ne estrae dieci, e il vostro compito è, partendo da quei numeri, di trovare due insiemi disgiunti (l'unione dei quali non sia necessariamente tutto l'insieme iniziale: potete usarne meno) aventi la stessa somma. Avete un minuto di tempo.*

*Supponendo che voi siate velocissimi a far di conto, quali sono le probabilità che avete di vincere? E se il conduttore potesse scegliere qualche numero in funzione di quelli già estratti?*

*La seconda versione del gioco "per persone normali" consiste nell'estrarre meno numeri, rendendo la cosa più facile. Cosa succede se ne vengono estratti nove? E con otto?*

Su RM139 c'erano due soluzioni, di **Millennium Bug** e di **Cid**. Su RM140 **Michele**, **Franco57** e **Cid** si sono dati da fare per far luce sulla situazione, finché finalmente, nello scorso numero il Capo, nella sua immensa generosità, ci ha mandato la sua soluzione: apriti cielo! La parte criticata è la seguente:

(...) Per quanto riguarda il gioco con 8, numeri, mostriamo che è possibile estrarre una mano perdente da un particolare insieme, in particolare, consideriamo i numeri:

$$\{100,99,98,96,92,84,68,36\} = \{100, 100 - 2^0, 100 - 2^1, 100 - 2^2, 100 - 2^3, 100 - 2^4, 100 - 2^5, 100 - 2^6\}$$

**Cid** ci ha scritto:

Questo esempio vorrebbe dimostrare che dall'insieme (100,99,98,96,92,84,68,36) non sarebbe possibile estrarre due sottoinsiemi distinti aventi la stessa somma.

Ebbene, si verifica facilmente che:  $100 + 96 = 92 + 68 + 36$ .

che è vero, per non parlare di **Gnugnu**:

Quello sul valor medio ha visto scendere in campo il GC, che però si comporta come i nostri politici: prima chiede di calcolare delle probabilità, poi, nel fornire la "soluzione" se ne ricorda solo per il caso 10 numeri. Il caso 9 non viene neanche citato e per quello 8 riporta il solo esempio {100, 99, 98, 96, 92, 84, 68, 36} che dimostra, citando la rivista *Quadrature*, privo di somme coincidenti.

Ora  $36+68+84=92+96$  e  $36+68+92=96+100$  smentiscono l'affermazione e, anche se fosse vera, sulla probabilità direbbe solo che è compresa fra 0 e 1 estremi esclusi.

Polemica! Il Capo è stato parecchio reticente, a dire il vero, ma mi ha scritto velocemente:

...probabilmente si è sbagliato nell'esempio il solutore che ho usato: la soluzione originale (su "*Quadrature*") non è controllabile. {40, 60, 71, 77, 80, 82, 83, 84} dovrebbe funzionare meglio. Ma o qualcuno mi trova l'errore nella dimostrazione (cosa di cui sarei felicissimo, btw), o resta il fatto che con otto cifre non sei sicuro di vincere. Sulle 9 cifre, non ho trovato dimostrazione, solo la congettura che sia ugualmente possibile generare casi non vincenti (e quindi se il presentatore bara, sei fregato).

Passiamo avanti, sono sicura che di questo caso si parlerà ancora.

## 4.2 [141]

### 4.2.1 Ho visto cose...

Non crediate che la polemica finisca qui. Il testo del primo problema del mese scorso aveva qualche errore, anche se noi ora ve lo pubblichiamo in forma originale: qualcuno se n'è accorto subito, altri hanno semplicemente ignorato il problema. Probabilmente solo per il fatto che usciamo sempre in ritardo è diventato sempre più difficile risolvere il problemi entro fine mese...

Comunque, il testo era quello riportato qui sotto:

*L'Aabaa* è un linguaggio della linea *Polinesiana*, parlato oggi da non più di un centinaio di persone *nell'omonimo arcipelago formato da due isole*; di fianco, trovate una serie di frasi in *Baabaab* (che è il dialetto *dell'isola più meridionale*) trascritte in alfabeto occidentale e la loro traduzione notate che "ŋ" e "" sono consonanti, mentre ä è una vocale. Il due punti indica un prolungamento della vocale precedente.

**Prima domanda:** Traducete:

su b'atanju zä:ŋini  
si teŋku bugdiŋi:  
si teŋkuŋi: bugdini

**Seconda domanda:** Traducete in *Baabaab*:



la coscia del ragazzo  
 il nostro cinghiale  
 l'albero di mia figlia

**Terza domanda:** Secondo voi, sono traducibili le seguenti frasi? Se sì, fatelo, se no, spiegate il motivo:

bi xabai  
 su b'ataniu bugdini  
 si igi

**Quarta domanda:** Traducete le seguenti frasi, spiegando in che cosa il loro significato differisce.

bi tekpui  
 bi tekpuji:

Bene, il primo che ci ha contattato in proposito è stato **Millennium Bug**:

In questo problema mi sa che c'è qualcosa che non va; e credo che la differenza di valutazione che c'è tra GC e gli altri è dovuta proprio al fatto che il problema è scoprire l'inghippo più che risolvere il problema in sé.

Infatti, dopo aver esaminato per qualche minuto l'oscuro linguaggio *Baabaab*, sono arrivato alla conclusione che tre traduzioni non sono corrette, precisamente la 9 la 11 e la 13. Stando alle regole di costruzione che si possono dedurre dalle frasi fino alla 8, le traduzioni corrette dovrebbero essere:

9: la testa del mio cinghiale  
 11: la spalla di tuo figlio  
 13: la coscia della vostra mucca

Dopo aver quasi finito di risolvere il resto del problema con queste assunzioni, ho provato per curiosità a inserire in Google un paio di parole (tipo "nakta" e "tekpuni" visto che non contengono caratteri strani) e ho ritrovato magicamente il testo del problema, quasi identico (a parte il fatto che invece di essere da *Baabaab* a Italiano era da *Udihe* a Inglese; altra traduzione da fare...ma qui non c'era problema). Potete immaginare con che piacere ho visto che le traduzioni che modificato io sono effettivamente quelle corrette.

Dato che con il testo c'erano le soluzioni, non perdo tempo a scrivere la mia.

Devo ammettere che mi era sfuggita la distinzione che il *Baabaab* fa tra il "di" nel senso di far parte di qualcos'altro e nel senso di possesso, per cui infatti non riuscivo a risolvere l'ultimo quesito. Avevo intuito che c'era qualcosa del genere, visto che mi trovavo con coppie di desinenze con stesso significato ma pensavo a qualche distinzione diversa, ad esempio tra oggetti viventi e inanimati..

Il Capo ha ammesso di aver tradotto un po' in fretta, e io che parlo (malissimo) circa tre lingue l'ho perdonato, sapendo quanto è difficile. Anche perché la caccia all'errore ha dato un sacco di soddisfazioni al maggior critico del GC, **Gnugnu**:

b'ata zä:ɲini	i soldi <sup>21</sup> del ragazzo
si bogdoloji	la tua spalla
ja: xabani	la mammella della mucca
su zä:ɲiu	i vostri soldi
dili tekpuni	la pelle della testa
si ja:ɲi:	la tua mucca
bi mo:ɲi:	il mio albero
aziga bugdini	la gamba della ragazza
bi nakta diliɲi:	la testa del cinghiale
nakta igini	la coda del cinghiale
si bogdoloni	b'atani: la spalla del figlio
teɲku bugdini	la gamba dello sgabello
su ja: wo:ɲiu	la coscia della mucca
bi wo:i	la mia coscia

<sup>21</sup> Non necessariamente plurale: pensate all'inglese "money" o al francese "argent".

Nelle frasi di esempio mancano del tutto articoli e verbi, si individuano facilmente una quindicina di sostantivi, sempre al singolare (zä: si poteva tradurre denaro, evitando la nota) e tre pronomi possessivi, invarianti rispetto al genere: **bi** = mio/mia, **si** = tuo/tua, **su** = vostro/vostra.

Tre delle frasi (9, 11 e 13) non sono esattamente tradotte: i pronomi presenti in *baabaab* spariscono in italiano. Nel mio ruolo di malpensante rompiscatole, non posso che ritenerle incoerenze volute, per complicare la vita al solutore.

Le relazioni riportate sono esclusivamente di appartenenza e, in *baabaab*, i sostantivi appaiono declinati secondo la persona del relativo possessore, distinguendo, inoltre, il legame fra un corpo (o un oggetto) e le parti che lo formano, dal possesso acquistabile e dal rapporto parentale. La flessione è sempre ottenuta posponendo alla radice opportune desinenze. Nel primo caso queste sono: **i** per la prima e seconda persona singolare; **ni** per la terza singolare; **u** per la prima e seconda plurale. Negli altri si interpone **ni** fra la radice e le desinenze appena elencate.

In tutti gli esempi il “possessore” precede il “posseduto” e la doppia **i** è resa con **i:**.

Le traduzioni errate riguardano (guarda caso!) le frasi più complesse, in cui entrano in gioco relazioni fra tre elementi. Fortunatamente la seconda si presta ad un’unica interpretazione: “si b’ataŋi: bogdoloni” non può che essere “la spalla di tuo figlio”.

Dal confronto le altre due dovrebbero essere: *bi nakta diliŋi*: = la mia testa di cinghiale; *su ja: wo:ŋiu* = la vostra coscia di mucca. Da cui si deduce che la declinazione sarebbe riferita al possessore attuale e non all’animale di cui facevano parte testa e coscia.

### Prima domanda

su b’ataŋiu zä:ŋini = il denaro di vostro figlio

si teŋku bugdiŋi: = la tua gamba di sgabello

si teŋkuŋi: bugdini = la gamba del tuo sgabello

### Seconda domanda

la coscia del ragazzo = b’ata vo:ni (se è la coscia del corpo del ragazzo, ma anche “b’ata vo:ŋini”, se fosse, ad esempio, la coscia di un animale destinata a saziare il vorace giovane)

il nostro cinghiale = bu (?) naktaniu (“il nostro” non compare fra gli esempi; **bu** rispetta il mutamento della **i** finale in **u** che avviene, nel passaggio dal singolare al plurale, tanto nei pronomi, quanto nelle desinenze trovate)

l’albero di mia figlia = bi azigani: (?) mo:ŋini (aziga = ragazza si può usare anche per figlia? Negli esempi “b’ata” è tanto ragazzo, quanto figlio, ma non è detto che la regola valga anche al femminile. Ad esempio in francese figlia e ragazza diventano fille, ma al maschile, le forme più comuni sono: fils = figlio e garçon = ragazzo)

### Terza domanda

bi xabai = la mia mammella (se a parlare è un animale. Se parla una donna è, forse, preferibile “il mio seno”)

su b’ataŋiu bugdiŋini = la gamba (zampa) di vostro figlio (non quella del suo corpo, che dovrebbe terminare con bugdini. La gamba deve essere stata, o almeno pensata, parte di qualcun altro o qualcos’altro. Non ho idea di quale sia la forma corretta per un arto artificiale)

si igi è sbagliato. Le forme corrette sono “si igi:” e “si igiṅi:”. Le due parole potrebbero comparire consecutivamente solo in una frase più articolata; ad esempio, se “rym” fosse “crine” in *baabaab*, sarebbe: si igi rymṅi: = il tuo crine di coda.

#### Quarta domanda

bi tekpui = la mia pelle (la pelle del mio corpo)

bi tekpuṅi: = la mia pelle (una pelle di animale in mio possesso).

Per stemperare la critica, ho pensato di finire con il nostro grande *Cid*, che – malgrado una certa reticenza, dice di non essere per niente poliglotta – si è cimentato nella traduzione:

Non sono riuscito a trovare la struttura logica del linguaggio Baabaab, ma mi sono fatto comunque un'idea di quale potrebbe essere. Provo quindi a rispondere alle domande proposte.

#### Prima domanda

su b'ataṅju zä:ṅini	=	i soldi dei figli
si teṅku bugdiṅi:	=	la tua gamba dello sgabello
si teṅkuṅi: bugdini	=	la gamba del tuo sgabello

(Per questa traduzione mi sono basato sulle seguenti ipotesi: il vocabolo “si” corrisponde in italiano al pronome “tuo” o “tua”; il vocabolo “su” è il plurale di “si” e si traduce in italiano con “vostri”; il suffisso “-ini” serve per formare il genitivo ed indica un'appartenenza al vocabolo che la precede; “b'ata” significa “ragazzo”, con il suffisso “-ṅiu” si forma il plurale, quindi “b'ataṅju zä:ṅini” significa “i soldi dei ragazzi” e siccome “su” sta per “vostri” si ottiene “i soldi dei vostri ragazzi” cioè “i soldi dei figli”. Il suffisso “ṅi:” serve ad indicare a chi va riferito il pronome “si”, quindi “si teṅku bugdiṅi” significa “la tua gamba dello sgabello”, mentre “si teṅkuṅi: bugdini” significa “la gamba del tuo sgabello”).

#### Seconda domanda

la coscia del ragazzo	=	su b'ata wo:ṅiu
il nostro cinghiale	=	bu nakta
l'albero di mia figlia	=	bi aziga mo:ṅiu

(Per questa traduzione ho aggiunto la seguente ipotesi: come “su” è il plurale di “si”, così “bu” sarà il plurale di “bi” e significa “nostro”, quindi, siccome “b'ata” significa “ragazzo” e “wo:i” significa “coscia”, utilizzando le ipotesi precedenti si ha che: “la coscia del ragazzo” si traduce con “su b'ata wo:ṅiu”. “nakta” significa “cinghiale” quindi “il nostro cinghiale” si tradurrà con “bu nakta”, ed essendo “aziga” il vocabolo che sta per “ragazza” e “mo:i” quello che significa “albero”, abbiamo che “l'albero di mia figlia” si traduce con “bi aziga mo:ṅiu”).

#### Terza domanda

bi xabai	=	la mia mammella
su b'ataṅju bugdiṅini	=	le gambe dei figli
si igi	=	la tua coda

(Siccome “xabai” significa “mammella” abbiamo che “bi xabai” vuol dire “la mia mammella”. “su b'ataṅju” significa “nostri ragazzi” che sta per “figli”, mentre “bugdiṅini” è il plurale di “gamba” più il suffisso del genitivo quindi “le gambe dei”, insieme formano la frase: “le gambe dei figli”. “igi” sta per “coda” quindi “si igi” significa “la tua coda”).

#### Quarta domanda

bi tekpui	=	la mia pelle
bi tekpuṅi:	=	le pelle di me (cioè del mio corpo)

(Nella prima frase, si intende una pelle di mia proprietà, nel secondo caso si fa riferimento alla pelle che fa parte del mio corpo).

In un modo o nell'altro siete riusciti a tradurre: bene, perché tra me e il Doc questo mese non avevamo avuto un solo momento di pensarci, come avrebbe voluto il Capo, che – ahimè – si aspetta ancora che gli correggiamo le bozze dei problemi...

Vediamo il secondo problema.

#### 4.2.2 Qualche dubbio sul “Solito gioco dell'estate”

Nessuna polemica invece sul problema della roulette russa: tutti si sono trovati d'accordo sull'idiozia del “gioco”, ma l'hanno voluto risolvere nella forma violenta. Per fortuna si sono viste anche proposte per trasformare il problema in uno che non implicasse l'uso di un'arma da fuoco. Vediamo prima il modo in cui l'ha proposto il Capo:

*Alberto è circondato da sei paraventi attraverso i quali non può vedere, e dietro uno di questi si nasconde Fred, che non si muove; Alberto ha a disposizione due waterbomb (i soliti sacchetti pieni d'acqua gelida, equivalenti a due proiettili in camere contigue del tamburo) da cui Fred non vuole essere colpito e, se venisse colpito anche solo una volta, porrebbe fine al gioco (come quando qualcuno “vince” alla roulette russa); Alberto può scegliere dietro quale paravento tirare il primo gavettone, cosa che equivale, grosso modo, all'azione di far girare a caso il tamburo della rivoltella nel caso della roulette russa.*

*Dal punto di vista di Fred, dopo che Alberto ha tirato il primo sacchetto, è meglio se tira il secondo sacchetto dietro il paravento immediatamente successivo in senso orario (equivalente a un secondo colpo in successione della roulette russa, senza ruotare nuovamente il tamburo) o se, del tutto immemore del lancio precedente, tira di nuovo dietro un paravento qualsiasi (equivalente alla rotazione casuale del tamburo fra il primo e il secondo colpo della roulette russa)?*

*E questa era la prima domanda, ossia: se avete due colpi in camere vicine nel revolver, vi conviene (vi supponiamo interessati alla sopravvivenza) dare una rotazione tra i due colpi, o no?*

*Ora, la seconda domanda prevede una pre (o meta) domanda: siamo sicuri di averci centrato, nella trasposizione? Siccome siamo pigri, traducetela voi nel gioco.*

*E se invece di tirare due colpi, sempre con due proiettili contigui nel caricatore, doveste tirarne quattro, come vi comportereste? Rotazione o non rotazione del tamburo, tra un colpo e l'altro? E come possiamo tradurre nel gioco di Al & Fred il concetto dei quattro colpi con due proiettili?*

*...anche perché sarebbe interessante una terza domanda: sparando quattro colpi, se ci fosse un solo proiettile nel revolver, rotazione o no?*

Comincio subito a passarvi la proposta di trasposizione di **Gnugnu**:

Il gioco dei gavettoni sarebbe equivalente, per quanto concerne il calcolo delle probabilità, alla roulette russa solo quando Fred fosse colpito da *waterbomb* indirizzate verso paraventi diversi. Se, come credo, Fred non possiede il dono dell'ubiquità, si potrebbe ovviare con complicati interventi idraulici idonei a convogliare, verso un'unica destinazione, l'acqua che cade dietro paraventi diversi.

La roulette russa può, però, esser facilmente simulata con uno dei più famosi giochi da festa popolare.

Nel gioco della marmitta (o pentolaccia), più recipienti vengono sospesi a qualche metro d'altezza. Di solito uno di questi è riempito con cioccolatini, caramelle, chilometriche stringhe di liquirizia (ad uno dei redattori è aumentata la salivazione?) ed altre leccornie; i restanti possono contenere, per il divertimento del



pubblico, polvere, farina, acqua e quant'altro sia spiacevole ricevere in testa. Il giocatore, solitamente bendato, è munito di una pertica, di lunghezza appena sufficiente per colpire i bersagli, con la quale deve spezzare un recipiente per farne cadere il contenuto.

La roulette russa è la stupida (come collocate, nella scala della stupidità, l'attraversamento alla cieca di incroci, per provare l'emozione del possibile impatto con altri veicoli?) versione misère di questo gioco. La prima termina quando il percussore incontra la cartuccia, il secondo quando si spezza il recipiente con i dolci.

Per simulare la rotazione casuale del tamburo è necessario ripristinare, ogni volta, la marmitta piena di porcherie che venisse rotta.

Bene, adesso un metodo di trasposizione ce l'abbiamo, anche se molti hanno trovato più facile ragionare sul problema originale, per esempio **Mot**:

Prendiamo in esame il mezzo problema violento: la roulette russa.

2 pallottole e 2 colpi. Sparo il primo e vinco la possibilità di sparare il secondo, meno male. Ho guadagnato informazioni, perché so che sono in una delle 4 posizioni vuote. Segue schema illuminante, da immaginare modulo 6 anche se non serve assolutamente a nulla.

XXXXOO

Come si vede chiaramente, 3 volte su 4 il posto seguente non è occupato da una pallottola, mentre un giro del tamburo mi riporta nella meno interessante situazione di praticarmi un foro in testa con probabilità  $2/6=1/3$ . Ergo non giro il tamburo e sparo di seguito.

Caso 2 pallottole e 4 colpi.

Continuando il ragionamento di prima al terzo colpo SEMBRA irrilevante far girare il tamburo o continuare testardamente a spararmi, le probabilità di ammazzarsi sono pari a  $1/3$  in entrambi i casi (adesso ho appena avuto fortuna 2 volte di seguito, una volta su 3 il terzo colpo è fatale sia che giri il tamburo sia che no), MA so di dover sparare il quarto colpo. Al quarto colpo se al terzo ho fatto girare il tamburo e sono ancora vivo sono nella situazione descritta all'inizio (2 pallottole 2 colpi) e resterò vivo una volta su 4 scegliendo di sparare di seguito, se invece non l'ho fatto ho due alternative: faccio girare adesso il tamburo e muoio una volta su 3 o continuo a sparare e mi faccio secco una volta su 2.

La strategia ottimale è dunque SPARO-SPARO-GIRO E SPARO-SPARO, con un allettante probabilità complessiva di  $2/3 \cdot 3/4 \cdot 2/3 \cdot 3/4 = 1/4$  di rimanere vivo. Bel gioco. Chissà cosa si vince.

Mezzo problema meno violento:

Se "del tutto immemore" significa proprio che ritira assolutamente a caso, col rischio di tirare la bomba di nuovo dietro lo stesso paravento vuoto (non ho una stima così bassa di Alberto) centra Fred 1 volta su 6, se tira dietro il paravento successivo sfrutta l'informazione in più e lo centra con probabilità  $1/5$ , ovviamente potendo scartarne uno di sbagliato. E analogamente se avesse più colpi, al secondo tentativo mancato conviene sparare sul paravento successivo, ad Alberto ovviamente, ecc...

Ma il punto in questione ovviamente è che il parallelo con la roulette è sbagliato, perché le due *waterbomb* non sono affatto analoghe a due pallottole contigue come cercavate malignamente di insinuare per depistarci (penso possiate fare parecchio di meglio), ma mi possono al più rappresentare i due tentativi. Le due pallottole contigue sarebbero 2 VadLdRM dietro 2 paraventi adiacenti con Alberto al centro

che spera di pigliarne almeno uno lanciando tante *waterbomb* quanti sono i colpi. O così mi pare, se no mi avete depistato.

Bravissimo, dico io. Il Capo voleva proprio depistarvi, ma ormai non ci riesce quasi mai, siete troppo abituati a non fidarvi. Prendete per esempio **Alberto R.**:

Premessa: azionando una normale pistola a tamburo a sei colpi, con il percussore ubicato di fronte a una camera di scoppio, si ottiene *prima* una rotazione del tamburo di un sesto di giro, *poi* la caduta del percussore sulla camera *successiva*.

Generalizziamo e sia:

T = numero di camere di scoppio contenute nel tamburo;

K = numero cartucce inserite in K camere *consecutive* numerate da 1a K

S = numero di colpi a vuoto già tirati in successione e senza manomettere la posizione del tamburo dopo qualunque colpo;

P = probabilità che il colpo successivo (S+1) sia efficace;

Risulta  $P = 1/(T-K-S+1)$  come si verifica constatando che dopo S colpi a vuoto il percussore può trovarsi in posizione K+S, K+S+1, K+S+2, ..., T. Ci sono dunque T-K-S+1 possibilità equiprobabili e solo una (percussore in T) determina lo sparo al successivo azionamento, in quanto dalla posizione T (vuota) si passa alla posizione 1 (carica). Infatti le pistole a tamburo a T colpi seguono l'aritmetica delle congruenze modulo T. (Teorema di Buffalo Bill).

Se invece, prima di premere il grilletto, eseguiamo una rotazione random del tamburo, allora tutto quello che è successo prima diventa irrilevante (non ha più importanza neanche il fatto che le cartucce siano disposte in camere consecutive) e la probabilità di sentire uno sparo diventa semplicemente e banalmente  $Q = K/T$

Il confronto tra P e Q innanzi calcolati risolve qualunque problema consentendo di scegliere, di volta in volta, il comportamento più opportuno.

Consideriamo, ad esempio, il caso prospettato di dover sottostare a una roulette russa premendo 4 volte il grilletto di una rivoltella a tamburo a 6 colpi con 2 cartucce in camere consecutive.

Indichiamo con il simbolo "R" l'azione di premere il grilletto previa rotazione random del tamburo e con "S" la pressione del grilletto senza preventiva rotazione del tamburo. A seguito di ogni azione indichiamo tra parentesi la probabilità che essa determini l'esplosione. Sono possibili 8 comportamenti:

- 1] R(1/3) R(1/3) R(1/3) R(1/3)
- 2] R(1/3) R(1/3) R(1/3) S(1/4)
- 3] R(1/3) R(1/3) S(1/4) R(1/3)
- 4] R(1/3) R(1/3) S(1/4) S(1/3)
- 5] R(1/3) S(1/4) R(1/3) R(1/3)
- 6] R(1/3) S(1/4) R(1/3) S(1/4)
- 7] R(1/3) S(1/4) S(1/3) R(1/3)
- 8] R(1/3) S(1/4) S(1/3) S(1/2)

La 6° alternativa fornisce la massima probabilità di sopravvivenza:

$$(1-1/3)(1-1/4)(1-1/3)(1-1/4) = 1/4$$

Se poi nel tamburo c'è un solo proiettile è sempre conveniente la preventiva rotazione random del tamburo, come risulta dal confronto tra i valori che P e Q

assumono per  $K=1$ . Di più: la rotazione è conveniente per qualunque  $K$  se le  $K$  cartucce anziché in camere consecutive sono disposte a caso.

E veniamo alla *meta*-domanda. Non mi sembra che la trasposizione tra il gioco cruento e quello innocuo sia corretta. Si stabilisce la corrispondenza tra il numero di *waterbomb* in mano ad Alberto e il numero di cartucce nel tamburo della pistola. Invece la corrispondenza corretta è:

$$n^\circ \text{ waterbomb} \leftrightarrow n^\circ \text{ azionamenti del grilletto}$$

$$n^\circ \text{ persone dietro i paraventi} \leftrightarrow n^\circ \text{ cartucce nel tamburo}$$

quindi per tradurre il gioco 4 colpi con 2 proiettili abbiamo bisogno di un'altra vittima da porre dietro a un paravento attiguo a quello che nasconde Fred (Alice no che è appena uscita dal parrucchiere!) e dobbiamo stabilire la regola che Alberto vince se, con non più di 4 lanci, riesce ad inzuppare uno qualunque dei due.

Lo ringrazio ovviamente per avermi tolto dalle grinfie dei lanciatori di acqua ghiacciata, ma smentisco: il parrucchiere mi vede molto raramente...

Uno dei (pochi) vantaggi dell'essere tanto in ritardo è che mentre stavo ancora pensando a queste S&N è arrivata una soluzione del **Panurgo**, che vi posso passare proprio mentre andiamo in stampa...

Carissimi, i vostri sforzi per rendere incruenti i rapporti tra i due VAdLdRM sono senza dubbio encomiabili. Ahimè! Personalmente trovo molto più facile ragionare nei termini della roulette russa classica: comincerò dunque da lì.

Per definire al meglio la questione ammetteremo (per quanto poco credibile sia) che la rotazione del tamburo corrisponda ad una randomizzazione completa senza correlazioni: ciò equivale a dire che possiamo assegnare una distribuzione di probabilità uniforme alle posizioni nel tamburo dopo la rotazione stessa.

Abbiamo dunque una rivoltella a sei colpi caricata con due proiettili alla quale è stato ruotato il tamburo: numeriamo le camere del tamburo a partire da quella in cui si trova il primo proiettile cosicché i proiettili si trovano in 1 e in 2. Nell'ipotesi  $I_1$  spariamo due colpi uno dopo l'altro; nell'ipotesi  $I_2$  ruotiamo un'altra volta il tamburo (randomizziamo) prima del secondo colpo.

Consideriamo la successione dei due colpi come un digramma le cui lettere appartengono all'alfabeto  $\{1,2,3,4,5,6\}$ : sotto  $I_1$  sono possibili i sei digrammi  $\{12,23,34,45,56,61\}$  e di questi, tre sono fatali (12, 23 e 61); sotto  $I_2$  sono possibili tutti e 36 i digrammi e di questi sono fatali tutti e soli quelli che contengono 1 o 2 o entrambi. Ovviamente è più facile contare quelli che non contengono ne 1 ne 2: sono i digrammi formati a partire dall'alfabeto  $\{3,4,5,6\}$  e sono 16.

Assegniamo dunque a  $F \equiv$  esito fatale le probabilità condizionate a  $I_1$  e  $I_2$

$$p(F | I_1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

e

$$p(F | I_2) = 1 - \frac{16}{36} = \frac{5}{9}$$

Nel solito gioco dell'estate, invece, sotto  $I_1$  vengono sicuramente colpiti due paraventi su sei mentre sotto  $I_2$  abbiamo una probabilità pari a  $5/6$  di colpire due paraventi distinti e a  $1/6$  di colpire due volte lo stesso paravento: poiché tutti i

paraventi sono equiprobabili (in base al teorema di scambiabilità di De Finetti) assegniamo a  $B \equiv$  esito bagnato le probabilità condizionate a  $I_1$  e  $I_2$

$$p(B|I_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

e

$$p(B|I_2) = \frac{2}{6} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{11}{36}$$

Si tratta di due giochi decisamente diversi.

Per ottenere l'isomorfismo poniamo

$n \equiv$  numero di camere nel tamburo  $\Leftrightarrow$  numero di paraventi

$k \equiv$  numero di proiettili  $\Leftrightarrow$  numero di paraventi dietro cui è nascosto Fred

$p \equiv$  numero di colpi sparati  $\Leftrightarrow$  numero di *waterbomb* lanciate

e inoltre  $F \Leftrightarrow B$

Sotto  $I_1$  il  $p$ -gramma può cominciare con una qualsiasi delle lettere appartenenti all'alfabeto  $\{1, 2, \dots, n\}$  per cui sono possibili  $n$   $p$ -grammi; di questi  $k+p-1$  ( $n$  se  $k+p > n$ ) sono fatali: quelli che cominciano o terminano con una delle  $k$  lettere fatali. Sotto  $I_2$  sono possibili  $n^p$   $p$ -grammi di cui  $(n-k)^p$  non fatali.

Le probabilità che assegniamo sono quindi

$$p(F|nk p I_1) = \begin{cases} \frac{k+p-1}{n} & k+p \leq n \\ 1 & k+p > n \end{cases}$$

e

$$p(F|nk p I_2) = 1 - \left(\frac{n-k}{n}\right)^p$$

Sostituiamo i valori della prima domanda, versione classica,  $n=6$ ,  $k=2$  e  $p=2$  e otteniamo

$$p(F|6 2 2 I_1) = \frac{2+2-1}{6} = \frac{1}{2}$$

e

$$p(F|6 2 2 I_2) = 1 - \left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{5}{9}$$

mentre per la versione dell'estate,  $n=6$ ,  $k=1$  e  $p=2$  e otteniamo

$$p(B|6 1 2 I_1) = \frac{1+2-1}{6} = \frac{1}{3}$$

e

$$p(B|6 1 2 I_2) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$$



come si doveva.

Per la seconda domanda invece,  $n = 6$ ,  $k = 2$  e  $p = 4$  e

$$p(F | 6\ 2\ 4\ I_1) = \frac{2+4-1}{6} = \frac{5}{6}$$

e

$$p(F | 6\ 2\ 4\ I_2) = 1 - \left(\frac{4}{6}\right)^4 = \frac{65}{81}$$

Per tradurla nel gioco di Al e Fred, Al deve lanciare quattro *waterbomb* mentre Fred deve nascondersi dietro due paraventi...

Grazie a tutti quelli che hanno scritto anche in ottobre, è tempo di salutarvi e di ricordarvi di mandarci tante nuove e polemiche soluzioni per novembre!

### 5. Quick & Dirty

Il numero  $123456789ABCDE_{15}$  è divisibile per 7?

15 diviso 7 dà resto 1;  $15^2 = (7 \cdot 2 + 1)(7 \cdot 2 + 1)$  dà resto 1 se diviso per 7; in genere,  $15^n = (7 \cdot 2 + 1)^{n-1}(7 \cdot 2 + 1)$  dà resto 1 se diviso per 7.

Se sottraiamo  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 14 = (14 + 1) \cdot 7$  (Gauss, a 5 anni) dal numero dato, possiamo riordinare i termini come:

$$13(15 - 1) + 12(15^2 - 1) + 11(15^3 - 1) + \dots + 2(15^{12} - 1) + 1(15^{13} - 1),$$

e in questa somma ogni termine è divisibile per 7; ma se la differenza e il sottraendo sono entrambi divisibili per un numero, allora lo è anche il minuendo, quindi il numero dato nel problema è divisibile per 7.

### 6. Pagina 46

Sia  $r$  il raggio del cerchio; con riferimento alla figura, definiamo la lunghezza (nota)  $\overline{OM} = a$  e la lunghezza (incognita)  $\overline{ON} = x$ . Possiamo allora scrivere:

$$\begin{aligned} \overline{MN} &= x - a, \\ \overline{NQ} &= \sqrt{r^2 - x^2}, \end{aligned}$$

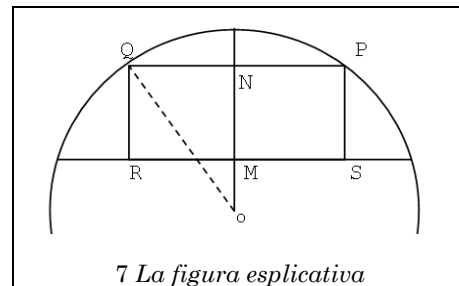
e quindi l'area al quadrato del rettangolo risulta pari a:

$$4(x - a)^2(r^2 - x^2).$$

Determineremo ora per quale valore di  $x$  questo valore è massimo; riscriviamo il nostro prodotto nella forma:

$$\frac{4}{\alpha\beta} [(x - a)(x - a)\alpha(r - x)\beta(r + x)], \tag{1}$$

dove  $\alpha$  e  $\beta$  sono scelti in modo tale che la somma dei fattori all'interno delle parentesi quadre:



$$\begin{aligned} & (x-a) + (x-a) + \alpha(r-x) + \beta(r+x) \\ & = (2-\alpha+\beta)x + (\alpha+\beta)r - 2a \end{aligned}$$

sia indipendente da  $x$ , ossia sia  $\alpha - \beta = 2$ .

Il prodotto [1] assume il suo valore massimo quando tutti i termini che lo compongono sono uguali tra loro, ossia quando:

$$\alpha(r-x) = \beta(r+x) = x-a.$$

Ma l'equazione  $\alpha(r-x) = \beta(r+x)$  implica che sia:

$$\alpha + \beta = \frac{(\alpha - \beta)r}{x} = \frac{2r}{x}.$$

Da questo e dalla condizione  $\alpha - \beta = 2$  si verifica facilmente che è:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{r}{x} + 1 = \frac{r+x}{x}, \\ \beta &= \frac{r-x}{x}. \end{aligned}$$

Sostituendo questo valore di  $\alpha$  nell'equazione  $\alpha(r-x) = x-a$ , abbiamo:

$$\begin{aligned} \frac{r^2 - x^2}{x} &= x - a; \\ 2x^2 - ax - r^2 &= 0, \end{aligned}$$

da cui, tenendo la sola soluzione positiva, si ricava:

$$x = \frac{a + \sqrt{a^2 + 8r^2}}{4}.$$

Si noti che, essendo l'equazione finale di secondo grado, il segmento di lunghezza  $x$  e quindi il rettangolo cercato sono costruibili con riga e compasso.



## 7. Paraphernalia Mathematica

### 7.1 Schiaccia, strizza & disidratata [1]

Per *zeresima* cosa, vi diciamo che Rudy non è sicuro di pubblicare il seguito di questo pezzo: ha dato uno sguardo alla matematica coinvolta, e non ci sta capendo nulla. Comunque, per precauzione, numeriamo.

Per *prima* cosa, comunque, partiamo con i ringraziamenti.

- A **.mau.** che, verso fine settembre, ha scritto un post su IIPost (insomma il blog, non il suo, l'altro) su questo argomento, e ha fatto venire voglia a Rudy di rimettere le mani ad un'idea per un PM che si teneva dentro da quasi sette anni.
- A **MaLú** che, nei primi anni dell'ultimo decennio dello scorso millennio, bruciando quantità di tabacco pari solo a quelle incenerite da Rudy, armata di un computer MS-DOS con un 8086 all'interno, correggeva tutti i JFO-E<sup>22</sup> del Nostro sui primi due terzi di questo argomento, che erano parte importante del loro lavoro.
- A **Wikipedia** (o meglio, alla sua sorellina *Wapedia*), che ha una voce esaustiva sull'ultimo terzo di questo argomento.
- Alle **Ferrovie dello Stato** che, con un ritardo medio di venti minuti sul percorso quotidiano di Rudy, gli hanno permesso di vincere un'assurda scommessa con se stesso: il testo di questo PM è stato scritto tutto con i pollici su uno *smartphone*, poi inviato per posta a se stesso e quindi riformattato (e aggiunti calcoli, tabelle e disegni).

Adesso, dovrete avere una serie di curiosità che andiamo a soddisfare: Rudy e MaLú, all'epoca, si occupavano di "semigrafica" (quella fatta con tutti e 256 i caratteri ASCII, comprese le righine), disegnando le visualizzazioni di alcuni applicativi (e anche buona parte degli applicativi, ma questo non era particolarmente complesso); indi, questi aggeggi andavano su un dischetto, e qui cominciavano i guai: infatti tra programma, maschere, file vari di configurazione e quant'altro, era facilissimo superare i 120K disponibili su un floppy (che erano proprio quelli "floppy": pieghevoli): siccome i clienti<sup>23</sup> sapevano contare solo fino a uno, l'idea di rifilare loro due dischi era impensabile. In compenso, volevano una quarantina maschere, ciascuna delle quali occupava 2K (25 righe per 80 colonne) per quanto riguarda i caratteri e altrettante per quanto riguarda gli attributi (schermi in verde e nero, ma con 256 tonalità, tra verde, nero, blinking, sottolineato eccetera). Rudy aveva un computer "da fighetti" (Olivetti M24) mentre MaLú, che leggeva correntemente l'esadecimale e aveva la deprecabile abitudine di appoggiare la sigaretta dove capitava, ne usava uno molto più spartano dal punto di vista grafico ma con la keyboard *metallica* (un IBM XT, per gli amanti dell'archeologia).

"Compattare!" E il primo candidato, logicamente, sono le "maschere": un mucchio di spazio inutilizzato...

Bene, partiamo, finalmente. Il metodo utilizzato dai nostri due eroi era il più semplice possibile: "se hai dei pezzi con valore uguale, dimmi solo il valore e per quanto devo tirarlo avanti". Questo metodo di compressione è noto come **Run-Length Encoding**: è stato brevettato dall'IBM, esattamente come il termine "pixel", ma sappiamo per certo che non si arrabbiano se lo utilizziamo: la logica è leggermente più complessa di quanto abbiamo detto, in quanto deve essere in grado di "risparmiare" anche sulle zone ad alta variabilità: considerato che lavoriamo a byte, e quindi il valore massimo che possiamo

<sup>22</sup> "Just For One-Error": quando mettete "maggiore o uguale" al posto di "maggiore", o viceversa. L'errore di programmazione preferito da Rudy.

<sup>23</sup> All'epoca nasceva il termine *utonti*, traduzione dell'angloamericano *luser*: il nostro capo, all'epoca, diceva: "Oltre lo *user friendly*, dobbiamo essere *idiot-compatible!*". E, retoricamente, si proponeva come tester.

scrivere è 255, dividiamo a metà l'intervallo, ottenendo 127 (“Ma avanzi uno!” Certo, secondo voi da cosa nasce il JFO-E?); per capire il concetto, partiamo dalla **decodifica**, ossia supponiamo di leggere una maschera già codificata:

```
leggi (N) ;
se (N<127)
  leggi N caratteri;
  visualizzali di seguito;
altrimenti
  leggi il prossimo carattere;
  visualizzalo (N-127) volte;
ricomincia;
```

...e avanti così; in pratica, se avete una sequenza di valori uguali, scrivete quante volte ricorre lo stesso carattere (sommandogli 127); mentre se avete una sequenza di caratteri uno diverso dall'altro scrivete quanti sono e poi mettete dentro i caratteri<sup>24</sup>.

Se lavorate, come facevamo noi all'epoca, con delle cose con “un mucchio di vuoti”, riuscite a ridurre le dimensioni in modo notevole. Il guaio nasce quando decidete di compattare un *testo*: qui, con buona pace degli amici di Big Blue, il metodo fa più danni che altro, bisogna trovare un altro modo.

Il modo esiste, e si basa sul fatto che alcuni caratteri hanno una frequenza maggiore di altri e, in particolare, molti caratteri che dovete avere nel sistema ASCII normalmente nei testi non compaiono: la grande idea di **Huffmann** (validamente supportato da **Shannon** e **Fano**) a questo punto è stata: “ma perché non uso per codificare il carattere più frequente un insieme di bit il più breve possibile, una stringa leggermente più lunga per il successivo, e avanti così sin quando non ho finito?”.

E, in effetti, è un'ottima idea: partiamo a leggere una volta il testo, contiamo quante volte compare ogni carattere, li mettiamo in ordine per frequenza e calcoliamo la codifica. Per capire meglio il concetto, abbiamo<sup>25</sup> fatto i conti per la Divina Commedia (scritta tutta in minuscolo), e trovate i risultati nella tabella a fianco; abbiamo eliminato i ritorni carrello, ma se vi interessa sono 14,448, nella nostra copia (proveniente da <http://www.liberliber.it>).

A questo punto, non resta che stabilire le codifiche: il metodo è lunghetto, ci limitiamo a darvi i primi passaggi. Tranquilli, è semplicissimo.

Per prima cosa, prendiamo le *due ultime* caselle (la zeta e il puntoe virgola), e consideriamole come una casella unica avente  $1701 + 1940 = 3641$  ricorrenze, e poi riordiniamo la nostra tabella: questo porta la nostra “doppia casella” tra la effe e il punto fermo, lasciando per ultime la u accentata e la bi.

E avanti in questo modo...

Chr	#	Chr	#
(sp)	86798	p	11175
e	48232	,	8755
a	43890	v	8208
i	40884	‘	7890
o	38861	g	7354
n	27409	h	7231
r	26799	è	6785
l	24119	f	5084
t	23764	.	3373
s	22838	q	3257
c	20901	b	2839
d	15432	ù	2130
u	13974	z	1940
m	12071	;	1701

<sup>24</sup> Ragazzi, sto andando a memoria... Non è che mi è scappato il solito JFO-E?

<sup>25</sup> “Abbiamo” nel senso che Treccia, alle otto di una domenica mattina, ha trovato a Rudy il link a un aggeggio che lo fa in automatico: <http://www.amstat.org/publications/jse/secure/v7n2/count-char.cfm>

Alla fine, dovrete ottenere lo schema che segue: se ne ottenete uno diverso, abbiamo sbagliato noi.

Il risultato *dovrebbe* essere qui di fianco, se Alice non ha deciso che era inutile e tanto vi sareste fatti tutto da voi. Adesso, comunque, abbiamo lo strumento per definire il codice.

Partiamo dalla radice sulla sinistra e, ogni volta che andiamo verso l'alto, scriviamo 0, mentre ogni volta che andiamo verso il basso, scriviamo 1: quando arrivate ad una foglia, quello che avete scritto sino a quel momento è il codice della lettera.

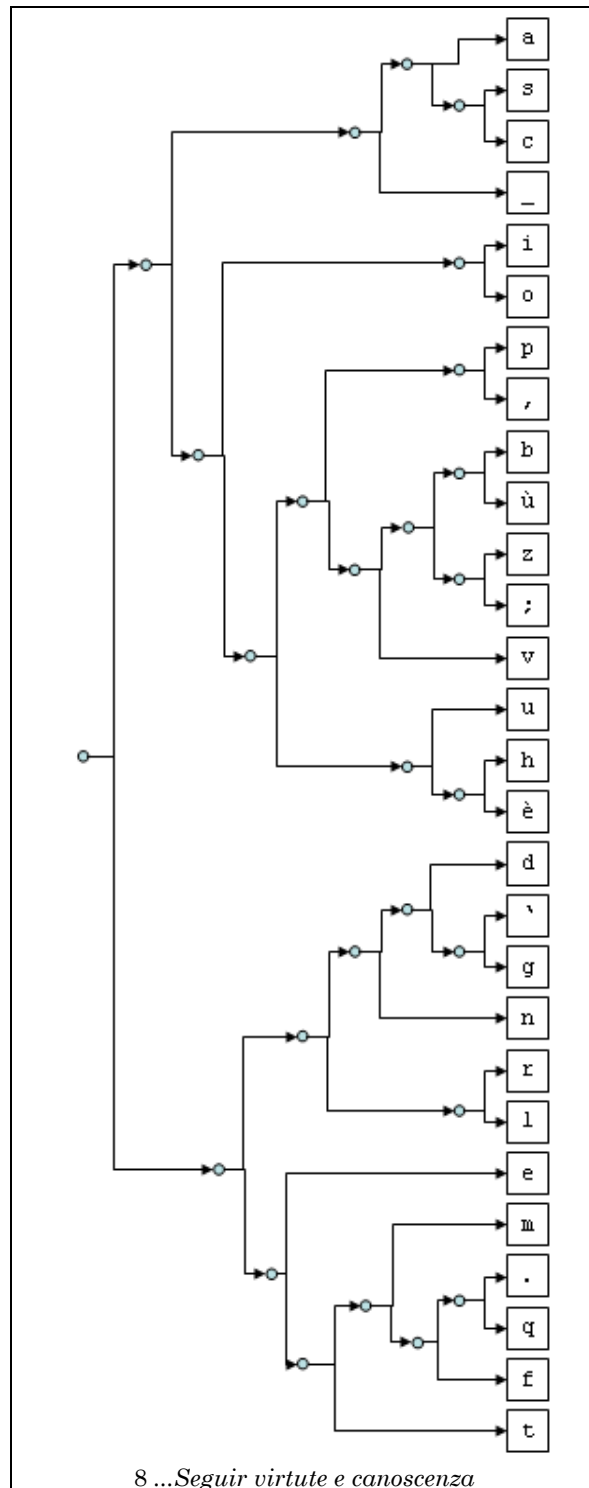
Esempio? Esempio. "0000" vi porta ad "a", mentre "1110101" vi porta a "q"; in questo modo, visitando l'albero, potete stabilire i codici di *tutti* i caratteri che vi servono; li scrivete tutti di seguito e avete codificato la Divina Commedia.

Ora probabilmente sorgeranno alcune domande.

Tanto per cominciare, ci si può chiedere se la codifica sia *univoca*: la risposta è sì, in quanto non avete caratteri sui nodi (come succede(va), ad esempio, nel Codice Morse): leggendo un bit per volta dalla codifica, seguite il vostro albero sin quando non trovate una lettera e, quando la trovate, siete sicuri che è quella: al prossimo bit, ricominciate dalla radice.

La seconda domanda che potrebbe nascere è "ma quanto si risparmia?" Beh, lo si ricava dall'albero: considerate che le codifiche più lunghe sono di otto bit, ma nel compattato le usate molto raramente, visto che sono usate per le lettere meno numerose, mentre le lettere più numerose hanno delle codifiche enormemente più brevi.

Se fate il conto, vi viene che la Divina Commedia in ASCII vi occupa 4.189.552 bit, mentre codificata con questo metodo ve la cavate con 2.224.256 bit<sup>26</sup>: quasi la metà, mica scherzi! Non per niente esiste (ma ve la risparmiamo) la dimostrazione che per alfabeti sorgenti a lunghezza costante (otto bit, nel nostro caso), la codifica HSF è la migliore possibile.



8 ...Seguir virtute e canoscenza

<sup>26</sup> Abbiamo brutalmente moltiplicato la lunghezza di ogni carattere codificato per il numero delle sue ricorrenze: tutti i nostri tool informatici dell'epoca sono ormai perduti nel tempo come lacrime nella pioggia.

Attenti, che nella frase qui sopra ci sono due fregature. La prima ve la raccontiamo nel modo più complicato. Date un'occhiata alla tabella a fianco: è il calcolo in frequenza dei caratteri per quanto riguarda *The Innocence of Father Brown*, di Chesterton. Non pretendiamo che vi costruiate l'albero, ci limitiamo a farvi notare che la tabella è completamente diversa<sup>27</sup> da quella della Divina Commedia. Quindi, oltre al testo codificato, *dovete spedire anche la codifica dell'alfabeto*: qui si possono usare alcuni trucchi (Rudy

Chr	#
-	72928
e	41908
t	30632
a	28190
o	24779
n	23589
i	22285
h	21736
s	21122
r	19088
l	15454
d	14971
u	9619
w	8132
c	8003
m	7870

Chr	#
F	628
A	584
H	547
W	438
S	423
?	400
x	392
q	383
M	256
C	247
O	244
j	243
P	200
G	186
Y	173
N	169

Chr	#
f	6987
g	6746
y	6486
p	5584
,	5459
b	4724
.	4042
“	3392
k	3151
v	2928
I	1428
T	993
‘	954
-	915
;	819
B	745

Chr	#
:	163
L	153
E	148
D	132
V	125
!	121
z	110
R	93
)	62
(	62
Q	57
J	54
`	42
K	36
U	11

ne aveva trovato uno che gli faceva stare l'alfabeto codificato della Divina Commedia in 116 byte), ma non c'è niente da fare, il codice deve andare assieme al codificato se usate HSF.

L'altra fregatura è contenuta nella frase “*alfabeto a lunghezza costante*”: se prendete un testo della Divina Commedia e lo date in pasto a PKZip, ottenete un file di circa 227K. Sono 50K meno di quello di Rudy, e ha contato anche i ritorni carrello! Il motivo è presto detto: PKZIP *non* usa un alfabeto a lunghezza costante, per stabilire la codifica. Non solo, ma nel file risultato non c'è il codice, il che gli permette anche di essere velocissimo, dovendo leggere una sola volta il testo, mentre Rudy deve prima leggerlo una volta per determinare l'albero e, successivamente, rileggerlo per codificare: e quando circolavano certe battutacce sui computer<sup>28</sup>, la cosa diventava importante.

Arriviamo quindi all'ultima parte di questo pezzo, nel quale intendiamo analizzare, almeno a grandi linee, l'algoritmo utilizzato da PKZip; se volete sapere subito come va a finire, il nome completo è **Lempel-Ziv-Welch** o, per brevità, LZW. E se le cercate su Wikipedia (italiana), trovate esattamente quello che vi spieghiamo qui sotto: usiamo anche lo stesso esempio, che ci pare genialmente semplice.

Il testo in ingresso al codificatore è formato da un *alfabeto*, che supporremo composto unicamente di quattro simboli: {A,C,G,T}<sup>29</sup>.

L'idea alla base dell'algoritmo è quella di andare a cercare all'interno dell'input delle *ripetizioni* anche separate tra loro di gruppi di simboli; ad esempio, nel nostro alfabeto, potremmo avere come input la stringa ACGTACGTACG; ora, in questo oggetto si

<sup>27</sup> Vi facciamo anche notare che “dista pochissimo” dal mitico ETAOIN SHRDLU.

<sup>28</sup> “Cosa fanno due IBM XT uno sopra l'altro?” “Due lenti a contatto!” Terribile.

<sup>29</sup> Adenina, Citosina, Guanina, Timina, le basi del DNA: ve l'avevamo detto, genialmente semplice.

ripetono svariate volte le sottostringhe AC e GT: scegliamo due nuovi simboli *non presenti nell'alfabeto di input* (ad esempio, 1 e 2) da sostituire a queste stringhe, e facciamo il conto: la nostra stringa diventa 1212G: sorgente di 11 caratteri, messaggio di 6 caratteri: notate, tra l'altro, che adesso il nostro alfabeto è cresciuto, diventando {A,C,G,T,1,2}; inoltre, quando vi accorgete che qualcosa si sta ripetendo, dovete scriverlo da qualche parte per ricordarvi come si codifica; quindi, aumenta anche il vostro *dizionario*, che al momento ha sei simboli (i quattro originali più le due coppie codificate).

#	Input	Buffer	Output	A dizionario
01	ACGTACGTACG			
02	<u>A</u> CGTACGTACG	A		
03	<u>AC</u> GTACGTACG	<u>AC</u>		
04	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTACG	C	A	AC (=1)
05	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTACG	<u>CG</u>		
06	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTACG	G	C	CG (=2)
07	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTACG	<u>GT</u>		
08	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTACG	T	G	GT (=3)
09	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTACG	<u>TA</u>		
10	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTACG	A	T	TA (=4)
11	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTACG	AC		
12	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTAC G	<u>ACG</u>		
13	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTACG	G	1	ACG (=5)
14	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTACG	GT		
15	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTAC G	<u>GTA</u>		
16	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTACG	A	3	GTA (=6)
17	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTACG	AC		
18	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTAC G	<u>ACG</u>		
19	<u>AC</u> G <u>T</u> ACGTACG		5	

Insomma, leggete la stringa un carattere alla volta, e caricate tutte le sottostringhe che *non avete ancora incontrato* nel dizionario; siccome il tutto procede passo-passo, utilizzate un buffer per tenere le sottostringhe, e quindi codificate con simboli non appartenenti all'alfabeto.

Come sempre, una tabella aiuta. Vediamo qualche passo: mettiamo tutto assieme, poi utilizzeremo i numeri di iterazione per capire cosa sta succedendo, in grassetto sottolineato la parte che mettete da qualche altra parte.

Allora, in [02] avete letto "A", che è un carattere nuovo, quindi lo mettete nel buffer<sup>30</sup>; poi leggete "C", che è carattere nuovo, quindi lo mettete nel buffer; siccome "A" ha comunque una codifica (si scrive "A"), lo

mandate in output (succede in [04]); la sequenza "AC", siccome non l'avete mai incontrata, la mettete a dizionario (indicata con "1"), così la prossima volta sapete come scriverla. A questo punto in buffer avete solo "C", quindi leggete un altro carattere ("G")... e avanti in questo modo, con l'opportuno output, fino al passo [11], dove succede finalmente qualcosa di interessante<sup>31</sup>: finalmente troviamo la stringa "AC", che è *nel dizionario*: a questo punto, cosa facciamo?

Niente. È qui il bello.

<sup>30</sup> Da un punto di vista strettamente teorico e quindi poco significativo, ci pare che in Wikipedia ci sia una piccola improprietà, a questo punto; "A", "C", eccetera (insomma, il nostro alfabeto originale) dovrebbero finire tutti in dizionario: in pratica (ossia in PKZip, quindi nella realtà) per una serie di motivi la cosa non succede (nel senso che l'alfabeto lo conoscono tutti: sono sempre i soliti 256 caratteri, quindi non stiamo a codificarlo).

<sup>31</sup> Nel senso che fin qui il nostro rapporto di compressione è 1:1, quindi non abbiamo fatto ancora niente.



Leggiamo un altro carattere, il che ci permette di ottenere una nuova stringa non nel dizionario (ACG) alla quale attribuiamo un nuovo codice (5); intanto però eliminiamo “AC”, che ormai conosciamo benissimo (ha codice “1”) e lo passiamo in output; avendolo ormai scritto, lo eliminiamo dal buffer, che contiene solo “G”... E andiamo avanti.

Con “T” e “A” succede la stessa cosa, e al passaggio [16] riusciamo a “mettere in cascina” (OK, nel vocabolario) anche la sottostringa “GTA”; alla fine, abbiamo scansionato tutta la nostra stringa e ottenuto la codifica “ACGT135”, sicuramente più corta di quella di partenza.

Prima di fare domande cattive, diamo un’occhiata al nostro dizionario: è una cosa del tipo della tabella qui di fianco.

Se voi passate la codifica al decodificatore (e se l’avete scritto giusto, ossia se MaLú vi ha corretto gli errori), questo leggendolo riesce a *ricostruire il dizionario*: ossia, tanto per cominciare non dovete trasmettere la codifica, e secondariamente, come dovrete esservi accorti, abbiamo letto *una sola volta* la stringa in ingresso: la codifica è costruita “al volo”!

Questo, comunque, è il metodo generale; esistono tutta una serie di eccezioni (tipo che il decoder si ritrova un carattere non in dizionario, o cose di questo genere) che hanno fatto dire a Rudy e a MaLú una serie di parole che non si trovano sui dizionari perbene, ma se siete interessati a casi del genere, vi rimandiamo alla voce di Wikipedia, dove sono trattati in modo approfondito. Qui, vorremmo solo trattare un ultimo punto, che probabilmente è venuto in mente ai più scafati di voi.

“Rudy, hai detto che nel dizionario usi codifiche *non presenti nell’alfabeto di input*... Supponiamo tu stia gestendo roba ASCII, devi usare tutti i caratteri da 0 a 255... Come fai?”

Semplice<sup>32</sup>: codifico *tutti* i 256 caratteri generabili con 8 bit a **12 bit**. insomma, il mio dizionario è su 12 bit, e questo significa che posso creare  $2^{12} - 256 = 3840$  diverse “parole” da mettere nel dizionario (beh, quasi... esistono una serie di sequenze dette “fermate il mondo, voglio scendere”, o “sequenze di escape” che significano “Resetta il dizionario, che abbiamo finito lo spazio”).

Adesso, quanto si risparmia ve lo calcolate voi: lanciate un qualunque “Zip”, e guardate quanto vi viene piccolo.

...Certo, era più divertente scrivenselo. E per chiudere non resta che parafrasare Hemingway: “...ovunque andrai, l’esadecimale ti seguirà, perché l’Assembler è una festa mobile... Ma questa era la programmazione dei tempi andati, quando eravamo molto poveri e molto felici...”.

Beh, un po’ mi spiace, che le cose siano cambiate.

*Rudy d’Alembert*  
*Alice Riddle*  
*Piotr R. Silverbrahms*

---

<sup>32</sup> Mica tanto: in questa frase, c’è tutto il lavoro di Welch.