Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 127 – Agosto 2009 – Anno Undicesimo

Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da

Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM126 ha diffuso 2387 copie e il 30/07/2009 per Google eravamo in 8'730 pagine.

La casa a forma di ***Bottiglia di Klein***, disegnata dagli architetti ***Charles*** e ***Rob McBride*** & ***Debbie-Lyn Ryan*** si trova in Australia, Mornington Peninsula (insomma, vicino a Melbourne)… ma ve l'immaginate, dire ai bambini "Fila a giocare *fuori!*"?

1. L'antipatico

Le sue lezioni erano molto confuse, saltava spesso improvvisamente da un concetto all'altro, da una formula alla successiva senza curarsi affatto di spiegare la connessione che le legava. Le sue presentazioni erano nuvole oscure illuminate di tanto in tanto da lampi di puro genio. Dei trenta che si iscrissero all'inizio, io fui l'unico a giungere alla fine al suo corso.
(Luigi Federico Menabrea)

Il *David Letterman Show* o, per essere più precisi, il *Late Show with David Letterman* è uno noto spettacolo televisivo americano, un talk-show che va in onda in tarda serata e sul formato del quale si sono strutturati diversi omologhi spettacoli nostrani. Si basa essenzialmente sulla capacità del conduttore di intrattenere e divertire gli ospiti, e di conseguenza il pubblico. L'abilità di Letterman è tale che molte puntate del suo show sono diventate dei veri classici, e girando in rete, soprattutto su YouTube, non è difficile trovarne diversi spezzoni.

In una lontana puntata del 1985, il nostro organizzò una specie di campionato di dattilografia, perché l'ospite della serata era Barbara Blackburn, una placida signora di mezza età nota per essere la più veloce dattilografa del mondo. Originaria di Salem, Oregon, Barbara era riuscita a suo tempo a ottenere l'incredibile velocità di 212 wpm, dove wpm sta per *words per minute*[1]. Il perfido Letterman, nell'invitarla, decise di metterla a confronto con la più veloce delle segretarie del suo entourage: un'altra Barbara, ma che di cognome faceva Gaines, la quale era certamente molto brava ma verosimilmente non da campionato del mondo. Lo studio televisivo era stato predisposto con due scrivanie poste una di fronte all'altra, e la telecamera inquadrava la Blackburn con la sua macchina per scrivere a sinistra, fronteggiante la Gaines che sedeva alla destra del teleschermo, anche lei armata del suo ordigno dattilografico[2]. La sfida doveva durare un minuto esatto, durante il quale le due Barbara dovevano riprodurre quanto più possibile del medesimo testo, mentre nell'aere la saggia regia televisiva spandeva le note di *Barbara-Ann* dei Beach Boys a fare da sottofondo melodico e per contrastare il nevrastenico ticchettio delle tastiere. Il primo minuto di sfida andò comunque sprecato; non si sa se per emozione, per ansia da prestazione o per uno sporco tiro mancino di Letterman, la campionessa del mondo si ritrovò a sparare la sua folgore di battute su un rullo vuoto, perché nel carrello della sua macchina per scrivere non era stato inserito nessun foglio di carta. L'incidente è meno incredibile di quanto possa sembrare a prima vista: i bravi dattilografi non devono guardare né il foglio che stanno scrivendo né, meno che mai, la tastiera sulla quale fanno ballare le dieci dita, tutta la loro attenzione deve restare incollata al testo da copiare, e quindi è comprensibile che, se ci si dimentica di

[1] Chiunque abbia letto qualche antologia autobiografica di Isaac Asimov ricorderà che il *buon dottore* racconta spesso che i direttori delle riviste di fantascienza della sua gioventù lo pagavano un tanto a parola: anzi, proprio per dare il senso dei suoi progressi, entra nei dettagli e racconta di come i suoi compensi passassero da un certo numero di centesimi a parola ad altri via via più alti. Naturalmente, anche la dimensione dei testi era misurata appunto in *parole*, cosa che lasciava sempre un po' perplessi i giovani italici lettori che non capivano né come fosse possibile contare una per una le parole di un romanzo (parliamo di tempi in cui si scriveva con macchine per scrivere meccaniche, non con i moderni *word-processor*, che contano le parole, le battute e diecimila altre cose), né per quale oscura ragione una parola come "*of*" dovesse avere lo stesso prezzo di "*floccinaucinihilipilification*". Scoprire ora che l'unità di misura per la velocità di battitura tira nuovamente in ballo le *words* stava per lasciarci definitivamente basiti, e ha richiesto un supplemento d'indagine: si è scoperto così che, per questi scopi, la *word* è definita come "gruppo di cinque lettere" o, ancora più semplicemente, come "cinque battute". Possiamo così finalmente capire che Barbara Blackburn toccava allora la bellezza di 1060 battute al minuto, e volendo potremmo anche finalmente calcolare gli introiti del giovane Asimov.

[2] Se volete vedervi la scena direttamente, la potete trovare su http://www.youtube.com/watch?v=NndiiezGkNY.

mettere inizialmente il foglio nel rullo, del fatale errore ci si potrà accorgere solo dopo un bel po'. Sia come sia, esaurite le risate inevitabili seguite alla constatazione dell'errore, un altro "via" venne dato, e per un altro minuto esatto le due Barbara fecero correre le dita sulla tastiera. Al termine dei sessanta secondi previsti, Letterman perse in fretta i due fogli appena dattiloscritti; dette uno sguardo ammirato a quello composto dalla sua collaboratrice, le fece i complimenti e passò quindi ad esaminare quello della detentrice del record di velocità. Si schiarì la voce, assunse l'aria concentrata di chi sta per leggere qualcosa di molto importante, e cominciò a articolare suoni decisamente incomprensibili e sconnessi. Giocando ancora un po' con lo stupore generale, prese infine il foglio e lo mostrò prima alla Blackburn e poi alla telecamera: era palesemente pieno di gruppi di lettere totalmente privi di senso. Quindi guardò con finto disprezzo la presunta primatista, e proclamò campionessa del mondo la sua collaboratrice.


1 *David Letterman*

Si trattava naturalmente d'uno scherzo: d'uno show, insomma, come del resto era nello spirito del programma televisivo. Il meccanismo alla base della burla di David Letterman è comunque interessante. La giovane Gaines usava una macchina per scrivere elettrica a testina rotante, con la usuale tastiera *qwerty*; anche la Blackburn scriveva su una macchina elettrica a testina rotante, ma la sua tastiera era del modello Dvorak[3]. È ovvio che tipo di tastiera e tipo di testina devono assolutamente essere coerenti, in una macchina per scrivere, ma gli autori dello show avevano pensato bene di inserire nella macchina della Blackburn una testina rotante *qwerty*, con il devastante risultato di farle generare uno scritto del tutto incomprensibile.

Ci sono molti elementi interessanti, in quest'aneddoto. Ad esempio, se si ha la pazienza di osservare le due Barbara mentre digitano il testo durante la gara, si può notare come la Blackburn non appaia visibilmente più veloce della collaboratrice di Letterman: anzi, l'impressione di pura velocità di esecuzione sembra favorire piuttosto proprio quest"ultima. Però è altrettanto evidente che le mani della Gaines sembrano costrette a saltare molto più di quanto facciano quelle della Blackburn, che invece sembrano muoversi pochissimo sulla tastiera. In altri termini, senza scomodare né il principio di minima azione di Maupertuis né i principi di economia dei movimenti alla base di un bel numero di arti marziali, le azioni delle dita della Blackburn sembrano oggettivamente più efficienti e meno dispersive di quelle della sua concorrente. Se l'impressione fosse giusta, più che meriti della placida Blackburn bisognerebbe parlare dei meriti del layout della tastiera Dvorak; o, al limite, dei demeriti della tastiera *qwerty*, nonostante l'affezione che gli portano coloro che, con quel layout, hanno scritto qualche migliaio di pagine di una prestigiosa rivista di matematica ricreativa.

In effetti, basta poco per scoprire che sulla scarsa efficienza della *qwerty* sono stati versati i proverbiali fiumi di inchiostro; ma più ancora che questo, stupisce che l'inefficienza del layout era tutt'altro che accidentale. Si trattava invece proprio di un obiettivo accuratamente perseguito, e raggiunto. Sembra infatti che le prime macchine

[3] Nessuna relazione con Antonìn, il boemo autore della celebre "Sinfonia dal Nuovo Mondo": l'inventore della tastiera era probabilmente anch'egli di origine ceca, ma si chiamava August ed era un po' più giovane del musicista.

per scrivere avessero la “zona di impressione” del foglio non visibile all’operatore; come a dire che il dattilografo scriveva una riga intera senza alcuna possibilità di controllare cosa avesse scritto, perché solo dopo un “a capo e ritorno carrello”[4] la riga appena scritta diventava visibile. La cosa in sé non era terribile (abbiamo visto che il dattilografo perfetto non deve stare a guardare le cose che scrive, ma solo le cose che legge), ma il guaio era che se la zona dove i martelletti battevano effettivamente sul foglio non era visibile, era anche difficilmente raggiungibile; e questo comportava che il classico incidente dell’incastro di due martelletti che arrivano simultaneamente nella zona di impressione del carattere fosse un problema pratico non trascurabile, perché l’operazione di disincastrare i martelletti diventava lunga e laboriosa.


2 *Indiscutibilmente, una QWERTY*

Una delle azioni intraprese per risolvere questo problema fu appunto quello di studiare un layout che impedisse la troppo frequente pressione simultanea di due tasti, e la *qwerty* nacque proprio con questo scopo di “rallentatore artificiale”; non troppo diversa, nello spirito, dei dossi artificiali che si mettono sulle strade per evitare che le macchine le percorrano a velocità troppo elevate. Una volta nota questa causa efficiente, si possono effettivamente scoprire delle incongruità e curiosità abbastanza evidenti nella tastiera più diffusa del mondo[5]. I primissimi modelli di macchine per scrivere proponevano una banale dislocazione alfabetica dei tasti, ma Christopher Sholes, lavorando al suo modello che chiamò con poca originalità *Type Writer*, cercava con pazienza e cura di separare[6] opportunamente tutte le coppie di lettere che potevano generare l’incastro dei martelletti. Quando alla fine realizzò il layout che brevettò nel 1864 e vendette con successo alla Remington, nel 1873, i residui dell’originario ordine alfabetico si notavano allora come oggi: uno sguardo alla linea centrale della tastiera con la sequenza ASDFGHJKL mostra abbastanza chiaramente quale potesse essere la situazione iniziale, sulla quale Sholes aveva lavorato in modifica sostanzialmente per mezzo di ripetuti tentativi empirici. Un’azione di puro marketing sembra invece essere la ragione per cui la lettera W si trova ora nella prima linea, mentre inizialmente languiva dalle parti della terza: pare che fosse il suggerimento di alcuni rappresentanti dell’azienda, che durante le dimostrazioni a cliente trovavano commercialmente efficace il poter scrivere il nome del prodotto (appunto “Type Writer”) usando solo tasti della riga superiore.

Fatto sta che, al giorno d’oggi, la *qwerty* appare effettivamente un po’ troppo poco razionale. Come sapranno coloro che hanno studiato i rudimenti della dattilografia, la scrittura “cieca” a dieci dita presuppone una posizione di partenza della dita sulla riga centrale (che in inglese si chiama infatti “home row”), con gli indici distanziati di due tasti. Coloro che *non* hanno mai studiato i rudimenti della dattilografia, per contro, si saranno magari chiesti perché mai tutte le tastiere che hanno usato nella loro vita hanno

[4] Solo qualche anno fa avremmo scritto senza tema di rimanere incompresi CR+LF, perché l’accoppiata di acronimi “Carriage Return” e “Line Feed” era davvero comune tra coloro che avevano anche solo un minimo di confidenza con i personal computer. Adesso, probabilmente, non è già più così…

[5] Ma anche nelle simili QZERTY o AZERTY, etc., che sono evidentemente delle derivazioni nazionali con poche differenze, e comunque non sostanziali.

[6] Per “separare” si intende una separazione empirica, di pura dattilografia, per fare in modo che le sequenze di lettere più frequenti fossero battute in modo non troppo simultaneo; non necessariamente una separazione fisica dei tasti sul layout di tastiera.

sempre avuto una piccola tacca orizzontale in corrispondenza della F e della J: adesso non sarà difficile dedurre che sono proprio il "blocchi di partenza", i tasti dove devono inizialmente posizionarsi rispettivamente l'indice della mano destra e quello della mano sinistra. Un progetto razionale di tastiera dovrebbe tener conto proprio della situazione iniziale, collocando le lettere di maggior uso direttamente in corrispondenza dei tasti di partenza delle dieci dita dell'operatore: inoltre, la distribuzione delle lettere dovrebbe in qualche modo preoccuparsi di ripartire il più possibile equamente il "carico di lavoro" tra mano destra e mano sinistra, cosa che invece la *qwerty* si guarda bene dal fare. Verso la fine dell'Ottocento, uno studioso chiamato Blickensderfer propose una razionalizzazione con la sua "tastiera ideale", che prevedeva una riga di partenza composta dai tasti DHIATENSOR[7], che da soli riescono a coprire circa il 70% delle parole inglesi; per contro, la *qwerty* dovrebbe essere adorata dai mancini di lingua inglese, perché invece è fortemente sbilanciata a sinistra: con i soli tasti riservati alla mano destra si possono comporre un numero limitato di parole, mentre usando solo la sezione sinistra se ne possono scrivere svariate migliaia: in generale, la ripartizione di utilizzo tra sinistra e destra è circa pari ad un poco equilibrato 60%-40%; ma in italiano il rapporto è verosimilmente meno sbilanciato.

3 *Meno indiscutibilmente, una Dvorak*

Quando August Dvorak decise di studiare un nuovo layout per tastiera, aveva in mente soprattutto le persone che potevano scrivere con una sola mano. Ma molto in fretta, insieme al cognato William Dealey, decise di razionalizzare al meglio possibile la normale operazione di dattiloscrittura a due mani, e impose una serie di principi alla base del nuovo disegno della dislocazione dei tasti. Alcuni di questi principi sono ovvi e già citati poco sopra, quale la disposizione delle lettere di maggior frequenza nella *home row*, ma altri elementi sono altrettanto importanti e talvolta sorprendenti. Ad esempio, le lettere meno frequenti sono poste nella riga inferiore, perché giudicata più difficile da raggiungere della superiore; il bilanciamento delle parti destra e sinistra ebbe molta cura, perché si riteneva che la massima velocità di battitura si potesse ottenere alternando per quanto più possibile le due mani; si lasciò comunque una leggera prevalenza a destra, perché la maggior parte delle persone *non* è mancino, con buona pace della *qwerty*. La cosa probabilmente più curiosa è l'aver predisposto la tastiera in modo che le parole venissero prevalentemente scritte "dalla periferia verso il centro", ovvero disegnando la tastiera in modo che la

[7] I lettori più informati e quelli con maggiori ricordi fantascientifici – specie se cultori di Fredric Brown – ricorderanno che le dodici lettere più frequenti in lingua inglese sono solitamente riportate come ETAOIN SHRDLU, e DHIATENSOR trova infatti comodo spazio nei due sestetti. Al pari di QWERTY, la coppia ETAOIN SHRDLU è diventata abbastanza famosa da trovare spazio nei dizionari di lingua inglesi; è però generalmente meno nota la ragione per cui le dodici lettere sono di solito rappresentate, appunto, come due parole separate. La causa, anche in questo caso, è legata ad una tastiera, quella delle linotype, le macchine destinate all'impaginazione dei quotidiani: lo standard delle tastiere prevedeva infatti i tasti disposti su colonne verticali di soli sei caratteri, disposti in ordine decrescente di frequenza: per questa ragione la prima colonna riportava appunto la sequenza ETAOIN, la seconda SHRDLU, a cui faceva poi seguito CMFWYP. Il complicato sistema di correzione delle battiture sulla linotype portava poi gli operatori a correggere gli errori digitando l'intera riga per espellerla e poi rimuoverla dalla matrice, e la maniera più veloce per riempire una riga era proprio quella di far scivolare velocemente dall'alto in basso un dito sulla file dei tasti. La riga di stampa si riempiva così in fretta di sequenze di *etaoin shrdlu*, e le righe completate potevano essere velocemente buttate, più velocemente di quanto ci sarebbe voluto per correggere puntualmente l'errore. Solo che a volte le righe piene della sequenza sopravvivevano per errore, e arrivavano in edicola a rendere perplessi gli affezionati lettori del quotidiano. A valle di tutta questa macrobiotica nota a piè di pagina, non resta che chiedere a chi legge se riesce ad immaginare cosa abbia di speciale la sequenza AEION LRTSU.

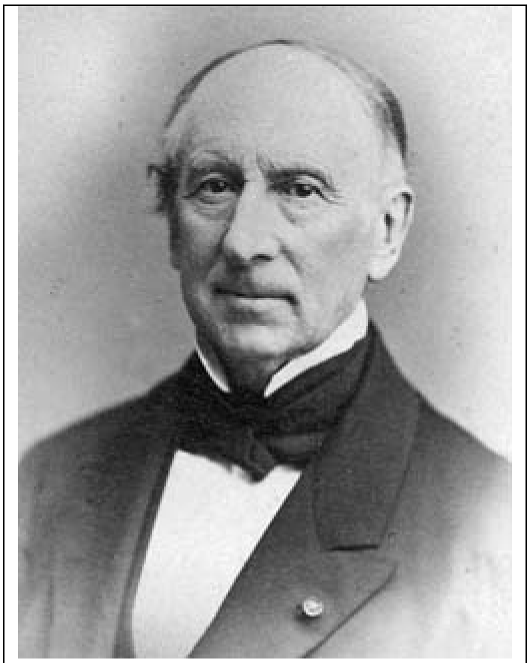
maggior parte delle parole iniziasse con tasti periferici e si concludesse con tasti centrali. Questo per assecondare l'osservazione che Dvorak e Dealey avevano fatto guardando la gente tamburellare le dita sul tavolo: la stragrande maggioranza sembra infatti che tamburelli partendo dal mignolo verso l'indice, e non viceversa, e ai due la constatazione era sembrata abbastanza significativa da tenerla in gran conto nella loro progettazione.

Il fatto che Barbara Blackburn sia diventata primatista di velocità usando proprio una tastiera Dvorak (per non parlare del fatto che le sue iniziali esperienze con la *qwerty* si erano risolte in un disastro: non riuscì a prendere neppure il normale diploma del corso standard di dattilografia) non può certo essere visto come la dimostrazione assoluta e matematica della superiorità della Dvorak rispetto alla *qwerty*; come sempre, i singoli casi hanno una valenza molto ridotta. Ma, in generale, la migliore struttura della Dvorak sembra ragionevolmente riconosciuta dagli esperti. Questo però non è bastato, non basta e verosimilmente non basterà mai a far sì che la Dvorak possa soppiantare il predominio della tastiera che siamo soliti vedere a bordo dei nostri computer: ed è in fondo proprio questa impossibilità a rendere la storia interessante.

Il caso della tastiera Dvorak viene infatti di solito studiato e usato a fini didattici per spiegare il cosiddetto "*effetto di rete*", o "*network effect*". Il principio è che il beneficio di alcuni prodotti è strettamente legato alla diffusione degli stessi: l'esempio classico è quello dei telefoni, avere un telefono è tanto più utile quante più persone hanno un telefono compatibile al proprio. Avere uno splendido e ultratecnologico telefono, fosse anche in grado di trasportare immagini e odori, servirebbe a ben poco se tutti gli altri ne possedessero uno con uno standard diverso. Lo stesso discorso, su basi più o meno analoghe, si può fare per gli scarti dei binari delle diverse ferrovie statali, sulla compatibilità dei diversi pacchetti di software commerciale, così come si può leggere in chiave di "effetto di rete" il famosissimo caso della guerra dei formati di videoregistrazione su nastro tra VHS e Betamax. La superiorità qualitativa dello standard Betamax è riconosciuta senza problemi in quasi ogni aspetto tecnico, mentre a favore del VHS c'era solo la maggior durata delle cassette di registrazione. Ciò non ostante, una guerra commerciale feroce, in cui ebbero una grossa parte in causa anche le case di produzione cinematografica, finì con il far prevalere di un po' il formato VHS sul mercato USA: l'effetto network fece il resto, e il Betamax sparì dal mercato. Per quanto possa sembrare strana questa quasi-indipendenza dal valore puramente qualitativo dei prodotti, si può fare un banale esercizio mentale e stupirsi di come sia universalmente tenuto in alta considerazione il denaro: da un certo punto di vista, anche se gli economisti potrebbero inorridire di fronte al paragone, il denaro ha un gran successo anche e soprattutto perché gode di un fantastico ed universale "effetto di rete": la totalità o quasi degli umani ha deciso di credere che il denaro ha valore, ed è essenzialmente solo per questa ragione che il denaro ha effettivamente valore; tra l'altro in modo del tutto indipendente dalla qualità effettiva dell'oggetto, visto che difficilmente si può sostenere che dischetti di metallo e rettangolini di carta colorata valgano più d'un pollo arrosto, d'una bicicletta o addirittura d'una casa.

Un effetto secondario interessante di questi eventi consiste in una sorta di disillusione; le cose che siamo abituati ad usare, gli oggetti che tutto il mondo si trova d'accordo ad utilizzare, magari da moltissimi anni, non per questo sono automaticamente i migliori. Gli uomini sono naturalmente portati a considerare come difficilmente migliorabile ciò che per lungo tempo ha continuato ad essere usato senza subire modifiche, e bisogna riconoscere che tale atteggiamento è giustificato e spesso ragionevole: il difetto opposto, quello che porta a ritenere per principio tutto quanto pre-esistente come sbagliato e vecchio, è certamente difetto peggiore, non fosse altro per l'arroganza di fondo che presuppone. Ciò non di meno, è bene tener presente anche la possibilità che una cosa non sia perfetta e giusta solo perché nota e consolidata; ci sono anche evidenti casi di mancato sviluppo, di stagnazione, e anche di regresso nel percorso dell'uomo, anche se di solito ci piace raccontarcelo come un fluire continuo verso il progresso.

L'uomo è bravissimo ad imparare, ma riesce anche a dimenticare, a disimparare. Ci sono casi di comunità di agricoltori tornati a fare i cacciatori-raccoglitori, buttando al vento secoli di progresso culturale; studi recenti sulla scienza del periodo ellenistico sembrano palesare un livello scientifico raggiunto – e poi perduto – che per molti aspetti superava di gran lunga le conoscenze del periodo rinascimentale, e in alcuni casi teneva il confronto con la sofisticazione scientifica del XIX secolo. In ogni aspetto dell'umana cultura conta soprattutto la fecondità dell'ambiente in cui si opera e la cultura che si condivide con i contemporanei: per questo sono importanti le scuole, le istituzioni culturali, le università. Per questo, nonostante i molti casi di geni isolati che da soli hanno fatto fare salti avanti alle conoscenze, i progressi maggiori si hanno soprattutto quando gli eventi e la storia confluiscono nel fecondare un particolare brodo culturale in un fortunato periodo storico.


4 *Augustin Louis Cauchy*

Ma anche in questi casi fortunati, quando si ha la ventura di nascere in momenti rivoluzionari e particolarmente fecondi dal punto di vista culturale, può capitare di sentirsi un po' pesce fuor d'acqua, pecora nera tra le bianche o – il che è indubbiamente più difficile – pecora bianca tra le nere. Questo è un po' il destino toccato a Cauchy.

Augustin Louis Cauchy nacque a Parigi il 21 Agosto 1789, trentotto giorni dopo la presa della Bastiglia. Anche volendo, sarebbe difficile immaginare un tempo e un luogo più movimentato nella storia moderna. La famiglia Cauchy era borghese e di opinioni tutt'altro che rivoluzionarie. Suo padre, Louis François, era un funzionario pubblico con qualche interesse scientifico, visto che la sua casa era frequentata da personaggi come Lagrange e Laplace; ma era fortemente cattolico e rigorosamente monarchico, cosa che aveva garantito una vita serena a molti suoi antenati, ma che risultava decisamente poco augurabile in piena Rivoluzione Francese. Trasferì pertanto la sua famiglia lontano dalla capitale, ad Arcueil, ma le condizioni di vita erano così misere che dopo qualche anno tornarono a Parigi. Il piccolo Augustin mostrò una precoce predisposizione per la matematica ma, forse anche per gli espliciti consigli di Lagrange che consigliava a tutti di approfondire le conoscenze linguistiche prima di dedicarsi alla matematica, venne iscritto alla *École Centrale du Panthéon* dove seguì studi classici. Verso i quindici anni cominciò a frequentare anche corsi di matematica, e nel 1805 superò con merito l'esame di accesso alla *École Polytechnique*: ne uscì, diciottenne e diplomato, per darsi a studi di ingegneria: ancora studente venne assegnato al progetto di realizzazione del Canale Ourcq, importante arteria dell'idrografia parigina.

Dalla rivoluzione all'impero: nel 1810 i progetti napoleonici per l'invasione dell'Inghilterra sono ancora lontanissimi dall'essere abbandonati, e il ventunenne Cauchy è chiamato a Cherbourg per lavorarci: accompagnato dai tomi di meccanica e di analisi di quelli che si possono considerare i suoi padrini matematici, Laplace e Lagrange, lavora duramente e senza soste fino al 1812, quando torna finalmente a Parigi. In questo periodo ha già avuto occasione di constatare come la sua devozione alla fede cattolica e le sue idee filomonarchiche siano poco popolari presso la maggioranza dei suoi colleghi. È verosimile che questo suo sentirsi diverso gli abbia indurito il carattere, o perlomeno questo è quanto sembra risultare dall'opinione dei suoi contemporanei[8]: dal punto di vista di Augustin, invece, erano gli altri che tendevano ad emarginarlo a causa delle sue diverse opinioni religiose e politiche.

Quale che sia la verità, il risultato finale sembra essere che Cauchy, pur riuscendo nel tempo a realizzare una brillantissima carriera accademica e riuscendo a produrre una sterminata quantità di matematica, restasse sempre un po' distante e difficile nei rapporti umani: insomma, le difficoltà di relazione potrebbero averlo reso un po' antipatico. Almeno questa è la sensazione, necessariamente limitata da opinioni soggettive e pertanto senz'altro di valore relativo, che si può avere nell'esaminare la sua biografia. Gli va in ogni caso riconosciuta una coerenza di prim'ordine, una passione per la matematica assolutamente maiuscola, e una perseveranza eroica nel perseguire i suoi obiettivi. Fin dal periodo di Cherbourg si applica duramente per scrivere le prime memorie matematiche e farsi un nome nella disciplina amata; cercò di farsi assumere come professore associato alla scuola di ingegneria che aveva frequentato (*École des Ponts et Chaussées*), ma senza successo; partecipò al concorso per ottenere il posto all'Ufficio Longitudini, ma fu assegnato a Legendre; cercò allora di entrare nella sezione geometrica dello stesso istituto, ma venne superato da Poinsot; nel 1814 cercò di ottenere la cattedra lasciata vacante da Ampere ma, come detto, non risultava troppo simpatico, e nella votazione decisiva non ottenne nessuno dei 53 voti espressi. L'anno successivo perse ancora una cattedra di meccanica a favore di Binet, ma riuscì infine ad ottenere un posto alla *Polytechnique* come professore associato di analisi.

Da questo momento in poi, forse per la serenità che doveva dargli il posto fisso, la sua fama non fece altro che crescere. Vinse il premio dell'Accademia delle Scienze per il 1816, e nello stesso anno pubblicò un clamoroso risultato su una celebre asserzione di Fermat sui numeri poligonali. Forse per caso, forse solo per una per lui felice congiuntura, gli anni dei suoi successi matematici coincidevano anche cogli anni in cui tramontavano in Francia le passioni rivoluzionarie e napoleoniche, e prendeva corso la restaurazione. Oggettivamente, il diventare una autorità accademica in concomitanza con il riaffermarsi in politica delle sue idee non lo resero più trattabile dal punto di vista umano e, purtroppo, ebbero qualche risvolto negativo anche dal punto di vista meramente scientifico. Nelle lotte accademiche si schierò con i Gesuiti che a quel tempo erano dichiaratamente contro le posizioni dell'Accademia delle Scienze, e si trovò spesso a giudicare delle memorie scientifiche anche sulla base della fede (o, più frequentemente, dell'assenza di fede) da parte degli autori delle stesse. Articoli di giornali narravano con stupore le gesta dell'accademico che, più che tale, sembrava essere un missionario mentre predicava ai fedeli, e l'elenco dei matematici di valore che ritennero di essere stati ingiustamente maltrattati da lui è purtroppo abbastanza lungo.

Stando a quel che racconta in prima persona, Poncelet venne trattato da Cauchy con freddissima sufficienza, e venne di fatto congedato senza avere possibilità di colloquio. Della tristissima disavventura che con Augustin ebbe il giovane Abel abbiamo già diffusamente parlato a suo tempo[9], e non può stupire che il giovane norvegese abbia di lui lasciato detto il tagliente giudizio "*Cauchy è matto e non c'è niente che si possa fare per lui, e tuttavia in questo momento egli è l'unico che sappia come si debba fare matematica*".

La Francia di inizio Ottocento è un continuo fermento, e per il nostro realista nato all'ombra delle rovine fumanti della Bastiglia non c'è pace. Per quanto abbia saputo giovarsi del clima della Restaurazione, la rivoluzione del 1830, la "*rivoluzione dei tre giorni gloriosi*", depone Carlo X e innalza sul trono francese Luigi Filippo d'Orleans. Cauchy non gradisce il cambio al vertice, al punto di decidere di lasciare la Francia; si

[8] «*… così adesso affermano che la mia devozione mi stia facendo diventare orgoglioso, arrogante e infatuato di me stesso. E ora sono evitato per quanto riguarda le cose di religione, e nessuno la menziona più in mia presenza…*» - da una lettera di Cauchy alla madre, 1810.

[9] *Rue St.Marguerite N° 41*, in RM055, Agosto 2003. È il compleanno dedicato ad Abel.

sposta prima in Svizzera, dove del resto era atteso fin da prima della rivoluzione di Luglio, ma una volta terminato il soggiorno evita di rientrare a Parigi e si dirige a Torino. Qui, mentre le sorti del regno di Sardegna passano dalle mani di Carlo Felice a quelle di Carlo Alberto, ottiene la cattedra di fisica teorica: il suo più celebre studente italiano sarà Luigi Federico Menabrea, futuro anticipatore di Babbage[10] e, en passant, anche futuro primo ministro del Regno d'Italia.

Da Torino a Praga, al seguito del suo re esiliato; e infine, nel 1838, di nuovo a Parigi, dove riottenne il posto all'Accademia ma non una cattedra perché, coerente con sé stesso, continuò a rifiutare di giurare fedeltà a re Luigi Filippo. Il rifiuto di giurare continuò a costargli caro: nonostante la strenua opposizione di Poisson, Cauchy ottenne infine il posto all'Ufficio Longitudini, ma in assenza del giuramento non ottenne dal posto alcuno stipendio, e non poteva organizzare né partecipare a riunioni. Del resto, non fu il solo ad essere vittima dei tempi: in una delle più celebri cantonate elettive della storia, nel 1843 né Cauchy né Liouville ottennero la cattedra di matematica al *Collège de France* che andò invece a Gugliemo Libri Carucci della Sommaja, simpatico lestofante matematico italiano collezionista (*nomen omen*) di libri antichi[11].

Bisogna aspettare una nuova rivoluzione politica, per vedere di nuovo Cauchy rasserenarsi. Il 1848 fa perdere il trono a Luigi Filippo d'Orleans e restituisce le cattedre a Augustin Cauchy. Per il resto, di cambiamenti non se ne vedono molti altri: Libri scappa in Italia con i bauli pieni di libri rubati, e per prendere il suo posto concorrono di nuovo il nostro e Liouville: quest'ultimo riesce a vincere, e da quel momento i rapporti tra i due diventano roventi. Ma Cauchy continuò imperterrito a farsi dei nemici, litigando anche con Duhamel e altri ancora. Anche la conversione al cattolicesimo in punto di morte di Hermite fu ritenuta causa sua, e anche per questa azione – dai più ritenuta una forzatura al limite del plagio – ottenne il biasimo da molti suoi contemporanei[12].

Giudizi e pregiudizi; simpatia e antipatia. Quasi sempre cose volatili, per quanto essenziali e vitali durante la permanenza sul pianeta; dopo, perdono un po' di significato. Durano di più altre cose, e le opera di Cauchy riempiono 27 volumi di matematica. Il suo nome si incontra fin dalle prime lezioni di analisi, e si contano davvero a decine gli elementi matematici che portano il suo nome: *Continuo, Variabile, Disuguaglianza, Distribuzione, Determinante, Successione, Lemma, Prodotto, Valore Principale, Orizzonte, Indice, Condizione al Contorno, Superficie*, sono tutti termini che hanno un significato particolare se li si fa seguire dalle parole "*di Cauchy*"; e oltre a questi, naturalmente, ci anche almeno sei maiuscoli *Teoremi*, almeno quattro *Equazioni*, tre *Formule* e due *Criteri* di cui egli è l'eroe eponimo, e a ben vedere tutto ciò non può esser altro che una minima parte del contenuto delle sue 789 pubblicazioni.

Secondo alcune fonti, le sue ultime parole sono state "*Gesù, Giuseppe e Maria*". Secondo altre, sul letto di morte disse invece "*gli uomini passano, le loro opere restano*". Quale delle due che fosse la vera, entrambe si attagliano bene, e bene descrivono, almeno uno degli aspetti fondamentali di Augustin Louis Cauchy.

[10] *La Farina di Ofelia*, in RM059, Dicembre 2003. Menabrea viene ampiamente citato nel compleanno dedicato a Babbage e Ada Lovelace.

[11] Anche di questo parliamo un po' nel già citato compleanno di Abel.

[12] Ne accenniamo in *Vite parallele*, RM095, Dicembre 2006, compleanno di Hermite.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	**Alice Riddle**[13]	**Piotr R. Silverbrahms**
"… 'tses tôrna si?"			
Il giardino di Doc			

2.1 "… 'tses tôrna si?"

Che, in torinese significa "…sei di nuovo qui?". Stranamente, il significato più comune in torinese non sottintende un "…a rompere le scatole", ma ha una vaga connotazione di contentezza, pur alludendo garbatamente al fatto che il rivedersi per l'ennesima volta cominci a diventare quasi sconveniente.

Bene, Rudy è convinto che le mura di Palazzo Mazzonis, in una delle prime domeniche di giugno, abbiano sussurrato la suddetta frase. Non cominciate a pensare a galeotti incontri clandestini; infatti non solo il sunnominato palazzo, sito in Via San Domenico[14] 11, contiene il Museo di Arte Orientale e dalla sua apertura, l'anno scorso, Rudy lo ha ormai visitato una decina di volte, rendendo la sua Tessera Musei uno riuscitissimo investimento ormai ampiamente ripagato. Questa volta però Rudy è riuscito a trascinare anche la moglie e i Validi Assistenti di Laboratorio, i quali sono rimasti particolarmente colpiti dai *due* giardini giapponesi presenti ai lati dell'ingresso. Uno è chiaramente ispirato all'epoca più antica (tant'è che Rudy continua a definirlo "cinese"), con piantine, torrentello, isolette e quant'altro: abbastanza barocco, se ci passate il termine, e fortunatamente ci è stata risparmiata la gru di bronzo che nel nostro immaginario ha sempre rappresentato l'equivalente orientale del nanetto da giardino. L'altro giardinetto, dal lato opposto del corridoio, era invece ispirato al giardino *Zen* di Ryoanji: una distesa di ghiaietto bianco, con una decina di rocce posate sopra. Dovrebbe esservi evidente quale sia il preferito da Rudy, che si è messo a concionare sul fatto che la disposizione delle pietre è "accuratamente casuale"; sono messe in modo da avere la più totale asimmetria, ed è impossibile trovarne quattro che definiscano i vertici di un rettangolo.

La cosa ha suscitato un moderato interesse nei Validi Assistenti, che hanno cominciato a porsi problemi su come siano disponibili "a caso" un certo numero di oggetti, e Rudy, prima di rifugiarsi nelle rassicuranti simmetrie della sezione "Islam", è riuscito a porre loro un problema:

– Supponiamo di avere un certo numero (pari) di pietre, metà di un tipo e metà dell'altro, messe in modo tale che, in omaggio all'estetica Zen, non ce ne siano mai tre collineari. Cercando le disposizioni "meno simmetriche" possibili, mi interesserebbe minimizzare

[13] A quanto pare (agosto… redattori miei non vi conosco…) nessuno ha mandato un indice di difficoltà per questi problemi, così si è deciso *last minute* per un neutro "due" per tutti. Non si accettano lamentele.

[14] Se andate a visitarlo (e *dovete* andarci: come dicono le guide del Touring, "merita il viaggio", da ovunque partiate), non perdetevi la vicina chiesa di S. Domenico all'angolo con Via Milano. Per quanto ne sappiamo, è l'unico gotico "vero" presente a Torino. L'austerità del gotico è, secondo noi, un po' attutita da qualche intervento "rococò e chicchirichì" (come diceva la Prof di Italiano preferita di Rudy), ma vale la visita.

(portando possibilmente a zero) le disposizioni per cui si possano trovare delle linee passanti per due pietre di tipo diverso tali che da ogni parte della linea ci siano tante pietre di un tipo quante dell'altro.

– Non mi sembra complicato…

– Attenzione: lo scopo sarebbe di trovare una disposizione in cui queste linee di divisione "non esistono", ma tanto per cominciare non ho posto limiti al numero di pietre, secondariamente se chiedo un "valore minimo" è abbastanza probabile che questo sia diverso da zero… Ho fatto un po' di prove, e…

– Senti, Paparino, perché non vai a farti una birra e un panino al prosciutto nel settore islamico?

Ottima via di fuga, ma… Qualcuno ha un'idea?

2.2 Il giardino di Doc

A seguito di alcuni eventi che hanno coinvolto un certo numero di magliette degli *Iron Maiden*, Rudy e il più giovane dei Validi Assistenti di Laboratorio di RM (sarebbe Fred: ormai, è quasi il caso di dire "il meno vecchio") si sono ritrovati una domenica del mese scorso dalle parti di casa di Doc. Mentre il PG(oMV)VAdLdRM era completamente coinvolto in un videogioco sparatutto, Rudy e Doc sedevano nel "giardino" del secondo, il quale stava magnificando la velocità di crescita di alcuni alberi ormai decisamente cresciuti che, almeno nelle parole di Piotr, erano stati messi a dimora solo perché non si aveva il coraggio di buttarli via (buona parte, infatti, hanno passato almeno un Natale in casa). Doc, tutto allegro, sosteneva che ogni volta che si ritrovava un albero, si limitava a decidere un posto casuale nel quale piazzarlo: unica regola, cercava di fare in modo che non ce ne fossero mai tre allineati.

– Ricordo un problema, circa una pagina fa, simile a questo…

– No, qui i tipi sono completamente diversi. E poi, preferisco una logica (se si può parlare di logica) che preveda una visione di insieme…

– Beh, se non ce ne sono mai tre allineati, dati tre alberi qualsiasi, questi formeranno un triangolo.

– Vuoi che calcoli quanti triangoli vengono fuori?

– Peggio; mi stavo chiedendo… Supponiamo tu abbia piantato un albero l'anno, a partire dall'anno zero…

– Ma non esiste, l'anno zero!

– Giusto, pianti il primo albero l'anno uno. Però, quello che a te interessa non sono tanto i triangoli in genere, ma un tipo particolare di triangoli: in che anno, secondo te, avrai *un miliardo* di triangoli *acutangoli*?

– Non lo so, ma ho intenzione di contarli tutti prima di andarti a prendere un'altra birra…

3. Bungee Jumpers

a) Provate che, per qualsiasi numero naturale n, l'intero $\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^n\right]$ è dispari.

b) Trovate la massima potenza di 2 che divide l'intero $\left[\left(1+\sqrt{3}\right)^n\right]$.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Agosto, moglie mia non ti conosco. Beh, per quanto questo trito adagio vada di moda da parecchio, vi posso confermare che gli uomini sposati della Redazione (due insiemi in questo caso congruenti) la loro moglie (che per semplicità hanno scelto con nomi identici, Paola) la conoscono benissimo, e ci vanno in vacanza assieme.

Qui Alice Riddle, stanca ed accaldata (malgrado le temperature a dir poco primaverili del zurighese), che tenta di emulare le *Note* prodotte il mese scorso dal suo più degno compare.

Meno male che ci sono alcuni fatti notevoli che vale la pena di raccontare, o me la dovrei cavare col solito trucco, che voglio lasciar spazio alle vostre soluzioni.


5 *Il Capo a Winterthur*

Per cominciare sappiate che veramente il Comitato di Redazione si è riunito in Svizzera, in presenza di una sola Paola (quella sposata con Doc) e due VadLdRM, (Paolo e Fred) e si è persino parlato di matematica. Qui a lato vi offriamo una foto di repertorio del più vanesio di noi (ebbene sì, è una maglietta degli Iron Maiden) mentre dimostra il Teorema di Pitagora spostando il liquido all'interno dei quadrati costruiti sui cateti. La maggior parte delle foto a sfondo scientifico sono state infatti scattate durante la visita al Technorama di Winterthur (http://www.technorama.ch/), che vi consigliamo di tutto cuore perché vale la pena se avete un po' di curiosità scientifica e vi piace giocare. Ci si possono passare ore a verificare in modo visivo ed efficace qualche legge fisica o a stupirsi delle curve matematiche nella realtà di tutti i giorni.


6 *Una vista del lago dei quattro cantoni*

Della parte più turistica, cioè di quando ci siamo avventurati in cima al Pilatus[15] e in giro per Lucerna non vi diciamo quasi niente, tranne che vi auguriamo un po' più di sole di quello che abbiamo avuto noi. Le immagini di repertorio sono mozzafiato: il nostro postino-fotografo-tuttofare ha dato il massimo e non sapendo quale tra le sue opere poteva rappresentare al meglio gli eventi ne abbiamo scelto una in cui si vede anche un piccolo pezzo dello scivolo più lungo d'Europa, su cui i Redattori hanno fatto gli spericolati.

Ma bando alle ciance, in luglio è successo anche qualcosa di serio.

Per esempio è stato scelto il vincitore del Premio Peano[16], che noi conosciamo e seguiamo con una certa assiduità: il Premio va a "Il mondo come gioco matematico. John von

[15] Per vedere questo link occorre conoscere le lingue, ma si possono anche solo guardare le figure: http://www.pilatus.ch/

[16] Istituito e assegnato dall'Associazione Subalpina Mathesis: visitate tutto il loro sito e non solo la parte relativa al Premio: http://www.subalpinamathesis.unito.it/attivita/premiopeano.php

Neumann, scienziato del Novecento" di Ana Maria Millan Gasca e Giorgio Israel, Bollati Boringhieri, 2008, mentre il vincitore della segnalazione speciale[17] della giuria del Premio Peano 2008 va a "Keplero. Una biografia scientifica." di Anna Maria Lombardi, Codice Edizioni, 2008. I nostri complimenti.

Tra i pochi ardimentosi che non erano ancora partiti per le ferie, qualcuno ha anche pensato di proporci dei problemi, come Roberto, che si ispira ad un concorso a premi di una qualche marca di gelati per proporre una sfida:

> C'è un concorso. Ogni giorno ci si può collegare ad un sito, inserire un numero che si trova in una confezione (è possibile comperare quante confezioni si vuole), e vedere se si vince. La difficoltà sta nel fatto che il sito non segnala se la vincita è già avvenuta, ma è ovvio che partecipando alle 23.59 le probabilità di vincita siano basse. Quale potrebbe essere una possibile strategia che non implichi l'acquisto di un enorme numero di confezioni?

Ci manda anche dei dettagli estratti dal regolamento del concorso:

> Sia in caso di vincita che di non vincita, il sistema invierà una risposta immediata con l'esito della partecipazione; la risposta sarà rappresentata da un messaggio istantaneo che apparirà a video. (...)
>
> il codice alfanumerico potrà essere utilizzato una sola volta durante l'intero periodo promozionale; il sistema di gestione consentirà di registrare i codici giocati e non permetterà ulteriori partecipazioni con lo stesso codice. (...)
>
> L'assegnazione dei premi avverrà mediante un software di estrazione casuale (...)

Il vero nocciolo del gioco sta nel fatto che il partecipante non sa se la vincita per quella giornata sia già avvenuta o meno e il vincitore possibile è solo uno. Volete provare a risolverlo?

Ci siamo un po' stupiti della scarsa iniziativa nel risolvere il problema dell'***Instancabile Fustigatore*** proposto il mese scorso, ma è estate, aspettiamo ancora vostre nuove.

Ed ora, finalmente, andiamo a vedere come sono andati i problemi dell'estate. Non aspettatevi niente sul Summer Contest (anche se qualcuno ci ha già scritto in proposito) perché pubblicheremo solo ad estate finita.

4.1 [126]

I problemi del mese scorso erano presi in prestito, o rubati, da nostri lettori, e si intitolavano come i loro propositori.

4.1.1 .mau.

Come da tradizione, per prima cosa ricordiamo il testo del problema:

> *Su un tavolo sono state messe in fila 50 monete di vari valori, da 1 cent a 2 euro. Alice inizia a giocare prendendosi una moneta da uno degli estremi della fila; a questo punto è il turno di Bruno, che prende anche lui una moneta da uno dei due estremi, o dallo stesso da cui ha preso Alice o dall'altro; il gioco continua così fino a che tutte le monete sono finite nelle tasche di Alice o Bruno.*
>
> *Dimostrare che Alice ha una strategia che le permette di ottenere almeno tanti soldi quanto Bruno...*

Trattavasi di problema di parità, come molti hanno sospettato. Tra quelli che ci hanno scritto, abbiamo letto con piacere i commenti di ***Frank Sinapsi***, ***Silvano***,

[17] Non resistiamo a ricordarvi che l'anno precedente il Premio era andato ad un testo che ci è caro, edito da una minuscola casa editrice – la CS_Libri – a cui facciamo istantaneamente pubblicità: andate sul sito http://www.arpnet.it/cs/coopstudi.htm o – se siete a Torino – direttamente a trovarli!

i.due.gemellini, ***Cid***, ***Millenium Bug***, ***Franco57***. Come al solito sarà difficilissimo scegliere da chi farvi raccontare la soluzione, ma una scelta obbligata l'abbiamo: si tratta di ***Yuri***, o ***i.due.gemellini*** – come si firma – che ci fa notare di non essere mai stato citato malgrado ci avesse scritto molte volte. Anche se (più per motivi pratici che altro) non garantiamo a tutti quelli che ci scrivono di pubblicare le loro soluzioni o citarli in rivista, l'aver bistrattato in tal modo qualcuno che ci ha scritto non una, ma più volte, ci sembra a dir poco orrendo. Quindi ecco la sua soluzione:

> Questa volta, si vede che il problema è giunto da un lettore e non dalla redazione. Infatti, una volta tanto, il testo del problema è chiaro e vi è una sola, limpida e semplice domanda. Magari è la risoluzione che è un po' più complicata. Innanzitutto, il problema chiede di dimostrare che il giocatore che inizia a prendere le monete (quindi Alice) ottiene sempre una quantità di soldi che è maggiore o uguale a quella ottenuta dall'altro giocatore (lo sfortunato Bruno). Per dimostrare ciò, basta trovare la strategia che permette al primo giocatore di ottenere almeno tanti soldi quanti il secondo (faccio notare che questa strategia non necessariamente coincide con la migliore che il primo giocatore possa attuare). Per iniziare a farmi qualche idea sulla soluzione, ho cominciato a considerare qualche semplice caso in cui vi sia una moneta da 2€ e tutte le altre da 1 cent. In questi casi, la strategia che Alice deve attuare è semplicissima: se ad esempio questa moneta è in posizione 2, Alice prende l'ultima moneta. Se Bruno ora prende la prima, Alice ottiene la bella moneta da 2€, altrimenti se Bruno decide di prendere una moneta (e quindi in questo caso 1 cent) dal fondo della fila, Alice continua a prendere 1 cent per volta dal fondo. Continuando in questo modo, mossa a Bruno, si ottiene il seguente schema:
>
> 1 cent – 2 euro – 1 cent
>
> Ora è ovvio che qualunque sia la scelta di Bruno, Alice ottiene i 2€ e quindi si aggiudica la maggior parte dei soldi. Stessa cosa se la moneta è la terza della fila: questa volta Alice prende la prima moneta per giungere poi ad uno schema analogo al precedente.
>
> Questo caso permette di capire quale strategia può attuare Alice per ottenere sempre una cifra maggiore o uguale a quella di Bruno; infatti con questi semplici casi si comprende che Alice può riuscire a prendere una moneta sia che essa sia in posizione pari sia che essa sia in posizione dispari. La strategia che deve quindi attuare la nostra giocatrice è la seguente: quando deve fare la prima mossa, Alice fa due semplici somme: quella dei valori di tutte le monete che si trovano in posizioni pari, e quella delle monete che si trovano in posizioni dispari. Ora si presentano due casi: le due somme sono identiche, ad esempio quando vi è una disposizione simmetrica rispetto al centro delle monete, oppure vi è una sommatoria maggiore dell'altra. Ora, possiamo dimostrare che Alice può prendere tutte le monete poste in posizione pari oppure tutte le monete poste in posizione dispari comunque si comporti il nostro sfortunato giocatore Bruno. Infatti, poniamo per ora che Alice voglia prendere tutte le monete che si trovano in posizione pari. Lei quindi, parte prendendo l'ultima moneta della fila (che essendo la moneta numero 50 è in posizione pari). Ora tocca a Bruno, che deve prendere per forza una moneta posta in posizione dispari, poiché la fila è composta da 49 monete, quindi sia la moneta che si trova all'inizio (posizione 1) che quella che si trova alla fine (posizione 49) si trovano in posizione dispari. Qualunque cosa faccia Bruno, Alice prende la moneta che si trova in posizione pari (il che corrispondere a prendere la moneta dalla stessa parte dalla quale la prende Bruno).
>
> N.B. per considerare la posizione di una moneta, si deve fare riferimento alla situazione iniziale: ad esempio, se Bruno prende la prima moneta, quella seguente resterà sempre in posizione 2, anche se ora è la prima della fila.

> Torniamo ai due casi possibili che si possono presentare ad Alice quando esegue la somma: nel primo caso può prendere la prima moneta da qualsiasi estremità, continuando a prendere monete in posizioni che hanno la stessa parità della prima moneta che ha preso; nel secondo caso, invece, prende la moneta all'inizio della fila di 50 monete se la somma maggiore è quella dei valori di tutte le monete poste in posizioni dispari, altrimenti parte a prendere le monete dal fondo. Anche in questo secondo caso, deve continuare a prendere monete la cui posizione abbia la stessa parità della prima moneta presa. Così facendo, a fine gioco, ottiene sempre ALMENO tanti soldi quanti Bruno. Addirittura, utilizzando questa strategia Alice può sapere prima ancora di iniziare a giocare quanti soldi otterrà lei e quanti ne otterrà lo sfortunato Bruno.

E bravo il nostro ***Yuri***. Bella anche la versione di ***Frank Sinapsi***:

> Se il numero di monete nella sequenza è pari (in modo che, alla fine del gioco, entrambi i giocatori ne intaschino esattamente metà ciascuno), allora Alice, avendo la prima mossa, ha la possibilità di prendersi interamente la sotto-sequenza delle monete che occupano una posizione dispari, oppure di prendersi interamente la sotto-sequenza delle monete che occupano una posizione pari.
>
> Ad esempio, se vuole prendersi la sotto-sequenza di posizione dispari (e numeriamo le posizione a partire da 1), allora le basta prendere alla prima mossa la prima moneta a sinistra, e alle mosse successive copiare Bruno (cioè, prendere dallo stesso estremo da cui ha appena preso Bruno). In questo modo, lascia sempre agli estremi monete che fanno parte della sotto-sequenza non desiderata, costringendo Bruno a prendersela tutta.
>
> Se invece, volesse prendere la sotto-sequenza pari, la situazione è del tutto analoga: alla prima mossa prenderà la prima moneta all'estremo destro, e alle mosse successive le basterà copiare Bruno.
>
> Premesso questo, basta sommare il valore totale per ciascuna sotto-sequenza: Alice dovrà scegliere quella con valore maggiore, e adottare la strategia spiegata sopra. In questo modo, Alice finirà per intascare esattamente il valore totale della sotto-sequenza di valore maggiore. Nel caso pessimo, le due sotto-sequenze hanno pari valore, e Alice intasca esattamente tanto quanto Bruno.
>
> Questo risponde alla domanda.
>
> La strategia che ho esposto sopra si può migliorare un po', osservando che ad Alice può convenire passare all'altra sotto-sequenza, anche più di una volta, nel corso del gioco.
>
> Facciamo un esempio per chiarire questa idea. Consideriamo questa sequenza di sei monete: [200 1 1 100 1 1] ("200" sta per 2 euro, "100" per un euro, e "1" per un cent).
>
> La sotto-sequenza dispari è: [200 1 1], il valore è 202, la sotto-sequenza pari è: [1 100 1], il valore è 102.
>
> Da quanto detto sopra, Alice ha la possibilità di intascare 202 cent (su un totale di 304). Quindi le conviene prendere la moneta da 200, lasciando a Bruno una sequenza simmetrica: [1 1 100 1 1].
>
> Essendo simmetrica, Bruno non ha scelta, deve prendere un cent, lasciando questa sequenza: [1 100 1 1].
>
> A questo punto, Alice, secondo la prima strategia dovrebbe prendere dallo stesso estremo di Bruno. E in tal modo, alla fine del gioco si ritroverebbe con 202 cent, proprio come previsto.

Tuttavia, in questo specifico caso, ad Alice conviene passare all'altra sotto-sequenza, perché nella situazione attuale, il valore della sotto-sequenza pari è 101, contro i 2 di ciò che rimane della originaria sotto-sequenza dispari.

E quindi ad Alice conviene prendere il cent che si trova all'estremo destro, lasciando a Bruno la sequenza [1 100 1]. Ancora una volta Bruno è costretto a prendere un cent, e Alice, intascando anche i 100, finisce per intascare ben 301 cent (su un totale di 304), invece dei 202 garantiti dalla strategia più semplice.

Beh, insomma, anche la strategia ottimizzata. Il bello di questo problema è che se non se ne osserva la parità può essere anche abbastanza difficile, ma una volta capito come fare è immediato. Uno dei nostri preferiti.

4.1.2 Zar

Il problema di Zar, invece, viene direttamente dalle selezioni per le Olimpiadi della Matematica:

Avete sicuramente presente il problema del ragno e della formica che si devono muovere sulle pareti di un parallelepipedo: il ragno parte da un punto della base e deve raggiungere un punto antipodale *seguendo la strada più corta.*

Il punto antipodale *è effettivamente il punto più lontano o ve ne sono altri più lontani? E qual è il punto più lontano di tutti?*

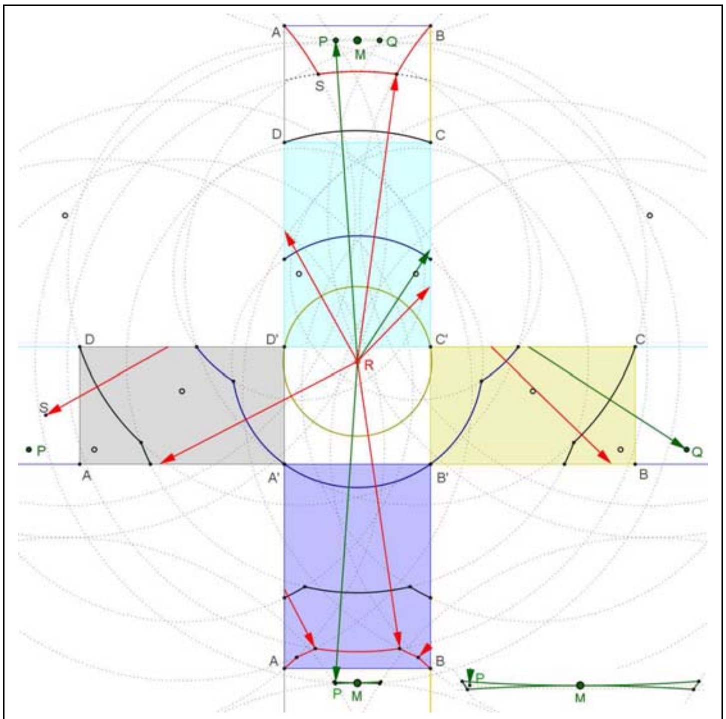
Alcune soluzioni ci hanno particolarmente confuso, ma in generale ne sono arrivate tante colorate e divertenti, da ***Alberto R.***, ***Cid***, ***Gavrilo***, ***Millenium Bug*** e ***Gnugnu***. In particolare ***Gnugnu*** è diventato un esperto con Geogebra e ci ha mandato una soluzione quasi tutta grafica:

La stanza del delitto, secondo RM ed altri, sviluppata sul piano.

A'B'C'D' è la parete su cui si trova il ragno R; ABCD quella opposta con la mosca M.

I punti con il medesimo nome, una volta rimontato il parallelepipedo, coincidono.

In oro, blu, nero e rosso le quattro p-circonferenze (luoghi dei punti aventi medesima distanza dal ragno) passanti per i vertici della stanza, di raggio $\frac{\sqrt{26}}{2}, \frac{\sqrt{74}}{2}, \frac{5\sqrt{10}}{2}, \frac{\sqrt{394}}{2}$ m rispettivamente.



7 *La figura di **Gnugnu***

In verde la p-circonferenza, di raggio 11 su cui si trova la mosca e quella, degenere nei due punti isolati P e Q (posti sull'orizzontale per M a 75 cm di distanza), di raggio massimo, la cui misura è $\frac{\sqrt{1945}}{4} = 11{,}0255...$ m.

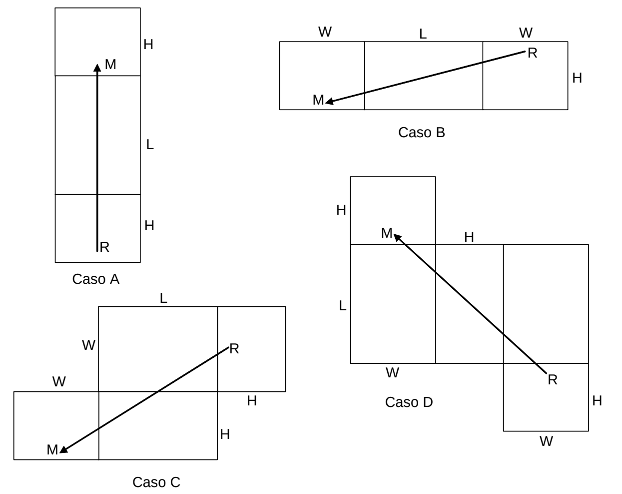
I vettori in rosso o verde sono le geodetiche (o loro parti) che collegano R con i punti angolosi della p-circonferenza rossa (formata da numerosi archi distinti) e con i punti P e Q. La simmetria del problema rispetto al piano verticale passante per M ed R ha consentito di tracciarne solo la metà.

I tondini neri sono centri di circonferenze utilizzate nella costruzione.

Vediamo ora la soluzione di ***Millenium Bug***, che risuona almeno un po' con quella di ***Gavrilo***, ed è ricca di colori:

Chiamiamo lunghezza, larghezza e altezza della stanza rispettivamente L, W e H.

Supponiamo di avere sempre L≥W e L≥H e che i nostri insetti (no! lo so, il ragno non è un insetto) siano sempre sulla parete W x H, a distanza d dal pavimento o soffitto.



8 *Le opzioni di* ***Millenium Bug***

Considerando i punti geometricamente antipodali, ci sono fondamentalmente quattro possibili percorsi di approccio (trascuro cioè i percorsi chiaramente non minimi), che si visualizzano sviluppando sul piano le pareti della stanza in 4 modi diversi, come in figura.

Per ognuno dei casi calcolo in modo diverso la distanza P da percorrere:

Caso A: approccio diretto

$P_A = L+H$

Caso B: avvicinamento di soppiatto da parete laterale

$P_B^2 = (L+W)^2 + (H-2d)^2$

Caso C: tecnica mista con rotazione

$P_C^2 = (L+W/2+d)^2 + (W/2+H-d)^2$

Caso D: tattica avanzata con avvitamento carpiato

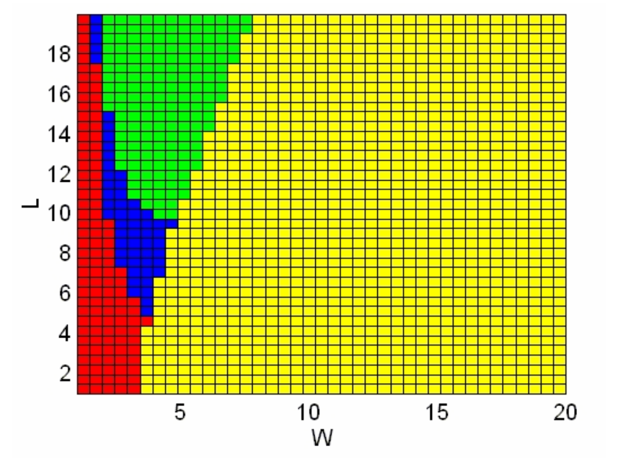
$P_D^2 = (L+2d)^2 + (H+W)^2$

Per ogni set di valori L,W,H,d, uno dei 4 casi è quello ottimale.

Con i valori di RM/Ghersi, l'ottimale è A con P_A=11, seguono P_C=11.66, P_D=12.04 e P_B=12.37.

Io conoscevo il problema più interessante con L=12 per cui il percorso ottimale risulta invece il D con P=15.81 (contro 16 di A, 17.26 di B e 16.15 di C).

Qui a lato riporto la mappa del tipo di approccio ottimale al variare di L e W, supponendo di mantenere costanti H=4 e d=0.5: giallo = tipo A, rosso = tipo B, blu = tipo C, verde = tipo D.

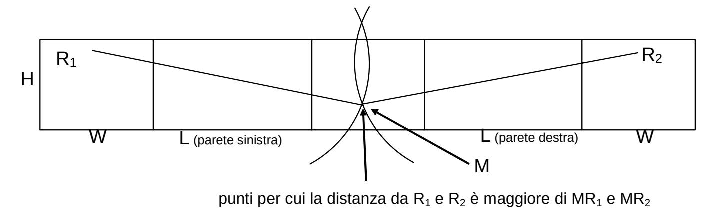


9 *Mappa di approccio ottimale di* ***Millenium Bug***

Notiamo inoltre che ogni caso ha in effetti molteplicità 2, dato che è sempre possibile un percorso esattamente simmetrico, muovendosi sul lato opposto (no il disegno non ve lo faccio!), scambiando pavimento con soffitto per il caso A, parete destra con sinistra per il B, rotazione destrorsa/sinistrorsa per C e D.

Prendendo in esame ad esempio un set di valori in cui il percorso di tipo B è quello ottimale e considerando i due percorsi simmetrici alternativi, vediamo che esistono sempre dei punti più lontani di quello che geometricamente risulta antipodale. Questo si visualizza facilmente con un disegno tipo quello che segue, in cui ho indicato le due posizioni di partenza R_1 e R_2 (virtualmente diverse, ma in realtà è la stessa) e tracciando gli archi di circonferenza per M con centri in R_1 e R_2.

Quindi, nell'ipotesi che un percorso di tipo B da R a M sia quello strettamente più breve, esiste sempre un punto nell'intorno di M per cui la distanza da R è maggiore di P_B ma minore di P_A e P_C.



10 *Ancora* ***Millenium Bug***

Dato che lo stesso accade anche quando la distanza minima è P_A , P_C oppure P_D (di nuovo, arrangiatevi con i disegni…), ne deriva che il punto antipodale in senso geometrico non è quello più lontano nel senso della distanza.

Corollario: condizione necessaria perché il punto antipodale in senso geometrico sia anche il più lontano è che due delle distanze P_A , P_B , P_C o P_D siano uguali.

La condizione non è sufficiente dato che per particolari valori L,W,H,d credo possa succedere che gli archi (in questo caso ne avremo 4x2=8) non includano tutti i 360° intorno a M.

Trovare ora il punto più lontano in assoluto è tutto un altro paio di maniche, soprattutto se lo voglio nel caso generico con misure della stanza e posizione del ragno qualsiasi. Mi sarebbe abbastanza semplice farlo modificando un po' il programmino che ho usato per generare la mappa del percorso ottimale, ma non voglio cedere alla tentazione della forza bruta.

Taglio quindi per i campi imponendo un paio di condizioni aggiuntive, che normalmente sono verificate, e precisamente che il punto più lontano si trovi nelle vicinanze di quello antipodale e che si trovi sempre sulla parete opposta.

Indicando con x e y lo scostamento orizzontale e verticale di questo punto dalla posizione antipodale, modifico le formule precedenti e ottengo:

$$P_A^2 = (L+H+y)^2 + x^2$$

$P_B^2 = (L+W+x)^2 + (H-2d+y)^2$

$P_C^2 = (L+W/2+d+x)^2 + (W/2+H-d+y)^2$

$P_D^2 = (L+2d+y)^2 + (H+W+x)^2$

Notare che non ho definito gli orientamenti degli assi, ma solo le loro direzioni. Come detto sopra, per ogni percorso c'è sempre il simmetrico, in cui i segni di x e y variano. Nelle formule ho arbitrariamente messo il segno che mi dà un percorso più lungo: per ogni caso bisogna in realtà valutare quali sono le combinazioni di segni coerenti (come dicevo, sto tagliando per i campi…).

Per ogni singolo caso numerico, considero il percorso minimo che ho trovato all'inizio (quindi per x=y=0) e quello che più gli si avvicina, che nel nostro caso è il percorso di tipo C. Mi devo ora spostare assicurandomi però che P_A deve essere sempre superiore al valore iniziale. Considerato anche il percorso duale in cui passo dal pavimento invece che dal soffitto, presumo che il punto cercato debba avere y=0 (*per evidenti ragioni di simmetria*, credo direbbe Piotr).

Uguagliando $P_A=P_C$ dovrei ottenere il punto più lontano possibile, dato che andando oltre i punti diventerebbero più velocemente raggiungibili con un approccio di tipo C.

Ricavo così x=0.75 e P=11.0255 .

Avete notato che in occasione dei mesi estivi siamo diventati più buoni, e le soluzioni proposte danno lo stesso risultato?

Con questo è tutto. Buon ferragosto e buone ferie, se le fate.

Se qualcuno di voi apostrofa come "Rudy!" tutti i fumatori di pipa che incontra e uno di questi gli risponde "ia nie paimaia pa-russki" (vuol dire "non parlo russo"), è lui: non sappiamo perché, però...

Se invece vi sembra di identificare gli altri due, non li chiamate: sono timidi.

5. Quick & Dirty

Piccola premessa: di solito, quando troviamo un bel problema, ci annotiamo l'origine e ci dimentichiamo i dettagli del contenuto; questo è piaciuto talmente tanto a Rudy che si ricorda benissimo il problema, ma non ha la più pallida idea di dove l'abbia visto.

Le diagonali di due facce di un cubo si incontrano in un vertice. Che angolo formano le due diagonali?

6. Pagina 46

Si dimostra facilmente che un numero nella forma $\left(a+\sqrt{b}\right)^n + \left(a-\sqrt{b}\right)^n$ è un intero: se $\left(a+\sqrt{b}\right)^n = a_n + b_n\sqrt{b}$ con $a_n, b_n \in N$, allora sviluppando secondo la formula binomiale si ha $\left(a-\sqrt{b}\right)^n = a_n - b_n\sqrt{b}$.

a) Dallo schema precedente si ricava facilmente che $\left(2+\sqrt{3}\right)^n + \left(2-\sqrt{3}\right)^n$ è un intero; siccome $\left[\left(2-\sqrt{3}\right)^n\right] < 1$, segue che:

$$\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^n\right] = \left(2+\sqrt{3}\right)^n + \left(2-\sqrt{3}\right)^n - 1 .$$

Espandendo $\left(2\pm\sqrt{3}\right)^n$ secondo la formula binomiale, otteniamo:

$$\left(2+\sqrt{3}\right)^n+\left(2-\sqrt{3}\right)^n=2\left(2^n+\binom{n}{2}2^{n-2}\cdot 3+\binom{n}{4}2^{n-4}\cdot 3^2+\ldots\right),$$

che è divisibile per 2. Quindi, $\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^n\right]=\left(2+\sqrt{3}\right)^n+\left(2-\sqrt{3}\right)^n-1$ è dispari.

b) Notiamo che:

$$\left[\left(1+\sqrt{3}\right)^n\right]=\begin{cases}\left(1+\sqrt{3}\right)^n+\left(1-\sqrt{3}\right)^n-1 & \text{se } n \text{ pari,}\\ \left(1+\sqrt{3}\right)^n+\left(1-\sqrt{3}\right)^n & \text{se } n \text{ dispari.}\end{cases}$$

Di conseguenza le espressioni sulla destra, come mostrato al punto precedente, sono interi.

Per n pari si ha $0<\left(1-\sqrt{3}\right)^n<1$, mentre per n dispari $-1<\left(1-\sqrt{3}\right)^n<0$.

Analizzeremo separatamente i casi di n pari o dispari.

<u>Per *n* pari</u>, $n=2m$, e si ha:

$$\begin{aligned}\left[\left(1+\sqrt{3}\right)^{2m}\right]&=\left(1+\sqrt{3}\right)^{2m}+\left(1-\sqrt{3}\right)^{2m}-1\\&=\left\{\left(1+\sqrt{3}\right)^2\right\}^m+\left\{\left(1-\sqrt{3}\right)^2\right\}^m-1\\&=\left(4+2\sqrt{3}\right)^m+\left(4-2\sqrt{3}\right)^m-1\\&=2^m\left\{\left(2+\sqrt{3}\right)^m+\left(2-\sqrt{3}\right)^m\right\}-1.\end{aligned}$$

Ma abbiamo visto che il numero tra parentesi graffe è un intero, e quindi il numero $2^m N-1$ è sempre dispari. Quindi, se n è pari, la massima potenza di 2 per cui il numero dato è divisibile è zero.

<u>Per *n* dispari</u>, $n=2m+1$, e si ha:

$$\begin{aligned}\left[\left(1+\sqrt{3}\right)^{2m+1}\right]&=\left(1+\sqrt{3}\right)^{2m+1}+\left(1-\sqrt{3}\right)^{2m+1}\\&=\left(4+2\sqrt{3}\right)^m\left(1+\sqrt{3}\right)+\left(4-2\sqrt{3}\right)^m\left(1-\sqrt{3}\right)\\&=2^m\left\{\left(2+\sqrt{3}\right)^m\left(1+\sqrt{3}\right)+\left(2-\sqrt{3}\right)^m\left(1-\sqrt{3}\right)\right\}\\&=2^m\left\{\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^m+\left(2-\sqrt{3}\right)^m\right]+\sqrt{3}\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^m-\left(2-\sqrt{3}\right)^m\right]\right\}.\end{aligned}$$

Sia ora $\left(2+\sqrt{3}\right)^m=a_m+b_m\sqrt{3}$, con $a_m,b_m\in N$; ne segue che $\left(2-\sqrt{3}\right)^m=a_m-b_m\sqrt{3}$ e, sostituendo, si ha:

$$\begin{aligned}\left[\left(1+\sqrt{3}\right)^{2m+1}\right]&=2^m\left\{a_m+b_m\sqrt{3}+a_m-b_m\sqrt{3}+\sqrt{3}\left(a_m+b_m\sqrt{3}-a_m+b_m\sqrt{3}\right)\right\}\\&=2^m\left(2^m+6b_m\right)\\&=2^{m+1}\left(a_m+3b_m\right).\end{aligned}$$

Ma a_m+3b_m è dispari. In effetti,

$$(a_m + 3b_m)(a_m - 3b_m) = a_m^2 - 9b_m^2 = (a_m^2 = 6b_m^2) - 6b_m^2 = 1 - 6b_m^2,$$

come si verifica facilmente.

Essendo $1 - 6b_m^2$ dispari, i due fattori $(a_m + 3b_m)$ e $(a_m - 3b_m)$ sono dispari. Quindi la massima potenza di 2 per cui, con $n = 2m + 1$, il numero $\left[\left(1 + \sqrt{3}\right)^n\right]$ è divisibile vale:

$$m + 1 = \frac{n+1}{2} = \left[\frac{n}{2}\right] + 1 .$$

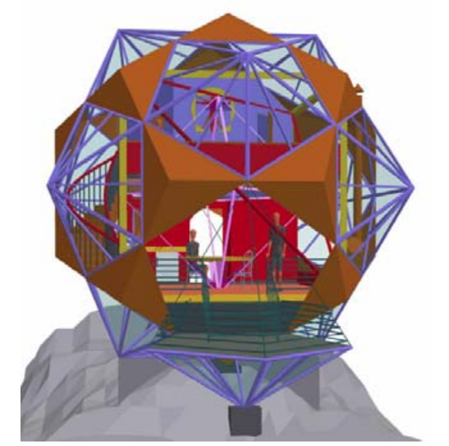
7. Paraphernalia Mathematica

7.1 Trattasi di decidere...

Preoccupati dall'effetto serra, ricicliamo anche noi: questo era il titolo di un problema il quale ha l'interessante caratteristica che non c'entra niente con questo pezzo.

La decisione è relativa ad un nuovo tormentone che Rudy ha intenzione di rifilarvi; qualche numero fa si è divertito da matti a scrivere un compleanno parlando di *Shedworking*[18], e ha intenzione di inserire anche questo tra gli interessi che formano la sua insopportabile e poliedrica personalità: mancino, inetto nel disegno, astrofilo incapace ed eternamente aspirante *shedworker*.

Trattasi, giustappunto, di decidere che *shed* si adatti a lui; abbiamo due opzioni (entrambe teoriche, tranquilli, continueremo a lavorare nei nostri cubicoli purtroppo): una ve l'avevamo fatta vedere come copertina del numero 084 (gennaio 2006), e ve la riproduciamo qui di fianco, mentre l'altra è l'argomento di questo pezzo. Prendiamola alla lontana, come al solito.


11 *Il Pitagopodo di Christopher Glass*

Come chiunque abbia mai fatto una bolla di sapone dovrebbe sapere, una sfera è un oggetto matematico che contiene il massimo volume con la minima superficie esterna; quindi, se volete costruire una stanza a costo minimo come materiale per i muri, la soluzione migliore è quella di fare una sfera.

Piccolo guaio: produrre materiale in forma sferica è tutt'altro che facile. Infatti il materiale da costruzione nasce dritto, e curvarlo aumenta in misura notevole i costi.

Non solo, ma se per quanto riguarda il fissaggio della struttura vi affidate a delle giunzioni con vite e dado, cinque minuti di esperimenti con il GeoMag vi dimostrano che l'unica struttura in grado di garantire un minimo di solidità è il triangolo; gli altri n-agoni si "siedono" immediatamente appena provate a metterne due assieme.

Anche l'idea delle controventature non è una gran cosa; un problema che non ci risulta ancora risolto, ad esempio, è quale sia il numero minimo di segmenti unitari necessari per controventare nel piano un quadrato di lato anch'esso unitario[19].

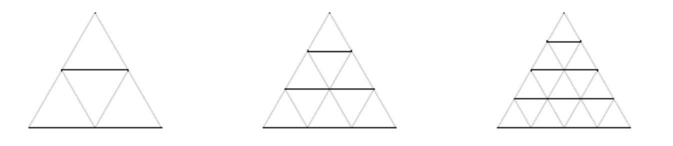
Si definisce soluzione *perfetta* di questo problema quella nella quale riusciamo a costruire la nostra struttura attraverso segmenti tutti uguali tra di loro ossia, come sperimentato con il GeoMag, attraverso triangoli equilateri. È evidente che questo tira in ballo i solidi platonici formati da triangoli, ossia il tetraedro, l'ottaedro e l'icosaedro, ma anche nell'ultimo caso francamente il livello di avvicinamento alla sfera non è una gran cosa; non solo, ma siccome non vorremmo che la nostra struttura si mettesse a rotolare, dovremmo utilizzare una qualche forma "tronca" dell'icosaedro, il che rende la struttura non un gran che.

Va detto che, se usiamo i triangoli, otteniamo effettivamente un'ottima struttura per irrobustire le costruzioni "grandi"; è infatti facilissimo dividere un triangolo equilatero in 4, 9, 16 o quante parti vi pare (basta che sia un quadrato, come dovrebbe essere piuttosto

[18] Febbraio 2009: ci ha messo tre mesi, quindi non sperate ci riprovi prima del Centenario.

[19] Per quanto ci risulta, esiste una soluzione con 23 segmenti, ma nessuno ha mai dimostrato il fatto che sia minima. Una soluzione "facile", nello spazio, è trasformare il quadrato nella sezione orizzontale di un ottaedro (e questa dovrebbe essere minima).

facile notare dalla Figura 12); questo però almeno a prima vista non ci porta molto lontano dalla stessa "approssimazione" della sfera che avevamo all'inizio: avremo una struttura più robusta, ma a costo del materiale di copertura non ci guadagniamo molto. Non solo, ma l'irrobustimento della struttura, anche se esiste, è più apparente che reale: essendo tutte le giunture interne sullo stesso piano, sono sottoposte a sollecitazioni piuttosto forti.



12 *Qualche facile divisione*

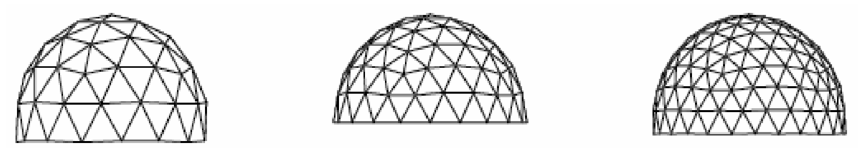
Ciò non ostante, il buon Bucky Fuller (ormai ve ne siete accorti, dove vogliamo andare a parare) non si è perso d'animo; la luminosa idea che ha avuto è stata, infatti, di partire da una di queste e portare i punti di giunzione *sulla sfera*. "Arrotondando" in questo modo la struttura, non solo la si irrobustiva, ma si riusciva anche a ridurre la superficie esterna a parità di volume interno.

Una volta tanto, partiamo dal caso complicato. Prendete un icosaedro.

Si vede facilmente che in ogni vertice si incontrano *cinque* triangoli; se poi guardate una qualsiasi suddivisione di quelle mostrate in Figura 12, estendendola a tutti i triangoli dell'icosaedro, vi accorgete subito che queste nuove suddivisioni fanno convergere in ogni vertice *sei* segmenti, e quindi quando gonfiamo il nostro icosaedro suddiviso otterremo un qualcosa che rassomiglia vagamente ad una sfera con alcuni vertici in cui convergono cinque segmenti e altri vertici in cui ne convergono sei.

La cattiva notizia è che quindi il nostro aggeggio non è perfettamente regolare, la buona notizia è che questo fatto ci permette di inventarci una nuova catalogazione.

Infatti se prendete i vertici in cui convergono cinque segmenti avete il vostro icosaedro di partenza, e quindi se ne prendete due vicini e contate quanti vertici con sei segmenti convergenti ci sono sulla "linea"[20], sapete subito in quante parti avevate diviso il vostro triangolo iniziale; siccome quelli che avete contato sono vertici, le diverse cupole geodesiche vengono solitamente indicate con i termini 2V, 3V, 4V, eccetera; questo significa, tra l'altro, che in una qualsiasi cupola geodesica avete *sempre e solo dodici vertici* in cui si incontrano cinque spigoli. In Figura 13 ve ne mettiamo tre, giusto per esercitarvi scoprite di "quante V" sono.



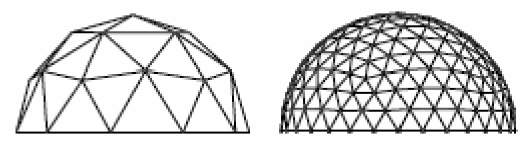
13 *Qualche facile geodesica*

Approfittiamo di questo augusto consesso per una piccola nota storica che ci ha dato una notevole soddisfazione: abbiamo trovato *tre* descrizioni di questo metodo, in rete, tutte in inglese: la cosa che ci ha lasciato perplessi è stato che tutte sostengono che "...i nomi si riferiscono al numero di suddivisioni compiute sui triangoli originali dell'icosaedro...", e la cosa ci è stata piuttosto incomprensibile; infatti come abbiamo detto i triangoli sono divisibili in un numero di sottotriangoli che deve essere un quadrato perfetto; ora, il costruire le cupole 2V, 3V, 5V eccetera sembra andare decisamente contro questo concetto. Infatti, la frase di cui sopra va, secondo noi, letta come "...il numero di suddivisioni compiute *sui lati* dei triangoli originali...". Il fatto che tutte e tre le spiegazioni omettano il concetto di "lato" ci fa pensare che questo sia saltato già nell'articolo originale, e il resto del mondo abbia pedissequamente copiato il passaggio

[20] Mettiamo il termine tra virgolette, ma se ci riferiamo alla nostra struttura questa è una linea a tutti gli effetti; non solo, è anche una geodesica.

(no, non abbiamo trovato l'articolo originale: se qualche filologo della matematica lo trova e verifica, comunque, pubblicheremo e ringrazieremo).

Adesso vi diamo la soluzione della domanda di cui sopra, certi che non ve li sarete mai calcolati da soli: quelle che vedete sono le cupole 3V, 4V e 5V; in Figura 14 vi diamo la più semplice (2V, se non considerate la 1V, altrimenti nota come "non fare un tubo") esistente e la più complicata di cui abbiamo trovato il disegno (la 6V).



14 *La più facile e la più difficile*

I più scafati di voi a questo punto si saranno accorti di una cosa. Riprendete l'icosaedro.

Noterete che, tagliando per i campi, è composto da due "cupole" di cinque triangoli ciascuna e di una "cintura" alta un triangolo fatta di triangoli alternati; se considerate questa cintura e cominciate a dividere i lati per ottenere la vostra cupola geodesica, in metà dei casi vi trovate di fronte ad un dilemma; quando la divisione del lato è in un numero dispari di segmenti, per quanto riguarda i lati non di base, devo decidere dove tagliare; in pratica, mi ritrovo una cintura di triangolini per i quali devo decidere se "la tengo nella cupola" (ottenendo qualcosa in più di una sfera) o se la butto via (ottenendo qualcosa in meno di una sfera): insomma, se il numero delle divisioni dei lati è dispari, potete ottenere due diverse cupole, mentre il problema non si pone nel caso di numero di divisioni pari, per le quali la "cintura" è (suppergiù) una circonferenza.

Bene, adesso facciamo un po' di calcoli. "Triprendete" l'icosaedro.

Una delle cose più interessanti di questo oggetto è che, se φ rappresenta la sezione aurea[21], potete mettere i vertici dell'icosaedro in uno spazio cartesiano in cui i vertici hanno coordinate:

$$\begin{array}{llll} A=(0,1,\varphi) & B=(0,-1,\varphi) & C=(0,-1,-\varphi) & D=(0,1,-\varphi) \\ E=(\varphi,0,1) & F=(-\varphi,0,1) & G=(-\varphi,0,-1) & H=(\varphi,0,-1) \\ I=(1,\varphi,0) & J=(-1,\varphi,0) & K=(-1,-\varphi,0) & L=(1,-\varphi,0) \end{array}$$

Se vi prendete la briga di applicare a tutti questi punti il Teorema di Pitagora (generalizzato: siamo in R^3), vi accorgete che lo spigolo dell'icosaedro, in questo caso, viene pari a 2; e il raggio della sfera che lo inscrive risulta pari ad un numeraccio estremamente scomodo da manovrare, anche se ha il pregio di darci delle coordinate dei punti ragionevolmente "uniformi".

Consideriamo ora la nostra cupola 2V, prendendo la divisione in quattro triangoli ancora nel piano; quando spingiamo fuori i nuovi vertici ottenuti, i due semilati del triangolo cambieranno evidentemente lunghezza, così come faranno i lati del triangolino disegnato dentro al triangolo; per *evidenti ragioni di simmetria*, i semilati si allungheranno tutti della stessa grandezza (restando uguali tra di loro), mentre i lati del triangolino si ridurranno tutti della stessa grandezza (diversa dalla prima), restando comunque uguali tra di loro; morale della favola, per fare un triangolo vi servono *sei* pezzi di una data dimensione e *tre* pezzi di un'altra; per fare la cupola 2V (ricordatevi che se "V" è pari ne avete una sola), visto che alcuni pezzi sono in comune, ve ne servono 30 corti e 35 lunghi.

"Corti quanto?" Beh, siccome questo pezzo ha già raggiunto una misura ragionevole, ve li calcolate voi. Vi diamo *un* metodo (quello di Rudy); è semplice, comprensibile,

[21] Tutti sanno tutto della sezione aurea, ma un nostro lettore di vecchia data, il week-end nel quale abbiamo fortunosamente scritto questo pezzo, ci ha posto la seguente provocatoria domanda: "Che caratteristiche interessanti ha *l'altra* soluzione?" *[Sergio, comunicazione personale].*

implementabile elettronicamente ma decisamente lungo: se ne trovate uno migliore, fateglielo sapere.

Consideriamo una sfera (e l'associato icosaedro, che "quadriprendete") di raggio unitario e centrata nell'origine di R^3; abbiamo i vertici dell'icosaedro, e possiamo dividere i segmenti che li uniscono in n parti utilizzando un'estensione della nota formula del punto medio di un segmento.

A questo punto, calcoliamo le opportune rette (ricavandone le equazioni) per gli opportuni punti, ottenendo la divisione del triangolo in triangolini; attenzione che a questo punto siamo ancora sul piano definito dalla faccia originale dell'icosaedro.

Prendiamo poi la retta passante per i punti di intersezione e l'origine; questo aggeggio intersecherà la sfera da qualche parte (calcolabile); trovate il punto, e avete dove mettere la giunzione.

A questo punto, trovare la distanza tra il punto appena ottenuto e i suoi vicini appena ottenuti è un semplice ma noioso esercizio che lasciamo ai lettori ☺.

Qui ci limitiamo a dire che per la 2V ve ne servono 30+35, per la 3V 30+40+50 o 30+55+80 (ve lo ricordate, che per le dispari potete costruirne due, una per difetto e una per eccesso?), per la 4V 30+60+30+30+70+30, eccetera (gli altri ve li calcolate voi, incluso quanti tipi di pezzi vi servono); potremmo darvi uno schema del montaggio delle diverse dimensioni nel "triangolo base", ma rosi dall'invidia del fatto che *voi* lo abbiate costruito e noi no, ce le teniamo; tanto, se avete fatto i conti sapete benissimo dove metterli.

Il consiglio è di comprare travi della misura lunga, e poi cominciare a tagliare: il numero delle travi per l'n-cupola, caso mai vi interessasse, è:

$$\begin{cases} \dfrac{30n^2-5n}{2} & \text{per } n \text{ pari} \\ \begin{cases} \dfrac{30n^2+10n}{2} & \text{per } n \text{ pari, struttura "difettante"} \\ 15n^2+10n & \text{per } n \text{ pari, struttura "eccedente"} \end{cases} \end{cases}$$

…e speriamo abbiate capito cosa intendiamo.

Annoiati abbastanza? Bene, per premio di averci seguiti sin qui vi presentiamo un problema irrisolto: *Quanti tipi di travi servono, per fare un coso del genere?* Il tizio dal quale abbiamo scopiazzato il tutto (*Tom Davis*, casomai vi interessasse), ha provato a sottoporre il problema alla *cyclopedia of integral sequences*, senza risultato.

Certo non pretendiamo risolviate il problema precedente, quindi ve ne diamo un altro.

Sinora abbiamo preso, ripreso, tripreso e quadripreso l'icosaedro. Appurato che comunque bisogna lavorare con i triangoli, come si spostano tutti questi ragionamenti con tetraedro e ottaedro?

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms