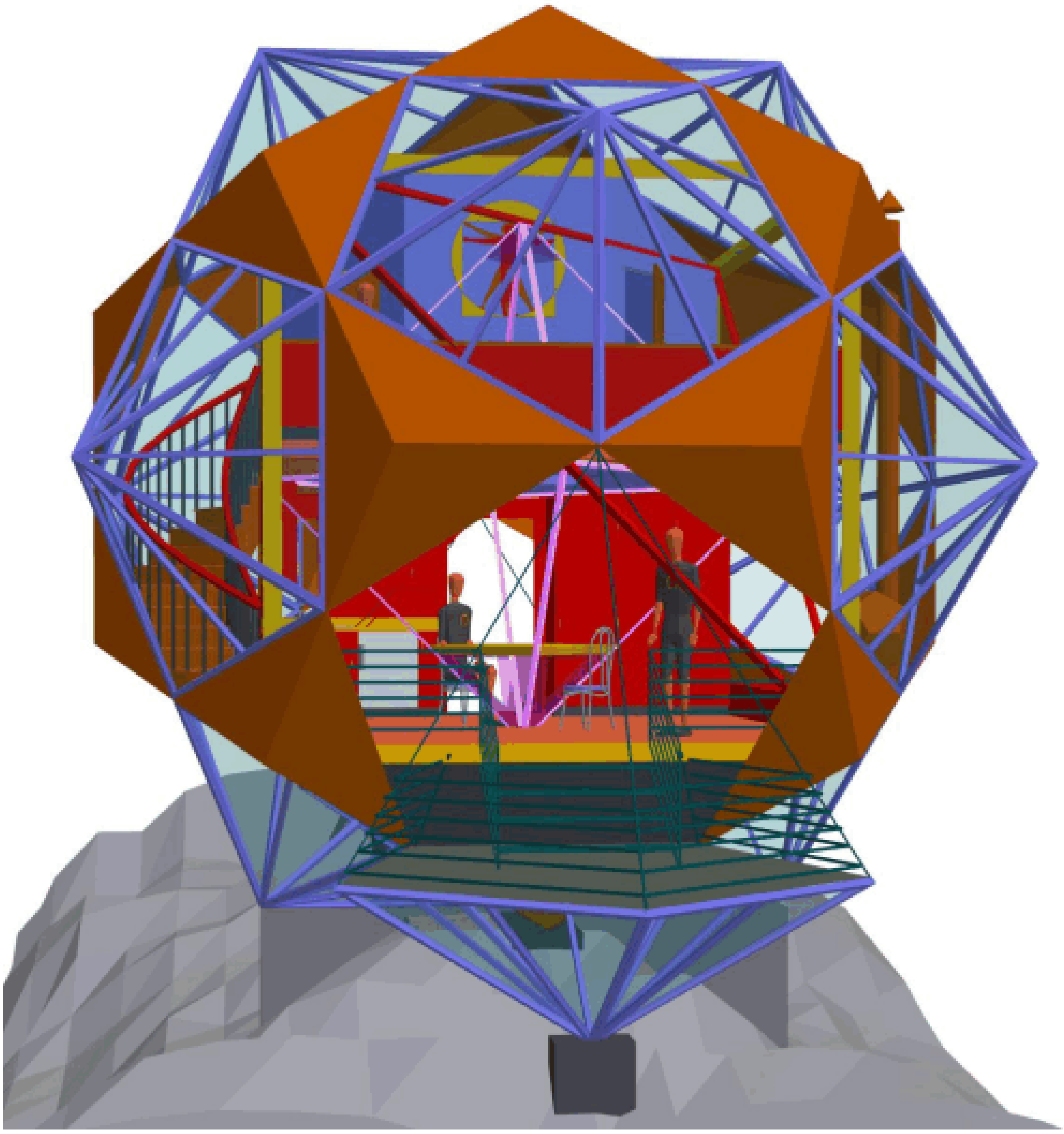
Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 084 – Gennaio 2006 - Anno Ottavo



Rudi Mathematici
Rivista fondata nell'altro millennio da
Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)
rudy.dalembert@rudimathematici.com
Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com
Alice Riddle (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM 083 ha diffuso ***853*** copie e il **03/01/2005** alle **23:10** per Google eravamo in **894** pagine.

Forse non sarà una meraviglia viverci, ma il ***Pitagopodo*** di ***Christopher Glass*** ci pare un'ottima sede per la rivista.

1. Mente Minuta

"O voi che siete in piccioletta barca,
desiderosi d'ascoltar, seguiti
dietro al mio legno che cantando varca,
tornate a riveder li vostri liti:
non vi mettete in pelago, ché forse,
perdendo me, rimarreste smarriti"

Dante Alighieri
Divina Commedia
Paradiso
Canto II – 1,6

È assai probabile che il nome di John Lawrence Seigenthaler (senior) sia sconosciuto alla maggioranza degli Italiani, e la cosa è ampiamente comprensibile. In fondo, il signore in questione non è altri che un giornalista americano settantottenne, ormai a riposo, forse celebre nel suo ambiente ma che comunque non brilla come una stella di primissima grandezza neanche agli occhi del lettore americano medio. Ciò non di meno, il suo nome è balzato agli onori delle cronache assai di recente, e rischia anche di rimanere negli annali (ancora tutti da scrivere) della storia di Internet.

La storia professionale di Seigenthaler è legata ad un giornale che, almeno su scala statunitense, si può ragionevolmente definire locale: "The Tennessean" infatti potrebbe, dall'alto delle sue centottantamila copie, essere perfino il quotidiano più letto del Tennessee, ma è davvero improbabile che il suo nome suoni familiare quanto il New York Times o il Washington Post. John vi ha lavorato per quasi tutta la vita, a partire dal 1949, quando cominciò la gavetta come reporter, fino a diventarne direttore responsabile nel 1979; ma anche il piccolo record di "reporter più celebre del Tennessean" gli è probabilmente negato, visto che pure Al Gore, il vicepresidente di Bill Clinton, ha lavorato per il quotidiano di Nashville. Il punto più importante della carriera di Seigenthaler è comunque svincolato dal Tennessean: divenne ragionevolmente famoso a livello nazionale nel 1968, quando Robert Fitzgerald Kennedy si preparava a correre per la presidenza degli Stati Uniti. Seigenthaler conosceva e collaborava con Bob Kennedy fin dal lontano 1960, e durante la campagna presidenziale del 1968 divenne un volto noto in tutti gli USA: poi, le pallottole di Sirhan Sirhan fermarono la corsa e la vita di RFK, e Seigenthaler ebbe l'onore e l'onere di essere uno dei portatori della bara di Bob Kennedy, prima di scomparire dalla scena nazionale americana e continuare la sua onesta e meno appariscente vita nel Tennessee.

Nell'autunno di questo 2005 Seigenthaler scopre che una delle enciclopedie più diffuse del mondo lo denuncia come "probabilmente coinvolto" negli omicidi di John e Robert Kennedy, e ci rimane molto male. Ovviamente protesta, contesta e denuncia l'enciclopedia che lo diffama in maniera così grave e ingiustificata, e tali proteste aprono un caso internazionale. In situazioni analoghe, il diffamato chiede di solito la testa dell'autore dell'articolo, esige una valanga di scuse formali e di non meno rigorose rettifiche, nonché un bel mucchio di denaro come risarcimento per i danni morali. Ma in questo caso la cosa è complicata dal fatto che l'enciclopedia è un'enciclopedia un po' speciale: tanto per cominciare, ad esempio, nessuno ha la più pallida idea di chi sia l'autore dell'articolo incriminato su Seigenthaler. In compenso, però, ci vuole pochissimo tempo a distribuire una nuova edizione riveduta e corretta dell'opera, facendo scomparire l'articolo diffamatorio e rimpiazzandolo con uno politicamente e sostanzialmente corretto (e magari integrato con le informazioni relative proprio all'incidente appena occorso); una delle doti maggiori di questa pubblicazione è infatti proprio la rapidità, che non a caso è ribadita anche nel nome stesso. "Wiki" significa infatti "veloce", in lingua hawaiana: e l'enciclopedia che ha causato il travaso di bile al vecchio giornalista di Nashville si chiama proprio Wikipedia.

Fin dalle sue origini, Internet si pone come luogo di raccolta e distribuzione di informazioni: soprattutto con l'avvento del World Wide Web, disegnato in pratica proprio allo scopo di rendere più facilmente disponibili i contenuti della Rete, l'idea di Internet come "massimo contenitore di conoscenze" ha preso sempre più piede. Ciò nonostante, la struttura sacrosantamente anarchica della Rete non consente una lettura immediata e organizzata dei suoi contenuti. Anche con l'aiuto dei motori di ricerca, il neofita si trova spesso in imbarazzo nella pletora di siti e portali che – forse – contengono proprio le informazioni che sta cercando. Del resto, la Rete è qualcosa di decisamente diverso, di più grande e di radicalmente più comprensivo d'una mera enciclopedia, ed è naturale trovarcisi a disagio se ci si ostina a volerla considerare tale. Proprio perché più generale d'una enciclopedia, il web di enciclopedie ne contiene diverse: e Wikipedia è probabilmente quella che meglio interpreta lo spirito caratteristico di Internet.

Lo slogan di Wikipedia è "l'Enciclopedia Libera" e la sua maggiore libertà consiste nella coincidenza tra l'insieme dei suoi lettori e quello dei suoi autori. Almeno in linea di principio: se un utente, leggendo un articolo di Wikipedia, dovesse riscontrarvi un errore o un'inesattezza, ha la diretta ed immediata possibilità di editare l'articolo in questione e correggerlo. Non solo: potrà anche ampliarlo, estenderlo, o addirittura scrivere ex novo una voce non ancora presente nell'enciclopedia. Si tratta di uno dei progetti più esplicitamente "aperti" della rete, perché per definizione ogni "utente" è al tempo stesso fruitore e possibile autore del testo. Non è richiesto il superamento di alcun esame, nessuna certificazione deve essere esibita per poter intervenire nel corpo di Wikipedia. Il solo fatto di "volerlo fare" autorizza il popolo del web a "farlo". Coloro che conoscono il principio dello sviluppo del software "open source" non faticheranno certo a riconoscerne lo spirito caratteristico traslato nell'attività di redazione delle voci enciclopediche: la forza e la dote principale di un simile approccio sono tutte comprese nel "numero" degli autori, e nella visione un po' ottimistica che gli autori di buona volontà siano una maggioranza comunque qualificata rispetto ai vandali. Perché è del tutto ovvio che le debolezze di Wikipedia abbiano esattamente le stesse caratteristiche dei suoi punti di forza: il non richiedere alcuna autorevolezza ai possibili autori apre le viscere dell'enciclopedia a tutti coloro che si sentono in grado di migliorarla, anche se di pochissimo, anche senza godere poi del prestigio di essere riconosciuto come "autore", e questo offre a Wikipedia una potenza inimmaginabile. Ma, proprio nella stessa misura, un sistema del genere è facile preda di chiunque voglia, per puro spirito vandalico e distruttivo, rovinare un articolo riempiendolo di sciocchezze o di imprecisioni. Il caso di Seigenthaler ben riassume il rischio: l'articolo fu manomesso da Brian Chase, un impiegato di Nashville che aveva la niente affatto clamorosa intenzione di fare uno scherzo ad un collega. L'articolo rimase in linea per almeno quattro mesi prima di essere notato dallo stesso Seigenthaler, che dette inizio alla sua clamorosa protesta.

I molti detrattori di Wikipedia immediatamente cavalcarono (e cavalcano tuttora) lo scandalo, e l'incidente è effettivamente riuscito ad intaccare alcuni dei principi base di Wikipedia: ad esempio, è stata cambiata la regola che prevedeva che chiunque potesse iniziare un nuovo articolo (privilegio adesso riservato ai soli "utenti registrati"); inoltre, proprio l'articolo su Seigenthaler ha introdotto una sorta di primo caso di censura, visto che la "storia delle versioni precedenti" di ogni articolo dell'enciclopedia online erano sempre accessibili dagli utenti, ma questo non è più vero proprio per l'articolo in questione. Ciò comunque non placa la sete dei nemici dell'enciclopedia aperta: il paragone crudele che i detrattori di Wikipedia fanno più spesso è quello del "bagno pubblico": come questo, anche Wikipedia ogni tanto può rivelarsi utile, ma la sua fruibilità dipende tutta da chi l'ha usata prima di te. Altri la chiamano sarcasticamente "l'Enciclopedia basata sulla Fede"[1], perché bisogna essere dotati di molta fiducia nel prossimo per credere ai contenuti di un edificio così spudoratamente esposto alla penna di chiunque. In realtà, Wikipedia – come tutte le istituzioni comunitarie di simile estrazione – è certamente assai vulnerabile, ma non è indifesa come ad alcuni piace credere. I passaggi per arrivare ad un articolo definitivo (aggettivo sostanzialmente incongruo, in un simile contesto) sono in realtà davvero numerosi: uno stuolo di volontari tiene sotto costante controllo le variazioni indotte nel "corpus" enciclopedico, organizza e classifica i contributi in varie categorie (da "bozze/stub" fino ad "articoli in vetrina", quelli di cui i wikipedisti vanno particolarmente fieri). E il tutto viene realizzato attraversando innumerevoli livelli di "approssimazioni successive" dirette a migliorare la qualità del prodotto: la "comunità degli autori" viene sollecitata ad intervenire in particolari aree, e specifici sottoprogetti enciclopedici vengono varati e sviluppati. Ma, nonostante la buona volontà di questi missionari enciclopedisti, la caratteristica principale di Wikipedia rimane comunque la sua totale apertura che la rende uno strumento mai "fermo", totalmente dinamico: come, a ben vedere, è dinamica la conoscenza stessa. Pur se la velocità rimane una dote essenziale dell'enciclopedia online (è infatti stupefacente, ad esempio, sentire la notizia della morte d'un personaggio famoso, accedere a Wikipedia per consultare la voce corrispondente, e trovarla già aggiornata con la data della dipartita) quel che è più interessante è proprio il concetto di affidabilità veicolato dai "grandi numeri" degli autori non specialisti rispetto alla forma classica di affidabilità garantita da un numero assai esiguo di autori specializzati e molto autorevoli. Posta in questi termini, la questione si sposta rapidamente dalla diatriba immediata dell'articolo palesemente erroneo al più generale criterio di affidabilità d'uno scritto, per arrivare poi direttamente al concetto decisamente impegnativo di "verità" tout court. Un'analisi appena un po' più approfondita mostra infatti rapidamente ai detrattori che, dal punto di vista della "qualità delle informazioni", Wikipedia non è poi così malmessa: come racconta – con palese orgoglio – la autoreferenziale voce "Wikipedia" di Wikipedia, nell'Ottobre 2004 una celebre rivista di informatica organizzò un confronto tra tre enciclopedie della new-technology: *Microsoft Encarta, Brockhaus Premium* e Wikipedia. Quest'ultima vinse il "contest" con il punteggio di "qualità" attribuito da un pool di esperti pari a 3,6 su 5, contro i 3,3 di *Brockhaus* e i 3,1 di *Encarta*. E questo solo per quanto riguarda i puri "contenuti": per la valutazione dell'affidabilità e l'accuratezza, misurabili tramite la presenza di errori negli articoli, è stato effettuato dalla prestigiosa rivista *Nature* un altro confronto tra Wikipedia e un concorrente estremamente autorevole: *l'Encyclopaedia Britannica*. Il mostro sacro cartaceo è riuscito a sconfiggere il giovane ed elettronico contendente, ma il punteggio ottenuto da entrambe potrebbe stupire: a Wikipedia venne attribuito un "tasso di errore" pari a 4 (ovvero la media è di 4 errori per articolo), che non sembra un valore affatto basso. Ma in realtà è un valore non troppo distante da quello ottenuto dall'eminentissima *Encyclopaedia Britannica*, che se ne è tornata a casa con un tondo 3. E i tifosi di Wikipedia possono già cominciare a dire che il 4 ottenuto dalla loro beniamina è estremamente meno statico – e quindi in linea di principio rapidamente migliorabile - di quanto lo sia invece, inevitabilmente, il 3 della *Britannica*.

È quindi legittimo chiedersi come siamo portati a valutare la qualità di un articolo, quali siano i criteri – palesi o meno – che ci fanno giudicare positivamente o negativamente uno scritto pubblicato. Un esempio immediato e ragionevolmente valido è dato proprio da quello che state leggendo in questo momento: in che misura ritenete autorevoli (o del tutto inaffidabili) gli articoli di "*Rudi Mathematici*"? Questo nostro giornale ha infatti alcune caratteristiche simili a Wikipedia (reperibile su Internet, gratuito, etc.) e altre che invece ne restano lontanissime (RM ha una redazione "chiusa", è firmato – anche se con allonimi– dagli autori, i quali sono in numero ristrettissimo, e così via…), e può pertanto essere un buon esempio per analizzare quali siano i criteri usati per giudicare

[1] "Faith-based encyclopedia". Il giudizio è di Robert McHenry, ex editor dell'Encyclopaedia Britannica.

l'affidabilità d'una rivista. È evidente che se RM costasse 25 Euro a numero, se fosse stampato su carta patinata, se ospitasse 3 pagine di pubblicità per ogni pagina di testo e se fosse messo in vendita in un numero ridotto di selezionatissime librerie, anche sua la "affidabilità percepita" varierebbe (anche se è difficile capire in che misura e in quale direzione, perché inevitabilmente cambierebbe anche il suo pubblico); e cambierebbe moltissimo anche – ma nuovamente in modo difficilmente prevedibile – se fosse invece messo a disposizione delle biblioteche universitarie delle facoltà scientifiche, magari scritto in inglese e con l'aspetto classico dei "preprints"[2]. Nella valutazione complessiva entrerebbero certo anche molti fattori in qualche misura "impropri" rispetto alla qualità intrinseca degli articoli (*"vediamo, escono una volta al mese e già sono arrivati al numero 84… sette anni che pubblicano e ancora nessuno li ha arrestati. Forse sono scemi, ma quasi certamente non sono pericolosi…"*), per non parlare del fatto che la quasi totalità dei lettori non conosce le vere identità degli autori, e quindi non ha modo di valutare il grado di autorevolezza di chi scrive. Ciò non di meno chi legge raggiunge un giudizio di massima sugli articoli e sulla rivista nel suo insieme, e di conseguenza accorda o nega un certo grado di fiducia. La stessa cosa accade, in maniera più o meno consapevole, con quasi tutti i canali della comunicazione (seppur con risultati inevitabilmente diversissimi). L'affidabilità della RAI negli Anni Cinquanta non era troppo diversa da quella attribuita dai credenti alle Sacre Scritture: "*L'ha appena detto la TV*" era garanzia di verità totale, assoluta e immanente, e non c'era probabilmente singolo essere umano in grado di convincere il prossimo del contrario. Il mezzo televisivo rimane ancor oggi il canale preferito dalla maggioranza di cittadini per l'acquisizione delle informazioni, ma una tale abnegazione e cieca fiducia nella sua veridicità è probabilmente non più riproducibile. La fiducia in un quotidiano è generalmente accordata in base ad un insieme di criteri che spaziano dalla storia e dal prestigio della testata stessa alla rinomanza delle sue firme più prestigiose, passando però anche attraverso ovvietà quali la banale distribuzione geografica e relativa reperibilità, e naturalmente anche in base alle tendenze politiche rappresentate. Tutto ciò rende inevitabilmente uno strano servizio al concetto di "verità", poiché testate di tendenze opposte riporteranno la medesima notizia in maniera molto differente, e i rispettivi lettori si riterranno migliori "possessori di verità" dei lettori degli altri giornali. Questo contraddice i principi della logica elementare, ma prima di gridare allo scandalo occorre forse dare un rapido sguardo al modo in cui prende forma ed evidenza la "verità matematica".

La qualità migliore della "verità matematica" è la sua rinomatissima fama, il suo indiscusso prestigio. Prestigio riconosciuto alla matematica soprattutto dall'esterno: un matematico professionista non si sognerebbe mai di affermare che il tal teorema è "matematicamente vero", se non altro perché la cosa apparirebbe ridicola. Ma tutte le altre discipline e istituzioni usano inevitabilmente l'avverbio "matematicamente" quando intendono asserire l'assoluta ed indiscutibile certezza dell'affermazione espressa. Cotanta dedizione carica la matematica di una responsabilità assai pesante: per quanto debba essere palese – almeno ai matematici stessi – che questa supposta padronanza della "verità" sia in realtà dannatamente flebile quando non del tutto fittizia, essa obbliga la comunità matematica ad un rigore cristallino nei metodi e nei processi da attuare prima di accettare come "autentico" un nuovo elemento del sacro edificio matematico. In teoria, i profani credono che la struttura della conoscenza matematica sia del tutto "autoevidente": ogni nuovo documento matematico sarà indubbiamente scritto secondo regole prestabilite e condivise; la logica che conduce da un passaggio all'altro sarà intuitivamente chiara e rigorosa, e pertanto anche le conseguenze finali saranno "automaticamente" garantite come "vere".

[2] Sia ben chiaro: non stiamo dicendo che si meriterebbe di essere in cotanta forma. Stiamo solo notando come, anche per le pubblicazioni, l'abito si ritrovi spesso a fare il monaco *[come cerchiamo anche di dimostrare nel PM di questo numero (RdA)]*.

In realtà, anche se fossero davvero rispettate tutte queste rosee ipotesi, l'attributo "verità" non sarebbe affatto garantito. Verità e dimostrazione sono entrambi concetti cari ai matematici, ma di solito i matematici più esperti sono assai contenti se riescono a raggiungere la seconda, lasciando ancora l'impegnativa "verità" in un limbo inesplorato. Ma il fatto essenziale è comunque un altro: le più esplosive crescite della conoscenza si hanno in genere non tramite la placida e pura generazione di teoremi da parte della comunità matematica, ma attraverso rivoluzionari cambi di prospettiva e di approccio. Questo implica che una visione matematica riesce a crescere meglio quando, in qualche misura, rompe i vincoli impostile dalla visione predominante precedente. Tanto per fare un celebre esempio, la scoperta degli irrazionali potrà sconvolgere un pitagorico fino al punto di spingerlo al suicidio, ma è indubitabile che l'accettazione dei numeri irrazionali nel novero delle creature matematiche abbia avuto effetti positivi per la matematica stessa. Questo però rende automaticamente più improbabile il "principio dell'autoevidenza" che i non-matematici tendono a dare per scontato nelle dimostrazioni matematiche. Un pitagorico fondamentalista non accetterà alcuna reale dimostrazione basata sul concetto dei "numeri irrazionali", per il semplice fatto che si rifiuterà di riconoscerli come "numeri". Preferirà morire (o anche solo disperarsi intellettualmente) proprio a causa della terribile scoperta che alcune cose non sono razionali, quindi non sono "numeri", contraddicendo il suo principio vitale che "Tutto è numero". Ma questa sua disperazione in nessun caso equivarrà a riconoscere lo status di "Numero" – così come lui lo intende – alla diagonale del quadrato. Altri pitagorici, invece, meno fondamentalisti e più disposti a salvare il salvabile, si metteranno magari a studiare le proprietà di questi ipotetici numeri irrazionali, cercando di vedere a quali conseguenze conducono. Potrebbero scoprire che una certa forma più generale di coerenza è salvaguardata, e forse potrebbero giungere alla conclusione che quelle entità potrebbero alla fin fine meritarsi l'appellativo di "numero", anche se questo costerà loro il fatto di non potersi più fregiare dell'appellativo di "pitagorici". È importante comprendere che non è affatto generoso – al giorno d'oggi – guardare ai pitagorici sconfitti dalla storia come dei poveri mentecatti; la lezione più importante che si deve trarre da episodi come questi è proprio che anche il senso di verità matematica è in genere frutto di scelte eseguite ogni volta che ci si trova di fronte ad un bivio. A volte capita anche di tornare indietro e ripercorrere le strade inizialmente scartate, come è accaduto per le geometrie non euclidee, e scoprire così facendo dei paesaggi non meno interessanti e "veri", per quanto alternativi possano sembrare. Altre volte si rimane in un perenne equilibrio instabile, come quando bisogna decidere sulla "realtà" o meno dei transfiniti di Cantor, e così via.

Il punto essenziale è comunque che il metodo della "pubblicazione" – che è ormai il metodo universale di procedere di tutte le comunità scientifiche, non solo di quella dei matematici – ha alcune caratteristiche che non sono esattamente quelle che ci si aspetta dalla "verità matematica": un nuovo teorema, una scoperta, un qualsiasi fatto nuovo relativo alla matematica viene usualmente pubblicato su una rivista specializzata. Questo fatto ha di per sé un valore estremo, perché costringe gli autori ad essere sufficientemente precisi e chiari da poter essere correttamente compresi dai colleghi lettori, il che rende la nuova opera immediatamente fruibile anche da terzi. Questo pregio può sembrare una banale ovvietà, ma lo è soltanto ai giorni nostri: un tempo le scoperte scientifiche, e soprattutto quelle matematiche, erano spesso segretamente conservate e gelosamente nascoste, perché la pubblicazione equivaleva a regalare ad altri una conoscenza faticosamente raggiunta senza poterla mettere a frutto in condizioni di privilegiato monopolio. Oltre a questo "banale" vantaggio, il metodo della pubblicazione ne ha anche altri: gli errori – se presenti – vengono rapidamente intercettati, dando modo all'autore di correggerli (o di rinunciare del tutto a quella direzione di ricerca), e inoltre le pubblicazioni stesse diventano una sorta di metrica delle capacità di un ricercatore, che viene infatti valutato dal numero e dalla qualità dei suoi scritti ufficiali.

Resta comunque il fatto che, alla fine, una pubblicazione matematica diventa un elemento dell'edificio della conoscenza solo e soltanto se, dopo un certo periodo dalla sua pubblicazione, la "comunità dei matematici" non contesta i suoi contenuti. In pratica, si tratta di una accettazione che viene non da una astratta "autorità assoluta scientifica", ma da una reale comunità di esseri umani. A ben vedere, non è poi un metodo così terribilmente diverso da quello della pubblicazione degli articoli su Wikipedia: l'unica seria differenza sta nel fatto che la "comunità dei matematici" è supposta essere una comunità di "esperti nel campo", mentre quella dei wikipedisti è comunità aperta e non esperta: ma è anche vero che è impossibile ottenere degli specialisti sulla cultura universale, come sulla carta richiederebbe una enciclopedia propriamente detta. "Enciclopedia" è termine che porta al suo interno sia il concetto di educazione (tramite quel suffisso "pedia" che viene dalla "paideia", l'educazione dei fanciulli) sia l'universalità, perché il suo "en-cyclo" suppone che la totale conoscenza sia ciclica, si appoggi cioè su stessa, tornando all'origine. Ogni enciclopedia è pertanto – per definizione – una "grande opera", perché ha la velleità di coprire l'universalità della conoscenza; questo vale sia per la mai realizzata enciclopedia aristotelica, sia per quella "rivoluzionaria" di Diderot e D'Alembert, quella prima *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des art set des métiers*, che ha anche il pregio fondamentale, rispetto alle opere analoghe precedenti, di porsi come autentica "Opera Collettiva". In qualche misura, l'idea di enciclopedia diventa presto preda dei nazionalismi, se è vero che ogni grande nazione tenderà a costruire una grande "enciclopedia nazionale". Già alla fine del Settecento compare la prima edizione dell'inglesissima *Encyclopaedia Britannica;* ad essa fa seguito il *Konversations-Lexicon* del tedesco Brockhaus; in Francia la fiaccola accesa dagli enciclopedisti della rivoluzione viene presa dall'editore *Larousse*, e in Italia la prima enciclopedia degna di questo nome è stampata dall'editore *Pomba*. E la Pomba resterà a lungo la più degna pubblicazione enciclopedica italiana fino al 1929, anno nel quale vedrà la luce il primo volume dell' *Enciclopedia Italiana di scienze, lettere ed arti* – meglio nota con il nome del suo finanziatore, il senatore Giovanni Treccani.

La redazione di una grande enciclopedia è organizzata come un esercito, con una struttura rigorosamente piramidale: i responsabili più alti sono gli omologhi dei comandanti di stato maggiore, coloro che devono garantire l'opera nel suo complesso. Sotto di questi ci sono i responsabili di sezione, che a loro volta devono organizzare il lavoro dei redattori delle varie voci enciclopediche che, su opere di ampio respiro, non di rado assurgono alle dimensioni di veri e propri saggi monotematici. Il capo supremo dell'Enciclopedia Italiana è subito individuato in Giovanni Gentile, il filosofo allievo di Benedetto Croce spesso definito come "il filosofo del fascismo". A capo della sezione "Matematica" della *Treccani* viene posto, abbastanza curiosamente, un matematico che solo pochi anni prima aveva avuto una feroce e famosa polemica intellettuale proprio con Croce: Federigo Enriques.

Enriques nacque a Livorno il 5 Gennaio 1871, da una famiglia di religione ebraica e originaria della Spagna, come ben segnala il cognome familiare. Presto trasferito a Pisa, ricevette qui la sua educazione, arrivando fino alla conclusione degli studi presso la Scuola Normale Superiore: la laurea è del 1891, quando Federigo è ancora solo ventenne. Fresco del titolo accademico, chiede consiglio a Guido Castelnuovo in merito agli argomenti cui dedicare la sua attenzione, e il matematico veneziano lo indirizza verso il suo stesso campo di ricerca. Enriques si dedicherà soprattutto alla classificazioni delle superfici algebriche, attività che lo occuperà a lungo e che lo segnerà, insieme a Betti, Severi e allo stesso Castelnuovo, come uno dei padri della scuola italiana di geometria algebrica. Dopo Pisa raggiungerà prima Roma e poi Torino, fino a quando l'Università di Bologna gli offrirà una cattedra in geometria proiettiva e descrittiva. Per tutta la vita Enriques si interessa alla matematica e ai suoi fondamenti e, più in generale, alla filosofia della matematica e della scienza. Diventa una stella di prima grandezza del panorama matematico italiano: è presidente della benemerita (e ancora attivissima) società Mathesis, nonché della Società Italiana di Filosofia, e dirige nel contempo diverse pubblicazioni scientifiche. Non erano questi i frutti di una fama soltanto nazionale: la classificazione delle superfici algebriche fu encomiata pubblicamente da Baker nel suo discorso presidenziale al Congresso Internazionale di Matematica del 1912 a Cambridge; e cinque anni prima, nel 1907, Enriques aveva vinto insieme a Severi il prestigioso premio Bordin per uno studio sulle superfici iperellittiche. È del 1906 il suo libro "Problemi della Scienza" e, più o meno nello stesso periodo, Felix Klein gli chiederà di scrivere un articolo sui Fondamenti della Geometria. Dall'alto di questo prestigio e dalla sua carica di presidente della Società Italiana di Filosofia, è chiamato ad organizzare il Quarto Congresso Internazionale di Filosofia a Bologna, nel 1911.

Benedetto Croce

Il 1911 è un anno strano: cade il cinquantesimo anniversario dell'Unità d'Italia, e la giovane monarchia festeggia l'evento con un conflitto. La Guerra italo-turca per il possesso della Libia durerà fino al 1912, e forse il clima guerresco di quei tempi esacerbò un po' gli animi, perché è proprio nel 1911 che ha luogo la celebre diatriba tra Federigo Enriques e Benedetto Croce. Sono anni intensi per il pensiero scientifico: la Teoria della Relatività sta attraversando il suo periodo di interregno, perchè la teoria "Speciale" è stata già pubblicata, ma la più ampia consorella "Generale" deve ancora vedere la luce; la Teoria dei Quanti sta muovendo i primi timidi, ma assai significativi, passi; è insomma naturale che una mente come quella di Enriques ritenga importante porre l'accento sugli sviluppi scientifici. Anzi, che sia la Filosofia stessa a tenere in alto grado gli importanti successi della Scienza: non che avesse presagito la capitale importanza delle nuove teorie e ne fosse già un sostenitore entusiasta, anzi; gli era però già ben chiaro che il giovane secolo sarebbe stato marchiato a fuoco dalla scienza e dal sapere scientifico, e sentiva importante il porre al centro dell'attenzione dei filosofi e dei docenti la nascente domanda di conoscenza scientifica.

Enriques con A.Einstein

Ma quei tempi, che pure erano così intriganti in Europa per l'epistemologia e la filosofia della scienza, in Italia e per la filosofia italiana erano soprattutto tempi di "idealismo italiano". Una corrente di pensiero ovviamente legata al più autorevole idealismo tedesco di Hegel e compagni, che era guidata e governata dal pensiero di Benedetto Croce. Per quanto il pensiero crociano indugiasse nel metter al centro del sapere la "supremazia della storia", non è poi così chiara la ragione per la quale la corrente filosofica (e soprattutto il suo padre fondatore) dovesse finire con l'avere in uggia i matematici e la scienza. Fatto sta che Croce, con efficace veemenza retorica, affermò dall'alto della sua autorevolezza che gli esseri umani potevano essere classificati in due classi separate: coloro che avevano una "mente profonda" e che dovevano occuparsi di problemi di natura generale, ovvero di Storia e di Filosofia, e tutti gli altri, quelli dotati di "mente minuta", ai quali non era opportuno chiedere che di occuparsi di cose specialistiche, quali tutte le discipline scientifiche. Questa presa di posizione del massimo filosofo italiano fu salutata come una brillante vittoria dialettica sulle velleità degli scienziati, specie quelli che osavano accampare diritti sul sacro suolo della filosofia[3]: e non è facile capire, ancora oggi, quasi un secolo dopo, di quanti danni si sia resa responsabile. A differenza di quanto accadeva nel resto dell'Europa e del mondo, in Italia si celebrò la definitiva separazione tra le "due culture", con conclamata celebrazione del primato di quella umanistica sulla scientifica. Da qui discendono, in fondo, il proliferare di formazioni classiche, l'abbondanza di studiosi di diritto e di laureati in giurisprudenza che ancora oggi caratterizzano gran parte dell'intellighenzia italiana. E questo, di per sé, non è cosa negativa: lo è però il numero esiguo di iscritti alle facoltà scientifiche che ancora oggi colpisce l'università italiana; e lo è soprattutto quel vago senso di superiorità che talvolta si legge nell'attenzione di dotti umanisti, quelli che con un po' di sussiego ancora oggi manifestano un malcelato orgoglio nel "non sapere" nulla di scienza[4].

A Giovanni Gentile, filosofo devoto al suo maestro Croce e artefice del tentativo di dare una patente filosofica al regime fascista[5], va comunque riconosciuto il merito di aver chiamato Enriques come responsabile della sezione "Matematica" della Treccani, pur ben sapendo che il matematico si era reso protagonista della polemica con Croce e che non fosse un entusiasta del regime. Anche perché l'enciclopedia era comunque un'importante fonte di reddito, in quei tempi non rosei per la ricerca universitaria. Enriques ripaga con dedizione e con un ottimo lavoro la fiducia accordatagli: non solo come redattore vero e proprio (scriverà 38 voci dell'enciclopedia, siglandole *F.En.*, alcune delle quali estremamente significative dal punto di vista della filosofia della scienza, come *Assioma, Postulato, Dimostrazione*) ma anche e soprattutto come selezionatore dei redattori. Enrico Fermi è ancora un giovane venticinquenne non certo famoso quando Enriques lo coinvolge nella redazione dell'Enciclopedia Italiana; quando lascerà il compito nel 1938 il fisico avrà nel suo curriculum un Premio Nobel e una fama internazionale di valenza assoluta. Ma Fermi (che firma le sue voci della Treccani con la sigla *E.F.*) è solo il nome più noto: è un gioco intrigante e piacevole provare a ritrovare i nomi noti e famosi nell'elenco dei redattori della Sezione diretta da Federigo Enriques[6]:

---

[3] "Ah, se si occupassero di matematica…" celebre osservazione di Benedetto Croce, a riguardo dei matematici come Federigo Enriques.

[4] Come disse un noto umanista e letterato, Raymond Queneau: "Non credo che lei sia davvero orgoglioso di non sapere qualcosa di algebra e geometria… come si può essere orgogliosi di un'ignoranza?"

[5] Va riconosciuto a Benedetto Croce il merito di essersi dissociato dall'ideologia fascista all'indomani del delitto Matteotti, cosa che non fece Giovanni Gentile, che infatti cadde insieme al regime durante gli anni della Resistenza.

[6] L'elenco è stato preso dal bell'articolo di Giorgio Bolondi "*Federigo Enriques e la sezione di matematica dell'Enciclopedia Italiana*", facilmente reperibile in rete, dal quale abbiamo estratto anche altre informazioni sul matematico livornese. Molte altre ne abbiamo invece prese direttamente dal "Centro Studi Enriques" di Pisa, che ci ha concesso anche di utilizzare la bella foto del nostro che campeggia in quest'articolo. Il Centro è raggiungibile su www.centrostudienriques.it, che merita senza dubbio una visita; i curatori sono così disponibili e simpatici che, se aveste domande ancora irrisolte dopo la visita del sito, potete senz'altro scrivere loro per ulteriori informazioni: centro@centrostudienriques.it.

Direttore: Enriques Federigo (F.En.) [sic]
Redattori: Amaldi Ugo (U.Am.), Castelnuovo Guido (G.Ca.), Fermi Enrico (E.F.)

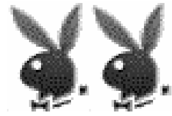
Collaboratori:
Agostini Amedeo (A.Ag.)
Amaldi Ugo (U.Am.)
Amerio Alessandro (Al.Am.)
Artom Emilio (E.Ar.)
Ascoli Guido (G.Asc.)
Bedarida Alberto Mario (A.M.B.)
Bertini Eugenio (E.Ber.)
Berzolari Luigi (L.Be.)
Bianchi Luigi (L.Bian.)
Bompiani Enrico (E.Bom.)
Bortolotti Enea (E.Bor.)
Bortolotti Ettore (Et.B.)
Brusotti Luigi (L.Bru.)
Campedelli Luigi (L.Camp.)
Cannata Cosimo (Co.C.)
Cantelli Francesco Paolo (F.P.C.)
Caracciolo Arturo (Ar.Ca.)
Carruccio Ettore (E.Car.)
Castelnuovo Guido (G.Ca.)
Chisini Oscar (O.Ch.)
Ciani Edgardo (Ed.C.)
Cipolla Michele (M.Ci.)
Comessatti Annibale (A.Com.)
Conforto Fabio (Fa.C.)
Daniele Pietro Ermenegildo (P.E.D.)
Debenedetti Enriques Adriana (A.D.E.)
Diaz de Santillana Giorgio (G.D.d.S.)
Enriques Federigo (F.En.) [sic]
Fano Gino (Gin.F.)
Fantappié Luigi (L.F.)
Fermi Enrico (E.F.)
Forti Umberto (U.Fo.)
Frajese Attilio (A.Fra.)
Fubini Guido (Gu.F.)
Gigli Duilio (D.G.)
Lampariello Giovanni (G.Lam.)
Lazzeri Giulio (G.Laz.)
Levi Beppo (B.Le.)
Levi Civita Tullio (T.L.C.)
Lidonnici Alfonso ‘A.Lid.)
Loria Gino (G.Lo.)
Marcolongo Roberto (R.M.)
Maroni Arturo (Art.M.)
Masotti Arnaldo (Arn.M.)
Maspero Zapelloni M.Teresa (M.T.Z o M.T.M.Z.)
Mineo Corradino (Cor.M.)
Nicoletti Onorato (O.N.)
Pesci Giuseppe (Gi.Pe.)
Picone Mauro (M.Pic.)
Pincherle Alberto (A.P.)
Roghi Ruggero (Ru.R.)
Sansone Giovanni (G.San.)
Scorza Gaetano (G.Sco.)
Scorza Dragoni Giuseppe (G.S.D.)
Segre Beniamino (B.Se.)
Sobrero Luigi (L.Sob.)
Terracini Alessandro (A.Ter.
Togliatti Eugenio Giuseppe (E.G.T.)
Tonelli Leonida (Le.To.)
Vacca Giovanni (G.Va.)
Vivanti Giulio (G.Viv.)
Wataghin Gleb (G.W.)

È difficile immaginare di trovare un elenco più rappresentativo, per quei tempi, di "menti minute"; ed è facile immaginare che Enriques non fosse esente da un'umana e comprensibile fierezza, nel dover coordinare una simile schiera.

Nel 1938 l'Italia fascista promulga le leggi razziali, e Federigo Enriques ne viene colpito. Continua a pubblicare in Francia, e nel frattempo insegna, insieme all'amico Castelnuovo, nella scuola ebraica clandestina di Roma, costituita per consentire ai giovani ebrei un'istruzione universitaria, ormai negata loro dalle Università italiane di quegli anni.

Pur essendo dotato di mente minuta ed essendo rappresentante d'una razza inferiore, Federigo Enriques sembra continuare a combattere contro l'idiozia delle menti profonde e delle razze superiori. Avrà la soddisfazione di arrivare a vedere il 1946, anno di pace, e forse di quella che per lui poteva apparire una nuova speranza.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	**Alice Riddle**	**Piotr R. Silverbrahms**
Iper-KIAI!			
Un poker non d'azzardo			

2.1 Iper-KIAI!

Volendo esibire il nuovo logo, la palestra di arti marziali ha deciso di organizzare uno *stage* di Iaido (per i meno sanguinari: trattasi dell'arte di colpire l'avversario mentre si estrae la spada), il che mi ha permesso di sfoggiare la bellissima *katana* regalo di Laurea dei miei amici che, nelle parole di mia nonna, "taglia come ci vede".

Uno degli esercizi (il più semplice) prevede di estrarre e colpire un bersaglio (solitamente un foglio di carta) con il taglio della spada tenuto il più orizzontale possibile e cercando di passare per il centro del foglio; la cosa, dopo un po', ha dato origine ad alcune meditazioni del sottoscritto.

Cominciamo con il caso elementare: se sospendete un quadrato di carta (di lato unitario) per un angolo e colpite come indicato passando esattamente per il centro, non dovreste aver problemi a scoprire che il taglio è una linea di lunghezza $\sqrt{2}$.

Ora, supponiamo di ripetere il procedimento (taglio passante per il centro e parallelo al *tatami*, anche se Iaido di solito si pratica sul pavimento di legno...) dopo aver sospeso per un vertice un cubo unitario: cosa ottenete, e quanto è grande?

Qui, l'appetito vien tagliando... Presi da misticismo orientale, sospendiamo un ipercubo e con la nostra iperkatana (ereditata da UFO-Robot), tagliamo nello stesso modo. Idee, in merito?

2.2 Un poker non d'azzardo

...quindi, forse riesce anche a piacermi: non so se si nota dalle proposte di giochi che compaiono qui, ma l'azzardo non mi attira assolutamente.

Si gioca in due, con un mazzo da ***52*** carte davanti tutte visibili; il primo giocatore sceglie ***5*** carte e le raccoglie; idem il secondo giocatore. Il primo, a questo punto, può cambiare da ***0*** a ***5*** carte, e la stessa cosa può fare il secondo giocatore; quindi, si vede chi ha vinto, considerato che i semi hanno lo stesso valore (e quindi tra due scale reali vince la più alta in valore delle carte). Se i valori in mano sono uguali, è pari.

Non vi piace? Beh, sì, sono d'accordo... Il primo giocatore sembra smaccatamente avvantaggiato, ma un po' di analisi comunque si può fare.

Quante mani vincenti esistono? Prima che lo scambiate per un *Quick & Dirty*, vi dico subito che ***12*** (moltiplicato per i semi, quindi ***48*** in totale) è *sbagliato*...

3. Bungee Jumpers

Trovare il coefficiente di x^2 successivamente all'espansione e alla raccolta ai fattori comuni dell'espressione:

$$\underbrace{\left(\left(\left(\cdots\left(x-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2\cdots-2\right)^2}_{k\text{ volte}}.$$

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Gennaio, mese piuttosto serio dopo le festività, ma queste note vengono scritte sotto le feste natalizie, e sono per forza di cose poco serie... ma quando mai siamo stati seri noi di RM? In ogni caso dovreste trovarvi questo pacco in posta prima del 6 gennaio, e le feste non se l'è ancora portate via nessuno. Poi questo mese è tornata finalmente Alice a lavorare alle S&N, per la gioia del Capo (che è finalmente riuscito ad andare in vacanza in anticipo *[...e peccato che sia anche tornato in anticipo: venti minuti di ferie, causa tubi dell'acqua gelati (RdA)]*), quindi ci vorrà ancora più comprensione per errori ed omissioni nel riportare i contenuti delle vostre missive.

Cominciamo quindi con il ringraziare di tutto cuore tutti coloro che ci hanno inviato auguri e complimenti, viviamo principalmente di questo e siamo completamente assuefatti.

Tra le notizie più importanti giunte in Redazione durante dicembre, la spiegazione di ***Gabriel*** sul perché l'Arcangelo Gabriele sia stato nominato patrono delle telecomunicazioni: *"ebbene sì, è considerato il primo trasmettitore della storia per l'episodio dell'annunciazione alla Vergine."* Niente commenti, non vorremmo mai innervosire il patrono di chi fornisce il pane quotidiano ai due terzi della Redazione, e poi siamo sempre in attesa di notizie sul patrono di internet.

In tanti ci hanno scritto per consigliarci su come risolvere i nostri problemi di distribuzione mensile, anche se purtroppo ancora non abbiamo trovato nessuna soluzione percorribile. Siamo tanto legati all'idea di inviare la rivista insieme con la Newsletter, ma ogni mese più avversati da anti-spam, blocchi informatici ed elettrici di vario tipo. Tutti i consigli che ci mandate sono benvenuti, e tutti coloro che preferiscono scaricare la rivista dal sito ogni mese sono invitati a farcelo sapere, ché la modalità è già attivata e di facile implementazione.

Andrea, un nuovo lettore (Benvenuto!), ci presenta il vecchio problema del quadrato e ci manda un paio di sue soluzioni molto simmetriche. Per quelli che non conoscono il problema, si tratta di passare per tutte le caselle di una scacchiera *n*x*n*, come dice lui *"Il problema è un noto passatempo per le scuole superiori nelle ore di latino. Quadrato 10 x 10 e movimenti di 2 in orizz. e vert. e di 1 in diagonale."* Lui afferma che le soluzioni fornite da programmi automatici non possono essere esteticamente soddisfacenti come quelle umane e ci fornisce un bel risultato, se riceveremo ulteriori contributi potremmo pubblicarli il mese prossimo[7].

Alberto ci invia alcune precisazioni e definizioni che riportiamo così come sono, perché ci sono piaciute proprio così:

> **Pesciolino d'argento**. Nome comune di un Insetto Tisanuro, Lepisma Saccharina, frequente nelle case (v. Lepismatidi).

[7] I quattordici fortunati possessori del 'Ghersi' ne hanno a disposizione (sulla scacchiera 8x8) un buon numero: potrebbero provare sulla 10x10, considerando anche 'cavalli eterodossi' che saltano in modo diverso... (RdA)

(La Piccola Treccani, vol. IX, p. 49)

Lepismàtidi. Lepisma Saccharina, volgarm. «pesciolino d'argento», si ciba di sostanze amilacee, di carta, ecc. ed è comune nelle case, nelle biblioteche, fra i vecchi libri, nella biancheria, dove arreca danni sensibili, talvolta irreparabili; in Italia è anche molto frequente una specie di un genere affine, che ha le stesse abitudini, Ctenolepisma targionii. Thermobia domestica predilige gli ambienti ben riscaldati e ha abitudini simili.

(La Piccola Treccani, vol. VI, p. 672)

...

Dilemma. (filos.) Ragionamento ipotetico disgiuntivo tendente a dimostrare che i due membri di un'alternativa conducono alla stessa conclusione.

Trilemma. Nella logica, ragionamento che prende in considerazione un'alternativa composta di tre membri.

(Zingarelli '97 su cd-rom)

...

Circa RM83, p. 17, nota 15 avverto che in Toscana, giocando a carte al Tressette, se si usa accusare e quindi dichiarare le combinazioni del buon gioco ricevuto dal mazziere, spesso si sentirà dire «accuso tre trei meno picche», piuttosto che «accuso doppio: tre dui meno cuori e napoletana a fiori» etc. D'altra parte il gioco in questione è anche detto Tressetti, e forse non a caso in quanto sembra che, anticamente, la combinazione omonima avesse un particolare onore e procurasse punti supplementari.

Lo Zingarelli '97 su cd-rom riporta, come segue, un uso popolare del plurale del numero «due»:

dùe o **†dòi**, (tosc.) **†dùa**, **†dùi**, **†dùo**, **†dùoi** [lat. *duo*, lat. tardo *dui*, di orig. indeur.] agg. num. card.; anche s. m. (pl. *dùe*, pop. *dùi*)

Che dire dei numeri restanti? Appare ovvio il ricorso ai prefissi che derivano dal greco e dal latino (fra parentesi, qualora omesso indica l'uso del termine greco): *mono-* (*uni-*), *di-* (*bi-*), *tri-*, *tetra-* (*quadri-*), *penta-*, *esa-*, *epta-/etta-*, *octa-/otta-*, *ennea-/enna-*, *deka-/deca-*, etc. Interessanti sono gli ordinali latini *bis*, *ter*, *quater*, *quinquis*, *sextis*, *septis*, etc. usati di solito nei concerti ma poco conosciuti oltre il *bis* o il *ter*.

Per il numero due si osservi curiosamente che il prefisso *bis-* ha spesso un senso peggiorativo (bistrattare, bislungo, bistorto etc.) o di allontanamento e distanza (bisnonno, biscroma). Ed è simpatico che il termine *bislacco* (di origine incerta) si dicesse anche *sbillacco*, con un evidente anagramma del prefisso.

Il numero quattro, invece, vede l'ordinale latino *quadri-* derivare da *quatri-*, giustificando così sia i quattrini che i quadri dipinti, e finanche l'omonimo seme del gioco delle carte detto «mattoni» (non raro in Toscana).

Come vedete, c'è chi di RM legge proprio tutto, fino all'ultima nota, e ne siamo oltremodo felici. C'è addirittura qualcuno (il ***Panurgo***), che sta cercando di migliorare la "A" di Rudy, a cui vanno i nostri complimenti. Passiamo alle soluzioni.

4.1 [081]

4.1.1 Perlina matematica

Come anticipato il mese scorso, ci è giunto altro materiale proprio dopo l'impaginazione di RM083, che intendevamo riportare in questo numero.

Prima di riportare l'ultimo capitolo di ***Allanon*** sulla perlina, l'estensione ad n dimensioni, ci scusiamo con lui per aver cambiato più volte il suo allonimo nelle scorse S&N. Ecco ***Allanon***:

Poniamo sempre "l'angolo n-retto" dell'n-diedro in (0,0,…,0), gli n-cateti c_i rivolti come gli assi, i centri delle n-sfere siano in [$\mathbf{d}_{ij}x_i$]=(0,0,…,0,x_i,0,…,0) per (i=1,…,n) e in [$\mathbf{d}_{ii}x_i$]=(x_1,x_2,…,x_n) per la (n+1)-esima n-sfera con centro sulla n-diagonale; i raggi siano ri (i=1,…,n+1). Siano Xoi (i=1,..,n) le coordinate del centro della n-sfera tangente, ed R_0 il suo raggio.

Il sistema risolutivo diventa allora: (convenzioni: a) sommatoria da 1 a n sull'indice muto, b) il delta è il delta di Dirac)

($\mathbf{d}_{kk}X_{ok}$-$\mathbf{d}_{ki}x_k$)^2 = (Ro-r_i)^2 (i=1,…,n) sono n equazioni

($\mathbf{d}_{kk}X_{ok}$-$\mathbf{d}_{kk}x_k$)^2 = (Ro-r_{n+1})^2 una equazione

(si sfrutta la solita proprietà anche in Rn con metrica euclidea (il punto di tangenza di due n-sfere ed i loro centri sono allineati).

È possibile ricavare la X_{oi} coordinata dalla combinazione lineare di (n-1) volte la i-esima equazione, sommata la (n+1)-esima, sottratte tutte le altre.

Si ottengono espressioni del tipo:

Xoi=[-2r_o•b_i+a_i+(n-1)x_i^2]/[2(n-1)x_i] i=(1,…,n)

Ove è stato posto, in analogia al caso 2D e 3D:

a_i=$\mathbf{d}_{kk}$•r_k^2(k≠i)-(n-2)r_i^2-r_{n+1}^2 combinazione lineare dei quadrati dei raggi

b_i=$\mathbf{d}_{kk}$•r_k(k≠i)-(n-2)r_i-r_{n+1} combinazione lineare dei raggi

NOTA: per conservare la maggiore simmetria formale possibile, sostituiamo le X_{oi} nella (n+1)-esima equazione; Facciamo ancora delle posizioni (i calcoli sono lunghi e noiosi ma di fatto semplici):

c_i=a_i-(n-1)•x_i i=1,…,n

p_i=$\mathbf{d}_{kk}$•x_k^2(k≠i) i=1,…,n

p=$\mathbf{d}_{kk}$•xk^2

si ottiene infine una espressione per Ro: (NB: sempre somma sugli indici muti)

$$R_o^2 \cdot \left[4b_i^2 \cdot p_i^2 - 4(n-1)^2 \cdot p^2\right] - R_o\left[4b_i \cdot c_i \cdot p_i^2 - 8(n-1)^2 \cdot p^2 \cdot r_{n+1}\right] + \\ + \left[c_i^2 \cdot p_i^2 - 4(n-1)^2 \cdot p^2 \cdot r_{n+1}^2\right] = 0$$

Si dimostra facilmente sostituendo le varie quantità che il termine noto è identicamente nullo, qualsiasi sia la dimensione n; questo tra l'altro si era visto anche nei calcoli eseguiti in 2D e 3D.

Ne segue allora:

$$R_o = \frac{b_i \cdot c_i \cdot p_i^2 - 2(n-1)^2 \cdot p^2 \cdot r_{n+1}}{b_i^2 \cdot p_i^2 - (n-1)^2 \cdot p^2} \qquad [1]$$

Le uniche osservazioni che ho fatto per ora sono:

1. Il raggio è sempre reale, esiste sempre una soluzione non banale;
2. L'altra soluzione, R_o=0, rappresenta un cerchio di raggio nullo posto nell'origine (per questo punto infatti passano tutte le n-sfere);

3. La formula finale possiede una completa simmetria formale sugli indici i: questo fatto esprime matematicamente il fatto geometrico (abbastanza ovvio) che una qualsiasi permutazione delle n-sfere sui cateti non cambia la n-diagonale e neppure il raggio della n-sfera tangente.

La relazione `[1]` sarebbe utile per indagare teoricamente il comportamento generale delle serie dei "cateti" in spazi n-dimensionali, e se esistono sempre particolari serie generalizzate di Fibo "tangenti" ad n-1 passi che danno errore nullo all'infinito. Mi sentirei di dire di sì… ma non ho ancora fatto nulla in proposito.

Come si comportano, infine, gli "errori" rispetto a Fibo classiche, ma in n dimensioni? Cioè: per n->infinito, l'errore converge ancora ad un valore finito, con Fibo classiche?

Buona domanda...

Il contributo di ***µ/6***, ora. A parte il titolo della mail ("Perlina vendicata"), che riecheggia l'"Euclide ab omni naevo vindicatus" del compleanno, ha seguito le Luminose Vie indicate dal Grande Capo *[secondo voi chi l'ha scritta questa frase? (AR)]*.

Solleticato da una frase nel numero 082 ("l'inversione circolare prometteva bene"), mi ero appunto ripromesso di vedere se davvero l'inversione circolare poteva risolvere il problema della Perlina matematica, ovvero trovare il raggio della circonferenza tangente alle tre circonferenze aventi per diametri i lati di un triangolo rettangolo.

Dopo qualche ora di conti, ho trovato che il raggio della circonferenza tangente alle tre vale

$$R=\frac{a^2b^2(a+b-c)}{2c(a^3+b^3)-2a^4-2b^4-a^2b^2}$$

dove a,b sono i cateti e c l'ipotenusa. Sarà giusta? Provo con l'unico risolto con la geometria analitica, il caso a=b=1, e viene proprio $R=(2+3\sqrt{2})/7$. Allora provo con KIG (che per fortuna sa fare le inversioni circolari) a disegnare qualche triangolo rettangolo e a confrontare i valori dei raggi con quelli predetti dalla formula, e coincidono. Wow, sembra che funzioni... Allora ho deciso di scrivervi! Senza vedere tutti i conti, vi dico solo che strada ho seguito.

In due parole, l'inversione circolare è una trasformazione involutoria dei punti del piano che porta l'interno di una circonferenza fissata all'esterno e viceversa, in modo inversamente proporzionale alla distanza dal centro. Mi spiego meglio: fissata una circonferenza di centro O e raggio r, l'inversione circolare rispetto a quella circonferenza manda un generico punto P nel punto Q che sta sulla semiretta OP e tale che PO : r = r : QO. Una cosa simpatica dell'inversione è che manda cerchi in cerchi, e se un cerchio passa per O allora viene mandato in una retta.

Prendiamo un triangolo rettangolo di cateti a,b e ipotenusa c. I tre cerchi costruiti sui lati si incontrano tutti nel vertice dell'angolo retto, quindi se chiamiamo q il cerchio centrato nell'angolo retto e di raggio a (cateto più piccolo), l'inversione circolare fatta rispetto a q trasforma i tre cerchi in tre rette. Ora il problema si riduce a quello di trovare il raggio della circonferenza tangente alle tre rette. Questo non è un problema molto difficile, anche se un pochino laborioso.

Poi bisogna rifarne l'inversione. Tenete presente che se avete un cerchio di raggio R e chiamate k la distanza del suo centro da O, il raggio della circonferenza inversa di R (rispetto alla solita circonferenza di centro O e raggio r) vale

$$R' = \frac{r^2 R}{|k^2 - R^2|}$$

È in questo modo che ho ottenuto la formula scritta all'inizio.

Potevo andare a letto contento (e l'ho fatto). Ma mi è venuto in mente che Ser Aglio aveva avuto l'idea di capire "di quanto" era sbagliata la Perlina rispetto all' n-esimo numero di Fibonacci. A questo punto è facile, grazie alla formula generale. Ho preso allora il foglio di calcolo di OpenOffice (che vi allego, se serve) e ho visto che l'errore in percentuale convergeva vistosamente verso un numero: 0,013511722... Mi sono preoccupato: sapevo che dovevo assolutamente calcolare quel numero per tornare a dormire sonni tranquilli. Per fortuna ci si riesce. Se F_n è l'n-esimo numero di Fibonacci, i tre lati del triangolo valgono $a = \sqrt{F_n}$, $b = \sqrt{F_{+1n}}$, $c = \sqrt{F_{n+2}}$ e bisogna confrontare il raggio trovato sopra (anzi, il diametro) con $\sqrt{F_{n+3}}$ che era il valore errato previsto dalla Perlina. Poi si manda n all'infinito. In formule:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|\sqrt{F_{n+3}} - 2R_n\right|}{\sqrt{F_{n+3}}}$$

Calcoliamo prima il valore

$$l := \lim_{n\to\infty} \frac{R_n}{\sqrt{F_{n+3}}}$$

Per fare questo basta tener presente una delle proprietà dei numeri di Fibonacci legata alla sezione aurea, ovvero che

$$\frac{F_{n+1}}{F_n} \to \frac{\sqrt{5}+1}{2} =: u$$

e dunque anche $F_{n+2}/F_n \to u^2$. Con un po' di raccoglimenti e di semplificazioni si ottiene

$$l = \frac{1+\sqrt{u}-\sqrt{1+u}}{2(1+u^{3/2})\sqrt{1+u}-2-u-2u^2} \frac{1}{\sqrt{u}}$$

e tenendo conto che $u^2 = u+1$ si giunge a

$$l = \frac{1+\sqrt{u}-u}{2+4u-(u+4)\sqrt{u}}$$

Per avere il limite dell'errore percentuale basta ora trovare $|1-2l|$, che risulta

$$\frac{\sqrt{u}(u-6\sqrt{u}+6)}{u\sqrt{u}-4u+4\sqrt{u}-2}$$

Se metto questa formula in Maxima (programma open-source di calcolo simbolico, che ha il pregio di esportare le formule anche in formato TeX), ottengo con poco sforzo

$$\frac{\sqrt{\sqrt{5}+1}\,\sqrt{2}\left(\sqrt{5}+13\right)-12\sqrt{5}-12}{\sqrt{\sqrt{5}+1}\,\sqrt{2}\left(\sqrt{5}+9\right)-8\sqrt{5}-16}$$

ovvero 0,01351172249... Quindi al limite la Perlina sbaglia dell' 1,35% circa.

E speriamo che con questo la Perlina smetta di tromentare le vostre e le nostre notti.

4.2 [082]

4.2.1 Bruco zerofago

Non cessano di arrivare in Redazione contributi a questo problema. Grazie al cielo ***Alberto*** ha procurato al GC le informazioni sul disgraziato animaletto (dovreste averle già lette nelle note iniziali), ***Cid*** ci ha inviato (per la seconda volta, la prima ce la dobbiamo essere persa) la sua seconda parte di soluzione e ***Giacomix*** ha scoperto l'errore nella soluzione del ***Dr. Toki***. Ecco ***Cid***:

La soluzione del problema, Somma=f(x,n,b), nel caso in cui (b-x-1)>0 risulta essere la seguente:

$$\frac{(b-1+x)}{2}*\frac{\left(b^{n-2}\right)*(b-x)}{(b-x-1)}*\left(b*\left((b-x)^n-1\right)+x*\left(\frac{(b-x)^n-(b-x)}{(b-x-1)}-n+1\right)\right) \qquad \texttt{[2]}$$

nel caso in cui $b-x=1$ risulta essere la seguente:

$$\frac{(b-1+x)}{2}*\left(\left(b^{n-1}\right)*n+\left(x*b^{n-2}\right)*\frac{n^2-n}{2}\right) \qquad \texttt{[3]}$$

DIMOSTRAZIONE

Avendo già dimostrato nella 1° parte, che vale la soluzione:

$$\text{somma} = \frac{(b-1+x)}{2}*\left(\left(b^{n-1}\right)*\sum_{i=1}^{n}(b-x)^i+\left(x*b^{n-2}\right)*\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=1}^{i}(b-x)^k\right) \qquad \texttt{[4]}$$

mi resta da dimostrare che da questa equazione `[4]` si possono ricavare le soluzioni `[2]` e `[3]`. Per cominciare noto che:

$$\sum_{i=2}^{n+1}x^i-\sum_{i=1}^{n}x^i=\left(x^{n+1}-x\right)$$

da cui:

$$x*\sum_{i=1}^{n}x^i-\sum_{i=1}^{n}x^i=x*\left(x^n-1\right)$$

da cui:

$$(x-1)\sum_{i=1}^{n}x^i=x*\left(x^n-1\right)$$

ed infine nel caso in cui x<>1, dividendo ambo i membri per $(x-1)$, si ottiene:

$$\sum_{i=1}^{n}x^i=\frac{x}{x-1}*\left(x^n-1\right)$$

se al posto di x pongo $(b-x)$ ottengo:

$$\sum_{i=1}^{n}(b-x)^i = \frac{(b-x)}{b-x-1}*\left((b-x)^n-1\right) \quad \textbf{[5]}$$

Quindi per il caso: (b-x-1)>0 andando a sostituire nell'equazione **[4]**:

$$\text{somma} = \frac{(b-1+x)}{2}*\left(\left(b^{n-1}\right)*\sum_{i=1}^{n}(b-x)^i+\left(x*b^{n-2}\right)*\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=1}^{i}(b-x)^k\right)$$

si trova:

$$\text{somma}=\frac{(b-1+x)}{2}*\left(\left(b^{n-1}\right)*\frac{(b-x)}{b-x-1}*\left((b-x)^n-1\right)+\left(x*b^{n-2}\right)*\sum_{i=1}^{n-1}\frac{(b-x)}{b-x-1}*\left((b-x)^i-1\right)\right)$$

da cui si ottiene:

$$\frac{(b-1+x)}{2}*\frac{\left(b^{n-2}\right)*(b-x)}{b-x-1}*\left(b*\left((b-x)^n-1\right)+x*\left(\sum_{i=1}^{n-1}(b-x)^i-\sum_{i=1}^{n-1}1\right)\right)$$

e tenendo conto dell'equazione **[5]** e considerando che sommando $(n-1)$ volte 1 si ottiene $(n-1)$:

$$\frac{(b-1+x)}{2}*\frac{\left(b^{n-2}\right)*(b-x)}{b-x-1}*\left(b*\left((b-x)^n-1\right)+x*\left(\frac{(b-x)}{b-x-1}*\left((b-x)^{n-1}-1\right)-(n-1)\right)\right)$$

semplificando si ottiene l'equazione **[2]**.

Se $b-x=1$ allora l'equazione **[4]** diventa:

$$\text{somma}=\frac{(b-1+x)}{2}*\left(\left(b^{n-1}\right)*\sum_{i=1}^{n}1+\left(x*b^{n-2}\right)*\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=1}^{i}1\right)$$

quindi si ricava:

$$\text{somma}=\frac{(b-1+x)}{2}*\left(\left(b^{n-1}\right)*n+\left(x*b^{n-2}\right)*\sum_{i=1}^{n-1}i\right)$$

da cui si ottiene l'equazione **[3]**. C.V.D.

Ed ecco cosa scrive ***Giacomix***:

La soluzione di ***Dr.Toki*** è errata (Pagina 21 del numero 83). In realtà la somma dei numeri coppia di numeri di una cifra ciascuno è 2430 e non 6075. La sommatoria giusta è:

$$S_2 = 3 \cdot (9 \cdot \Sigma i + 9 \cdot \Sigma j)$$

Dove le sommatorie sono estese da 1 a 9. Quindi

$$S_2 = 3 \cdot (9 \cdot 45 + 9 \cdot 45) = 90 \cdot 27 = 2430$$

Anche il valore di S_4 è sbagliato, in realtà vale 87480 e non 400450. Qui la sommatoria giusta è

$$S_4 = 2 \cdot (9 \cdot Z_2 + 9^2 \cdot Z_1) = 2 \cdot (9 \cdot 4455 + 81 \cdot 45) = 87480$$

Dove le somme Z sono quelle della prima risoluzione del problema.

Quindi il totale diviso per tipologia si ottiene addizionando i parziali della tabella sottostante:

000X	45
00X0	45
0X00	45
X000	45
00XX	4455
0XX0	4455
XX00	4455
0XXX	404595
XXX0	404595
0X0X	810
X00X	810
X0XX	43740
XX0X	43740
X0X0	810
XXXX	36446355
TOTALE	37359000

Come si vede si ottiene lo stesso risultato della prima soluzione.

E anche questa è fatta, almeno sino alla prossima idea che vi viene.

4.3 [083]

Prima di parlare delle soluzioni ai problemi proposti il mese scorso, un ringraziamento a ***Cid***, ***Flo*** e al ***Dr. Toki***, che hanno inviato soluzioni al Q&D con gran velocità. Tutte giuste, al solito la soluzione "quick" del Capo nell'apposito capitolo.

4.3.1 Pronti per le Olimpiadi?

Tantissime le soluzioni ricevute per questo problema: più o meno in ordine di arrivo in Redazione, sono stati ***Flo***, ***Cid***, ***Allanon***, ***DjZero00***, ***Gavrilo***, ***Michele***, ***Dr. Toki***, ***Celeste***, ***Giacomix*** e ***Margherita*** (new entry: benvenuta!). Quasi tutti concordano con il primo risultato di una sei giorni campestre o ciclistica, mentre solo alcuni hanno tentato di dimostrare che fosse l'unica soluzione possibile. Le dimostrazioni sono cosa sempre gradita a casa nostra, e noi ci godiamo la lettura di ognuna. Molti *[tra cui **DJzer00**, ma lui lo perdoniamo visto che intitola la mail "Medaglia medaglia": chi si ricorda il Vultures Squadron? (RdA)]* si sono sentiti quasi insultati perché il problema era troppo facile! Resta il fatto che ***Gavrilo*** ci ha fornito una quindicina di pagine di dissertazione, mentre ***Cid*** si è limitato a sei pagine di pure formulone e lemmi; ci scusiamo con entrambi per l'omissione di pubblicazione, rischiamo di non aver posto per il resto, noi ci siamo goduti la lettura. ***Allanon*** ci fornisce due versioni di calcolo; la prima la pubblichiamo perché è semplice e intuitiva, la seconda perché è il motivo della valutazione 'alta' del problema: noi avevamo QUESTA soluzione, e la "strana" formula del secondo era il motivo per cui eravamo particolarmente interessati... Rudy ringrazia per la cristallina trattazione del secondo caso, il resto della Redazione per la decisamente interessante scorciatoia del primo (e il fatto che il secondo caso ha tenuto buono Rudy per un intero pomeriggio)...

> Ricordo un problemino sul "pensiero laterale" che consisteva nel trovare quante partite si svolgono in un torneo tipo tabellone tennistico, detto N (qualsiasi!) il numero degli iscritti. Ebbene, molti approcciano il problema cominciando a stendere interi tabelloni con N generico, ed andando a sommare per turni successivi il numero di partite di ogni turno. In realtà basta riflettere che ogni partita elimina uno e un solo giocatore... quindi dovendone rimanere uno solo (di solito il vincitore!) sono necessarie N-1 partite (non ci sono ovviamente ripescaggi).

Così credo di aver fatto io... [...] due approcci: il primo assolutamente banale (ripeto, sempre che sia corretto), il secondo che genera una "strana" formula, tipo sviluppo in potenze di un intero che non sono stato in grado di ridurre, capire, semplificare, correggere,... solo che funziona e concorda con il primo approccio.

1) DAL BASSO: soluzione partendo dal giorno N-esimo.

Al giorno N, prima di iniziare le gare, devono esserci esattamente N medaglie, in modo che alla fine di tale giorno siano state assegnate N+(N-N)/m = N medaglie e ne rimangano quindi N-N = 0 (fine delle gare!)

Ma queste N sono anche le medaglie rimaste alla fine del giorno N-1, cioè $N=R_{N-1}$, nel quale devono essere state assegnate (N-1) + $(R_{N-2}-(N-1))/m$ medaglie (ho indicato con R_i le medaglie rimaste da assegnare alla fine del giorno i-esimo).

Si può quindi scrivere la relazione:

$$R_{N-2} - (N-1) - (R_{N-2}-(N-1))/m = R_{N-1} = N$$

Sviluppando, si trova che:

$$(m-1) \cdot (R_{N-2} + 1) = (2 \cdot m-1) \cdot N$$

che, per m=7, diventa:

$$6(R_{N-2} + 1) = 13 \cdot N$$

la cui prima soluzione è: N=6 (e R_{N-2} = 12) (il risultato è generale: N=m-1 – forse perché m-1 e 2m-1 sono primi fra loro?). Tuttavia le altre soluzioni, per es. N=12 (e R_{N-2} = 25), non funzionano: perché?

Andando a ritroso si trova che all'inizio delle gare dovevano esserci 36 medaglie. Il che dà:

36

36-(1+(36-1)/7)=30 da assegnare dopo fine giorno 1

30-(2+(30-2)/7)=24 da assegnare dopo fine giorno 2

24-(3+(24-3)/7)=18 da assegnare dopo fine giorno 3

18-(4+(18-4)/7)=12 da assegnare dopo fine giorno 4

12-(5+(12-5)/7)=6 da assegnare dopo fine giorno 5

6-(6+(6-6)/7)=0 da assegnare dopo fine giorno 6

tra l'altro ogni giorno sono state assegnate sempre 6 medaglie.

2) DALL'ALTO;

La cosa curiosa che ho trovato (e sulla quale chiedo aiuto a voi ed ai lettori di RM) è una formula "strana" che si ottiene partendo dal"alto", cioè ipotizzando un numero incognito K di medaglie all'inizio del primo giorno e calcolando a scalare le medaglie fino al giorno N, ed imponendo che all'inizio del giorno N siano rimaste esattamente N medaglie.

Per induzione si dimostra (vi giuro che l'ho fatto … ma i calcoli sono abbastanza lunghi e non vorrei riscriverli) che al giorno N sono rimaste:

$$(K-1)\cdot\left(\frac{m-1}{m}\right)^{N-1} - \sum_{j=2}^{N-1} j \cdot \left(\frac{m-1}{m}\right)^{N-j} = N$$

non so dire cosa rappresenti questo strano "sviluppo" di N, che non sono riuscito a semplificare e per questo sono dovuto ripartire "dal basso", vedi punto 1); certo è che sostituendo tutti i valori dell'esempio, tale sviluppo dà come risultato:

16,19325281… – 10,19325281… = 6. Avete qualche idea in proposito su questa strana formula? Sapete come si potrebbe semplificare?

Certo che senza calcoli è più facile farla corta. Il ***Dr. Toki*** ci arriva così:

Sia m il numero totale di medaglie che verranno assegnate durante la competizione. Indico con m_k il numero di medaglie ancora non assegnate alla mattina del k-esimo giorno; per esempio $m_1 = m$ e $m_N = N$. Dato che $m_{k+1} = \frac{6}{7}(m_k - k)$, ottengo che $m_k = \frac{7}{6} m_{k+1} + k$.

Quindi:

$$m_N = N$$

$$m_{N-1} = \frac{7}{6} N + (N-1)$$

$$m_{N-2} = \left(\frac{7}{6}\right)^2 N + \frac{7}{6}(N-1) + (N-2)$$

$$m_{N-3} = \left(\frac{7}{6}\right)^3 N + \left(\frac{7}{6}\right)^2 (N-1) + \frac{7}{6}(N-2) + (N-3)$$

…

$$m = m_1 = \left(\frac{7}{6}\right)^{N-1} N + \left(\frac{7}{6}\right)^{N-2} (N-1) + \left(\frac{7}{6}\right)^{N-3} (N-2) + \ldots + \left(\frac{7}{6}\right)^2 \cdot 3 + \frac{7}{6} \cdot 2 + 1$$

L'ultima relazione posso riscriverla così:

$$\begin{aligned} m = &\left(\frac{7}{6}\right)^{N-1} N + \left(\frac{7}{6}\right)^{N-2} (N-1) + \left(\frac{7}{6}\right)^{N-3} (N-2) + \ldots + \\ &+ \left(\frac{7}{6}\right)^2 (N-(N-3)) + \frac{7}{6}(N-(N-2)) + (N-(N-1)) \end{aligned}$$

o anche

$$\begin{aligned} m = N&\left[\left(\frac{7}{6}\right)^{N-1} + \left(\frac{7}{6}\right)^{N-2} + \left(\frac{7}{6}\right)^{N-3} + \ldots + \left(\frac{7}{6}\right)^2 + \frac{7}{6} + 1\right] - \\ &- \left[\left(\frac{7}{6}\right)^{N-2} + 2\left(\frac{7}{6}\right)^{N-3} + \ldots + (N-3)\left(\frac{7}{6}\right)^2 + (N-2)\frac{7}{6} + (N-1)\right] \end{aligned}$$

La prima parentesi quadra è uguale a

$$\frac{\left(\frac{7}{6}\right)^N - 1}{\frac{7}{6} - 1} = 6\left[\left(\frac{7}{6}\right)^N - 1\right].$$

La seconda la riscrivo "per righe" (i numeri fra parentesi a sinistra servono solo a tenere la conta del numero progressivo di quante volte compaiono i termini nelle varie colonne:

(1)	1	+	7/6	+	$(7/6)^2$	+	…	+	$(7/6)^{(N-4)}$	+	$(7/6)^{(N-3)}$	+	$(7/6)^{(N-2)}$
(2)	1	+	7/6	+	$(7/6)^2$	+	…	+	$(7/6)^{(N-4)}$	+	$(7/6)^{(N-3)}$		
(3)	1	+	7/6	+	$(7/6)^2$	+	…	+	$(7/6)^{(N-4)}$				
(4)	1	+	7/6	+	$(7/6)^2$	+	…						
…	…	…	…	…	…	…							
(N-3)	1	+	7/6	+	$(7/6)^2$								
(N-2)	1	+	7/6										
(N-1)	1												

E quindi vale "(1)+(2)+(3)+…+(N-3)+(N-2)+(N-1)", cioè

$$6\left[\left(\frac{7}{6}\right)^{N-1}-1\right]+6\left[\left(\frac{7}{6}\right)^{N-2}-1\right]+6\left[\left(\frac{7}{6}\right)^{N-3}-1\right]+\ldots+6\left[\left(\frac{7}{6}\right)^{3}-1\right]+6\left[\left(\frac{7}{6}\right)^{2}-1\right]+6\left[\frac{7}{6}-1\right]$$

$$=6\left[\left(\frac{7}{6}\right)^{N-1}+\left(\frac{7}{6}\right)^{N-2}+\left(\frac{7}{6}\right)^{N-3}+\ldots+\left(\frac{7}{6}\right)^{3}+\left(\frac{7}{6}\right)^{2}+\frac{7}{6}\right]-6(N-1)=$$

$$=6\left[\left(\frac{7}{6}\right)^{N-1}+\left(\frac{7}{6}\right)^{N-2}+\left(\frac{7}{6}\right)^{N-3}+\ldots+\left(\frac{7}{6}\right)^{3}+\left(\frac{7}{6}\right)^{2}+\frac{7}{6}+1-1\right]-6(N-1)=$$

$$=6\left[\frac{\left(\frac{7}{6}\right)^{N}-1}{\frac{1}{6}}-1\right]-6(N-1)=6\left[6\left(\frac{7}{6}\right)^{N}-6-1\right]-6(N-1)=$$

$$=36\left(\frac{7}{6}\right)^{N}-42-6N+6=$$

$$=36\left(\frac{7}{6}\right)^{N}-6N-36.$$

Tornando finalmente a m trovo che

$$m=6N\left(\frac{7}{6}\right)^{N}-6N-36\left(\frac{7}{6}\right)^{N}+6N+36=\left(\frac{7}{6}\right)^{N}(6N-36)+36.$$

Adesso ragiono così: dato che m è un numero intero, devo eliminare il denominatore; questo vuol dire che 6^N è un divisore di $6N-36$. Ci sono allora solo due possibilità:

a) $6N-36$ è nullo

b) $6N-36$ è maggiore di 6^N

Il caso a) porta alla soluzione già trovata: N=6 ed m=36.

Il caso b) è impossibile.

La soluzione è quindi unica!

Speriamo che siate tutti convinti...

4.3.2 Finché Alice è via...

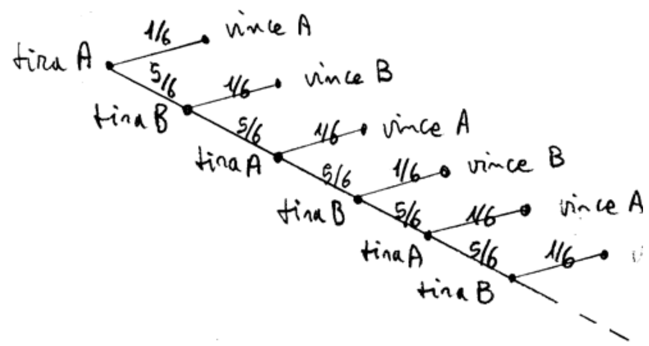
Qui Alice non è rimasta proprio contentissima, visto che è tornata e si è dovuta leggere tutte le vostre soluzioni. Parliamo di ***Michele***, ***Dr. Toki***, ***Cid***, ***Flo***, ***Celeste***, ***Pietro*** (new entry: benvenuto!) e ***Giacomix***. In particolare ***Flo*** e ***Celeste*** probabilmente si conoscono, perché hanno prodotto degli schemi proprio simili, e così cominciamo proprio da ***Celeste***.

Breve premessa per esprimere un piccolo appunto sulla formulazione dei problemi. Che significa estrarre tre carte dello stesso "tipo" da un mazzo di carte (da gioco?) di 52? dello stesso colore? seme? simbolo (numero – figura)? oppure valore? Io ho optato per quest'ultima interpretazione. Fine della premessa, passiamo alle soluzioni:

1) C'è un vantaggio a tirare per primo, come si vede dal diagramma ad albero che illustra i possibili sviluppi della gara fra A e B:

A vince con probabilità $p_A = 1/6 + (5/6)^2.1/6 + (5/6)^4.1/6 + \ldots = 1/6(1 + (5/6)^2 + (5/6)^4 + \ldots) = 6/11$;

B vince con probabilità $p_B = 5/6.1/6 + (5/6)^3.1/6 + (5/6)^5.1/6 + \ldots = 1/6.5/6(1 + (5/6)^2 + (5/6)^4 + \ldots..) = 5/11$, cioè con una probabilità che è solo i 5/6 di quella di A.



2) Per avere sicuramente tre carte dello stesso tipo, poiché i differenti tipi sono in tutto 13, bisogna estrarre 27 carte dal mazzo. Infatti, nelle condizioni più sfavorevoli, si possono inizialmente estrarre 2 carte per ogni tipo ($2 \cdot 13 = 26$); un'ulteriore estrazione darà sicuramente una carta dello stesso tipo di altre due già presenti.

3) Per avere tre carte dello stesso tipo con probabilità almeno del 50%, bisogna estrarre 14 carte. A questo risultato si arriva considerando l'evento E "si hanno tre carte dello stesso tipo" come somma logica di 13 eventi elementari (cioè si verifica l'evento E1 oppure l'evento E2 oppure ecc.) che sono: evento E1 = "si hanno tre assi", evento E2= "si hanno tre due", ……, evento E13 = "si hanno tre re". Se questi eventi fossero incompatibili (quando il verificarsi di uno di essi esclude il verificarsi degli altri), la probabilità richiesta varrebbe semplicemente la somma delle rispettive probabilità; essi sono però compatibili (almeno a partire da 6 carte estratte) e quindi, in base al teorema della somma logica di eventi, la probabilità suddetta vale:

$$p(E)=\sum_i p(E_i)-\sum_{i,j} p(E_i \wedge E_j)+\sum_{i,j,l} p(E_i \wedge E_j \wedge E_l)-........;$$

in questa espressione i termini successivi al primo, somma delle probabilità elementari, rappresentano appunto le probabilità degli eventi di verificarsi contemporaneamente a due a due, a tre a tre, e così via; i segni sono alternativamente positivi e negativi. Nel nostro caso tutte queste probabilità sono per ogni tipo uguali tra loro, ed abbiamo in particolare, detto k il numero di carte complessivamente estratte:

$$p(E_i)=\frac{C_{4,3}C_{52-4,k-3}}{C_{52,k}}$$

(il simbolo $C_{n,r}$ rappresenta il numero di combinazioni semplici di n oggetti presi a gruppi di r, in particolare $C_{4,3}=\dfrac{4*3*2}{3*2}=4$; ci sono 13 termini uguali)

$$p(E_i \wedge E_j)=\frac{{C_{4,3}}^2 C_{52-8,k-6}}{C_{52,k}} \quad \text{(ci sono } \binom{13}{2}=C_{13,2} \text{ termini uguali)}$$

$$p(E_i \wedge E_j \wedge E_l)=\frac{{C_{4,3}}^3 C_{52-12,k-9}}{C_{52,k}} \quad \text{(ci sono } \binom{13}{3}=C_{13,3} \text{ termini uguali) ecc.}$$

In definitiva si ha, per ogni valore di k:

$$p_k(E)=\frac{1}{C_{52,k}}\left(\sum_1^{13}(-1)^{i-1}C_{13,i}{C_{4,3}}^i C_{52-4i,k-3i}\right)$$

Questa è l'espressione finale della probabilità cercata, che, come è ovvio, cresce al crescere di k.

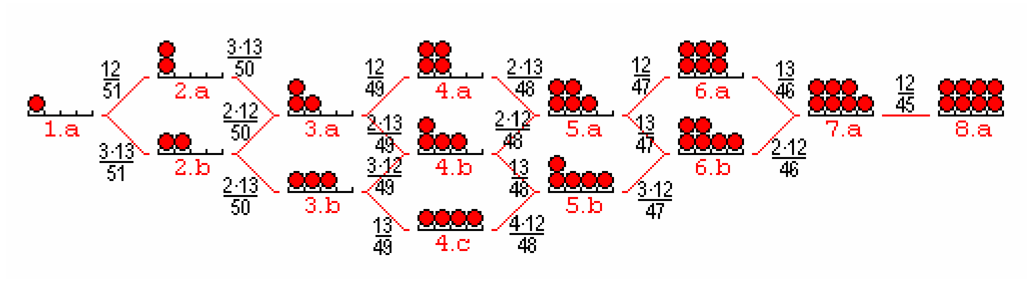
Rimane ora da vedere con quale valore di k si raggiunge un valore di almeno il 50%; si può vedere che:

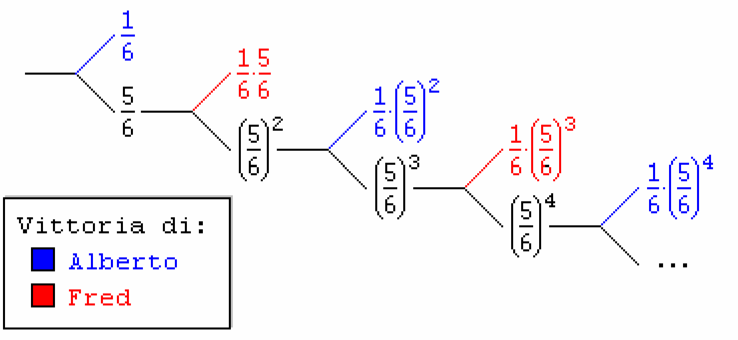
con k = 13 si ha p(E) = 0,462918

con k = 14 si ha p(E) = 0,545908

da cui si ricava, come detto inizialmente, la necessità di estrarre almeno 14 carte.

Ed ecco i disegni di ***Flo***, senza commenti anche per ragioni di spazio...





E l'ulteriore contributo di ***Celeste***:

Se si vuole intendere "avere tre carte dello stesso tipo (sempre assumendo tipo = valore delle carte)" non nel senso di "esattamente tre" ma di "almeno tre" (avvicinandoci forse in questo modo più allo spirito del problema), allora possiamo ragionare secondo lo schema seguente.

Cerchiamo i *casi contrari* all'evento, cioè le situazioni in cui le carte dello stesso tipo sono 2 al massimo. Estraendo k carte dal mazzo di 52 , e immaginando di disporle nelle tredici caselle in base al loro valore, possiamo avere d gruppi da 2 e u carte singole. Si ha: MAX(d) = int (k/2) (int = parte intera), u = k – 2d; ma deve aversi ovviamente d + u ≤ 13, cioè d + k – 2d ≤ 13, cioè infine k – 13 ≤ d ≤ 13; le eventuali 13 – (d + u) caselle saranno vuote.

Il numero delle possibili configurazioni con d coppie, u carte singole e (13 – d – u) caselle vuote è pari a:

$\frac{13!}{d!u!(13-d-u)!}C_{4,2}{}^{d}\,4^{u}$, cioè al numero di permutazioni di 13 elementi, di cui d, u, (13 – d – u) tra loro uguali, per le combinazioni di 4 carte prese a 2 a 2 ripetute per tutte le coppie, e per le combinazioni di 4 carte prese singolarmente ripetute per tutte le caselle con una sola carta (il simbolo ! come è noto indica il "fattoriale" di un numero, cioè il prodotto 1•2•3•.... fino ad arrivare al numero stesso). Una volta individuati i limiti tra cui può variare d, cioè d_{MIN} = k – 13 (0 se k ≤ 13) e d_{MAX} = int(k/2) ed esprimendo tutte le variabili in funzione di d, si può trovare, per ogni k, il numero di casi contrari all'evento in questione, cioè:

$\text{casi\_contrari} = \sum_{i=dMIN}^{dMAX}\frac{13!}{i!(k-2i)!(13-k+i)!}C_{4,2}{}^{i}\,4^{k-2i}$, in cui i fattoriali di eventuali interi negativi o nulli si considerano = 1.

Abbiamo sempre per altro casi_possibili = $C_{52,k}$ quindi la probabilità di trovare almeno tre carte dello stesso tipo, estraendone k, vale:

p_k = 1 – casi_contrari/casi_possibili.

Anche in questa versione del problema è necessario estrarre 14 carte per avere una probabilità almeno del 50%, con valori leggermente diversi da prima:

p_{13} = 0,4904 p_{14} = 0,58087.

La differenza sostanziale rispetto a prima è che ora si ha esattamente p = 1 per k = 27 e valori superiori, in accordo anche al risultato del 2° problema, mentre precedentemente tale probabilità era praticamente pari a 1 a partire da k = 27 fino a k = 50, diventava esattamente 1 con k = 51(infatti con questo numero di carte ce ne sono sicuramente 3 dello tipo), ma si azzerava improvvisamente con k = 52 (infatti in questo caso non ci possono essere gruppi da 3 perché sono tutti da 4).

Invece ***Pietro***, a cui rinnoviamo il benvenuto, la vede così:

Consideriamo inizialmente solo 3 carte.

Estraendo solo 3 carte dal mazzo, la probabilità che esse siano tutte uguali, ci è data dalla probabilità che la seconda carta sia uguale alla prima e, nello stesso tempo la terza carta sia uguale alla prima.

Per cui, indicando con A,B, e C le 3 carte, si ha:

$$P_{tot} = p(B = A) \cap p(C = A)$$

Ora la probabilità $p(B = A)$ che la 2° carta estratta sia uguale alla prima ci è data, utilizzando l'approccio frequentistico, da *num.casi favorevoli/ num casi possibili*; per cui, dato che una carta è già uscita resta un mazzo da 51 carte di cui 3 sono uguali alla prima; quindi:

$$p(B = A) = \frac{3}{51}$$

Procedendo allo stesso modo calcoliamo $p(C = A)$ che sarà, evidentemente pari a:

$$p(C = A) = \frac{2}{50}$$

Quindi la P_{tot} che estraendo 3 carte dal mazzo, esse siano tutte uguali è pari a:

$$P_{tot} = p(B = A) \cap p(C = A) = \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50} = \frac{3}{1275}$$

Ora se estraiamo una 4° carta le nostre probabilità aumentano, perché aumentano le combinazioni di 3 carte che è possibile ottenere con le 4 carte. Indicando con A,B,C, D le 4 carte si ottiene:

$$P_{tot} = p(B = A) \cap p(C = A) + p(B = A) \cap p(D = A) + p(C = A) \cap p(D = A) + \ldots + \ldots$$

con tanti addendi quante sono le combinazioni di 3 carte realizzabili con le 4 estratte. Ora le combinazioni di 3 carte realizzabili con 4 carte ci sono date dal coefficiente binomiale, per cui:

$$C_{4,3} = \binom{4}{3} = \frac{4!}{3!1!} = 4$$

Quindi la probabilità che estraendo 4 carte, 3 di esse siano uguali, è:

$$P_{tot} = p(B = A) \cap p(C = A) \cdot \binom{4}{3} = \frac{3}{1275} \cdot 4 = \frac{4}{425}$$

Detto ciò, estraendo un numero N di carte, tale probabilità ci è data da:

$$P_{tot} = p(B = A) \cap p(C = A) \cdot \binom{N}{3} = \frac{3}{1275} \cdot \frac{N!}{3!(N-3)!} =$$

$$= \frac{3}{1275} \cdot \frac{N \cdot (N-1) \cdot (N-2)}{3 \cdot 2} = \frac{N \cdot (N-1) \cdot (N-2)}{2550}$$

Il problema impone che tale probabilità debba essere pari ad 1/2. Uguagliando si ottiene:

$$P_{tot} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{N \cdot (N-1) \cdot (N-2)}{2550} = \frac{1}{2}$$

$$N \cdot (N-1) \cdot (N-2) - 1275 = 0$$

Tale equazione ha due soluzioni complesse e coniugate, ed una reale. Quella che ci interessa è quella reale che è:

$$N \approx 11.87425468$$

Ciò vuol dire che estraendo 11 carte abbiamo una probabilità minore del 50%; estraendone 12, abbiamo una probabilità superiore al 50%.

Quindi il 50% di probabilità si avrà all'estrazione della 12° carta.

Agli altri i nostri complimenti per le soluzioni, sempre apprezzatissime. Al mese prossimo!

5. Quick & Dirty

Anche quest'anno abbiamo fatto l'ultimo fine settimana al Paesello[8] E, logicamente, ne è nato un problema.

Le Pesti hanno organizzato una corsa campestre (di quelle che all'arrivo devi passare i partecipanti sotto un getto d'acqua, per evitare di arrivare a casa e, successivamente al bagno, accorgerti che hai preso il figlio di un altro... e lui zitto!), anche se bisogna ammettere che i nostri Validi Assistenti non si sono comportati proprio benissimo.

Infatti Fred, che è quello che si è piazzato meglio, si è posizionato esattamente a metà classifica; Alberto si è piazzato decimo e Luigi (il loro amico-di-pizza-delle-dieci-di-mattina) sedicesimo.

...ma secondo voi, quanti corridori c'erano?

Siccome Fred termina a metà, dovevano esserci un numero ***dispari*** di corridori (Fred, quelli davanti a lui e lo stesso numero dietro di lui).

Siccome Luigi arriva sedicesimo, allora saranno almeno diciassette.

Siccome Alberto arriva decimo e dopo Fred, non possono essere più di diciassette in quanto già con diciannove Alberto sarebbe decimo.

Quindi, sono ***diciassette*** e Alberto è arrivato ***nono***.

6. Zugzwang!

6.1 Lasca

Io non ho la più pallida idea se la cosa possa essere generalizzata, ma ho come l'impressione che a coloro cui piacciono gli scacchi stia abbastanza sulle scatole la dama e viceversa; le persone in grado di giocare (ad alti livelli) buone partite in entrambi i giochi sembrano decisamente rare (mi viene in mente Paul Morphy, ma non garantisco... Qui, l'esperto è Doc).

Figuratevi il mio stupore quando ho scoperto che Emmanuel Lasker (un Grande degli scacchi: sempre Doc per le notizie storiche) aveva inventato un gioco decisamente simile alla dama...

[8] Quello del Divano Quantistico: l'ultimo week-end è, per definizione, quello in cui si spegne il riscaldamento che verrà riacceso in occasione della settimana sciistica.

Dunque, cominciamo con qualche definizione: vi servono una ***scacchiera* 7x7** (facilmente ottenibile oscurando una riga e una colonna della scacchiera da scacchi), **11 *pedine per parte***, di colori diversi; attenzione che, per queste pedine, deve essere possibile ***distinguere il dritto dal rovescio***: di solito, hanno un puntino giallo sul rovescio e due "freccie" (in modo tale che siano visibili ad entrambi i giocatori) che indica il recto sul bordo. Ne vedete degli esemplari in ***Figura 1***: se si vede il puntino, il pezzo si chiama ***ufficiale***, altrimenti è un ***soldato***.

Figura 1 - Ufficiali e Soldati.

L'***inizio partita*** è quello indicato in ***Figura 2***, con tutti i pezzi che hanno il puntino giallo "sotto", e muove prima il Bianco; il movimento si effettua sulle ***sole caselle nere*** (come a dama). I ***soldati*** muovono di una casella in diagonale ***solamente in avanti***, mentre gli ***ufficiali*** muovono sempre di una casella ma nella direzione che vogliono; un soldato diventa ufficiale quando raggiunge la settima riga.

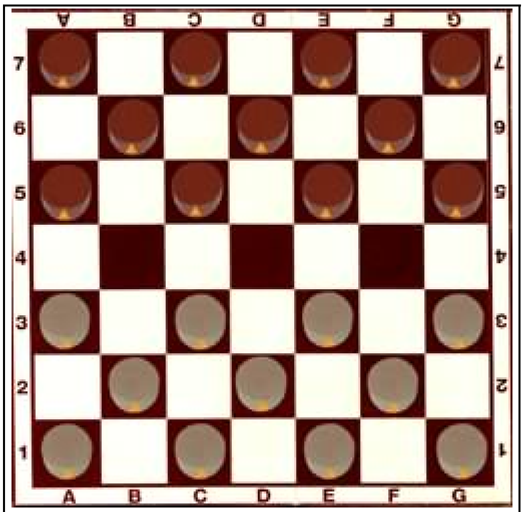


Figura 2 - Situazione iniziale

"...ma non faceva prima a chiamarlo 'Dama'?" Forse, se vi fermate qui; ma considerate un paio di stranezze che ci ritroviamo.

Tanto per cominciare, quando si prende un pezzo si salta il pezzo (come a Dama) ma ***non lo si toglie dalla scacchiera***: lo si mette ***sotto il pezzo che lo ha mangiato***. La cosa sarà probabilmente più chiara in ***Figura 3***, in cui il soldato rosso ha preso il soldato bianco partendo da ***A1*** e tirandoselo in ***C3***: in questo modo, si forma una ***pila*** (da due). Il pezzo che si trova in cima alla pila (che può essere sia un soldato che un ufficiale) si chiama ***Comandante***.

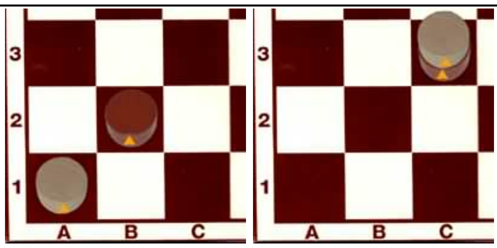


Figura 3 - Prima (sx) e dopo (dx) la presa da parte del bianco

Prendere è obbligatorio (come a Dama), ma quando prendete ***prendete solo il Comandante della pila avversaria***; la cosa si vede abbastanza chiaramente in ***Figura 4***, in cui il bianco in ***A1*** ha preso il Comandante (e solo il Comandante) della pila nera in ***B2***, aggiungendolo sotto la propria pila (prego notare che le altezze delle pile non sono significative).

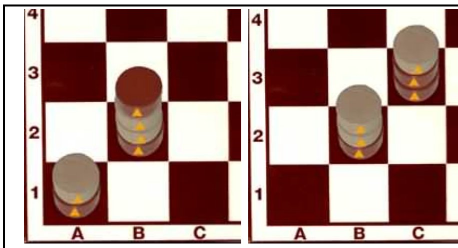


Figura 4 - Prima (sx) e dopo (dx) la presa da parte del bianco del Comandante di una pila rossa

Nel caso di "mangiate multiple" si procede sempre nello stesso modo; se ci sono diverse possibilità (per intenderci: due strade diverse di mangiata) il giocatore può scegliere quella che preferisce, ma deve arrivare "fino alla fine".

Abbastanza chiaro? La pila appartiene "temporaneamente" al colore del Comandante, e si muove ***come un soldato da solo***; inoltre, non è possibile catturare in una sola mossa più pezzi della stessa colonna.

Il gioco termina quando tutti i pezzi di un giocatore sono prigionieri o non ha possibilità di effettuare una mossa.

Nessuno si sente di fare un po' di analisi? Trattandosi del buon Emmanuel, la cosa non dovrebbe essere semplicissima...

7. Pagina 46

Determiniamo per iniziare il termine costante; esso equivale all'espressione richiesta in cui si sia posto $x = 0$:

$$\underbrace{\left(\left(\left(\dots\left(x-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2\dots-2\right)^2}_{k\text{ volte}} = \underbrace{\left(\left(\left(\dots\left(4-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2\dots-2\right)^2}_{k-1\text{ volte}}$$

$$= \underbrace{\left(\left(\left(\dots\left(4-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2\dots-2\right)^2}_{k-2\text{ volte}}$$

$$= \left(\left(4-2\right)^2-2\right)^2 = \left(4-2\right)^2 = 4.$$

Sia ora A_k il coefficiente di ***x***, B_k il coefficiente di x^2 e $P_k x^3$ la somma di tutti i termini contenenti potenze superiori di ***x*** (quindi P_k è un polinomio). Allora,

$$\underbrace{\left(\left(\left(\dots\left(x-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2\dots-2\right)^2}_{k\text{ volte}}. = P_k x^3 + B_k x^2 + A_k x + 4.$$

Si ha quindi:

$$\underbrace{\left(\left(\left(\dots\left(x-2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2\dots-2\right)^2}_{k\text{ volte}}. = \left(\underbrace{\left(\dots\left(\left(x-2\right)^2-2\right)^2\dots-2\right)^2}_{k-1\text{ volte}}-2\right)^2.$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\left(P_{k-1}x^3 + B_{k-1}x^2 + A_{k-1}x + 4\right) - 2\right)^2 \\
&= \left(P_{k-1}x^3 + B_{k-1}x^2 + A_{k-1}x + 2\right)^2 \\
&= P_{k-1}^2 x^6 + 2P_{k-1}B_{k-1}x^5 + \left(2P_{k-1}A_{k-1}B_{k-1}^2\right)x^4 \\
&\quad + \left(4P_{k-1} + 2B_{k-1}A_{k-1}\right)x^2 + \left(4B_{k-1} + A_{k-1}^2\right)x^2 + 4A_{k-1}x + 4
\end{aligned}$$

da cui si ottiene

$$\begin{aligned}
A_k &= 4A_{k-1} \\
B_k &= A_{k-1}^2 + 4B_{k-1}.
\end{aligned}$$

Sapendo che $\left(x-2\right)^2 = x^2 - 4x + 4$, si ha $A_1 = -4$ e, di conseguenza:

$$\begin{aligned}
A_2 &= \left(-4\right)\cdot 4 \\
&= -\left(4\right)^2;
\end{aligned}$$

$$A_3 = -\left(4\right)^3;$$

$$A_k = -(4)^k$$

Possiamo ora passare al calcolo di B_k :

$$\begin{aligned}
B_k &= A_{k-1}^2 + 4B_{k-1} \\
&= A_{k-1}^2 + 4\left(A_{k-1}^2 + 4B_{k-2}\right) \\
&= A_{k-1}^2 + 4A_{k-2}^2 + 4^2\left(A_{k-3}^2 + 4B_{k-3}\right) \\
&= A_{k-1}^2 + 4A_{k-2}^2 + 4^2\left(A_{k-3}^2 + 4^3\left(A_{k-4}^2 + 4B_{k-4}\right)\right) \\
&= \mathrm{K} \\
&= A_{k-1}^2 + 4A_{k-2}^2 + 4^2 A_{k-3}^2 + \mathrm{K} + 4^{k-3} A_2^2 + 4^{k-2} A_1^2 + 4^{k-1} B_1.
\end{aligned}$$

Se ora sostituiamo:

$$\begin{aligned}
&B_1 = 1, \\
&A_1 = 4, \\
&A_2 = -(4)^2, \\
&A_3 = -(4)^3, \\
&\mathrm{K} \\
&A_{k-1} = -(4)^{k-1}
\end{aligned}$$

arriviamo alla:

$$\begin{aligned}
B_k &= 4^{2k-2} + 4 \cdot 4^{2k-4} + 4^2 \cdot 4^{2k-3} + \mathrm{K} + 4^{k-2} \cdot 4^2 + 4^{k-1} \cdot 1 \\
&= 4^{2k-2} + 4 \cdot 4^{2k-4} + 4^2 \cdot 4^{2k-3} + \mathrm{K} + 4^{k-2} \cdot 4^2 + 4^{k-1} \\
&= 4^{k-1}\left(1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \mathrm{K} + 4^{k-2} + 4^{k-1}\right) \\
&= 4^{k-1} \cdot \frac{4^k - 1}{4 - 1} \\
&= \frac{4^{2k-1} - 4^{k-1}}{3}.
\end{aligned}$$

8. Paraphernalia Mathematica

Vi ricordate che Rudy ha sempre in sospeso un libro di Astronomia? Va detto che ultimamente ne sono usciti un paio del tipo di quello che aveva intenzione di scrivere, e il progetto giace abbandonato in uno dei suoi scatoloni, anche per il fatto che l'unico vantaggio del suo sarebbe di essere gratis (e, come dice lui nei momenti di depressione, di "valere esattamente il suo prezzo").

Siccome però senza un progetto a lunghissima scadenza non resiste, ha cominciato ad interessarsi ad altro e il fascino per il paradosso che lo contraddistingue lo ha portato a meditare sulla scrittura di un "metalibro", ossia ad un libro su come si fanno i libri.

Al momento l'idea è di strutturare il tutto in tre parti:

> ***Linotipia***, sui caratteri da stampa: quello che ha divertito di più Rudy qui è che i programmi per tracciare i caratteri (tutti sotto Linux, per quanto ne sappiamo) si chiamano ancora "fonderie", e l'idea di passare il pomeriggio attaccato al computer in fonderia lo affascina; siccome però su questa parte non c'è molto di matematico (a parte le curve di Béziers, di cui prima o poi parleremo), qui non ne tratteremo. Per il momento, comunque, abbiamo un mucchio di aneddoti su "uppercase & lowercase" (veri) e su "etaoin shrdlu" (tutti falsi). Più una "A" sulla quale vi abbiamo fatto fare un mucchio di conti, se ricordate.
>
> ***Tipografia*** o, da bravi francofoni, *mise en page*: e qui un po' di matematica c'è, formando l'argomento di questo PM. Il risultato "nel libro" sarà un po' più corposo: qui ci limitiamo a darvi le dritte fondamentali, supponendo che vi impegniate immediatamente a fare di conto e di operazioni.
>
> ***Rilegatura***, e qui, come vi abbiamo fatto vedere la volta scorsa, rischiamo la denuncia per sfruttamento del lavoro minorile; anche qui matematica pochina, a meno che vi interessi calcolare in che ordine stampare le pagine con una stampante a faccia singola per ottenere *in-quarto*, *in-octavo* e *in-sedicesimo* che poi andranno tagliati e rilegati.

Rudy sostiene che sarebbe più giusto chiamare "Tipografia" la prima e "Paginazione" la seconda, ma siccome chiama l'insieme delle tre "Libristica" (ammettendo di aver inventato lui la parola), non ci fidiamo molto. Anche perché i francesi dividono le prime due in tre parti: microtipografia (ossia i caratteri), macrotipografia (dove e come metterli nella pagina) e ortotipografia (come quando e se mettere gli accenti, indentazione dei paragrafi, interlinea, abbreviazioni eccetera... Il tutto strettamente legato al francese, chiaramente). Quello che è certo è che non ha intenzione di spiegarvi cosa mettere dentro al libro: con quel che fatichiamo a trovare idee per la rivista, per questa parte vi arrangiate da soli.

Ora capite che, con queste premesse, la domanda di ***Paolo*** (il ***Pinguino***) sul perché non facciamo la rivista su due colonne più che un sasso in uno stagno era un elefante in una cristalleria...

Figura 1 - Bibbia "42 linee" di Gutemberg

8.1 Secondo Capitolo

È abbastanza evidente che tutto comincia con Gutenberg.

Non sappiamo se sia stata proprio la prima domanda che si è posto, ma di sicuro la necessità di chiedersi "...e adesso, come la scrivo?", nel senso di come metto in pagina il tutto, deve essere nata abbastanza presto. Il Nostro ha fatto un paio di tentavi (almeno, a noi sono noti questi due), e i risultati sono le Bibbie cosiddette

"***42 linee***" e "***36 linee***", entrambe su due colonne[9]. Abbiamo trovato un'immagine della "42 linee", la trovate in ***Figura 1***.

Un grande studioso in questo campo è stato ***Jan Tschichold***; basandosi sulla misura di svariati manoscritti medievali (riuscite ad immaginarvi la faccia del bibliotecario che si sente chedere un libro da uno con un metro in mano?), aveva sviluppato l'ipotesi che il *modulo* utilizzato all'epoca fosse quello indicato in ***Figura 2***; non dovrebbe essere un problema capire come è fatto, se vi diciamo che gli archi di cerchio hanno centro sull'angolo opposto del *folio* (cominciamo con i termini tecnici! Le due pagine attaccate) e che l'angolo al centro in alto del *grigio tipografico* (rieccoci! La parte scritta) si calcola mantenendo le proporzioni di *bianco* (la parte attorno al grigio tipografico) indicate: siccome i numerini vengono un po' piccoli, ve li ripeto: si indicano sempre a partire dal *bianco interno* ("inside margin", se usate Word) in senso orario, e qui sono **1:1:2:3**.

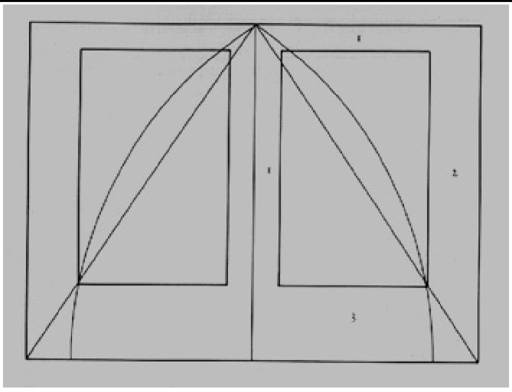


Figura 2 - Il "Primo Modulo" di Tschichold

Peccato che tutto questo non ci dica molto sulle diverse proporzioni del foglio... Tschichold aveva comunque le sue opinioni in proposito, e presumiamo sia stato molto felice quando è riuscito a trovare lo schizzo di un tipografo che riportava il disegno in ***Figura 3***: il cerchio qui serve a chiarire che *l'altezza del grigio tipografico deve essere pari alla larghezza di pagina*, e questa è successivamente diventata una delle regole cardine della paginazione. Qui, i rapporti tra i vari bianchi (ne approfittiamo per dare tutti i nomi corretti: *bianco di testa* quello sopra, *bianco di piede* quello sotto, *bianco di piccolo fondo* quello interno e *bianco di gran fondo* quello esterno) sono **2:3:4:6**.

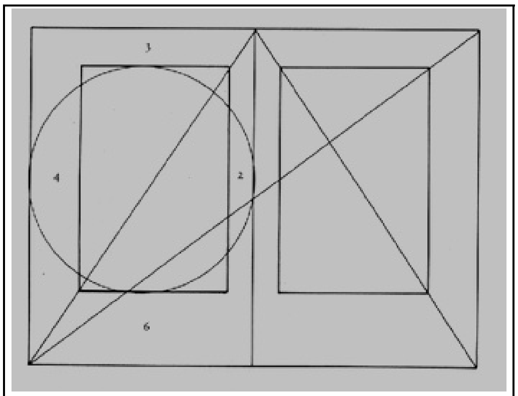


Figura 3 - Il "Secondo Modulo" di Tschichold

Resta sempre il problema di dove e come piazzare, di preciso, il grigio tipografico senza faticare troppo, e possibilmente con un metodo geometrico.

Qui ci viene in aiuto ***van de Graf***, e trovate il suo modulo in ***Figura 4***: ci limitiamo a dire che il primo angolo del grigio tipografico che trovate è quello in alto a sinistra della pagina destra, e gli altri li trovate partendo dal principio di tirare "le righe dritte". Inoltre, nella nostra ricerca di parole gergali, abbiamo scoperto che il punto all'incrocio tra la diagonale di folio e la diagonale di pagina è noto come punto d'interesse, punto vivo o, in francese, *point riche*: è considerato il punto migliore per iniziare un capitolo o mettere un titolo.

---

[9] Abbiamo un aneddoto, in merito: tutti sanno che il primo libro pubblicato da Gutemberg era una Bibbia (42 linee); qualcuno sa che il terzo libro pubblicato era una Bibbia (la 36 linee) molti meno sanno che dopo la prima stampa si ritrovò sull'orlo della bancarotta. La domanda da "Trivial Pursuit" decisamente difficile è: "Come è rientrato dalle spese?" Risposta: pubblicando il secondo libro. Pornografico.

Diventa interessante, a questo punto, porsi un paio di domande: ad esempio, *per che rapporto di pagina vanno d'accordo questi moduli*? Speriamo di non toglierVi il piacere di fare i conti se vi diciamo che è $\frac{2}{3}$, che è (era, sarebbe meglio dire) considerato dai tipografi il miglior rapporto per i libri. L'altra domanda che Rudy si è posto è per quale rapporto di pagina le due diagonali che si incontrano nel punto vivo formino un angolo a 90°: lo ha molto divertito scoprire che questo avviene per il formato[10] ***A***, considerato dai tipografi il *peggior* rapporto per i libri.

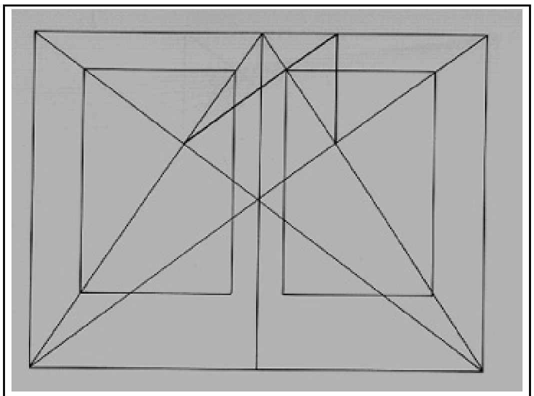


Figura 4 - Il Modulo di van de Graf

"Tutto qui?" Beh, no. Tanto per cominciare, quel "due terzi", visto che qui si parla di estetica, ad un mucchio di gente ha fatto venire in mente la Serie di Fibonacci, e Tschichold ha cominciato a sperimentare anche con i termini successivi, ottenendo risultati interessanti (sempre con il modulo di van de Graf, come calcolo dei punti), e poi arriva il cattivo della situazione.

Qui, il tizio che rompe le uova nel paniere si chiama ***Raoul Rosarivo*** (i francesi lo scrivono con l'accento grave alla fine per evitare la troncatura), il quale butta tutto all'aria e si inventa un altro modulo, del quale vi forniamo il disegno in ***Figura 5***, con una veloce spiegazione.

Tanto per cominciare, data la pagina (di destra) e tracciata la diagonale di pagina, si divide un *modulor* (come lo chiamava LeCorbusier) in **9** parti e, da un punto di origine, si tracciano le congiungenti alle divisioni in modo tale che la congiungente con il punto **0** passi per il bordo inferiore di pagina e quella con il punto **9** per l'angolo interno; il punto **2** vi permette di trovare (all'intersezione con il bordo interno di pagina) l'altezza del bianco di piede, così come il punto **8** vi permette di trovare nello stesso modo l'altezza del bianco di testa e la larghezza del bianco di piccolo fondo nell'incrocio con la diagonale di pagina, mentre ritrovate il bianco di piede e il gran fondo dall'incrocio sempre della diagonale con il punto **3**; il punto vivo è dato dalla solita diagonale incrociata con il punto **7** (aneddoto: il disegno riprodotto è una copia dell'originale di Rosarivo, il quale si è sbagliato a proposito del punto vivo e ha cerchiato il **6**, che non c'entra niente). Anche qui, se fate un po' di conti, scoprite che i metodi vanno d'amore e d'accordo per il rapporto "due terzi": non solo, ma il calcolo si semplifica enormemente se dividete in "moduli" l'intera ***pagina***, come mostrato in ***Figura 5***: la pagina viene divisa in **81** (novepernove) moduli e vi ritrovate i bianchi già proporzionati.

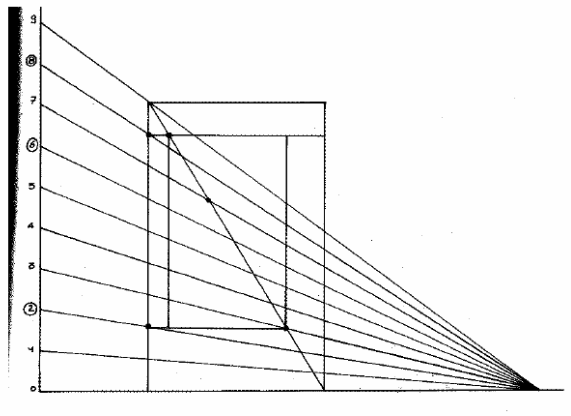


Figura 5 - Il "Modulo 9" di Rosarivo

[10] Non ve lo spieghiamo, lo abbiamo già fatto due volte parlando di origami. Approfittiamo di questa nota però per dirvi che qui i calcoli si fanno al *decimo di millimetro*, e alla fine si arrotonda al *millimetro* più vicino.

"...ma allora a cosa serve?" Semplice: Rosarivo non si è fermato qui, e ha sperimentato anche con moduli aventi diverse divisioni: **6** (terrificante...), **10** (con il quale può giocare chiunque abbia il package *Octavo* di TEX) o **12** (abbastanza piacevole, anche se dopo giochini del genere sembra ci sia troppo "grigio"). Tschichold, al quale evidentemente non piaceva la costruzione modulare di Rosarivo, ha continuato a lavorare con "il suo metodo"; non solo ma, girando per le biblioteche con il metro in tasca, ha anche trovato alcuni casi in cui erano stati effettivamente applicati dei "moduli" compatibili con le sue costruzioni: ve li forniamo nelle ***Figure*** da ***7*** a ***9***: il primo punto calcolato (angolo alto interno del grigio tipografico) viene indicato in rosso; successivamente si calcolano gli altri angoli del grigio, qui indicati in verde. In blu, infine, il *point riche* (che, a quanto pare, a Tschichold piaceva poco... lui non lo calcola quasi mai).

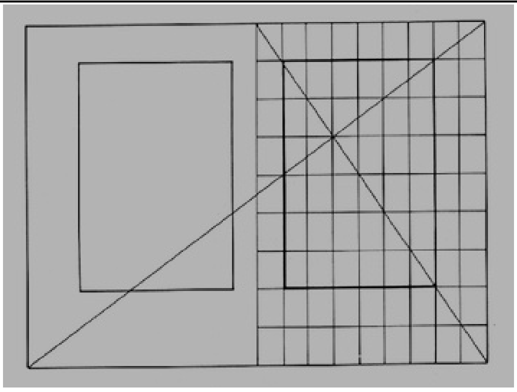


Figura 6 - Il "Modulo Rosarivo" secondo Tschichold

Se volete giocherellare con questi metodi, vi conviene fare i conti prima (al decimo, arrotondate alla fine) e definire poi i margini opportuni in un word processor di vostra scelta: il consiglio è di lavorare sulla pagina singola e poi (in fase di stampa) stampare due pagine per ogni *folio*.

Insomma, come diceva Groucho Marx, "Questi sono i miei principi. E se non vi piacciono, ne ho degli altri".

Su questa Terra si hanno poche certezze, ma una di queste è che se un signore con un nome tedesco e un altro con un nome spagnolo in qualche campo la fanno da padroni, i tizi che stanno in mezzo non saranno d'accordo. E infatti i francesi hanno deciso di fare a modo loro. Ridefinendo tutto, compreso qualche termine tecnico. Li manteniamo in francese, giusto per sfoggiare le nostre conoscenze linguistiche.

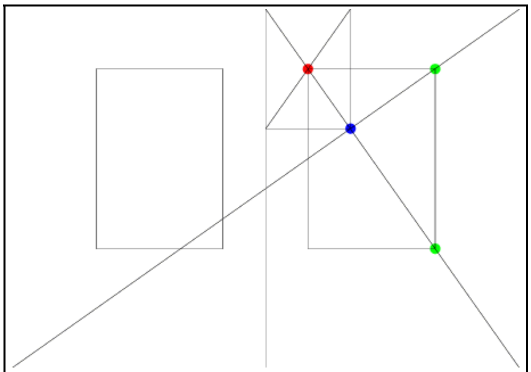


Figura 7 - Divisione di Marcus Vincentinus

Il "sistema" è detto *Canon des ateliers*, la larghezza del grigio tipografico è detta *justification* ed è variabile: **2/3** della larghezza del foglio nella versione *de luxe*, mentre vale **3/4** nella versione *courante*. Quello che avanza è il *blanc à repartir*, che deve essere diviso tra i diversi *blancs* secondo le proporzioni **4/10**, **5/10**, **6/10**, **7/10** rispettivamente per i *blanc de petit fond, blanc de tête*, *blanc de grand fond* e *blanc de pied*. A noi *[Leggasi "Rudy" (AR & PRS)]* piace moltissimo, anche perché non è legato alla dimensione del *folio* e quindi permette ampie sperimentazioni; non solo, ma la versione *courante* non ci fa neanche sentire troppo in colpa per lo spreco di carta.

Va detto che un francese ha cercato una generalizzazione ulteriore, cercando delle regole base "alla Rosarivo": infatti ***Olivier Randier*** ha deciso che data una pagina di larghezza ***X*** e altezza ***Y***, se ***n*** e ***v*** sono due parametri, si ha:

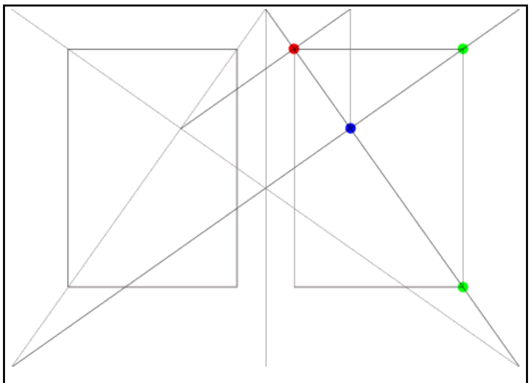


Figura 8 - Divisione di Villard de Honnecourt

Blanc de tête = Y / n.

Blanc de pied = v • Y / n.

Petit fond = X / n.

Grand fond = v • X / n.

Ci sarebbe da citare di nuovo Groucho Marx, ma è interessante notare che per ***v*=2** e ***n*=9** ottenete la divisione di Honnecourt; non solo, ma Randier ha anche fatto esperimenti con valori di ***v*** dipendenti dalla dimensione pagina; ad esempio, pare che ***v=X/Y*** dia degli ottimi risultati (per citare la nostra sorgente francese) "*même en A4!*".

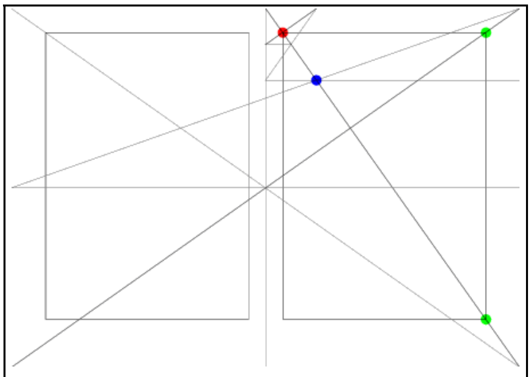
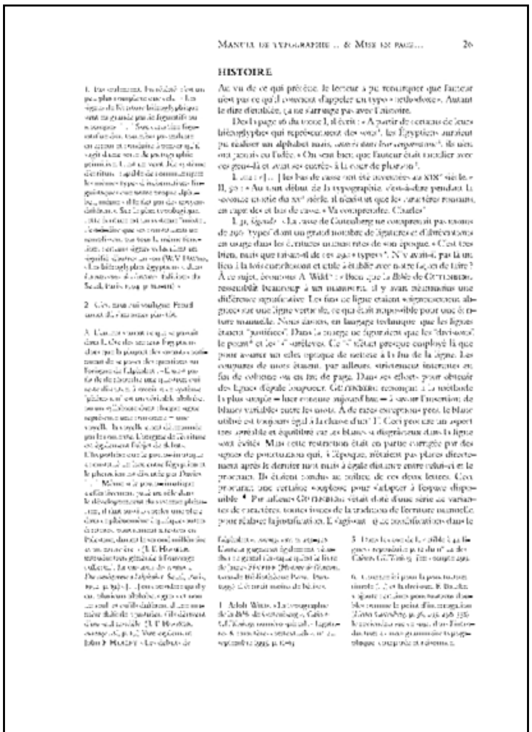


Figura 9 - Divisione Jacopina

Secondo Rudy, qui sarebbe più da citare Asterix, con "*Ils sont fous, ces Galois*"; infatti, dopo tutte queste prediche sulla bella paginazione, guardate in ***Figura 10*** cosa riescono a combinare con le note di un testo... "Beh, il tipo che lo ha scritto non avrà letto niente di 'sta roba..." Peccato che la pubblicazione dalla quale l'ho preso si intitoli "*Manuel de Typographie & Mise en Page*"...



HISTOIRE

Figura 10 - Meglio di no...

Quando avete finito di ridere, provate a pensare come si possa ottenere una cosa del genere con un word processor di quelli normalmente in uso: noi non abbiamo trovato il modo, ma la cosa potrebbe essere di una certa utilità: mettere l'argomento del paragrafo di fianco al paragrafo, magari in grassetto, in uno stile "tutto suo", e che "salti" automaticamente all'esterno in funzione della pagina pari o dispari...

Beh, finiamola di sognare.

Avanziamo la congettura che questo stile sia stato inventato dai francesi: siamo riusciti a trovare un'immagine delle *Decretali in cui* per ogni pagina, il testo è il *rettangolino piccolo al centro*; tutto attorno, "alla francese", le note, e sui bordi, *le note alle note*. Non ci pronunciamo sul religioso, ma ci sentiamo di citare Rabelais in merito, quantomeno per quanto concerne l'impaginazione. Doc, logicamente, sta meditandone l'applicazione alle kilometriche note a pié pagina dei Compleanni...

Sulla gestione delle colonne multiple, nella speranza che Paolo non sia arrivato sin qui a leggere, ci limitiamo a citare le nostre fonti francesi: *"Les documents en deux colonnes conviennent bien aux rapports, compte-rendu,* ***notices techniques****, mais ils offrent peu de possibilités de mise en page..."* e, in effetti, far stare immagini o formule è quasi impossibile. Comunque, sembra appurato che il bianco in mezzo debba essere delle dimensioni del "*petit fond*".

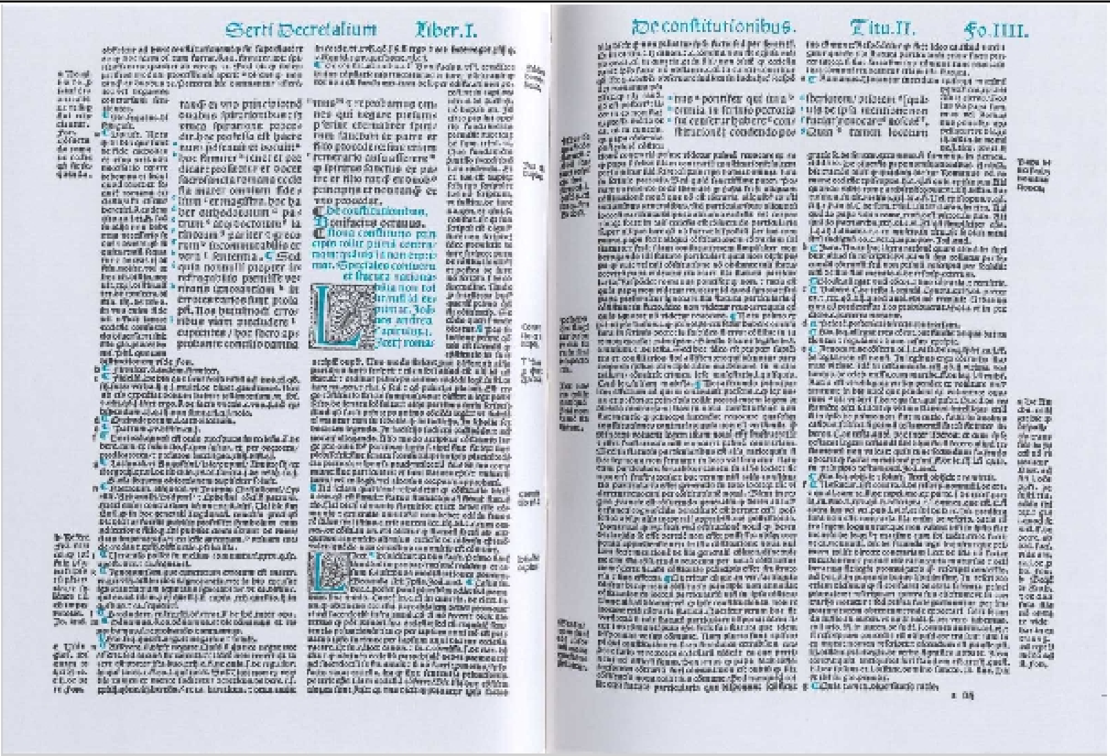


Figura 11 - Le Decretali pubblicate da Simon Vincent a Lyon nel 1528

Non siamo sicuri che si sia notato, ma di *formati di carta* abbiamo parlato piuttosto poco. Il che dovrebbe avervi fatto capire che anche qui la confusione è notevole; qui, comunque, siamo fieri di annunciare la *Congettura di Rudy*, che suona più o meno come "Se devi leggere, meglio lunga e stretta; se devi scrivere, meglio larga e bassa[11]".

Qui, da padroni la fanno gli inglesi: infatti, se notate, la maggior parte delle misure sono forniti in pollici: ve ne forniamo qualcuna in ***Tabella 1***, dove le prime due colonne sono la larghezza e l'altezza in millimetri (approssimata come indicata precedentemente), la "Foliatura" rappresenta quanti "ve ne stanno" su un A4 e nell'ultima colonna indichiamo il nome originale: in alcuni casi, quando qui trovate semplicemente dei numeri, trattasi della misura in pollici (per cui gli standard consigliano l'utilizzo del valore **2,54** per la conversione in centimetri e, alla fine, l'arrotondamento). Ordunque, tredici formati, moltiplicati i due canoni degli ateliers, più qualche prova con le divisioni di Rosarivo... Direi che avete da fare esperimenti per qualche week-end di pioggia.

Vero, gli esperimenti... Con cosa proviamo?

Prima disegnatevi gli opportuni templates con il vostro editor preferito, quindi il mio consiglio è di buttarci dentro qualche libro (di letteratura) che vi interessi: in rete se ne trovano un'infinità, in formato testo o RTF (consigliato il secondo, si fatica meno). Per dare la prima sgrossata ai vari casi (alcuni sono veramente orribili), meglio lavorare con

[11] Dal che si deduce che oltre a rilegare libri si sta anche costruendo dei quaderni... *[Neanche il tempo di formulare una congettura che vengo subito smentito: il mio Moleskine è 13 x 21, con una proporzione tra i lati che dovrebbe ricordarvi qualcosa…(RdA)]*

quelli che oggi si chiamano (bruttissimo nome) "dummy text"; noi preferiamo ampiamente il vecchio nome e quindi li chiamiamo "lorem" (invariabile: un lorem, due lorem) o "Lipsum" (e qui abbiamo dei dubbi: dovrebbero essere due lipsi, due lipsa o due lipsum?); e anche qui, la storia è lunga...

Il testo che si usa "buttare dentro" comincia con "*Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipisicing elit,...*" e poi continua nei modi più strani; la ricerca in rete delle prime tre parole dovrebbe fornirvi una quantità di riferimenti (ivi incluso l'originale e le leggende collegate), quindi non stiamo a commentare; ci limitiamo a raccomandarvi una certa attenzione, in quanto in rete ne circolano alcuni che, assieme a parole senza senso (come dovrebbero essere "verso la fine"), inseriscono turpiloqui piuttosto imbarazzanti o altre frasi; Rudy si è particolarmente affezionato ad uno che verso i tre quarti contiene la frase "I'm wondering if someone will ever read until here". Quindi, attenti. Comunque, un quinterno stampato con questa roba vi darà un'idea ragionevole del risultato finale.

Largh.	**Alt.**	**Foliatura**	**Nome**
111	178	2	Metric Paperback "A"
129	198	2	Metric Paperback "B"
189	246	1	Metric Crown Quarto
123	189	2	Metric Crown Octavo
201	258	1	Metric Large Crown Quarto
129	201	2	Metric Large Crown Octavo
219	276	1	Metric Demy Quarto
138	216	2	Metric Demy Octavo
102	140	4	4 x 5 1/2
108	184	2	4 1/4 x 7 1/4
127	178	2	5 x 7
108	137	4	4 1/4 x 5 3/8
140	178	2	5 1/2 x 7

Tabella 1 - Sono Pazzi Questi Britanni

Dal punto di vista dei quaderni, in cui è un afictionado del piccolo formato, Rudy sta sperimentando con successo il **5x7**, che considera ottimale anche per la stampa dei foglietti di appunti "presi a macchina", mentre per quanto riguarda i libri ha qualche dubbio: il "Metric Paperback 'A'" (che secondo lui è il formato dei primi *Penguin*) è ottimo per i libri con meno di duecento pagine. mentre per quelli "tosti" (sta cercando di rilegare tutto Sherlock Holmes in volume unico...) preferisce qualcosa di più largo.

Riteniamo, con questo, di avervi fornito sufficiente materiale per avanzare proposte sulla *mise en page* della rivista; promettiamo che, se ci mandate qualcosa, proveremo a generarne un'esemplare, Rudy si impegna a rilegarlo e, se il risultato sarà sufficietemente disgustoso, lo invieremo all'inventore con dedica.

In merito, ci sarebbe da parlare della dimensione del carattere di stampa in rapporto alla larghezza del grigio... Ma questo era nel primo capitolo.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms