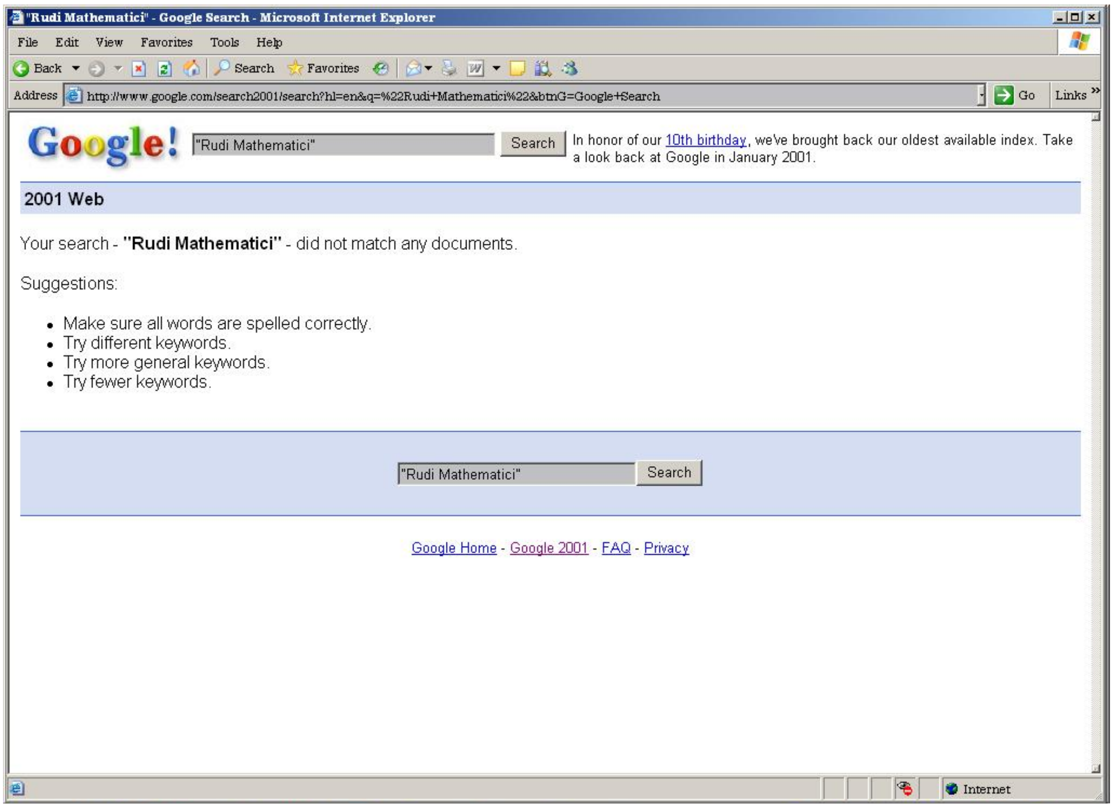
Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 120 – Gennaio 2009 – Anno Undicesimo



Rudi Mathematici
Rivista fondata nell'altro millennio da
Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)
rudy.dalembert@rudimathematici.com
Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com
Alice Riddle (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com

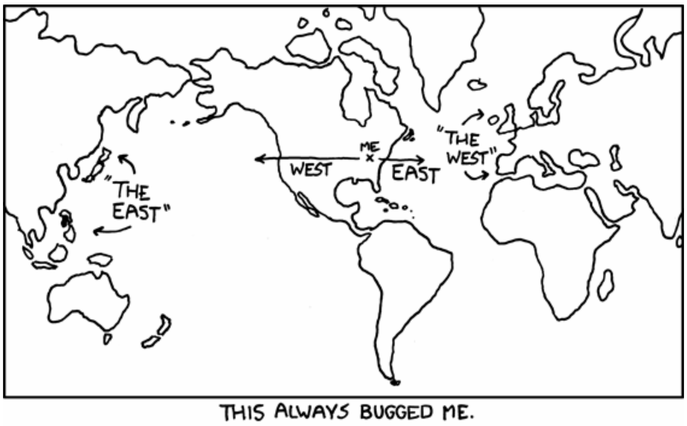
www.rudimathematici.com
RM119 ha diffuso 2247 copie e il 08/01/2009 per Google eravamo in 38'000 pagine.

Per festeggiare il suo decimo anniversario, Google ha messo in linea una pagina di ricerca basata sui Data-Base del Gennaio 2001, e noi ci siamo presi lo sfizio di fare uno screenshot. A voi giudicare se ci sia una relazione con il fatto che il nostro sito, il mese scorso, è stato giù mezza giornata.

1. Oriente e Occidente

Oh, East is East, and West is West,
and never the twain shall meet,
Till Earth and Sky stand presently
at God's great Judgment Seat;
But there is neither East nor West,
Border, nor Breed, nor Birth,
When two strong men stand face to face,
tho' they come from the ends of the earth![1]

Sembra che gli americani se lo chiedano spesso; soprattutto gli studenti, anzi gli scolari, i giovani statunitensi che frequentano le scuole primarie. E, bisogna riconoscerglielo, la domanda che si pongono è del tutto legittima: "*Teacher, Prof, Mrs, Maestra… perché l'occidente è a est e l'oriente a ovest?*". Non dev'essere facile mettersi nei panni di Mrs. Smith o Mr. Jones, specialmente se si abitano le calde valli della California. Là, oltremare, diritto nella direzione del sole che tramonta, c'è l'Estremo Oriente. E, siccome "estremo" significa "più lontano", è assai difficile difendere le gioie dell'etimologia dagli interrogativi dei ragazzi: se si va diritti verso *Ovest* la *prima* terra che si incontra è letteralmente *l'Est* più *lontano*.



1 *Est e ovest per gli americani.*

La mappa[2] qua a fianco mostra assai bene (specialmente nella sua disarmante didascalia) il senso di frustrazione dello studente americano medio. Ne potremmo subito approfittare per parlare dei mille aspetti intriganti della cara vecchia geometria sferica, meridiani lunghi 40 milioni di metri che si incrociano ai poli, paralleli di dimensioni diverse, dall'equatore al nulla; o anche solo del leggero (seppur quotidiano) senso di relatività temporale che dà l'idea che, in ogni singolo istante del giorno, da qualche parte del mondo è sempre in atto una nuova alba e un nuovo tramonto. Però, siccome ne abbiamo un po' già parlato[3] in passato, prima di arrivare a giocare con la matematica ci soffermeremo ancora un po' per giocare con le parole. L'*Ovest* arriva nella lingua italiana dal francese (*ouest*), che a sua volta lo aveva rubato al tedesco (*west*): e la radice, ripetuta nelle lingue nordiche e gotiche (*vest, vester, vasi*) secondo alcuni ha la stessa radice del latino "vastum", e sta ad indicare l'oceano (che è *vasto* per definizione) che per i Goti germanici si trova appunto ad ovest. In realtà, non sono più tanti a credere a questa origine, visto che il latino offriva tanto ai Goti quanto ai sudditi dell'Impero il bel termine "*vesper*", cioè

[1] "*Oh, l'Est è Est, e l'Ovest è Ovest, e mai i due si incontreranno, finché il Cielo e la Terra si presenteranno infine al Grande Seggio del Giudizio di Dio; ma non c'è né Est né Ovest, non Confine, non Razza, non Nascita, quando due uomini forti si affrontano faccia a faccia, arrivando dai lati opposti del mondo.*" - Siamo sicuri che questo è l'inizio della celebre "*Ballad of East and West*" di Rudyard Kipling; della fedeltà della traduzione (che è nostra) siamo invece molto meno sicuri.

[2] La abbiamo trovata, insieme a centinaia di altre non meno divertenti, sul blog "*Strange Maps*" (http://strangemaps.wordpress.com). E su questo blog ci siamo arrivati per colpa delle "*Notiziole di .mau.*" (http://xmau.com/notiziole/).

[3] Compleanno di Riemann, "*Pellegrinaggio a Thule*", RM68, o il PM "*Era meglio se era piatta*", RM085.

vespro, sera, e la sera arriva proprio da ovest, laddove tramonta il sole: e l'etimologia appare così più immediata e convincente. *Occidente*, da parte sua, ha pienamente il termine di caduta: è il participio presente di *ob-cidere,* "cadere davanti", insomma il luogo davanti al quale il sole sembra andare a cadere. Pur se indica l'altra parte del mondo, anche *Est* viene nella nostra lingua attraverso le forme anglosassoni di antiche parole indoeuropee; e dire che sembra essere una pura parola latina. Ma è *Oriente*, invece, ad esserlo pienamente: participio presente di *orior*, "alzarsi, sorgere", con inevitabile e diretto riferimento al sole. Forte della grande capacità sintetica dell'ablativo assoluto, il latino riesce anche a far convergere definitivamente la relatività spaziale del punto cardinale con la relatività temporale dell'ora del giorno: l'espressione "all'alba" è infatti magnificamente resa in latino da "*oriente sole*". Non sembrerebbe possibile confondersi, allora: ogni luogo ha il suo Est e il suo Ovest, come ogni spazio ha il suoi alto, basso, destra, sinistra, davanti dietro; tutto il resto è mera convenzione. I giapponesi, che chiamano sé stessi abitatori del paese del Sol Levante, sono pur sempre occidentali rispetto a qualcuno[4]; il fatto che usualmente essi si confrontassero con cinesi e coreani (loro vicini *occidentali*) giustifica l'uso del nome, ma non cambia il principio di fondo.

Però, di fatto, l'Oriente è l'Oriente e l'Occidente è l'Occidente, e le due etichette sembrano tutt'altro che variabili, relative, staccabili. E forse la ballata di Kipling è meno banale di quanto possa sembrare a prima vista, perché viene naturale ribadire al poeta inglese che no, l'Est e l'Ovest si incontrano ogni giorno, invece! Proprio perché non esistono; e l'Est è anche Ovest, e l'Ovest è anche Est, e la Terra gira e il sole splende su tutti. Ma Kipling potrebbe rispondere subito con un sorriso di sufficienza, chiedendo perché mai lo abbiamo chiamato "inglese", essendo lui nato a Mumbai, India. E quando risponderemo che non c'è quasi nessuno più inglese di Kipling (a parte forse Shakespeare e qualche rappresentante della Real Casa), non faremmo altro che dar ragione a lui, e ai versi successivi della ballata. Est e Ovest si fronteggiano come forti uomini in armi, ognuno convinto dell'assoluta certezza e fermezza della sua relativissima etichetta. Mentre scriviamo, su uno dei confini più tormentati del pianeta volano bombe, aerei, razzi e pallottole. Su una terra che ha una mappa che sembra un difficile esame di topologia, con regioni concave, convesse, molteplicemente connesse, enclave ed exclave, e una linea di confine che quasi riesce a far impallidire i frattali. Muoiono uomini, donne e bambini, su una terra contesa che ha visto molti padroni (orientali e occidentali) nella sua lunga storia. Quasi nulla è chiaro in quella terra e in questa guerra, eppure c'è chi vi riconosce senza tema di sbagliare un altro pezzo del solito conflitto: di qua l'Occidente, di là l'Oriente.

E non sarà certo la geografia a chiarire la cosa: Gaza, se anche fosse davvero classificabile come un pezzo d'Oriente, avrebbe tutto ad Est il suo nemico occidentale. Ma quando le etichette diventano assolute, e non più placidamente relative, le assurdità hanno gioco facile. Nella storia della vecchia Europa, il nemico orientale attraversava le steppe asiatiche e conquistava l'infinita steppa russa, per arrivare a mostrare i suoi baffi di mongolo nella pustza ungherese: ma era sempre orientale il nemico che spingeva da Ovest verso Est Carlo Martello a Poitiers; sempre orientali i grandi condottieri ottomani, che spesso arrivavano sulle coste europee più da sud che da est. Non c'è più nulla da fare, Oriente e Occidente hanno quasi del tutto perso la loro identità geografica, per ottenerne in cambio una più grigiamente politica. L'America è Occidente, l'Europa è Occidente (ma la Russia non tanto); il Sudamerica è Occidente, più o meno, l'Australia è sicuramente occidentale, il Giappone chissà… così orientale nell'aspetto e nella tradizione, così occidentale negli ultimi sessant'anni. Oriente è l'Asia, tutta o quasi. Con le sue strane contraddizioni: perché sembra più Oriente il Medio Oriente della Cina, più la Cina dell'India, più l'India della Siberia. Sfumature d'Oriente, come del resto esistono le

[4] Va riconosciuto ai giapponesi che, per loro, trovare vicini in direzione Est è davvero difficile. Ci sembra di avere sullo scaffale un atlante di buona qualità, che mostra come Tokyo sia quasi esattamente sullo stesso parallelo di San Francisco: ebbene, quel medesimo atlante non ci mostra nessun metro quadrato di terra emersa sull'arco di parallelo che unisce le due città.

sfumature d'Occidente: Cuba è a un passo da Miami, ma il suo *grado d'occidentalità* sarebbe facilmente messo in discussione da molti. L'Africa, poi, la madre Africa, rimane indecisa sulla divisa da indossare. Tutto il Maghreb è certo Oriente[5], mentre la punta meridionale del continente è da tempo uno strano melange occidentale. L'Africa nera, sub sahariana ed equatoriale, l'Africa degli altopiani è ancora terra di conquista e di massacri: ma massacri a basso impatto mediatico, quindi è come se non esistessero.

È curioso: l'uomo ha riempito la sfera che abita di righe virtuali, coordinate polari, fusi orari, confini. Ha deciso che l'origine delle misure dovesse passare per Londra (non a caso lo ha deciso quando a Londra risiedeva il maggior potere mondiale), lasciando le isole lontane del Pacifico a fare i conti con una cosa indubbiamente scomoda come la linea di cambiamento di data. Per quanto convenzionale e frutto di puro esercizio del potere globale (non troppo diverso da quanto fece Roma con il *Miliarium Aureum* piazzato nel Foro a regolare l'inizio di tutte le strade del mondo), pure il Meridiano Zero di Greenwich non aiuta granché nell'individuare la sottile e complicata linea culturale che separa l'Occidente e l'Oriente: a dar retta a lui, a parte il Portogallo e mezza Inghilterra, tutta l'Europa figurerebbe mediorientale.

2 *Ratto d'Europa, di Simon Vouet (museo Thyssen).*

Anche se è naturalmente utopico immaginare di trovare davvero una linea, per quanto complessa e immaginaria, in grado di circoscrivere davvero entro complicati confini delle ipotetiche (e abbastanza sciocche) separazioni culturali, si può provare a risalire abbastanza indietro nel tempo per provare a vedere se all'inizio dei tempi alla separazione culturale facesse da controcanto anche una netta separazione geografica. Si può allora immaginare di partire dal cuore dell'Africa, dagli altopiani della Rift Valley, o forse dalla parte ancora più equatoriale del continente, e immaginare la lenta migrazione dei primi uomini. La direzione di espansione più promettente è quella che sale verso Nord, aiutata dalle acque del Nilo: e, finito il continente, finalmente si separa dilagando a destra verso l'Asia e a sinistra verso l'Europa.

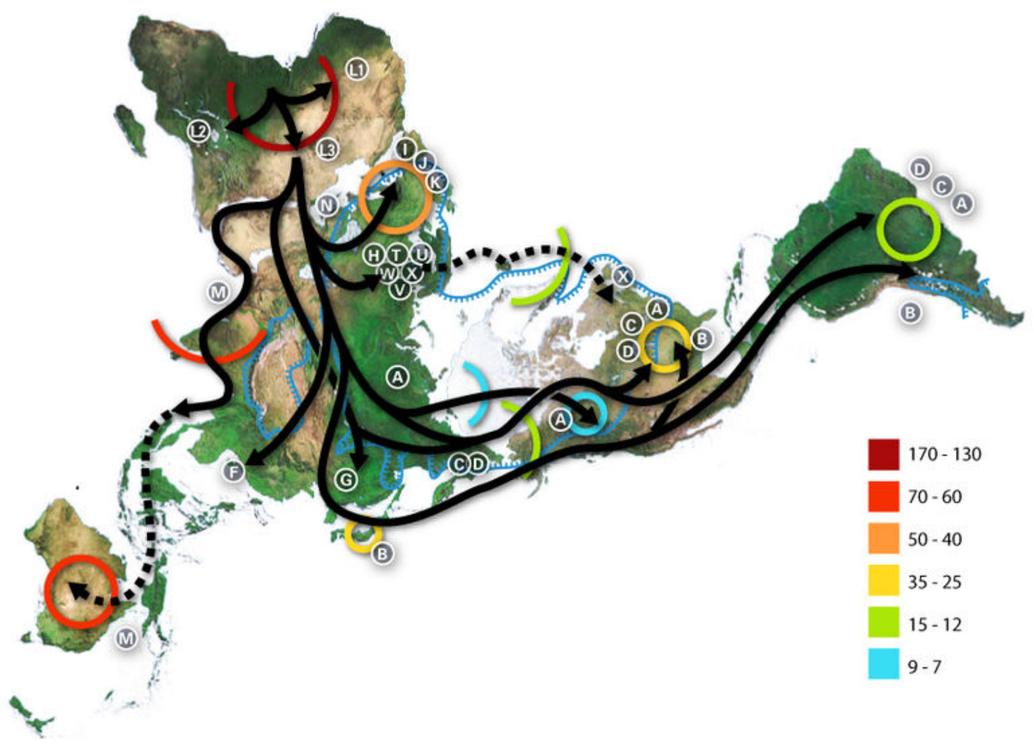
3 *Moneta greca da 2 euro.*

E forse è proprio questo il punto di separazione culturale: il mito racconta che Zeus rapisce Europa, che diventerà la prima regina di Creta. La toglie a suo padre Fenice e, soprattutto, la rapisce dal suo regno dell'Asia Minore. Il mito, per quanto antico, ha ancora la sua forte valenza simbolica: la moneta da due Euro greca porta Europa incisa sul dorso. Ma più che nei simboli, è forse nei fatti che ritrovano linee di separazione: le difficoltà che incontra la Turchia, l'antica Asia Minore, a farsi accettare nell'Unione Europea dipenderanno certo da molti fattori diversi, ma sicuramente anche dal fatto d'essere stata, e per lungo tempo, la principale sede dell'Oriente minaccioso nei confronti dell'Occidente europeo. La separazione tra i razzi di Hamas e i caccia a reazione israeliani potrebbe trovare la sua origine già sui campi di battaglia delle Termopili e di Maratona, con l'occidente greco schierato in battaglia a fronteggiare l'oriente persiano.

[5] "Certo oriente", dicevamo… ma ciò non toglie che Maghreb viene dall'arabo "*al Maghrib*" che, guarda caso, significa né più né meno che *Occidente*.

È andata davvero così? Davvero l'uomo dal centro dell'Africa si è diffuso come il getto d'una fontana, inizialmente diritto verso Nord, e poi separandosi nei rami dell'est e dell'ovest, e da questa separazione primigenia ancora fluiscono le ragioni dell'odio contemporaneo?

No. Così com'è raccontata, questa storia non sta in piedi: i tempi della diffusione dell'uomo sul pianeta, per quanto la sua origine sia quasi certamente nel cuore dell'Africa, avviene in tempi tutt'altro che storici, e parlarne come se fosse più o meno contemporanea alle guerre greco-persiane è una bestialità macroscopica. A parte questo, c'è un altro difetto maiuscolo sottinteso nel racconto: ovvero il suo smaccato eurocentrismo.



4 *Mappa delle migrazioni umane (da Wikipedia).*

Come si vede dalla mappa rubata a Wikipedia, l'uomo ha probabilmente raggiunto l'Australia prima ancora dell'Europa, e ha popolato gli angoli più remoti del pianeta (i cerchietti azzurri della mappa) tra i 7000 e 9000 anni fa, molto prima dell'erezione delle Piramidi. Ma soprattutto, la poetica visione della fontana che si separa in due rami (nella mappa qua sopra, corrispondente a quella che si diparte dal punto N per generare il ramo/cerchio I-J-K) è solamente una delle moltissime diramazioni; e non è neppure la prima perché inizialmente la diffusione è avvenuta all'interno del continente africano.

Se però l'idea è apparsa almeno un po' convincente, probabilmente la ragione è da ricercarsi nella maniera in cui siamo abituati a conoscere la storia. Per quanto sia innegabile che l'Europa abbia giocato un ruolo essenziale nella storia del mondo, gli europei tendono a leggere la storia del mondo quasi esclusivamente come storia d'Europa[6]. Questo è visibile soprattutto nella storia di quei periodi in cui l'Europa era lontana dall'essere la dominatrice del mondo; ad esempio, quando l'Alleanza Atlantica (Occidente) bombardò Belgrado (Oriente? Mah…) nel 1999, il giornalista americano

[6] Non è un difetto caratteristico dei nostri storici: il sospetto è che ogni comunità/stato/nazione tenda più o meno a fare lo stesso.

Thomas Friedman diresse un commento arrogante ai Serbi, che suonava più o meno[7] "*Vogliono tornare al 1389? Li porteremo al 1389!*".

5 *Stefan Lazar Hrebeljanovic, principe e santo.*

Era una frase da guerrafondaio, e per comprenderlo occorreva conoscere un po' di storia militare: il riferimento era alla sacra battaglia dei Serbi, quella della Piana dei Merli[8], avvenuta appunto il 28 Giugno 1389. A quel tempo, però, erano i Serbi a tenera alta la bandiera d'Occidente: il principe Lazar Hrebeljanovic radunò un forte esercito cristiano per opporsi all'invasione attuata dal sultano Murad I, che senza dubbio teneva il ruolo dell'Oriente. Fu un gran bel massacro: dei centomila uomini in campo non furono tanti quelli che sopravvissero allo scontro. Il principe Lazar fu ucciso in battaglia, al pari del Sultano Murad: l'esito della battaglia è tutt'ora controverso, sembra che in fondo gli Ottomani incassassero una sorta di vittoria di Pirro, ma, se l'invasione fu momentaneamente fermata, l'esercito serbo, molto inferiore per numero a quello del sultano, fu praticamente cancellato. Di questa sconfitta occidentale non si parla molto nelle scuole italiane, o quantomeno se ne parla assai meno della battaglia di Salamina. Ma in realtà, questo è solo l'inizio: al sultano deceduto in Kosovo Murad I successe il figlio Bayezid I, che aveva tutte le intenzioni di continuare l'espansionismo in terra europea del padre. Proseguì le sue marce verso la Serbia, l'Ungheria, la Valacchia e, naturalmente, si dispose alla conquista del massimo simbolo occidentale: assediò Costantinopoli. L'antica Bisanzio ha sempre avuto una natura ibrida, nella storia della divisione tra Oriente e Occidente: capitale orientale dell'Impero Romano, sopravvisse a Roma per quasi mille anni. Parte duratura e orientale del massimo impero occidentale, ha continuato per tutta la sua storia ad essere vista come Est dall'Europa e come Ovest dall'Asia: se davvero esiste quella linea immaginaria di divisione culturale tra oriente e occidente, di certo passa attraverso Bisanzio. Costantinopoli è difficile da espugnare: le sue mura sono solide e leggendarie, e il mare la protegge su due lati su tre; e poi, Costantinopoli è terra cristiana: sono veneziani, genovesi e spagnoli i vascelli che si appoggiano ad essa per i loro scambi commerciali: e per questo sono pronti a difenderla con le armi.

Certo, la Costantinopoli del 1396 è ben diversa da quella di pochi secoli prima: curiosamente, è stata la Quarta Crociata a distruggerla quasi totalmente: una crociata che, come tutte le crociate, è sostanzialmente una guerra missionaria portata da Occidente contro l'Oriente. Ma questa volta la storia fa una delle sue capriole, i debiti e costi della spedizione giocano il loro ruolo decisivo, e l'obiettivo dei crociati occidentali si sposta da Gerusalemme a Costantinopoli. Attaccata da Ovest, da coloro che credeva alleati, Costantinopoli si riduce ad essere l'ombra della grande capitale che era stata. Ma resiste ancora, forte della sua storia e delle sue mura. E quando Bayezid I la cinge d'assedio, si prepara a sostenerlo.

[7] "*Like it or not, we are at war with the Serbian nation (the Serbs certainly think so), and the stakes have to be very clear: Every week you ravage Kosovo is another decade we will set your country back by pulverizing you. You want 1950? We can do 1950. You want 1389? We can do 1389 too.*"

[8] "Kosovo", o meglio "Kosovo Polje", che è il nome completo della battaglia, significa appunto "Piana dei Merli".

Le Crociate sono guerre strane; non che esistano guerre che non lo siano, non che l'aggettivo "*normale*" si possa serenamente associare al sostantivo "*guerra*". Ma le crociate nascono come guerre di pura religione, e la religione non ammette giudizi intermedi, quando prende le armi. Essendo per definizione guidata dalla fede, se per un qualsivoglia perverso convincimento si giunge a decidere che una guerra è teologicamente giusta, non c'è alcun modo possibile – alcun modo razionale, che è lo stesso dire – per fermarla, o anche solo per vederla in un'ottica imparziale. Ancora oggi, nel comune immaginario occidentale, gli eserciti cristiani (seguiti spesso da una massa di disperati che talvolta arrivavano all'antropofagia, pur di sopravvivere) sono visti come i generosi portatori di civiltà; da parte orientale, invece, altro non erano che barbari invasori sanguinari. È certo difficile trovare la giusta via di mezzo: ormai anche gli storici occidentali convengono che *Salah al Din*, colui che riconquistò Gerusalemme togliendola ai Crociati, fosse un comandante tutto sommato equo e generoso: ma normalmente si pensa a lui solo come al *feroce Saladino*.

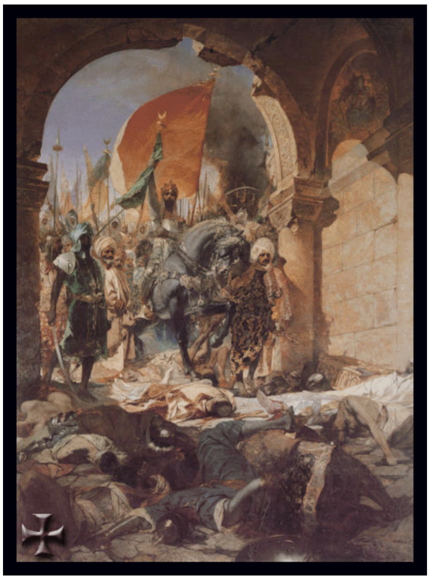
6 *Il feroce Saladino e Salah al Din.*

Certo è che le Crociate non si possono usare come unica metrica del conflitto tra Oriente e Occidente, proprio perché è troppo forte la connotazione religiosa: oltre alla capriola storica della Quarta, con i Crociati che si riducono a saccheggiare una città simbolo d'occidente anziché procedere verso la Terrasanta, sono molte le crociate illogiche, crudeli, spietate[9]. Certo è però che se dei sovrani europei decidono di convocare una crociata contro gli infedeli ottomani, allora l'intenzione militare è decisamente seria. E questo è proprio quel che succede negli anni precedenti il 1396, in risposta all'assedio che Bayezid ha posto a Costantinopoli. La città è ormai solo un'enclave o quasi dell'impero ottomano, ma il suo carisma è elevatissimo, e infatti il Re d'Ungheria Sigismondo[10] viene contattato dai Franchi già nel 1393 per una mobilitazione contro gli infedeli. L'anno dopo, Bonifacio IX proclama la crociata contro i Turchi, e seppure non sia quello un buon periodo per le sorti del papato di Roma, riesce ad ottenere una tregua nella guerra dei Cent'Anni fra Francia e Inghilterra. I due re, Carlo VI e Riccardo II, si dicono disposti a finanziare la guerra, e armati cominciano ad arrivare da tutta Europa: diecimila dalla Borgogna, altri dall'Inghilterra, dal Palatinato, dalla Baviera, da Norimberga, che si unirono tutti ai sessantamila ungheresi di Sigismondo. Anche il re ortodosso di Valacchia, Mircea, offrì un'armata nonostante la differenza di dottrina cristiana. Dopo lunghi preparativi, l'esercito composito si diresse a Nicopoli, che era stata recentemente conquistata da Bayezid, con l'intento di far sentire tutta la forza del continente all'ottomano invasore. Se a Kosovo Polje, sette anni prima, l'esercito cristiano era molto inferiore di numero, questa volta attorno a Nicopoli, il 28 Settembre del 1396 si ritrovava un esercito davvero grandioso: più di centomila uomini, la più

[9] Quelle dei Poveri, dei Fanciulli, contro gli Albigesi, solo per citarne alcune.

[10] A dire il vero, il casato di Sigismondo è Lussemburgo, ed è figlio cadetto dell'Imperatore del Sacro Romano Impero. Alla morte del padre diventa Re di Ungheria, e con Bayezid ormai sulla sponda destra del Danubio, è da ungherese, più che lussemburghese, che teme l'invasione.

grande armata mai messa in campo contro una forza musulmana. Ciò non di meno, nonostante la grande alleanza, la grandiosa mobilitazione e la benedizione del Santo Padre, Nicopoli fu un disastro. I cristiani (l'Occidente) furono sonoramente sconfitti, e gli ottomani ebbero via libera verso il cuore dell'Europa.



7 *Maometto (Mehmet) II entra a Costantinopoli.*

Eppure, Bayezid non dilaga a ovest lungo il Danubio, seminando il terrore islamico per le terre di Francia e Germania. Eppure, Costantinopoli, per difendere la quale era stata organizzata la Crociata di Nicopoli, resisterà ancora per più di mezzo secolo agli assalti ottomani, pur senza avere alcuna difesa esterna. Cadrà nel 1453, sotto i colpi spietati di Maometto II, che fece della conquista di Costantinopoli la sua privata e personalissima ossessione. Chi ha salvato allora l'Occidente da una così totale disfatta da parte dell'Oriente, all'alba del 1400? Ma è ovvio: è stato l'Oriente stesso. Un altro Oriente, però.

Noi, europei e eurocentrici, non siamo troppo abituati a fare distinzioni, ma il mondo è sempre molto più vario di quanto le semplificazioni mentali cerchino di mostrare. Gli Ottomani erano il grande nemico orientale per la piccola Europa del Trecento, ma erano anche un modesto nemico occidentale per uno dei più abili e sanguinari condottieri dell'Asia. Temur-i lang, ovvero Timur lo Zoppo, noto anche con il nome latinizzato di Tamerlano, decise nei primissimi anni del quindicesimo secolo di impossessarsi dei domini ottomani, e lo fece con una facilità che avrebbe lasciato di sasso tutti i principi occidentali, se solo lo avessero potuto sapere[11].

8 *Tamerlano (Temur-i lang).*

Tamerlano imprigionò Bayezid, e lo tenne con sé fino alla morte del vecchio sovrano ottomano: secondo alcuni trattandolo grosso modo alla stregua di giullare, secondo altri per conversarci amabilmente la sera. Del resto, anche Tamerlano andava per la settantina, in quegli anni, e forse aveva bisogno di fare quattro chiacchiere rilassanti con qualcuno di lignaggio simile al suo. O forse sono solo leggende: alla fin fine, lo zoppo quasi settantenne si sentiva inferiore a colui di cui si proclamava arrogantemente discendente, e l'ultima sua impresa aveva lo scopo di pareggiare i conti con il suo avo, conquistare la Cina. Ci fosse riuscito, avrebbe davvero ricostruito lo spaventoso impero mongolo che copriva tutte le terre dai confini d'Europa al

[11] In realtà, probabilmente sapevano tutto benissimo. L'intervento di Tamerlano contro l'impero Ottomano era anzi stato caldeggiato dai principi occidentali, che si erano anche detti disposti a versare tributi al condottiero delle orde mongole. Anzi, secondo alcuni fu proprio quest'attacco dal centro dell'Asia (il regno originario di Tamerlano occupa l'attuale Uzbekistan) verso gli "infedeli" ottomani a far nascere la leggenda di un grande sovrano cristiano nel lontano oriente: il famoso *Prete Gianni*.

Pacifico; ma non ci riuscì, e il suo supposto avo, Gengis Khan, rimase senza emuli.

In questa disordinatissima disamina, molti nomi d'oriente (Oriente?) si sono accavallati. Nomi che non suonano del tutto nuovi, ma che comunque restano indistinti, sfocati; accomunati, per lo più, solo dal senso di distanza, di lontananza, e magari dall'immagine di un turbante in testa. Eppure Temucin, Gengis Khan, era mongolo; Tamerlano nasceva non distante da Samarcanda; il fondatore dell'Islam era arabo, gli ottomani erano turchi, Saladino, addirittura, era curdo. Non esiste un solo oriente, così come non esiste un solo occidente.

9 *Solimano il Magnifico.*

Tra i nomi famosi di sovrani orientali di difficile collocazione mentale andrebbe messo anche Suleyman, Solimano, anche grazie al bell'aggettivo che si porta dietro "il Magnifico"[12]. Solimano, nato nell'evocativa città di Trebisonda, portò l'Impero Ottomano al suo massimo splendore: Nord Africa, Rodi, Belgrado, tutti i Balcani; e addirittura la Persia. Sul fronte europeo, arrivò a conquistare Buda, nel cuore d'Ungheria. Da lì, nel cuore d'Europa, Solimano esercitò il suo controllo su gran parte del continente, e le potenze europee dovevano regolarmente tener trattative diplomatiche continue e cordiali. L'Ungheria[13], comunque, continuò ad essere terra contrastata e divisa: guerre tra il Sacro Romano Impero e gli Ottomani si ripetono in continuazione. Ferdinando I, Sacro Romano Imperatore, attacca ripetutamente dal 1558 al 1564, anno in cui fu la morte a fermarlo. Solimano muore due anni dopo, nel 1566, e nel 1568 Massimiliano II figlio di Ferdinando e nuovo Imperatore (d'Occidente? Certo, Occidente! Comincia ad essere difficile non perdere il *fil rouge*…) è costretto a firmare una pace scomoda in cui si impegna a pagare tributi al sultano. In pieno sedicesimo secolo, nella Mitteleuropa, Oriente e Occidente continuano a lottare, fare alleanze; a trattare e a tollerarsi perfino, talvolta.

In queste guerre d'Ungheria presta servizio un giovane gentiluomo italiano. Suo padre Ranieri si guadagnò il titolo di Marchese per meriti militari: servendo il Duca di Urbino come soldato mostrò tutto il suo valore, e non contento scrisse anche due libri dì architettura militare. Il titolo nobiliare gli fornì gli agi e il benessere che poté trasmettere al figlio, che, forte delle rendite dei suoi possedimenti a Montebaroccio, era benestante e non aveva bisogno di lavorare per vivere: anche i suoi servizi resi all'Imperatore del Sacro Romano Impero erano non retribuiti.

Essere benestante è un elemento importante nella carriera del giovane: non solo gli consentirà di dedicarsi agli studi che lo interessano, ma gli consentirà anche di fare da protettore e mecenate verso personaggi importanti, che probabilmente avrebbero avuto maggiori difficoltà a cavarsela senza il suo aiuto.

[12] Curiosamente, questo *Magnifico* nasce appena due anni dopo la morte dell'altro, Lorenzo de' Medici.

[13] Sotto la denominazione *Ungheria* rientrano territori più vasti di quelli attuali: c'erano anche la Valacchia, parte della Croazia, e la Transilvania.

10 *Guidobaldo Dal Monte.*

Stiamo parlando di Guidobaldo Dal Monte: nato a Pesaro l'11 Gennaio 1545, studiò matematica a Padova. Divenne amico di Torquato Tasso, e dopo il suo servizio in terra d'Ungheria rientrò nella sua tenuta di Montebaroccio, dove si dedicò agli studi di matematica, meccanica, ottica e astronomia[14].

La statica, di solito, non è vista come una delle parti più affascinanti della fisica, però è davvero fondamentale nella scienza delle costruzioni, soprattutto militari. Guidobaldo scrisse il *Liber Mechanicorum,* che venne considerato il miglior trattato di statica dai tempi antichi. Curiosamente, sembra proprio il *rigore degli antichi* ad affascinare Guidobaldo: si narra che entrasse in contrasto con i contemporanei Tartaglia e Cardano[15] perché questi sostenevano che due gravi cadessero lungo linee parallele, mentre lui, più correttamente anche se un po' troppo fiscalmente per quei tempi, asseriva che le linee verticali convergessero verso il centro della Terra. Il rigore era parte essenziale della sua filosofia.

Fu tra i primi a fare dei veri e propri esperimenti, soprattutto in balistica: gran parte dei suoi studi vennero poi ripresi direttamente da Galileo Galilei. E proprio Galileo fu tra i maggiori protetti di Guidobaldo: la cattedra del pisano all'Università di Padova fu sostanzialmente garantitagli dai buoni uffici del Marchese Dal Monte.

I risultati maggiori, o quantomeno quelli più innovativi, di Guidobaldo Dal Monte non furono negli studi militari, architettonici o balistici. Tutt'altro: fu il primo a rendersi conto che qualsiasi insieme di linee parallele fra loro ma non parallele al piano dell'immagine, convergono verso un punto virtuale dell'immagine. Sembra una cosa da poco, ma è l'inizio della comprensione della prospettiva, che i pittori italiani già avevano imparato ad usare. Era quello un periodo in cui non tutto Euclide era ben compreso, specialmente in merito agli ultimi libri degli Elementi, quelli che trattavano la geometria solida; e le osservazioni di Guidobaldo rendevano più vicino il grande di Alessandria.

Ma a proposito, Alessandria d'Egitto, fondata da un condottiero macedone orientalizzato, sede della maggiore biblioteca della classicità occidentale distrutta da monaci occidentali, situata in terra d'Africa, abitata da musulmani, patria del più grande matematico greco dell'antichità, è Oriente o Occidente?

[14] Cogliamo l'occasione per ricordare che questo 2009 appena cominciato è ufficialmente l'*Anno dell'Astronomia*.

[15] Protagonisti di un compleanno speciale in RM064.

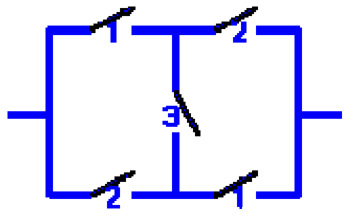
2. Problemi

	Rudy d'Alembert	Alice Riddle	Piotr R. Silverbrahms
Trattasi di decidere			
(Quasi) Il compleanno di Fred!			

2.1 Trattasi di decidere

Tanto per cominciare fuori marca neve, e Rudy ha voglia di uscire come di fare un *crash test* con un martello sulla sua testa (decidete voi cosa si romperebbe prima); poi, gli hanno appena regalato un bellissimo set da *vin brulé* per il quale sta sviluppando una moderata ansia di prova ("moderata" perché sta cercando un posto dove imboscare quelle infami bustine per aromatizzare il vino che fanno parte della confezione: la ricetta è sua e si rifiuta anche solo di toccare certe eresie).

Comunque, il tempo è di quelli che ispirano alla meditazione anche nel campo dei problemi, ed è l'unico momento nel quale Rudy apprezza quelli che richiedono di procedere "per tentativi"; figuratevi che per trascorrere la domenica si è addirittura messo a fare un *sudoku*. Unite a questo il fatto che lo secca il non riuscire a trovare un problema legato ad alcuni dei suoi PM preferiti, e scoprirete il motivo per cui nasce questo problema; infatti, in Redazione il primo problema con un problema è: *lo mettiamo o no su RM?*



11 *Il Rude Sarchiapone*

Grazie all'altissima tecnologia di cui disponiamo, abbiamo approntato una macchina per effettuare la votazione; essendo solo in tre, la cosa è stata risolta da Rudy in una manciata di semestri e potete vedere il prodotto del suo ingegno nella figura qui di fianco.

Giusto per capirci, *sulla* macchina (di cui questo è lo schema *interno*) ci sono tre interruttori, marcati **Alice**, **Doc** e **Rudy**, tutti nella posizione "no", corrispondente a "aperti" per quanto riguarda gli interruttori interni; quando (e se) Alice sposta il proprio interruttore esterno nella posizione "sì", tutti gli interruttori interni marcati "1" si chiudono; quando la stessa operazione è compiuta da Doc si chiudono gli interruttori "2", mentre se Rudy opta per il "sì" allora si chiude l'interruttore "3".

"E perché Rudy ha un solo interruttore dentro la scatola?" Perché va bene così. Se esaminate il circuito (e se ci attaccate una pila da una parte e una lampadina dall'altra), vi accorgete che *se due qualunque votano sì, la lampadina si accende*; non importa quali siano, comunque la maggioranza accende; non solo, ma essendo gli interruttori dei volgarissimi bistabili, è vietata l'astensione.

Quello che preoccupa Rudy è che si diventi troppo grossi.

Non in senso fisico, visto che lui ormai è ben stabilizzato sotto i cinquantacinque chili, ma in senso numerico: per il momento ce la facciamo, a mandare avanti la rivista, ma alla prossima "buona idea" del Manager (tipo scrivere un altro libro o inserire un'altra rubrica o cose di questo genere) si imporrebbe un allargamento della Redazione.

Ora, su queste cose Rudy è adamantino: "Sempre in numero dispari, così quando si vota si decide". Il guaio è che di sicuro gli rifileranno il lavoro di implementare la macchina per le votazioni, e lui non ne ha la più pallida idea. E quindi, chiede a voi.

Insomma, si tratta di organizzare una macchina basata unicamente su k interruttori, eventualmente coordinati tra di loro come quelli della figura, in grado di accendere una lampadina quando, su $(2n–1)$ votanti, almeno n sono d'accordo; per intenderci, quello in figura è il caso per $n=2$ con $k=5$, ma vorremmo da voi gli schemi per i casi di qualche altro n (3 e 4, ad esempio: 5 e 7 votanti), cercando anche di minimizzare il numero degli interruttori, visto che siamo pure tirchi.

Tranquilli, c'è tempo. Prima però leggete la nota, che una volta tanto è seria[16].

2.2 (Quasi) Il compleanno di Fred!

Nel senso che è pochissimo prima del prossimo numero: tranquilli, avete quasi tutto il resto del mese per comprargli il regalo.

Comunque, ci stiamo organizzando: Fred vuole invitare alcuni compagni di classe ad una "festicciuola" (leggasi: evento livello 9 sulla Scala Torino, quella che misura i disastri planetari); Rudy, responsabile della *reception*, ha intenzione di fornire a ciascuno delle N Catastrofi ("Teppisti", in certi casi, è un eufemismo) una maglietta con sopra un numero identificativo; i numeri vanno da 1 a N e vengono consegnati in ordine di arrivo (quindi, sì, Fred ha l'uno: ma questo non importa).

Nel tentativo (che si rivelerà sicuramente vano) di evitare la distruzione del Pianeta per assalto al vassoio, Rudy ha un'idea per la distribuzione dei pasticcini.

"ADESSO SEDETEVI TUTTI ATTORNO ALLA TAVOLA ROTONDA!!!!!", intende richiedere all'augusto consesso con l'usuale amabilità.

Raggiunto un ragionevole livello di attenzione, continuerà la spiegazione. "I pasticcini ve li dovete sudare con un buon lavoro di gruppo: moltiplicate il vostro numero con quello del vostro vicino di sinistra, la somma dei valori ottenuti da ognuno di voi è il numero totale dei pasticcini che potrete dividervi."

Passati alcuni secondi (e ottenuta, spera, l'incondizionata attenzione del tavolo), Rudy passerà alla seconda parte: "Presumo vogliate il maggior numero di pasticcini possibili; adesso, *secondo logica*, siete liberi di scambiarvi di posto per massimizzare il vostro guadagno".

Rudy si aspetta che i Disastri Ambientali si trasformino in un convento di frati trappisti, affrontando il problema in modo interessante e sfruttando le capacità di calcolo di tutti. Il Perfido Genitore, che conosce dall'inizio il numero degli invitati, acquisterà il numero corretto di pasticcini e ha già pronta la frase ad effetto per quando i poveri avranno risolto il problema: "Divideteveli pure con calma, tanto potete averne tutti lo stesso numero". Ora, la domanda è: *quanti bambini parteciperanno alla festa e quanti pasticcini deve comprare Rudy?*

Come sarebbe a dire "'La domanda è'…e poi erano due"? Ne ho pronta un'altra.

[16] Tanto per cominciare, non solo non ci risulta ci sia un metodo *generico* di progettazione del circuito per qualsiasi numero dispari di votanti, ma per quanto ne sappiamo anche riguardo a k si è trovato solo un maggiorante funzione di n (un "O grande", per intenderci). Quindi, se riuscite a trovare qualcosa di generale, preparate un articolo per una rivista *seria*. E siccome noi saremo tremendamente invidiosi, ve lo pubblicheremo. Nei PM, che li leggono in tre (contati l'autore e i correttori di bozze).

Dietro richiesta di alcune madri salutiste, la seconda portata presume tartine di pane integrale e cavolfiore, scarsamente amato dalle Catastrofi; quindi (anche per garantire un po' di salubre moto) sarà chiesto loro di riorganizzarsi in modo tale da avere, secondo lo stesso calcolo, il *minimo* numero di sane schifezze; come si riorganizzeranno, in questo caso, le Disperazioni?

3. Bungee Jumpers

[1]: Provate che ogni numero intero che non sia una potenza di 2 può essere rappresentato come somma di almeno due interi consecutivi, ma che la cosa è impossibile per le potenze di 2.

[2]: Provate che ogni numero dispari composto può essere rappresentato come somma di numeri dispari consecutivi, ma che nessun primo può essere rappresentato in questa forma. Inoltre, quali numeri pari possono essere rappresentati come somma di numeri dispari consecutivi?

[3]: Provate che ogni potenza di un numero naturale n (n>1) può essere rappresentata come somma di n numeri dispari positivi.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Per quelli che credono nel fato, nella fortuna e negli incroci astrologici, questo numero di RM è nato sotto una cattiva stella: Redazione distrutta dall'influenza, tormente di neve, ritardi, catastrofi. Noi però a queste cose crediamo poco, e vorremmo utilizzare queste note per parlare solo di effetti positivi dell'inizio di questo nuovo anno.

Speriamo che i nostri lettori abbiano un po' di pazienza con noi, visto che gli ultimi numeri di RM sono tanto autocelebrativi. La verità è che RM compie dieci anni, e tutto quello che succede ci coglie di sorpresa, la parte più evidente dello stupore è proprio il fatto di essere ancora qui, dieci anni dopo aver cominciato, a scrivere di matematica ricreativa. Anche per quest'anno abbiamo molti propositi (ma NON intendiamo scrivere un altro libro, siamo ancora con il fiatone per l'esperienza precedente), alcuni dei quali sono già parte dei lavori in corso sul sito: magari avete notato che abbiamo ora una sezione di "memento" che intende evidenziare alcuni eventi e mostre che ci sono stati segnalati. Dateci tempo, magari riusciamo a rivedere il sito entro qualche mese.

Questo numero esce in forte ritardo e ben dopo l'Epifania, che tradizionalmente definisce la fine delle feste... per cui faremmo bene a passare in fretta a sciorinare le soluzioni disponibili. Non prima, però, di avervi consigliato un evento importante.

A Torino, sabato 17 gennaio 2009 dalle ore 9.30 alle 13, presso la Sala Conferenze della Regione Piemonte (Corso Stati Uniti, 23 - Torino), si terrà un convegno sul tema "Eccellenze al femminile", un momento di riflessione sull'importanza crescente che il pensiero femminile svolge nella nostra società. L'ingresso al convegno è libero, è gradita la registrazione su http://www.eccellenzealfemminile.org. La segnalazione ci giunge da ***Claudio Pasqua***, che dal blog di ***Gravità zero*** (http://www.gravita-zero.org/) continua a diffondere il pensiero scientifico insieme ai suoi colleghi, e trova tra noi di RM (notoriamente tutti femministi, tranne Alice) dei sostenitori.

Scopriamo poi che dal 1 Dicembre 2008 presso il "Bar Pausa Caffè" di Valenza (AL) mentre si fa colazione, si pranza o si prende un caffè, è possibile sfogliare la rivista *Rudi Mathematici* in versione cartacea… godendosi il brodino di giuggiole, la Redazione è in attesa di scoprire che cosa gli avventori abbiano fatto della suddetta carta.

Anche nell'ambito dei blog, il Litorale ha deciso di pubblicare le nostre riviste in pdf (http://sergiofumich.blogspot.com/2008/12/rudi-mathematici-n-119-dicembre-2008.html) e anche in questo caso siamo ansiosi di scoprire se l'iniziativa ha un qualche successo.

Insomma, siamo famosissimi. Persino la rete trabocca di recensioni del nostro ultimo libro… ci stiamo dando molte arie, sarà meglio passare alla parte *seria* della rubrica.

4.1 [117]

4.1.1 Senza rischio

Ancora contributi su questo problema! ***Gnugnu*** è lettore affezionato, ma manca da queste pagine da fin troppo tempo. Prima di pubblicare il suo contributo riassumiamo il problema.

> *Trovandosi a disposizione un certo gruzzolo, Rudy lo ha investito ad un interesse fisso che lui ritiene estremamente soddisfacente: infatti gli permette, il k-esimo anno di deposito, di ritirare esattamente k^2 euro; lui ritira (esattamente) quella somma, e lascia la parte restante degli interessi a incrementare il capitale; la cosa interessante è che ha depositato la somma minima per fare questo gioco sino, come diceva Asimov, alla fine dell'eternità. Quanto ha depositato Rudy e qual è il tasso di interesse che è riuscito a farsi applicare?*
>
> *Rudy ha calcolato quando gli interessi (tutti, non solo quelli che preleva) saranno esattamente uguali a 2008: dovrà aspettare il ventesimo anno di deposito. Ora, Rudy è estremamente felice di aver depositato quella cifra, anche perché evidentemente se avesse depositato un euro in meno dopo un certo numero di anni non ce l'avrebbe fatta, a ritirare il quadrato degli anni di deposito… Bene, quanto vale quel "certo numero di anni"?*

I soliti inossidabili ***Cid*** e ***Trekker*** l'hanno affrontato subito, e le loro soluzioni sono pubblicate in RM118; in RM119 è proposta una replica di ***Val316***, qui invece quello che ***Gnugnu*** stesso definisce "*un tentativo di portare un po' di ossigeno a* Senza rischio *che sta pagando, ingiustamente, la colpa di appartenere alla matematica finanziaria. Una cenerentola: snobbata dai matematici che la ritengono un'applicazione priva di interesse (Sic) e malvista dagli economisti che la riducono ad un formulario, a volte di ostacolo al rapido trasferimento di ricchezza verso i loro obiettivi.*":

> Condividendo, almeno nella parte iniziale, l'interpretazione di ***Val316***, ci troviamo di fronte (cfr. http://it.wikipedia.org/wiki/Rendite_finanziarie) ad una rendita annuale, immediata, posticipata, perpetua, a tasso costante, le cui rate variabili sono di importo pari al quadrato dell'indice, cioè del numero di periodi trascorsi.
>
> Il capitale da investire, cioè il suo valore attuale, in funzione del tasso d'interesse annuo i, si può dedurre immediatamente dalla funzione generatrice quadratica.
>
> $$\sum_{k=1}^{\infty} k^2 x^k = \frac{x(x+1)}{(1-x)^3} \quad \rightarrow \quad C = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{(1+i)^k} = \frac{(1+i)(2+i)}{i^3}$$
>
> La convergenza della serie, per $i > 0$, conforta sull'attendibilità del risultato.
>
> Un approccio meno meccanico, può essere più interessante e fornire risultati utili per affrontare le parti successive del problema.
>
> Depositando un qualsiasi capitale e ritirando ogni anno esattamente l'interesse prodotto otteniamo una rendita perpetua a rate costanti.
>
> Volendo rate di importo crescente, occorrerà provvedere ad incrementare annualmente il capitale e, escludendo l'auspicabile presenza di un ignoto benefattore, possiamo pensare di utilizzare all'uopo l'interesse prodotto da un secondo deposito. Qualora fossero necessari interessi crescenti anche per il secondo deposito, potremmo utilizzarne un terzo, e così via, fino ad arrivare, se siamo fortunati, a rate costanti o addirittura decrescenti.

Traducendo in soldoni, indicando con $\underset{k}{\overset{j}{C}}$ il capitale presente all'inizio del k-esimo periodo per il j-esimo deposito e $\underset{k}{\overset{j}{I}}$ l'interesse prodotto alla fine del medesimo periodo; dovrà essere:

$$\underset{k}{\overset{j}{I}} = i \cdot \underset{k}{\overset{j}{C}}, \quad \underset{k}{\overset{j+1}{I}} = \underset{k+1}{\overset{j}{C}} - \underset{k}{\overset{j}{C}} .$$

Nel caso del problema in esame avremo

per il primo deposito: $\underset{k}{\overset{1}{I}} = k^2 \to \underset{k}{\overset{1}{C}} = \dfrac{k^2}{i} \to \underset{k}{\overset{2}{I}} = \dfrac{(k+1)^2}{i} - \dfrac{k^2}{i} = \dfrac{2k+1}{i}$;

per il secondo: $\underset{k}{\overset{2}{I}} = \dfrac{2k+1}{i} \to \underset{k}{\overset{2}{C}} = \dfrac{2k+1}{i^2} \to \underset{k}{\overset{3}{I}} = \dfrac{2(k+1)+1}{i^2} - \dfrac{2k+1}{i^2} = \dfrac{2}{i^2}$;

per il terzo: $\underset{k}{\overset{3}{I}} = \dfrac{2}{i^2} \to \underset{k}{\overset{3}{C}} = \dfrac{2}{i^3}$ costante! Non necessita di ulteriori interventi.

Alla pretesa della banca di ottenere un compenso per il trasferimento annuale degli interessi da un deposito all'altro, possiamo unificare i depositi ottenendo:

$$\underset{k}{I} = \underset{k}{\overset{1}{I}} + \underset{k}{\overset{2}{I}} + \underset{k}{\overset{3}{I}} = k^2 + \frac{2k+1}{i} + \frac{2}{i^2} \quad e \quad \underset{k}{C} = \underset{k}{\overset{1}{C}} + \underset{k}{\overset{2}{C}} + \underset{k}{\overset{3}{C}} = \frac{k^2 i^2 + (2k+1)\, i + 2}{i^3} .$$

Ponendo $k = 1$ troviamo, guarda caso, il medesimo capitale calcolato inizialmente.

Per determinare il valore del tasso applicato dobbiamo utilizzare l'informazione relativa agli interessi del 20° periodo. Quel birichino di Rudy ha preferito usare il plurale con una formulazione che pare inserire nel conteggio anche gli importi precedentemente riscossi. Non può essere così, perché 2008 è inferiore alla loro somma. Ponendo, invece, $\underset{20}{I} = 2008$ troviamo l'equazione:

$400i^2 + 41i + 2 = 2008i^2$, che ammette un'unica soluzione positiva $i = \dfrac{41 + \sqrt{14545}}{3216}$, cui corrisponde un versamento iniziale $\underset{1}{C} = 597\sqrt{14545} - 55029 = 16970{,}784...$ Euro.

Il tasso applicato, poco meno del 5,025%, appare appetibile. Specialmente se netto, è migliore di quelli che strombazzano in TV l'emulo di Giotto ed i coltivatori dell'orto di Halloween.

Nella valutazione bisogna però osservare che la banca non restituirà mai il capitale, in cui incamera annualmente anche una parte, inizialmente consistente, dell'interesse annualmente maturato; solo a partire dal 55° anno questa quota scende sotto alla metà.

Mi piacerebbe leggere, fra le clausole da firmare due volte, quella relativa alla risoluzione anticipata del contratto! Sarebbe, forse, preferibile seguire il consiglio del Presidente, acquistando una scorta di ottimi vini italiani da invecchiamento. Mal che vada si possono sempre gustare in compagnia, annegando piacevolmente le eventuali delusioni.

Per rispondere all'ultima domanda basta confrontare C_k con il montante della capitalizzazione composta di un Euro, risolvere cioè la disequazione: $\frac{k^2 i^2 + (2k+1)i + 2}{i^3} < (1+i)^k$ che risulta verificata per $k \geq 296$.

Vista l'impossibilità di trasferire frazioni di Euro inferiori al centesimo, anche il semplice arrotondamento del versamento iniziale produce, se la banca calcola gli interessi con la dovuta precisione, una capitalizzazione sufficiente solo per ***421*** anni, un'inezia in confronto all'eternità.

Non c'è che dire, la "sottile" ironia è imperante.

4.2 [119]

4.2.1 Ragnatela condominiale

Il problema era il seguente:

Per costruire la password da "admin" per un condominio si crea una valutazione INGOT[17] dei condomini: al momento abbiamo un "Gold", un "Silver" e quattro "Bronze"; le regole per avere l'accesso di admin sono le seguenti:

0. *La password ha N caratteri, completamente casuali.*
1. *Il "Gold" può accedere da solo (conosce tutti i caratteri)*
2. *Il "Silver" può accedere in assenza del "Gold" purché abbia con sé almeno un "Bronze" (insomma, il "Silver" più un qualsiasi "Bronze" possono ricostruire la password e accedere come admin)*
3. *Tre "Bronze" qualsiasi possono accedere come admin in assenza del "Gold" e del "Silver" (ossia possono ricostruire l'intera password).*

Qual è il minimo valore di N per cui è possibile applicare queste regole?

Con la seconda variante:

Se invece si ha un "Gold", due "Silver" e cinque "Bronze" e le regole sono variate:

2. *(La "zero" e la "uno" sono sempre le stesse) Due "Silver" possono accedere senza il "Gold" (nel senso che ricostruiscono l'intera password).*
3. *Un "Silver" può accedere se accompagnato da qualsiasi "Bronze".*
4. *Tre "Bronze" possono accedere anche in assenza dei "Silver" e del "Gold".*

In questo caso, quanto vale N?

Il problema ha avuto un discreto successo, se anche in periodo natalizio sono arrivate molte risposte, tra cui quelle di ***Mirtillo***, ***Alexphys***, ***Cid***, ***Andrea***, ***Millenium Bug***, ***Franco57***, ***Toki***.

Per cominciare, vediamo la versione di ***Franco57***:

> Non sono sicuro di avere bene interpretato il testo del problema, ho anche pensato che vi foste divertiti a renderlo un po' ambiguo per stimolare diverse formulazioni, come piace a Furio Honsell – il *Magnifico Rettore* di *chetempochefà* – nel suo libro "L'algoritmo del parcheggio".
>
> Io l'ho interpretato così per entrambi i quesiti:

[17] Non stiamo a spiegarvela: accendete un cero a San Google e trovate tutto. Comunque, ci sono tre livelli in ordine decrescente: "Gold", "Silver" e "Bronze".

- per Gold viene generata una password di N caratteri in un determinato alfabeto
- alle singole persone con i ruoli Silver e Bronze vengono assegnate delle password prendendo caratteri dalla password di Gold (verso la fine si parla di "suddividere la password")
- ogni gruppo di persone che può ricostruire la password di Gold lo fa utilizzando uno specifico algoritmo fatto apposta per loro

In questo caso non è importate la posizione di un carattere in una password ma solo il fatto che ci sia: a considerarlo e a posizionarlo nella posizione giusta ci pensa l'algoritmo!

Il problema diventa allora di teoria degli insiemi. Il Gold lo rappresento come una password di caratteri tutti differenti (in generale possono esserlo) oppure più semplicemente come la posizione dei caratteri della sua password da ricostruire:

$G = \{ 1, 2, 3, \dots , N \}$

Le password delle altre persone corrispondono a dei sottoinsiemi di G:

<u>1° quesito (1 Silver e 4 Bronze)</u>

S rappresenta il Silver; B_1 , B_2 , B_3 , B_4 i Bronze

$S \subset G$

$B_1 , B_2 , B_3 , B_4 \subset G$

$S \neq G$ (il Silver da solo non accede come admin)

$\forall\ i\ B_i \neq G$ (da solo un Bronze non accede)

$\forall\ i < j\ B_i \cup B_j \neq G$ (da soli due Bronze non accedono)

$\forall\ i < j < k\ B_i \cup B_j \cup B_k = G$ (tre Bronze ce la fanno)

$\forall\ i\ S \cup B_i = G$ (Silver e un Bronze ce la fanno)

minimizzare N sotto queste condizioni

osservazione 1: nessun Bronze contiene alcun elemento che non sia anche in almeno un altro bronze, altrimenti gli altri 3 bronze insieme non potrebbero coprire G. Ad esempio:

$B_1 \cap B_2^c \cap B_3^c \cap B_4^c = B1 \cap (B_2 \cup B_3 \cup B_4)^c = B_1 \cap G^c = B_1 \cap \varnothing = \varnothing$

osservazione 2: due bronze insieme devono contenere almeno un elemento che non sia negli altri due, altrimenti gli altri due bronze potrebbero da soli coprire G. Ad esempio:

da $(B_1 \cup B_2) \cup (B_3 \cup B_4) = G$ e da $B_3 \cup B_4 \neq G$ ne viene che

$(B_1 \cup B_2) \setminus (B_3 \cup B_4) = (B_1 \cup B_2) \cap B_3^c \cap B_4^c \neq \varnothing$

e poiché $B_1 \cup B_2 = (B_1^c \cap B_2) \cup (B_1 \cap B_2) \cup (B_1 \cap B_2^c)$ ne segue che

$\varnothing \neq ((B_1^c \cap B_2) \cup (B_1 \cap B_2) \cup (B_1 \cap B_2^c)) \cap B_3^c \cap B_4^c =$

$= (B_1^c \cap B_2 \cap B_3^c \cap B_4^c) \cup (B_1 \cap B_2 \cap B_3^c \cap B_4^c) \cup (B_1 \cap B_2^c \cap B_3^c \cap B_4^c) = B_1 \cap B_2 \cap B_3^c \cap B_4^c$

poiché per la prima osservazione il primo e il terzo membro della unione sono vuoti.

Dunque $B_1 \cap B_2 \cap B_3^c \cap B_4^c$ contiene almeno un elemento di G che chiamo x_{12} e simmetricamente le altre 6 coppie.

osservazione 3: per poter coprire Gold insieme ad ognuno dei Bronze il Silver deve contenere ciascuno degli x_{ij} poiché per ognuno di essi esiste almeno un bronze che non lo contiene

$\forall\ i < j\ x_{ij} \in S$

ad esempio $S \cup B_3 = G \wedge x_{12} \notin B_3 \Rightarrow x_{12} \in S$

osservazione 4: G deve contenere un altro elemento oltre agli xij che non appartiene ad S altrimenti sarebbe S = G. Chiamo y questo altro elemento che deve anche essere presente in almeno un bronze di ogni terna.

Provo a metterlo in tutti i Bronze e tanto mi basta, infatti questo soddisfa le condizioni:

$G = \{ x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{23}, x_{24}, x_{34}, y \}$

$S = \{ x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{23}, x_{24}, x_{34} \}$

$B_1 = \{ x_{12}, x_{13}, x_{14}, y \}$

$B_2 = \{ x_{12}, x_{23}, x_{24}, y \}$

$B_3 = \{ x_{13}, x_{23}, x_{34}, y \}$

$B_4 = \{ x_{14}, x_{24}, x_{34}, y \}$

e per costruzione è minimale, quindi N = 7.

<u>2° quesito (2 Silver e 5 Bronze)</u>

S_1 , S_2 rappresentano i Silver; B_1 , B_2 , B_3 , B_4, B_5 i Bronze

$\forall\ i\ S_i \subset G$

$\forall\ i\ B_i \subset G$

$\forall\ i\ S_i \neq G$ (da solo un Silver non accede)

$\forall\ i\ B_i \neq G$ (da solo un Bronze non accede)

$\forall\ i < j\ B_i \cup B_j \neq G$ (da soli due Bronze non accedono)

$\forall\ i < j < k\ B_i \cup B_j \cup B_k = G$ (tre Bronze ce la fanno)

$\forall\ i, j\ S_i \cup B_j = G$ (un Silver e un Bronze ce la fanno)

$\forall\ i < j\ S_i \cup S_j = G$ (i due Silver ce la fanno)

minimizzare N = #G sotto queste condizioni

analogamente al caso del primo problema si trova che ad esempio:

$B_1 \cap B_2^c \cap B_3^c \cap B_4^c \cap B_5^c = \varnothing$ sennò neanche B_2, B_3, B_4 e B_5 potrebbero accedere

$B_1 \cap B_2 \cap B_3^c \cap B_4^c \cap B_5^c = \varnothing$ sennò B_3, B_4 e B_5 non accederebbero

$B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4^c \cap B_5^c \neq \varnothing$ sennò B_4 e B_5 accederebbero da soli

dunque $B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4^c \cap B_5^c$ contiene almeno un elemento di G che chiamo x_{123} ed analogamente le altre 10 possibili terne

S_1 ed S_2 devono contenere tutti gli x_{ijk}, che quindi stanno nella loro intersezione.

S_1 deve contenere un elemento che non sta in S_2 e viceversa, altrimenti potrebbero accedere da soli. Siano rispettivamente y_1 ed y_2. Questi devono essere anche presenti in almeno un bronze di ogni terna, ma allora basterà semplicemente metterli in tutti i bronze.

Non serve aggiungere altri elementi e si ottiene una soluzione minimale con N = 12:

G = { x_{123}, x_{124}, x_{125}, x_{134}, x_{135}, x_{145}, x_{234}, x_{235}, x_{245}, x_{345}, y_1, y_2}

S_1 = { x_{123}, x_{124}, x_{125}, x_{134}, x_{135}, x_{145}, x_{234}, x_{235}, x_{245}, x_{345}, y_1}

S_2 = { x_{123}, x_{124}, x_{125}, x_{134}, x_{135}, x_{145}, x_{234}, x_{235}, x_{245}, x_{345}, y_2}

B_1 = { x_{123}, x_{124}, x_{125}, x_{134}, x_{135}, x_{145}, y_1, y_2}

B_2 = { x_{123}, x_{124}, x_{125}, x_{234}, x_{235}, x_{245}, y_1, y_2}

B_3 = { x_{123}, x_{134}, x_{135}, x_{234}, x_{235}, x_{345}, y_1, y_2}

B_4 = { x_{124}, x_{134}, x_{145}, x_{234}, x_{245}, x_{345}, y_1, y_2}

B_5 = { x_{125}, x_{135}, x_{145}, x_{235}, x_{245}, x_{345}, y_1, y_2}

NOTA: Se si interpretano i quesiti nel senso che i caratteri delle password dei Silver e dei Bronze possano non provenire direttamente dalla password di Gold, ma semplicemente contengano l'informazione per ricostruirla quando opportunamente associati, allora si può applicare ancora questa tecnica, basterà pensare agli x_{ijk} e agli y_i come ai bit che compongono le varie password una volta rappresentate in modo ottimale come numeri binari. Ma in questo caso il risultato dipenderebbe fortemente dalla cardinalità dell'alfabeto utilizzato per i caratteri.

Altre interpretazioni, ed un altro paio di risposte quelle fornite dal nostro ***Cid***, più che un una sicurezza tra queste pagine:

La **prima interpretazione** suppone che tutti i condomini siano in grado di risolvere un sistema lineare di tre equazioni in tre incognite. Sotto questa ipotesi, la soluzione può essere la seguente:

<u>1° caso</u>

Scriviamo in fila tutti i possibili caratteri della password, definiamo una funzione F(c) che mi indica la posizione del carattere in questa fila. Chiamiamo ora $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{z}$ i tre caratteri della password

- "Gold" conosce $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{z}$
- "Silver" conosce $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{z}$
- "Bronze 1" conosce $\boldsymbol{x}$
- "Bronze 2" conosce il risultato di $F(\boldsymbol{x}) + F(\boldsymbol{y}) + F(\boldsymbol{z})$
- "Bronze 3" conosce il risultato di $F(\boldsymbol{x}) + 2\cdot F(\boldsymbol{y}) + F(\boldsymbol{z})$
- "Bronze 4" conosce il risultato di $F(\boldsymbol{x}) + F(\boldsymbol{y}) + 2\cdot F(\boldsymbol{z})$

Risolvendo un sistema lineare di tre equazioni in tre incognite, tre "Bronze" insieme sono in grado di ricostruire la password

Risolvendo un sistema lineare di due equazioni in due incognite, un "Bronze" insieme al "Silver" sono in grado di ricostruire la password

<u>2° caso</u>

Utilizzando ancora la funzione F(c),

Gold" conosce $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{z}$

"Silver 1" conosce $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{z}$

"Silver 2" conosce $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$

"Bronze 1" conosce il risultato di $F(\boldsymbol{x}) + F(\boldsymbol{y}) + F(\boldsymbol{z})$

"Bronze 2" conosce il risultato di 2·F(***x***) + F(***y***) + F(***z***)

"Bronze 3" conosce il risultato di F(***x***) + 2·F(***y***) + F(***z***)

"Bronze 4" conosce il risultato di F(***x***) + F(***y***) + 2·F(***z***)

"Bronze 5" conosce il risultato di 3·F(***x***) + 2·F(***y***) + F(***z***)

Come prima, per ricostruire la password è sufficiente saper risolvere un sistema lineare di tre equazioni in tre incognite.

<u>In base alla prima interpretazione</u>: il minimo valore di N per il primo caso è 3, il minimo valore di N per il secondo caso è 3, e in generale, il minimo valore di N per casi analoghi è sempre uguale a 3.

La **seconda interpretazione** suppone che non tutti i condomini siano in grado di risolvere un sistema lineare di tre equazioni in tre incognite. Sotto questa ipotesi, la soluzione può essere la seguente:

Riporto qui la soluzione solo in forma grafica, in quanto mi pare abbastanza auto-esplicativa.

<u>1° caso</u>

Abbiamo sette caratteri: A, B, C, D, E, F, G (i caratteri noti sono quelli contrassegnati con una "X")

	A	B	C	D	E	F	G
Caratteri della password conosciuti da "Gold"	X	X	X	X	X	X	X
Caratteri della password conosciuti da "Silver"		X	X	X	X	X	X
Caratteri della password conosciuti da "Bronze 1"	X	X	X	X			
Caratteri della password conosciuti da "Bronze 2"	X	X				X	X
Caratteri della password conosciuti da "Bronze 3"	X			X	X		X
Caratteri della password conosciuti da "Bronze 4"	X		X		X	X	

<u>2° caso</u>

Abbiamo dodici caratteri: A, B, C, D, E, F, G, H, I, L, M, N (i caratteri noti sono quelli contrassegnati con una "X")

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N
Caratteri della password conosciuti da "Gold"	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Caratteri della password conosciuti da "Silver 1"		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Caratteri della password conosciuti da "Silver 2"	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Caratteri della password conosciuti da "Bronze 1"	X	X	X	X	X	X	X	X				
Caratteri della password conosciuti da "Bronze 2"	X	X	X	X	X					X	X	X
Caratteri della password conosciuti da "Bronze 3"	X	X	X				X	X	X		X	X
Caratteri della password conosciuti da "Bronze 4"	X	X			X	X		X	X	X		X
Caratteri della password conosciuti da "Bronze 5"	X	X		X		X	X		X	X	X	

<u>In base alla seconda interpretazione</u>: il minimo valore di N per il primo caso è 7, il minimo valore di N per il secondo caso è 12 e, in generale, il minimo valore di N per casi analoghi, (chiamando S il numero dei "Silver" e B il numero dei "Bronze") è uguale a: $S + \frac{B^2 - B}{2}$.

Come al solito molto completo e preciso[18]. E adesso passiamo al secondo problema, che le interpretazioni sono state ancora più varie.

4.2.2 Qual è la chiave?

Ed ecco il problema filosofico-logistico del Capo con le chiavi:

> *Qual è il minimo numero di colori che dovete attribuire alle chiavi per distinguere tra di loro n chiavi su un anello?*

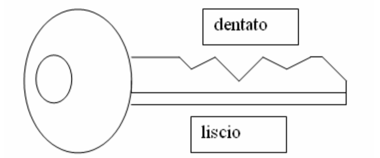
Inutile dire che molti si sono divertiti a colorare ed orientare le chiavi: ***Alexphys***, ***Killercode***, ***Alberto R.***, ***Cid***, ***Millenium Bug***, ***Franco57***, ***Emanuele***.

Alcuni hanno trovato il problema troppo facile, come ***Killercode***:

> Scrivo questa mail perché temo per la mia sanità mentale; sono tre giorni che ci penso e non riesco a venirne a capo: Il problema 2.2 del numero 119 è davvero così facile o sono io che non riesco a capirlo? Cioè, chiede di trovare il numero di colori minimo che permetta di distinguere immediatamente n chiavi su di un anello:
>
> - Con un colore non si hanno miglioramenti (se non estetici).
> - Con due colori non si riesce a creare un punto di riferimento assoluto con n=3 e n=4 quindi è da scartare
> - Con tre colori la soluzione è semplice, basta dare alla prima chiave il primo colore, alla seconda chiave il secondo colore e dalla terza chiave in poi il terzo colore; in questo modo è possibile fare un conteggio che ti permette di dare sempre la stessa posizione alla stessa chiave indipendentemente da come è preso l'anello.
>
> es.
>
> v = verde
>
> r = rosso
>
> b = blu
>
> 1,2,3... = chiavi
>
> ---> verso del conteggio
>
> v b r r r r...
>
> 1 2 3 4 5 6...
>
> E questo funziona con n chiavi, quindi la risposta è banalmente 3.

Risposta accettabilissima. ***Alberto R.*** concorda in tutto e per tutto ed aggiunge:

> Osservo inoltre che le chiavi più comuni, tipo Yale, non sono simmetriche rispetto al loro asse longitudinali, ma presentano un lato dentato e un lato liscio.
>
> Se nel mazzo ci sono almeno tre chiavi Yale non servono colori.
>
> Basta infilarle nell'anello in modo che una mostri il liscio e tutte le rimanenti mostrino il dentato. In questo modo resta definito l'orientamento dell'anello nello spazio e diventa non equivoco il senso di rotazione, consentendo così la numerazione di tutte le chiavi (es. in senso orario), partendo dallo zero attribuito alla Yale liscia.



12 *Chiave Yale di **Alberto R.***

[18] Per esigenze di paginazione l'organizzazione della soluzione di ***Cid*** è stata un po' modificata: ci scusiamo con l'autore se abbiamo fatto cosa non gradita.

Cid giunge più o meno alle stesse conclusioni, anche riesce a migliorare il risultato:

> In generale, avendo un mazzo avente N chiavi, se assegno un colore alla chiave iniziale, uno a quella finale ed il colore restante a quelle che stanno nel mezzo, sono sempre in grado di distinguere tra loro le chiavi; basta partire dalla chiave iniziale e contare fino alla chiave k-esima.
>
> Il senso di rotazione è individuato dalla chiave finale che si troverà accanto a quella iniziale e dovrà essere l'ultima del giro ed il tempo per compiere il conteggio fino alla chiave k-esima è trascurabile, in quanto il Gran Capo ha affermato: "Considera però che io sono molto veloce a contare, e..."
>
> Naturalmente, vi sono alcuni casi in cui è possibile ottenere un risultato migliore.
>
> Ad esempio, se N è minore di 3, attribuendo un colore diverso a ciascuna chiave è possibile distinguere tra loro le chiavi con meno di 3 colori. Quindi, con N<3 il numero minimo di colori è N.
>
> Anche nel caso in cui N sia maggiore di 5 è comunque possibile fare di meglio. Infatti, in tal caso possiamo distinguere tra loro le chiavi utilizzando soltanto 2 colori.
>
> Utilizziamo il colore 1 per la chiave iniziale e per quelle che si trovano in terza e in quarta posizione. Utilizziamo il colore 2 per tutte le chiavi restanti.
>
> Per individuare la chiave k-esima, cominciamo a contare dalla chiave di colore 1 che si trova tra due chiavi di colore 2 e teniamo conto che la posizione 2 è individuata dall'unica chiave di colore 2 che si trova tra due chiavi di colore 1.
>
> A questo punto, conoscendo qual è la posizione 1 e qual è la direzione in cui effettuare il conteggio sull'anello, trovare la chiave k-esima per Rudy sarà questione di pochi secondi; considerato che egli ha affermato: "Considera però che io sono molto veloce a contare, e...".

Numero di chiavi	Numero minimo di colori per distinguerle
N = 0	0
N = 1	1
N = 2	2
N = 3	3
N = 4	3
N = 5	3
N > 5	2

La tabella-riassunto delle soluzioni di ***Cid*** è piazzata a fianco della sua soluzione. La versione di ***Emanuele*** ha ancora una chiave orientabile:

> Definizione: chiave orientabile: chiave con un solo piano di simmetria, per capirsi quello parallelo al piano del tavolo dove la chiave si appoggia e distante da esso la metà dello spessore della chiave, nello stesso semispazio occupato dalla chiave. Ovvero per semplicità le chiavi seghettate da un solo lato, differentemente da quelle di sicurezza che sono seghettate da entrambe le parti.

13 *Esempio di chiave di **Emanuele**.*

> Condizione iniziale: per una curioso deficit il proprietario delle chiavi non sa leggere marchi né distinguere forme, vedere immagini o rilievi nel metallo. Sa altresì contare, sentire i denti a sega, riconoscere il nero dal bianco.
>
> Se alcune delle chiavi del mazzo sono orientabili, esse inserite tutte adiacenti nell'anello e con il seghetto dalla stessa parte, forniranno un'origine e un verso di numerazione e facilmente le potrò numerare e così riconoscere tutte le chiavi. Colori occorrenti = 0.

> Se nessuna delle mie chiavi è orientabile e le chiavi sono > 5, coloro una chiave non coloro la successiva coloro le due successive non coloro null'altro. Come prima ottengo un'origine e un verso di numerazione. Colori occorrenti = 1.
>
> Se nessuna delle mie chiavi è orientabile e le chiavi sono 2 < N <= 5, coloro due chiavi successive con 2 colori differenti e così avrò origine e verso. Colori occorrenti = 2.
>
> Se nessuna delle mie chiavi è orientabile e le chiavi sono 2, coloro 1 chiave. Colori occorrenti = 1.
>
> Se ho una chiave, non la coloro. Colori occorrenti = 0.
>
> Naturalmente ho introdotto silenziosamente il concetto di colore 0, cioè il non colorato che in fondo è un colore. Se la pensiamo così bisogna aggiungere 1 ai colori occorrenti e sperare che il proprietario delle chiavi sappia distinguere anche il rosso per il terzo caso...

Come vedete, c'è una soluzione anche per chi ha problemi a distinguere i colori...

E con questo è tutto, cominciate bene l'anno internazionale dell'astronomia!

5. Quick & Dirty

Gli americani scrivono la data della loro festa nazionale (il 4 luglio) come 7/4; buona parte del resto del mondo scrive questa data come 4/7. In queste due notazioni, quante date nell'anno sono ambigue?

> *Ogni mese ha* 11 *date ambigue (quella nella forma "x/x", non è ambigua). Quindi, ci sono* 11x12=132 *date ambigue. E non* 144.

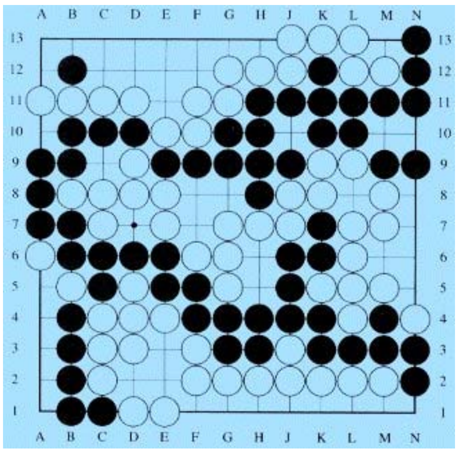
6. Zugzwang!

6.1 Gonnect

Tanto per cominciare vi diamo il logo: secondo noi riesce a salvare sia la vena orientalista sia il concetto di connessione che sono alla base del gioco. Lo trovate qui di fianco.

14 *Gonnect*

Il gioco nasce dalla connessione tra due altri, con il chiaro tentativo di evitare alcune caratteristiche piuttosto antipatiche del primo e inserendo i concetti più deterministici del secondo; e se vi sembra che stiamo menando il can per l'aia, avete perfettamente ragione: è che due disegni uno di fianco all'altro stanno malissimo, e volevamo evitare questo problema.



15 *Cominciamo dal fondo*

Con ordine.

Per quanto ne sappiamo, il gioco è stato inventato da *João Neto*, professore di informatica all'Università di Sao Paolo (Brasile); come dicevamo prima, cerca di mescolare le caratteristiche più interessanti del *Go* e dell'*Hex*, il che potrebbe essere considerato parzialmente una brutta notizia: infatti, la scacchiera che si usa è quella del Go, che ha il piccolo difetto di costare una cifra (anzi alcune, tutte vicine e con gli zeri dalla parte sbagliata del numero).

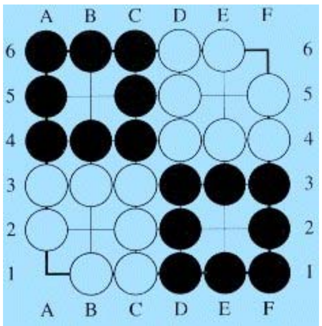
Tanto per chiarire le idee, vi facciamo vedere come va a finire una partita. In figura ne vedete una vinta dal Nero: infatti, questo è riuscito a creare una connessione continua tra la casella *A7* e la casella *N3*; a prima vista può sembrare ne abbia create addirittura *due*, unendo la casella *A9* con la casella *N11*, ma se guardate bene la casella *D10* e la casella *E9* sono collegate solo in diagonale; infatti, si definisce "connessione" tra i due lati solo quella che permette di passare da un lato all'altro attraverso una serie di pedine collegate tra di loro dal reticolo; o, se preferite una definizione più matematica, attraverso una serie di punti tutti coperti da pedine dello stesso colore in cui, ad ogni passo, vari solo l'indice di riga *o* l'indice di colonna (OR esclusivo).

Adesso che abbiamo scoperto come si vince, meglio se cerchiamo anche di capire come si gioca; cominciamo con le regole del Go, tenendo per ultime quelle che sono specifiche del Gonnect.

- Al proprio turno, i giocatori posano una pedina del proprio colore su un'intersezione vuota della scacchiera.
- Le pedine adiacenti lungo una delle linee tracciate sulla scacchiera (non in diagonale, quindi) sono dette *connesse*; una *catena* (in Go si chiama "gruppo") è formata da una o più pedine dello stesso colore tali che ogni pedina della catena può essere raggiunta da qualsiasi altra attraverso una serie di coppie connesse di pedine appartenenti alla catena
- Una pedina ha una *libertà* se è adiacente ad un incrocio vuoto; una catena ha libertà pari alla somma di quelle dei suoi membri, e le catene senza libertà sono catturate e vengono rimosse dalla scacchiera.
- Una pedina non può essere giocata in una posizione tale da creare una catena del proprio colore senza libertà, tranne nel caso che questa mossa permetta una cattura che crei almeno una libertà.
- Un giocatore non può effettuare una mossa che ricrea la posizione successiva alla sua mossa precedente (regola del *ko*).
- I giocatori non possono "passare".
- Il secondo giocatore, anziché effettuare la sua prima mossa, può richiedere lo scambio dei colori.

Per quanto riguarda le regole di cattura e il divieto di "suicidio", non stiamo a darvi esempi in quanto sono perfettamente identici a quelli che potete trovare sul vostro manuale di Go; sempre come nel Go, il giocare a specchio (in diagonale) non vi garantisce assolutamente la patta.

La grossa differenza dal Go è data dal fatto che non è possibile passare; questo, nel Go, permetteva la risoluzione di alcuni vicoli ciechi che sono insignificanti nel Gonnect, visto che qui non si parla di *territorio* conquistato, ma unicamente di *connessione*. Ad esempio, la situazione decisamente complessa della figura a fianco: attenzione che state vedendo *tutta la scacchiera*, in quanto stiamo giocando ad una versione semplificata.



16 *Piccolo ma tosto*

Anche se sembra strano, il Bianco può giocare a scelta *B5* o *E2*: queste mosse, infatti, *non* sono un suicidio, in quanto ad esempio la prima distrugge tutte le libertà delle pedine nere *A6, B6, C6, C5, C4, B4, A4, A5*, che vengono rimosse dalla scacchiera rendendo la chiusura della catena una passeggiata; se invece la prossima mossa toccasse al Nero, questo non avrebbe altre possibilità che ammettere la sconfitta, non potendo passare il gioco (e, come dicono i migliori libri di matematica, questo vi arrangiate da soli a dimostrarlo).

Va detto che, a parte il fatto di connettere due lati della scacchiera, Gonnect eredita piuttosto pochino dall'Hex; questo, secondo noi (e secondo l'inventore) per il fatto che mentre un esagono è circondato da sei esagoni, un puntino è circondato da soli quattro puntini; questo renderebbe la cattura nell'Hex estremamente noiosa, richiedendo di chiudere tutte le possibili caselle libere adiacenti.

Esistono anche delle strategie di gioco decisamente complesse e una serie di aperture considerate sicure ma, come dicono gli stessi libri di cui sopra, non vorremmo privarvi della gioia di scoprirle da soli…

7. Pagina 46

[1]: Sia N un intero non potenza di 2. possiamo scrivere:

$$N = 2^k(2l+1),$$

Dove 2^k è la più grande potenza di 2 che sia fattore di N, $k \geq 0$, $l \geq 1$ e $2l+1$ è il massimo divisore dispari di N. Consideriamo la progressione aritmetica:

$$\begin{aligned}(2^k - l) + (2^k - l + 1) + \ldots + (2^k - l + 2l - 1) + (2^k - l + 2l)& \\ = \frac{(2l+1)(2^k - l + 2^k - l + 2l)}{2}& \\ = 2^k(2l+1) = N&\end{aligned}$$

Se alcuni dei $2l+1$ interi consecutivi che formano la progressione sono negativi, ossia se $l > 2^k$, allora è possibile eliminarli congiuntamente agli equivalenti interi positivi che appaiono nella serie. Si verifica facilmente che almeno gli ultimi due termini devono sopravvivere alla semplificazione, in quanto se solo il termine finale della progressione restasse non semplificato, potremmo impostare l'espressione $2^k + l = N = 2^k(2l+1)$, che implicherebbe $k = -1$.

Assumiamo ora che un qualche numero della forma 2^k possa essere scritto come somma degli m interi consecutivi $n, n+1, \ldots, n+m-2, n+m-1$; allora

$$\begin{aligned}2^{k+1} &= 2[n + (n+1) + \ldots + (n+m-2) + (n+m-1)] \\ &= m(n+n+m-1) \\ &= m(2n+m-1).\end{aligned}$$

Ma la differenza $(2n+m-1) - m = 2n-1$ è un numero dispari e quindi uno tra m e $2n+m-1$ deve essere dispari (ed essi differiscono tra di loro di 1 in quanto, per ipotesi, $m > 1$ e $n > 0$). Questo significa che l'eguaglianza $2^{k+1} = m(2n+m-1)$ derivata sopra è impossibile, in quanto 2^{k+1} non può avere un divisore dispari diverso da 1.

[2]: Per ogni $m > n+1$ si ha:

$$\begin{aligned}(2n+1) + (2n+3) + (2n+5) + \ldots + (2m-1)& \\ = \frac{(2n+1) + (2m+1)}{2} \cdot (m-n)& \\ = (m+n)(m-n),&\end{aligned}$$

e la prima somma è formata da $(m-n)$ termini.

Allora se un numero N può essere scritto come somma di numeri dispari consecutivi allora sarà un numero composto pari a $(m+n)(m-n)$; siccome ogni numero dispari composto può essere espresso come prodotto di due fattori dispari a e b, con $a \geq b > 1$, abbiamo:

$$N = a \cdot b = (m+n)(m-n),$$

dove possiamo porre $m = \dfrac{a+b}{2}$ e $n = \dfrac{a-b}{2}$.

Allora $N = (m+n)(m-n)$ è la somma dei numeri dispari in $[(a-b+1),(a+b-1)]$; quando rappresentiamo un numero primo in questa forma abbiamo evidentemente $m-n=1$, e quindi la serie di riduce ad un unico termine; questo prova la prima asserzione.

Ora, nella formula $N = (m+n)(m-n)$, i due fattori sono o entrambi pari o entrambi dispari, in quanto la loro differenza è pari; quindi se N è un intero pari, entrambi i fattori devono essere pari, e quindi N deve essere divisibile per 4; quindi un numero pari N che non sia divisibile per 4 non può essere scritto come somma di numeri dispari consecutivi. D'altra parte, se $N = 4n$, allora N può essere scritto come somma dei due dispari consecutivi $2n-1$ e $2n+1$.

[c]: Si vede facilmente che:

$$\left(n^{k-1}-n+1\right)+\left(n^{k-1}-n+3\right)+\ldots+\left(n^{k-1}-1\right)+\left(n^{k-1}+1\right)+\ldots\left(n^{k-1}+n-3\right)+\left(n^{k-1}+n-1\right)$$
$$= \frac{\left(n^{k-1}-n+1\right)+\left(n^{k-1}+n-1\right)}{2} \cdot n = n^k$$

e tutti i termini della somma sono dispari, in quanto n^{k-1} e n sono entrambi simultaneamente o pari o dispari.

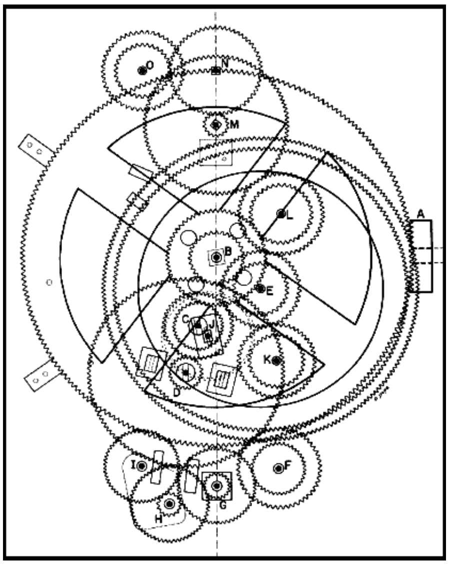
8. Paraphernalia Mathematica

8.1 Dalla trireme all'automobile

Non solo, ma per passare da una all'altra facciamo anche il giro lungo.

Tanto per cominciare, non garantiamo fosse una trireme: trattavasi comunque di nave greca, affondata presumibilmente verso l'80 a.c. presso l'isola di Antikythera, tra Creta e la Grecia continentale e ritrovata nel 1900.

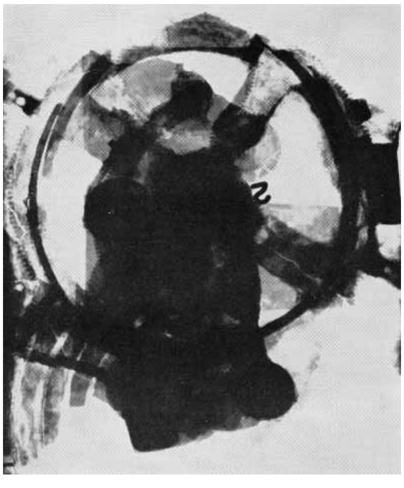
Delle varie cose ritrovate a bordo, quella che ci interessa era un aggeggio in bronzo, potentemente corroso e incrostato di sali calcarei, delle dimensioni approssimative di 32x16x10 centimetri; l'ipotesi era che all'interno ci fosse qualche strano marchingegno, ma la difficoltà (o meglio, l'impossibilità) del restauro lasciavano le cose ampiamente nel campo dei "forse".



17 *...resta da capire dove si pedala.*

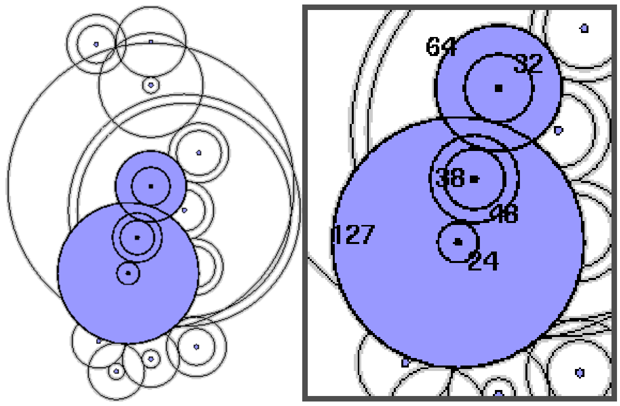
Tutto questo sino al 1971, quando Derek DeSolla Price ebbe l'idea di passarlo ai raggi gamma; effettivamente il meccanismo c'era, composto da trentadue ingranaggi e, con un'abbondantissima dose di pazienza, è stato anche possibile contarne i denti, ipotizzando quindi come girasse il tutto; vi diamo qui di fianco lo schema generale, poi andremo a smontare alcune parti di interesse più squisitamente matematico.

Prima di tutto, cominciamo con lo smontare le idee bislacche: è complicato, ma non richiede tecnologie strane per essere costruito; sono tanti, ma sono solo ingranaggi, e i singoli meccanismi sono perfettamente compatibili con la tecnologia dell'epoca in cui è stato costruito; molto semplicemente, è in grado di calcolare *un mucchio di cose*, ciascuna delle quali richiede pochi girovellismi. Comunque, per darvi un'idea della pazienza mostrata da DeSolla, di seguito trovate una delle radiografie originali dell'intero meccanismo; l'intenzione, in questa foto, era di avere un'identificazione chiara dell'ingranaggio più grande, quindi molti altri ruotismi che avete visto nel disegno sopra, essendo eseguiti in materiale più sottile, scompaiono: a voi riuscire, da un'immagine del genere, a contare i denti dell'ingranaggio grande.


18 *Lavoro per il "dentista"*

Tranquilli, a noi per il momento ne interessa solo un pezzo: l'aggeggio, comunque, era un calcolatore in grado di effettuare calcoli astronomici con, come vedremo, ragionevole precisione: la parte che vorremmo esaminare è quella che permetteva di determinare le posizioni reciproche del Sole e della Luna. Da cui, la battuta che avremmo fatto il "giro lungo".

Cominciamo con il togliere un po' di ferraglia (o si dice "bronzaglia"?): la parte che ci interessa, in una versione semplificata dello schema dello strumento (abbiamo tolto i denti agli ingranaggi), la trovate colorata in azzurro e, nell'altra immagine, avete per ogni ingranaggio coinvolto il numero dei denti. Adesso, si tratta solo di capire come funziona.



19 *Il ruotismo Sole-Luna e i suoi denti*

Cominciamo dal fondo, in entrambi i sensi: le due ruote da 64 e 32 denti sono rispettivamente quella del Sole e della Luna; sono coassiali ma indipendenti tra di loro (l'asse della ruota del Sole è cavo, e dentro c'è quello della Luna); l'idea è di far girare la ruota del Sole, far passare il movimento attraverso tutto il ruotismo indicato e vedere cosa succede, per ogni giro della prima, alla ruota della Luna.

La ruota del Sole da 64 ingrana con una ruota da 38, che è coassiale (e questa volta gli assi sono solidali) ad una ruota da 48; la ruota da 48 ingrana con una ruota da 24, coassiale e solidale ad una ruota da 127 che ingrana sulla ruota della Luna; per fare il conto del giro finale, basta ricordare la regola pratica (grammaticalmente sbagliata, ma ingegneristicamente funzionante) che "quando ingrano divido e il solidale moltiplica per l'ingranato"; quindi avrò il rapporto tra la ruota del Sole e quella da 38, moltiplicata il rapporto tra quella da 48 e quella da 24, e avanti così. In fin della fiera:

$$\frac{64}{38}\times\frac{48}{24}\times\frac{127}{32}=\frac{254}{19}\approx 13{,}36842\ldots$$

Ora, se fate lo sforzo di ricordare che in anno solare ci sono 13,368… mesi lunari, il motivo per cui si chiamano ruote del Sole e della Luna dovrebbe esservi ragionevolmente chiaro. Ma, come diceva un vecchio fumetto, ogni soluzione porta a nuovi problemi.

Infatti, se fate il conto di come girano gli ingranaggi, vi accorgete che la ruota della Luna gira in senso *inverso* rispetto alla ruota del Sole (per semplificarsi il conto: ogni "ingranamento" inverte il senso di rotazione, e quindi se sono dispari vi ritrovate a girare al contrario), e questo non è bello; a noi serve che si muova nello stesso senso; problema di (relativamente) facile risoluzione per chi aveva progettato un aggeggio del genere: si mette una ruota verticale che ingrani a 90° con quella della Luna e si fa ingranare una ruota perfettamente identica a quella della Luna con questa ruota verticale, e il gioco è fatto.

Comunque, lo scopo del gioco era di ottenere 254/19; questo in quanto da osservazioni si era notato che 19 anni sono praticamente equivalenti a 235 cicli lunari; se da queste vogliamo ricavare il numero di rivoluzioni compiute attorno alla Terra dalla Luna rispetto alle stelle, dobbiamo ricordarci di aggiungerne una l'anno; essendo gli anni da considerare 19, il rapporto che ci interessa diventa effettivamente quello indicato.

La domanda che ci si può porre, a questo punto, è se sia possibile fare di meglio, fermo restando che le tecnologie dell'epoca non permettevano di fare ingranaggi con rapporti troppo spinti[19]. E qui ci viene in aiuto la matematica.

I più vetusti frequentatori di questa rubrica ricorderanno che il primo pezzo era relativo alle frazioni continue; questo ingiustamente sottostimato concetto matematico ci viene in aiuto nella ricerca di un valore ottimale "ragionevole" (nel senso di "compatibile con la tecnologia dell'epoca") per l'approssimazione ricercata.

[19] Se siete interessati alla trattazione di un caso analogo, vi consigliamo la lettura di *L'odometro di Vitruvio*, di Andrew Wegener SLEESWYK, LeScienze #160, Dicembre 1981. Il problema dell'ingranamento di un ingranaggio da 400 denti fu posto da Claude PERRAULT, architetto del Louvre e fratello del Charles autore del *Gatto con gli stivali*". Per le ingegnose soluzioni (alcune delle quali risalenti a Leonardo da Vinci) vi rimandiamo all'articolo sopra citato.

L'approssimazione attraverso frazioni continue del rapporto che cerchiamo ci porta a:

$$
\begin{aligned}
13{,}368267 &= [13;2,1,2,1,1,17,\dots] \\
&= 13+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{17+\cfrac{1}{\ddots}}}}}}}
\end{aligned}
$$

…e il motivo per il quale ci fermiamo a 17 è che pur restando un numero "trattabile", rispetto agli altri è un termine decisamente grosso, e quindi ci garantisce la migliore approssimazione; in questo modo ottenete il rapporto 254/19 che abbiamo utilizzato; il termine successivo avrebbe generato il rapporto 4465/334; in pratica (sorvoliamo sui calcoli), il primo rapporto vi garantisce un errore inferiore a due parti per diecimila, mentre il secondo scende al di sotto di una parte per diecimila; considerato che a voi serve "giusto" nel mese (solare), significa che sbagliate di meno di quattro minuti. Che non solo è un'ottima approssimazione per capire quando sorge la Luna, ma dovrebbero corrispondere ad un centinaio di kilometri in errore di posizione, che a quei tempi in mare aperto era far festa grossa.

Avevamo detto che saremmo arrivati alle auto, e adesso ci siamo.

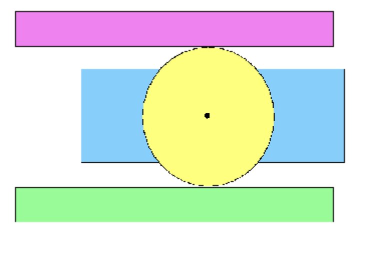
Presumendo che voi utilizziate l'automobile suppergiù solo per andare a comprare il giornale, sarete d'accordo con noi che, all'uopo, sarebbe scarsamente intelligente utilizzare una Ferrari Testarossa. Ma a voi *piace* la Ferrari Testarossa.

Ecco, la domanda è esattamente questa: che macchina *vi piace*? Potendo realizzare nell'acquisto i vostri più sfrenati desideri, indipendentemente dall'utilizzo? Rudy non ha dubbi, e non la indovinerete mai.

La Fiat Panda 4x4.

Piccola, robusta, spartana, economa, va dappertutto senza lamentarsi e uno dei pezzi fondamentali, oltre ad essere stato progettato da un suo amico, rappresenta una vera rivoluzione nel campo[20]; comunque, questa volta l'argomento non richiede di essere proprietari di una Panda; basta che, rosi dall'invidia, almeno una volta ne abbiate seguita una.

Avete presente quella grossa pustola nera che ha sotto? Ecco, volevamo parlare di quella.



20 *…e poi tiro.*

Cominciamo con un caso molto semplice: prendiamo due aste dritte dentate e mettiamoci in mezzo una ruota (nota come *pignone*); nel disegno la trovate indicata in giallo e, giusto per capire cosa succede, ha attaccata una barra azzurra. Cominciamo con un po' di casi particolari.

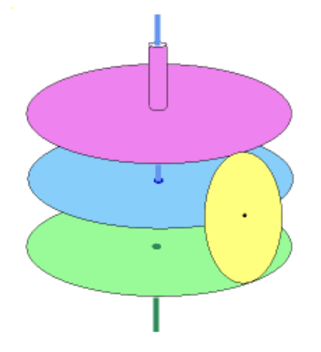
Tanto per cominciare, se entrambe le barre si muovono nella stessa direzione e alla stessa velocità, il pignone si sposta alla stessa velocità, ma il suo asse *non ruota*; se, al contrario, le barre si muovono alla stessa velocità ma in

[20] Ci riferiamo al posacenere: si sposta, si sfila facilmente, non ha decine di pezzi che funzionano una volta no e l'altra neanche…

direzione opposta, la barra azzurra starà sempre nella stessa posizione, ma l'asse del pignone (e il pignone) ruoterà.

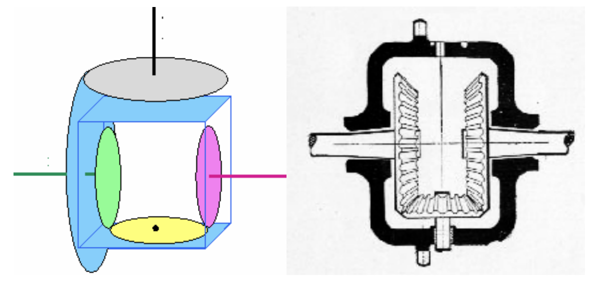
La cosa interessante è che per velocità intermedie a e b, opportunamente prese con segno, la nostra barra blu si muoverà con velocità $\frac{a+b}{2}$.

Adesso, complichiamo il disegno; scopo del gioco è dimostrare che il problema non si complica. Trovate tutto nella prossima figura.

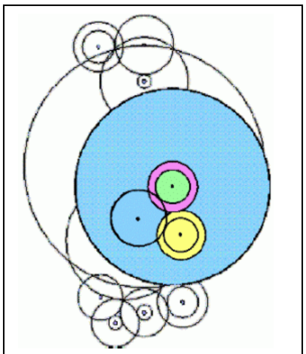

21 *(poco) più complesso.*

Qui non abbiamo altro che la forma rotonda del giochino visto sopra; in questo modo, non dobbiamo preoccuparci del fatto che prima o poi gli ingranaggi viola o verdi finiscano; il sistema va avanti tranquillo secondo le stesse regole di prima; e infatti, se a rappresenta la velocità dell'ingranaggio viola e b quella dell'ingranaggio verde, la velocità di rotazione dell'ingranaggio blu centrale è data dalla stessa formula vista prima.

A questo punto (contrariamente a Rudy sino a qualche tempo fa) non dovreste avere problemi a capire come funziona il differenziale di un'automobile: se manteniamo gli stessi colori per gli oggetti che mantengono la stessa funzione, la prima delle due figure che seguono dovrebbe essere chiarificatrice. Molto semplicemente, abbiamo chiuso un po' di roba dentro una scatola, e il punto topico da notare è che la scatola gira *solidale con l'ingranaggio azzurro*.


22 *La teoria e la pratica*

L'ingranaggio grigio porta la rotazione dal motore; sin quando l'ingranaggio giallo non ruota rispetto al proprio asse, l'asse verde e quello viola girano nella stessa direzione; nel momento stesso nel quale permettete al pignone di girare rispetto al proprio asse, l'asse viola girerà più piano. Per maggiore chiarezza, nella seconda figura vedete una realizzazione pratica del sistema di molti anni fa. La macchina che lo portava aveva una trasmissione a catena (due denti dell'ingranaggio sono visibili in sezione: sono le due sporgenze bianche sopra e sotto la scatola), il che faceva girare la scatola.... *et voilà*.


23 *L'ultimo differenziale*

Bene, torniamo alle triremi. Uno scatolo di questo tipo dentro alla scatoletta proprio non ci sta, eppure un movimento *differenziale*, nel senso di riuscire a sottrarre il moto del Sole da quello della Luna, vi sarebbe decisamente utile (provate a pensarci, a cosa servirebbe: ve lo diciamo alla fine); il bello è che si può fare, e i greci l'hanno fatto; forse la cosa non sarà solidissima (sconsigliamo l'applicazione alla Panda di cui sopra), ma funziona decisamente bene: lo vedete, appiccicato al solito meccanismo Sole-Luna, indicato nei colori ormai classici nella prossima figura.

L'unica complicazione, rispetto al meccanismo precedente, è dovuta al fatto che il nostro pignone (quello giallo) ha bisogno di *due* ruote dentate, e vi serve un'altra ruota che colleghi l'ingranaggio verde a quello piccolo giallo; questa ruota deve girare "in folle" (nel senso che non comanda nulla), e qui l'abbiamo lasciata trasparente .

Per quanto riguarda l'utilità di un movimento di questo tipo, provate a pensare quale sia il fenomeno astronomico che dipende dalla differenza di posizione dei due corpi… Centro, le fasi lunari. Un aggeggio del genere risulterebbe decisamente utile oggi: qui c'è un tempo che non si vede neanche il Sole, figurarsi la Luna.

Il bello è che questi aggeggi (quelli planari, intendiamo) stanno tornando di moda: un costruttore di auto li sta utilizzando, pare con interessanti risultati; l'unica cosa che ci lascia perplessi è che nella pubblicità vengono definiti "differenziali di ultima generazione". Ultima generazione? Nell'80 a.c.? Qualcuno è un po' che non gira il calendario.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms