Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 061 - Febbraio- Anno Sesto

1. Le parole per dirlo

«È fredda e bellissima. Preferirei di gran lunga averne la punta lontana dalla mia gola, ma sta proprio qui, appoggiata sul mio pomo d'Adamo, e l'unica consolazione che ho è quella di notarne la fattura finissima. Una sciabola di Toledo stupenda, certosinamente istoriata, dalla lama larga e eccezionalmente ricurva. Riconosco nella sua stessa fattura le tre culture toledane: la moresca, nel darle forma non dissimile da quelle brandite dai seguaci del Saladino; la giudea, nella perfezione cesellata dei dettagli e degli ornamenti, e la cristiana, nella spietata affilatura dell'acciaio. Qualcuno dice che artigiani del remoto Cipango riescano a creare lame ancora più resistenti e leggere, ma io ne dubito, e riservo il sommo rispetto a questo ferro che mi accarezza la gola. Non che la mia sia da meno, del resto: è un fioretto fedele e maneggevole, ma io l'ho colpevolmente lasciato a quasi un metro di distanza dalla mia mano destra.

Il proprietario della lama di Toledo sembra fatto solo di occhi e baffi: nient'altro riesco a vedere del suo volto, nascosto dalla cappa e dall'ombra, nella luce fioca di questa locanda di Segovia. Un maledetto portoghese, di

> *sicuro. Uno sgherro della fetente corte di Lisbona, che non ha ancora spinto più a fondo l'acciaio solo per paura del chiasso; vuole avere tutto il tempo, tutto il silenzio, tutta la calma necessari per sfilarmi il cuore dal petto, e dal giustacuore le carte.*
>
> *Devo scappare. Non ho via di fuga, eppure devo scappare. Non c'è trattato di Tordesillas che tenga, con gli sgherri che inquinano la foce del Tago. Fra' Isidro me lo aveva detto, nella cappella della chiesa di Sant'Iago (che Dio l'abbia in gloria), che erano già sulle mie tracce; dovevo prestare più attenzione alle sue sagge parole… ma non si può mai dire. In fondo, potrebbe essere stato proprio lui, a mandare il baffuto spadaccino in questa topaia, per giocare come un barbiere con il mio collo. Era l'unico a sapere che sarei venuto qui.*
>
> *Basta adesso. Non posso scappare, se prima non infilzo questo villano come un tordo. Altri gli guarderanno le spalle, ma Miguel de la Huelva, hidalgo di Leon y Mancha, non si lascia sorprendere più di una volta. Pensa di avermi in pugno, lo vedo. Sorride contento e sicuro, e la sicumera è cattiva consigliera. Forse, se mi mostro spaventato… se anziché cercare di recuperare il fioretto mi mostro vile e timoroso, allontanandomi dalla mia arma… così: ecco, vedi? Sorride ancora di più, l'idiota. Riesco quasi a vedere persino le sue guance butterate dal vaiolo, adesso. Ancora pochi passi, forse solo un paio… verso il camino grande, dove la puzza della pelle bruciata dei polli vola fuori attraverso la cappa. Soprattutto, verso quello spiedo che sostiene i pollastri. Non sarà maneggevole come la sua bella sciabola, non ne dubito, e nemmeno leggero come il mio fioretto: ma mi piacerebbe davvero mettere questo grosso gallinaccio a far compagnia a quei suoi due compari che si arrostiscono. Devo solo fare ancora un passo, mostrarmi solo un poco più inetto e disperato, fino a leggere nei suoi occhi l'arroganza del vincitore. Quando penserà di avermi del tutto in suo potere, allora, proprio allora, sarà definitivamente perduto. Ci siamo quasi, ecco: ride, il cretino. Ha una risata grassa e idiota, e fastidiosa. Ride forte, e sfotte. E lo vedo bene, adesso… vedo il suo tricipite meno teso, vedo il suo deltoide rilassato, e la bella lama di Toledo che fa un angolo ormai troppo stretto col suo gomito. Sei perduto, portoghese… lo spiedo ti entrerà nell'orbita destra e poi nel cervello prima ancora che l'eco della tua risata si spenga.*
>
> *Adesso!* »

Se siete curiosi di sapere quali carte porti nel giustacuore Manuel de la Huelva, o anche solo se sia riuscito o meno ad infilzare come un pollo il perfido portoghese, vi autorizziamo ad inventare un seguito della storia: a noi, quest'ambientazione "cappa e spada", serve solo per esortarvi ad acquistare un dizionario etimologico.

Le parole sono importanti, sempre. E quasi sempre si portano appresso delle storie affascinanti, da far invidia ai maggiori scrittori di best seller. Nell'ipotetico episodio della vita del nostro hidalgo, ci sono delle parole che hanno un'evidente radice comune: la radice è quella della parola latina "caput", e le parole derivate sono facilmente riconoscibili. Prima fra tutte la "cappa", che abbiamo appena ricordato insieme all'inseparabile spada. È il mantello destinato a coprire (anche) la testa, e la discendenza da "caput" è evidente; altrettanto evidenti sono altri derivati quali cappuccio e cappello[1]. E la "cappa" del camino è la prima immediata estensione di significato: anche se ha un compito ben diverso da quello di riparare dalle

[1] Per "capelli", "cappio", "cappuccino", "capire", vi lasciamo la gioia della verifica o della smentita: abbiamo consigliato l'acquisto di un dizionario, non abbiamo detto di volervelo leggere tutto.

intemperie, la somiglianza con un cappuccio parla da sola. Meno evidente, e perciò più sorprendente, è riconoscere la medesima radice nel verbo "scappare". La "s" iniziale ha valenza ablativa, e intende "togliere" qualcosa: e se ci ritrovasse nell'esigenza di fuggire a gambe levate mentre si è ben intabarrati in un mantello, non è difficile capire che la prima cosa che si deve fare è proprio quella di liberarsi dell'impaccio. Via la cappa, subito: si "scappa" molto meglio. La sorpresa vera è però nascosta nella "cappella" della chiesa di fra' Isidro; non si vede affatto, almeno a prima vista, nessuna parentela tra le componenti architettoniche ecclesiastiche e la testa, o i mantelli: eppure, relazione c'è.

Carlo Magno, religiosissimo imperatore fondatore del Sacro Romano Impero, era cattolico e franco; e tra l'ottavo e il nono secolo, le competenze religiose e quelle politiche erano estremamente vicine, quando non semplicemente coincidenti. Carlo nominava i suoi vescovi, e teneva in gran conto la morale religiosa di tutti i suoi sudditi: inoltre, era franco, quando essere franchi significava ancora sia essere francesi che essere tedeschi, e non a caso in questi giorni di rinnovata unità europea la figura dell'imperatore è rivisitata come quello del "primo europeo". Dal punto di vista del cristianesimo, però, i Franchi non avevano una grandissima tradizione: quantomeno non paragonabile a quella di Roma o della Terrasanta. Il più famoso santo cristiano di origine francese era allora San Martino di Tours: quello che ha dato il nome all' "Estate di San Martino": gli americani la chiamano più laicamente "estate indiana", ma il fenomeno meteorologico è lo stesso, quello relativo ad alcuni giorni un po' più caldi nel bel mezzo dell'autunno boreale. La tradizione cristiana vuole che l'evento sia la ricompensa divina e miracolosa proprio alla generosità di San Martino, che donò a un povero mendicante semiassiderato metà del suo mantello. Questo mezzo mantello era considerato da Carlo Magno e dai suoi sudditi la reliquia più santa e più rappresentativa della cristianità franca, e per questo il re volle che fosse perfettamente protetto e conservato. Fece costruire uno scrigno apposito e nominò un gruppo di funzionari incaricati di sorvegliarlo costantemente. Il mantello di San Martino era pur sempre una "cappa", e "cappella" fu chiamato lo scrigno: poi, per traslazioni e estensioni, i sorveglianti divennero "cappellani", e il luogo dove più frequentemente si trovavano scrigno e cappellani nuovamente "cappella"; fino a trasmettere il significato a tutti quei luoghi delle chiese dedicati a specifiche funzioni di conservazione delle reliquie[2].

Se le parole sono importanti, a fortiori è importante il linguaggio: quando Galileo osservò che la natura è scritta in "caratteri matematici", fece probabilmente l'osservazione metodologica più importante della scienza moderna. Gran parte del suo contributo scientifico risiede in quella meravigliata osservazione: quando si affrontano per la prima volta gli studi di fisica classica si resta talvolta perplessi, perché i testi sottolineano l'importanza del Galilei ma, di fatto, sono poi pieni zeppi delle formule di Newton; c'è il rischio che gli studenti italiani giungano alla conclusione che il contributo di Galileo sia amplificato nei libri di scuola per rendere merito più alla sua nazionalità che alla sua scienza.

Non è così: se Newton è il più prolifico cantore della scienza dei suoi tempi, Galileo resta colui che ha fornito a Newton il linguaggio per i suoi canti. E vale la pena di riconsiderare alcuni dei pionieristici approcci del pisano alla nuova scienza. Galileo doveva combattere contro lo status quo stabilito dall'autorità aristotelica, ed è leggendario il metodo che intraprese per farlo: se Aristotele afferma che i gravi cadono con velocità in ragione del proprio peso, Galileo si arrampica sulla Torre di

[2] Dobbiamo questa affascinante etimologia, del resto opportunamente verificata su un autorevole dizionario etimologico (Cortellazzo-Zolli, Zanichelli), ad una delle nostre trasmissioni radiofoniche preferite: "Alle Otto della Sera", RadioDue. Vi si parlava di Carlo Magno, giustappunto.

Pisa e lascia cadere due "corpi densi" di peso diverso, e osserva che, invece, arrivano simultaneamente al suolo. Sono molte le "piccole rivoluzioni" nascoste in un gesto del genere, e conta davvero poco se il fatto sia accaduto davvero o no: forse la leggenda ha inserito elementi scenografici, forse non c'era pubblico, e forse Galileo non si è neppure mai arrampicato sulla torre pendente; ma l'importanza dell'evento permane, e, permane in maniera forte e decisa. Innalzare il concetto di "esperimento" ad un rango maggiore di quello della dialettica filosofica è il passo essenziale: possiamo ragionare quanto vogliamo sul concetto di grave[3], ma se le conclusioni sono smentite dalla realtà, tutto il dotto ragionamento filosofico ha il valore di un torsolo di mela.

Quello che Galileo sta cercando di dimostrare è che occorre un cambio di linguaggio: non è solo per puntiglio che lotta contro la logica dell' "Ipse dixit", non per il semplice desiderio di contraddire il filosofo per eccellenza: se sapesse, adesso, che la maggior parte degli studenti sono convinti che la sua tesi sulla caduta dei gravi sia corretta, sarebbe certo soddisfatto: ma se venisse a sapere che ci credono (come di fatto spesso accade) perché "l'ha detto Galileo", probabilmente tenterebbe la resurrezione solo per poter ripetere il celebre esperimento della torre con quegli studenti nel ruolo dei gravi. Esiste una buona maniera per convincersi di questo, ed è quella di andare a leggere con quale forza Galileo riesca a mostrare l'inevitabilità dell'indipendenza dal peso usando solo le parole, e non i fatti. È un esempio celebre, anche perché è quasi uno dei primi esempi di "esperimento ideale": parafrasando liberamente le sue parole, ecco quello che dice:

> *Se la velocità della caduta di un corpo dipende dal peso, avremo che lasciando cadere un corpo questo arriverà a toccare il suolo in un certo tempo, mentre se lasciamo cadere un altro corpo più pesante questo toccherà terra in un tempo minore del primo. Prendiamo allora un filo di peso trascurabile, ma ben resistente, e leghiamo insieme i due corpi. Il primo, più leggero, tenderà a cadere con il suo proprio tempo, ma sarà accelerato nella caduta dal corpo più pesante che naturalmente tende a cadere in maniera più rapida: in maniera del tutto corrispondente, il corpo più pesante sarà rallentato dall'impiccio che gli provoca l'essere vincolato al più lento corpo leggero. È quindi evidente che i due corpi legati insieme arriveranno a terra in un tempo intermedio: tempo che sarà più rapido del tempo di caduta del solo corpo leggero, ma più lento di quello del solo corpo pesante. Se ora consideriamo un terzo corpo più pesante degli altri due, anzi, tale che il peso sia proprio pari alla somma dei due corpi iniziali, per le stesse considerazioni dovremmo aspettarci che cada in un tempo ancora minore del corpo che prima chiamavamo "pesante", proprio in ragione del suo ancor maggior peso. Ma questo terzo corpo non abbiamo bisogno di andare a cercarlo lontano: è esattamente il corpo che è stato creato nel momento in cui si sono legati insieme il primo e il secondo corpo: quindi questo terzo corpo dovrebbe, ad un tempo, cadere in un tempo più lento e in un tempo più lungo di quello impiegato dal grave più pesante della coppia iniziale. Ed è cosa ovviamente impossibile.*

[3] Sempre per giocare con le parole: la parola "gravitazione" è palesemente derivata dalla parola "grave", e quasi tutti i testi elementari di fisica hanno un capitolo che si intitola "la caduta dei gravi", o qualcosa di simile. E' un residuo aristotelico: sono ben poche le interazioni che hanno un maggior grado di universalità della gravitazione, eppure "grave" significa "corpo pesante", non semplicemente "corpo dotato di massa". Questo perché la fisica aristotelica distingueva tra i corpi "naturalmente gravi", quelli che in assenza di vincolo tendevano a muoversi verso il basso, e i "naturalmente lievi", quelli che, come il fumo e le fiamme, tendevano in natura a muoversi verso l'alto. Adesso sappiamo bene che anche il fumo e le fiamme sono soggette alla forza di gravità al pari delle palle di cannone, eppure la parola che designa il fenomeno ha in sé questa matrice storicamente riduttiva. Newton ha poi liberato il concetto dalla servitù etimologica con l'aggiunta dell'aggettivo "universale", anche se la parola è stata inserita per motivazioni diverse.

Ci piacerebbe davvero poter vedere il pisano mentre espone questi argomenti allo stagirita: il vecchio Aristotele viene spesso maltrattato nei testi scientifici, ma era affascinato dalla logica; abbiamo la convinzione che un ragionamento così lineare e inoppugnabile (e dal sapore così fortemente "greco") lo avrebbe certo persuaso. Forse non bastava contro coloro che, ancora nel sedicesimo secolo, si appellavano all'autorità del sommo greco per rigettare con fervore religioso qualsiasi argomentazione contraria, ma certamente Aristotele non avrebbe avuto dubbi nel riconoscersi dialetticamente sconfitto. Nonostante abbia a disposizione una tale forza argomentativa, Galileo continua ad esortarci soprattutto ad "osservare la natura", perché sente l'esigenza di cambiare linguaggio e metodo; non gli era sufficiente trovare le parole "aristoteliche" che avrebbero convinto lo stesso Aristotele. Continuando con i paradossi e gli anacronismi, immaginiamoci che, dopo la conversione al galileianesimo del filosofo di Stagira, i due avessero deciso di organizzare davvero l'esperimento, mandando un garzone sulla torre a gettare i famosi due gravi di peso diverso. E immaginiamoci anche che, per assurdo e pur togliendo tutte le complicazioni al contorno, l'esperimento avesse mostrato in maniera incontrovertibile che i due gravi cadono invece con velocità diversa, con il più pesante che arriva regolarmente e proporzionalmente per primo sul terreno. La sensazione che abbiamo è che Aristotele avrebbe probabilmente continuato a considerare giusto il ragionamento galileiano, e avrebbe cercato qualche ulteriore complicazione logica per spiegare il comportamento "irrazionale" della caduta dei gravi, mentre il pisano avrebbe quasi certamente accusato il colpo, ma sarebbe certo passato oltre, prendendo per buono quel che gli diceva l'osservazione e gettando alle ortiche la sua elegante dimostrazione logica.

Sono, inutile sottolinearlo, pure e gratuite illazioni: e non ci è neppure dato sapere se Galileo abbia prima trovato nella sua testa l'argomentazione teorica e sia poi passato alla verifica sperimentale, o se invece sia rimasto convinto dell'inevitabile verità delle osservazioni, e abbia poi cercato per esse una giustificazione logica e dialettica. Sarebbe interessante scoprirlo, e forse una indagine storica accompagnata da una lettura accurata dei testi galileiani potrebbe sciogliere il mistero: l'interazione tra osservazione e intuizione è del resto un processo che continua ancora e sempre, ad ogni progresso della fisica[4]. Ma ciò non significa affatto che l'alleanza sia sempre placida e tranquilla come un matrimonio di vecchi coniugi arrivati alle nozze di diamante: se la matematica è davvero il "linguaggio" nel quale si esprime la natura,

---

[4] Coincidenza ha voluto che, mentre scrivevamo queste righe, un vecchio amico, compagno di studi e RMer della prima ora (non ha allonimo, ma se lo chiamiamo **Sir Albert** si riconoscerà di sicuro) ci abbia mandato un articolo nel quale questo eterno armonizzarsi tra teoria ed esperimento sono ben commentati da Enrico Fermi: l'articolo, intitolato "Turning Points" è apparso su uno degli ultimi numeri di Nature, ed è firmato da Freeman Dyson. Il grande fisico americano ricorda che, ancora giovane professore a Cornell, ebbe con il suo staff un buon successo nell'utilizzo dell'elettrodinamica quantistica (QED) nella giustificazione di alcuni processi atomici sperimentati in laboratorio. Sulle ali dell'entusiasmo, procedettero allora a verificare i dati dello scattering mesone-protone utilizzando la teoria del "mesone pseudoscalare". A causa delle elevate energie in gioco, dovettero inserire alcuni parametri correttivi (in pratica, dei parametri di "cut-off", ovvero che "tagliano via" una parte – quella divergente – dell'apparato matematico: come i fisici delle alte energie ben sanno, il problema principale del loro campo di studi è che "non converge un accidente"), ma ottennero così facendo un buon accordo tra teoria e dati sperimentali. Dyson andò quindi orgogliosamente a Chicago per mostrare i suoi risultati a Fermi, che però assunse un atteggiamento assai scettico, sfogliando appena la relazione e i grafici. Quando il perplesso Dyson chiese spiegazioni, Fermi disse che c'erano solo due modi per applicare la matematica alla fisica teorica: il primo, quello che lui stesso preferiva, consisteva nell'avere una chiara idea del processo fisico che si intendeva formalizzare; l'altro era quello di sviluppare ulteriormente un già solido e autoconsistente formalismo matematico. Chiese infine a Dyson quanti parametri arbitrari avesse dovuto introdurre nella sua analisi, e Dyson rispose che aveva introdotto quattro parametri di cut-off. A quel punto, Fermi citò una frase di Von Neumann, suo amico personale: "Con quattro parametri posso giustificare un elefante: con cinque riesco a fargli ballare la giga". Dyson termina l'articolo definendosi "eternamente grato" a Fermi per averlo disilluso in tempo, salvando lui e la sua squadra da una verosimilmente lunga perdita di tempo. La teoria del mesone pseudoscalare, inutile a dirsi, non ha mai funzionato.

sorge immediatamente il problema di capire cosa sia davvero la matematica; e quali, tra le "matematiche" possibili, siano autorizzate ad essere elette a vero "linguaggio naturale".

Di primo acchito, la presenza di difficoltà nel "coniugare" la fisica in termini matematici sembra del tutto naturale: si alzano gli occhi cielo, si nota che è di un bel colore azzurro, e ci si chiede se possa mai esserci una formula matematica in grado di spiegarlo. In questo esempio la formula esiste, e la cosa rallegra: ma non stupirebbe più di tanto se qualche evento naturale risultasse invece ancora non formalizzato, o del tutto non formalizzabile. È un po' più sorprendente il contrario, invece: l'esistenza di apparati matematici che riescono a spiegare intere classi di fenomeni fisici, ma puntando l'attenzione su oggetti la cui interpretazione fisica non è ancora chiara. Non è un evento così raro: la madre di tutte le variabili della meccanica quantistica, la "psi", aveva già una bella letteratura alle spalle, quando la maggior parte dei fisici decise di adottare per lei l'interpretazione[5] proposta da Max Born; anche se c'erano ancora fior di scienziati che pensavano fosse sbagliata: e la cosa non può dirsi risolta fino in fondo neanche oggi.

Il problema è quanto mai aperto ai giorni nostri, quando la "verifica sperimentale" è terribilmente complessa se non semplicemente impossibile. La teoria delle super-stringhe si sente autorizzata a far uso di tecniche matematiche che contano le dimensioni a dozzine, ma la verifica sperimentale è sostanzialmente irraggiungibile: la cosmologia estende le sue indagini a minime frazioni di secondo dopo il big bang, per quanto la caratteristica essenziale di questa scienza sia proprio quella di avere come oggetto di studio l'universo, che proprio per la sua unicità (senza considerare le sue dimensioni) è abbastanza complesso da riprodurre in laboratorio. La domanda torna pertanto con urgenza particolare: è sufficiente la matematica a giustificare una teoria fisica, se questa non può essere corroborata dall'esperimento? Ha davvero senso parlare di "teoria fisica", quando la verifica non è attuabile? E, vista la complessità e varietà della matematica, ogni parte di essa è davvero un linguaggio ammissibile nella fisica?

Si potrebbe voler essere ottimisti: sono innumerevoli i casi in cui sviluppi matematici apparentemente del tutto slegati da qualsiasi applicazione sono poi risultati autentici passaporti verso nuove teorie fisiche: il caso più eclatante e famoso è forse quello della teoria dei gruppi. Questo però non garantisce che qualsiasi sistema matematico autoconsistente abbia davvero diritto di applicazione nel mondo fisico. A voler tirare per i capelli la metafora galileiana della matematica come linguaggio della natura, potremmo dire che i matematici usano il loro linguaggio come i poeti, dovendo rendere conto a loro stessi solo del rispetto della grammatica e della sintassi del linguaggio stesso: una volta che questo vincolo è rispettato, le loro composizioni potranno essere più o meno belle, più o meno promettenti, in funzione dell'abilità del poeta. I fisici invece usano le stesse parole, la stessa lingua, per raccontare i fatti del mondo: se i matematici sono poeti, i fisici sono cronisti che devono rispettare rigorosamente anche le regole proprie della narrazione e del racconto: non avessero una lingua per scrivere i loro pezzi, sarebbero perduti, e per questo i fisici sono ancora stupefatti e grati alla matematica che gli fornisce "le parole per dirlo"; ma se il poeta può certo vedere gelide fiamme e stelle danzanti nei mille occhi della sua

[5] La "psi" (Ψ) è una funzione d'onda di variabile complessa: secondo Born, il suo modulo quadro rappresenta la densità di probabilità di posizione della particella. La parola "probabilità" inserita in una funzione di importanza capitale nella MQ non imbarazzava grandi fisici come Niels Bohr, ad esempio, ma ne sconvolgeva anche di grandissimi, come Albert Einstein: la citazione forse più famosa di tutta la fisica moderna, la sua "Dio non gioca a dadi", è un commento del papà della Relatività su argomentazioni di questa natura. Per capire come la pensino adesso i fisici, si può riportare la famosa risposta di Stephen Hawking: "Non solo Dio gioca a dadi, ma ogni tanto li getta in posti dove non possono essere visti".

amata, il cronista deve rimanere legato alla stessa piacevole lingua per descrivere solo normali occhi castani con rare pagliuzze verdi, e che non siano più di due, per favore. E potrebbe anche accadere che uno di questi cronisti, un bel giorno, se ne esca fuori con l'affermazione che utilizzando una nuova parte del "linguaggio" (che so, il francese al posto dell'italiano), riuscirebbe meglio a svolgere il suo lavoro; e allo stesso tempo molti suoi colleghi insorgerebbero scandalizzati, dichiarando che il francese non è una lingua autorizzata, non è stata mai usata, e mai si adatterà al duro lavoro del cronista.

La seconda metà dell'Ottocento è il momento in cui la fisica classica gode del suo massimo splendore: è il periodo in cui Maxwell formalizza con suprema eleganza l'elettromagnetismo, il periodo in cui anche l'ostica termodinamica sembra essere perfettamente controllata dai fisici teorici e dalla loro matematica; è un periodo che sarà poi seguito da un trentennio violento quanto un terremoto, quello che va dal 1900 al 1930, in cui nasceranno e trionferanno le due teorie matrici di tutta la fisica del ventesimo secolo, la Relatività e i Quanti. Forse proprio per questa immagine, spesso reiterata nei testi, di "quiete prima della tempesta", si tende ad immaginare la fisica del diciannovesimo secolo come una fervente e armonica arcadia tranquilla e produttiva. Ma se produttività certo c'era, la quiete era assolutamente un'utopia.

Nessuna rivoluzione arriva dall'oggi al domani. Ciò che con effetto dirompente lacerò l'edificio della fisica classica a partire dal 1900 aveva già lasciato molti segni di sé negli anni precedenti: in fondo, le equazioni di Maxwell dominavano perfettamente l'elettromagnetismo, ma ancora si ignorava cosa realmente l'elettromagnetismo fosse; la termodinamica aveva introdotto principi nuovi e relativamente insoliti, come l'entropia[6], ma il Secondo Principio della Termodinamica continuava ad esacerbare gli animi.

Se c'era una cosa di cui poteva andar fiera la fisica classica, era la riduzione di quasi ogni effetto fisico alla meccanica. Le leggi del moto, partorite da Newton e perfezionate da Lagrange, da Hamilton e da altre centinaia di studiosi, non solo mostravano di essere perfettamente formalizzabili con strumenti matematici solidi come l'analisi, ma sembravano anche essere la panacea universale del fisico: "capire un evento" voleva quasi sempre dire "ridurre il suo comportamento alle leggi della meccanica". E una delle migliori caratteristiche della meccanica consiste proprio nella sua reversibilità rispetto al tempo: la cara vecchia variabile "t" la si vedeva scorrere sempre da sinistra a destra nell'asse delle ascisse nei grafici di meccanica, ma non c'era alcun impedimento teorico a far sì che si potesse cambiare la sua direzione: il bilancio meccanico dell'evento restava possibile e plausibile, alla stessa maniera in cui si può riavvolgere all'indietro un film che mostra l'urto di due palle da biliardo: sullo schermo non si vedrebbe nulla di innaturale. I processi irreversibili fanno l'ingresso in fisica con il secondo principio della termodinamica, e il gioco di proiettare all'indietro il film dei processi fisici mostra subito che qualcosa non va: il pendolo che piano piano riduce le oscillazioni fino a fermarsi mostra un comportamento palesemente innaturale se, invertendo la direzione del tempo, lo si vede partire da fermo e pian piano cominciare a oscillare con oscillazioni sempre più ampie e decise. Non parliamo poi dell'effetto che fa vedere un grumo di cera sciolta risolidificarsi sotto forma di elegante candela.

La meccanica reversibile subisce allora un duro colpo, e i fisici devono decidere: in quale direzione occorre procedere? Ci si limita a constatare che non tutti gli eventi naturali sono reversibili, rinunciando al magico strumento della meccanica analitica, o si deve cercare una maniera più recondita per ricondurre comunque a principi

[6] Parola inventata da Clausius, nel 1846. La matrice greca indica un significato che più o meno vuol dire "diretta verso l'interno".

meccanici anche effetti palesemente non reversibili nel tempo? Per quanto questo problema sia di per sé estremamente arduo e affascinante, nella realtà di quei tempi era solo una piccola parte delle diatribe che si combattevano dalle cattedre universitarie: e Ludwig Boltzmann ne condusse una di dimensioni ciclopiche contro Ernst Mach, cercando di convincere lui e il mondo dell'esistenza degli atomi.

Ludwig Boltzmann nacque a Vienna il 20 Febbraio, martedì grasso, durante il gran ballo del Carnevale del 1844: l'istante movimentato della sua venuta alla luce fu spesso chiamato dallo stesso Boltzmann come giustificativo per l'irrequietezza che lo accompagnò per tutta la vita. Non aveva un carattere facile, era frequentissimamente soggetto ad attacchi di depressione, e la sua vita fu caratterizzata da lunghi e feroci contrasti professionali.

Boltzmann vedeva gli atomi[7], li sentiva presenti e reali, e capaci di giustificare quasi ogni difficoltà contro la quale si scontrava la fisica dei suoi tempi. Mach rifiutava l'ipotesi atomica, come la maggior parte dei fisici del suo tempo, e lo scontro fra i due assunse connotazioni spiacevoli, visto che finirono con il non potersi più sopportare, anche al di là dei rapporti professionali. È estremamente complesso cercare di ricostruire gli eventi, che finiranno poi con avere anche un esito tragicamente grave; le dispute concettuali e fisiche si alternano a concioni puramente matematiche, cui presero parte anche matematici puri quali Zermelo: e Boltzmann, per quanto indubbiamente più fisico che matematico, ribatteva agli attacchi degli specialisti con una perizia tecnica per nulla inferiore alla loro.

Quel che ci pare interessante, vista la comprovata incapacità che ci riconosciamo nel narrare le complesse vicende di quella storia e dei suoi protagonisti, è che Boltzmann fu paradossalmente stregato dalla sua stessa intenzione: il desiderio di ricondurre la teoria cinetica dei gas e la termodinamica alla meccanica, tramite l'ipotesi atomica, distruggeva comunque i vantaggi analitici della stessa visione meccanicistica, perché le quasi infinite miriadi degli atomi potevano essere affrontate solo tramite l'utilizzo della statistica, e non della meccanica reversibile. Il modello boltzmanniano della natura era fin troppo rivoluzionario: grandezze viste fino ad allora come "elementari" quali la pressione e la temperatura venivano sì ricondotte tramite l'ipotesi atomica alla pura "meccanica degli urti" delle particelle microscopiche, ma a che prezzo? Occorreva abilitare nei sacri testi di fisica anche un linguaggio per definizione impreciso come quello della statistica e del calcolo delle probabilità. All'idea di

[7] Essendo questo un pezzo che è iniziato giocando con le parole e le etimologie, non ci possiamo esimere dal notare che gli "atomi" di Boltzmann erano comunque diversi da quelli che si figurano i fisici moderni. Per Boltzmann il significato greco della parola ("indivisibile") rappresentava probabilmente bene quello che la sua mente immaginava in proposito. Adesso i fisici hanno una visione assai più complessa e strutturata dell'atomo, ed è divertente notare come una frase ormai comunissima come "struttura dell'atomo" sia, almeno dal punto di vista etimologico, una contraddizione in termini. L'atomo fa il suo ingresso in letteratura (letteratura scientifica, si intende: ma in fondo anche gli atomi di Democrito e Leucippo non si allontanano troppo dal concetto) come il più piccolo elemento della materia, il costituente iniziale ed "elementare" della stessa: una qualsiasi cosa dotata di "struttura", invece, implica altrettanto per definizione che esistano dei sottoelementi che, appunto, strutturano e compongono la cosa stessa. Ci immaginiamo (sperando di non sbagliare) che per Boltzmann la "struttura dell'atomo" fosse ancora un autentico ossimoro.

Boltzmann si ribellarono non solo gli "energetisti" come Mach e Ostwald, ma, anche se in maniera meno aggressiva, anche grandissimi teorici come Maxwell[8], che pure veniva idolatrato da Ludwig. La cosa ha ancora degli evidenti strascichi nella didattica della fisica, che infatti ha un comportamento vagamente schizofrenico quando affronta la termodinamica e la teoria cinetica dei gas: da una parte è essenziale mostrare lo sviluppo della teoria utilizzando i concetti macroscopici degli enti termodinamici, quindi si inizia inevitabilmente col fornire agli studenti la definizione dei concetti di pressione, temperatura e quantità di calore; dall'altra si devono necessariamente, e relativamente presto, introdurre principi statistici come le "probabilità di stato dei sistemi termodinamici". Anche se oggi già i bambini delle elementari conoscono le parole "atomo" e "molecola", gli studenti hanno di solito sempre un sostanzioso momento di panico quando cercano di interpretare la formula più famosa di Boltzmann sull'entropia, quella che è riportata anche sul suo monumento funebre a Vienna, a partire dalla definizione più tradizionale che recita semplicemente dS=dQ/T.

Nell'ottobre del 1906, Ludwig Boltzmann era in vacanza a Duino[9], vicino Trieste. Attese che la moglie e la figlia andassero in spiaggia, e poi si impiccò. La tradizione vuole che le ragioni del suicidio siano proprio da ricercarsi nella continua e sempiterna frustrazione professionale, nel non vedere riconosciute come valide e geniali le sue intuizioni, prima fra tutte, appunto, l'ipotesi atomica. Il gesto tragico finale lo marchia indelebilmente come martire della scienza e, purtroppo, rischia perfino di far distrarre l'attenzione dai suoi lavori, a favore della romantica ricerca di tutti gli appigli che possono servire a meglio disegnare l'immagine del genio incompreso. Il bello è che di appigli Boltzmann ne offre in quantità, a voler leggere i suoi scritti col senno di poi: una disputa del 1897 con Planck potrebbe davvero aver influenzato la scoperta, fatta solo tre anni dopo, del quanto d'azione; alcune lettere del giovane Einstein alla fidanzata Mileva Maric mostrano la forte influenza delle ipotesi di Boltzmann sul maggiore scienziato del Novecento, e si rimane effettivamente costernati nel notare che in un testo del 1903 Boltzmann tratta le coordinate spaziali e quella temporale in maniera non dissimile da quella che Einstein userà due anni dopo nella sua memoria sulla Relatività Ristretta. Il medesimo stupore si accende nel leggere dichiarazioni pronunciate dalla viva voce di Schroedinger, che afferma essere Boltzmann il fisico che maggiormente influenzò il suo approccio alla celebre equazione; sopra ogni cosa, però, appare stupefacente l'introduzione che Boltzmann fa nella sua memoria più celebre, quella del cosiddetto Teorema H, di "livelli discreti di energia" per molecole contenute in un volume definito, pubblicato addirittura già nel 1872.

La sensazione di essere di fronte ad un martire della scienza, ad un grandissimo e sfortunatissimo genio quasi misconosciuto è davvero grandissima, come è

[8] Uno dei più intriganti personaggi della fisica, secondo solo (forse) al "gatto di Schroedinger", è il "diavoletto di Maxwell", inventato dal fisico proprio per controbattere idealmente l'introduzione della statistica nella fisica. Nel rispondere all'ipotesi di Boltzmann che attribuiva ad ogni molecola una propria quantità di moto e che sosteneva che gli effetti globali del gas fossero trattabili con mezzi statistici, Maxwell rispose che in "linea di principio" era pur sempre possibile immaginare un ente (il diavoletto, appunto) che riuscisse a distinguere le molecole in funzione dell'energia, e ad indirizzarle (usualmente il diavoletto è immaginato dotato di apposita racchetta da tennis per molecole) in direzioni diverse a seconda della loro energia: questo, sempre in linea di principio, mostrava che la statistica non poteva avere in fisica la stessa dignità dei classici metodi analitici.

[9] Duino, Italia. Nel 1906, però, era territorio austriaco.

grandissima la tentazione romantica di immaginarlo disperato per la consapevolezza di essere nel giusto e nel vedersi misconosciuti i meriti professionali; quasi ucciso, insomma, da un insensibile, crudele e retrogrado ambiente accademico. Se poi si aggiunge che si uccise davvero pochissimo tempo prima che le sue teorie si mostrassero esatte, il senso della tragedia è completo.

Forse è davvero così. E se anche non lo fosse, se questa immagine romantica e drammatica potesse servire a rendere la scienza affascinante alle nuove generazioni di studenti, e a far ingrossare le fila dei futuri fisici e matematici, siamo disposti a sottoscriverla immediatamente. È anche vero però che una vera e completa biografia di Boltzmann non è stata ancora compiutamente scritta, che l'uomo era davvero molto irrequieto, e che la depressione era una sua compagna abituale probabilmente anche a prescindere dai suoi successi professionali. Come è anche vero che di allori in fondo ne raccolse comunque molti in vita, come ricorda Emilio Segrè nel suo "Personaggi e scoperte della fisica classica"[10]: fu sempre considerato un fisico di prima grandezza, al punto di essere presentato anche all'imperatore Francesco Giuseppe; ricevette riconoscimenti e lauree ad honorem; le sue brillanti lezioni erano affollate di studenti che venivano anche da molto lontano per assistere alle sue lezioni. E viveva nell' "Austria Felix", era un eccellente pianista (probabilmente anche per merito di Brückner, che fu il suo augusto maestro di pianoforte), era tutt'altro che povero e poteva permettersi frequenti viaggi di lavoro e di svago.

Quale che sia stata la causa ultima che lo condusse al suicidio, vorremmo solo che da questa piccola cronaca non risultasse triste e fosca la figura di Ernst Mach, suo avversario testardamente refrattario all'idea dell'esistenza degli atomi, perché anche Mach è un gigante della scienza e precursore delle future rivoluzioni della fisica: la fama e la gloria di Albert Einstein hanno spesso offuscato tutte le stelle minori a lui vicine, ma la prima e sostanziale critica agli "assoluti" newtoniani è venuta da questo fisico moravo, che con il suo "La Meccanica nel suo sviluppo storico-critico" piantò una pietra miliare non solo nella fisica, ma anche nella filosofia[11]. *"Tutte le masse, tutte le velocità, quindi tutte le forze sono relative. Non esiste differenza tra relativo e assoluto che noi si riesca a cogliere con i sensi, e non c'è alcun motivo che ci porti ad accogliere questa differenza, perché non ne avremmo vantaggio alcuno, né teorico né di altra natura"*: per quanto sembrino parole di Einstein, sono invece parole di Ernst Mach, di cui del resto lo stesso tedesco si riconosceva ampiamente debitore.

Una delle frasi più celebri di Newton suona: "Se ho potuto vedere più lontano degli altri, è solo perché ero seduto sulle spalle dei giganti", che è ad un tempo un esempio di eccessiva modestia e un altruistico omaggio ai suoi predecessori nel cammino scientifico. Se è infatti non facile trovare nei predecessori di Newton, eccezion fatta per Galileo, personaggi che potessero davvero stagliarsi come "giganti" nel panorama scientifico, le grandi rivoluzioni della fisica del ventesimo secolo hanno compito meno

[10] Edito in Italia da Mondadori, venduto usualmente in cofanetto con il gemello "Personaggi e scoperte della Fisica Contemporanea". E' significativo il fatto che l'edizione americana (anch'essa in due volumi: "From falling bodies to Radiowaves" e "From X-rays to Quarks") è erroneamente commentata da Amazon che sottolinea come "la traduzione dall'italiano sia brillante e il testo molto elegante". L'edizione italiana, da parte sua, tacitamente evita di riportare il titolo originale, ma non può esimersi dal segnalare in seconda di copertina la "Traduzione di Simona Scotti Bellone". Insomma, se gli americani peccano forse di ingenuità pensando che un fisico italiano debba necessariamente scrivere in italiano anche se ha vissuto negli Usa per due terzi della sua lunga vita, gli italiani potrebbero forse cogliere l'occasione per meditare ancora un po' sull'autentico significato della celebre frase "fuga di cervelli".

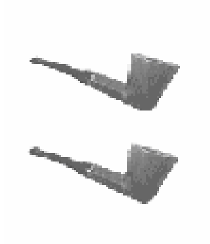
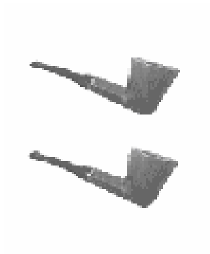
[11] Al punto che, tanto per accarezzare di nuovo il nostro amato campo dell'interdisciplinarietà, il celebre autore de "I turbamenti del giovane Törless" e de "L'uomo senza qualità", Robert Musil, dedicò al fisico moravo la sua celebre tesi di laurea: "Sulle teorie di Mach". Va precisato che era una tesi di laurea in ingegneria e non in letteratura, ma va anche detto che viene ancora stampata e pubblicata per il grande pubblico anche per i suoi contenuti filosofici e letterari.

arduo: sia lo sconvolgimento relativistico che quello quantistico erano stati più che sfiorati, prima della loro dirompente esplosione. L' "annus mirabilis" è solitamente fissato nel 1905, quando Einstein pubblica, quasi incredibilmente, tre memorie d'importanza capitale sugli Annalen der Physik: una che è di fatto il manifesto della Relatività Ristretta (o "Speciale"), una che rende ragione del misterioso effetto fotoelettrico, e una sul moto browniano. Capita spesso che ci si meravigli del fatto che Einstein abbia vinto un solo Premio Nobel, nel 1921: meraviglia che diventa autentico stupore per il neofita, quando apprende che il Nobel gli fu attribuito non già per la Teoria della Relatività, ma principalmente per la spiegazione dell'effetto fotoelettrico. Lo stupore decresce un po' quando si comprende che quella memoria sull'effetto fotoelettrico sancì l'autentico ingresso della Teoria dei Quanti nell'empireo scientifico, dando dignità e sostanza all'ipotesi e alla costante universale che Planck aveva introdotto quasi a malavoglia nel 1900. Anche quando si è raggiunta questa consapevolezza, però, la memoria sul moto browniano sembra restare un po' in disparte, quasi come sorella minore di due celeberrime stelle dell'universo scientifico.

Eppure, quella memoria era il primo trionfo di Ludwig Boltzmann: era la manifesta dichiarazione della natura corpuscolare della materia, il colpo di cannone che, una volta arrivato a segno e accettato dal mondo scientifico, avrebbe demolito le resistenze di chi ancora rifiutava l'idea d'una materia composta da atomi. Le memorie scientifiche hanno sempre bisogno di tempo per mostrare la loro potenza, e gli esperimenti mostrarono la validità dell'analisi einsteniana del 1905 solo attorno al 1908, e anche Mach finì per arrendersi all'evidenza nel 1910. Boltzmann, invece, aveva smesso di lottare a Duino.

Anche se il suo nome non è tra i primi che vengono in mente quando si parla dei grandi fisici, la sua traccia è possente in ogni aspetto della fisica contemporanea: la Fisica Statistica è un'intera disciplina, adesso, e i fisici teorici discutono di distribuzioni statistiche e di densità di probabilità con una naturalezza ancora maggiore di quanto facevano i puristi della meccanica del secolo scorso con l'analisi. Il linguaggio della fisica contemporanea è estremamente evoluto e complesso, e soprattutto usa parole che nessuno immaginava fosse possibile usare solo centotrenta anni fa. Nessuno tranne Ludwig Boltzmann, inventore di linguaggi.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	Alice Riddle	Piotr R. Silverbrahms
Vendesi Magliette			
Quasi impossibile			

2.1 Vendesi magliette

Allora, come ricorderanno quelli che ci hanno visto alla Sagra del Pesce Algebrico (e sono sopravvissuti al terribile shock di scoprirci sommariamente umani), abbiamo delle bellissime magliette di RM; al momento, stavamo analizzando la possibilità di mettere in piedi un'attività commerciale[12]. Come sempre, però, questo incredibile business si sta scontrando con alcune difficoltà matematiche.

Il nostro Analista Costi/Benefici sostiene che una maglietta ci costerebbe ***5*** Euro, e che se le facessimo pagare ***15*** Euro l'una dovremmo riuscire a venderne ***500*** (a voi e ai vostri amici: non abbiamo ancora così tanti lettori ricchi). Inoltre, una veloce Analisi di Mercato permette di scoprire che per ogni ***15*** Cent in meno di costo, riusciremmo a vendere ***20*** magliette in più.

Ora, quello che ci chiediamo è: a che prezzo venderle per massimizzare il profitto e quante ne venderemmo?

2.2 Quasi impossibile

Non stiamo parlando del problema, ma del compito che ci siamo sobbarcati.

Vorremmo fare in modo che Alice apprezzi il Calcolo delle Probabilità. Quindi, preparatevi ad una serie di problemi (e altro, anche) in cui vengono affrontati con molta calma questi concetti.

Una delle cose più frustranti per Alice è il fatto che, qui, basta cambiare di poco una frase e tutto il ragionamento salta per aria *[da quale pulpito, certi discorsi… Per lungo tempo, ho confuso le combinazioni con le permutazioni (RdA) Vuoi dire che sono cose diverse? (PRS) ...a me lo chiedi? (AR)]*. Il problemino seguente è, probabilmente, un preclaro esempio di questo fatto.

[12] Prima che vi vengano delle idee: costano molto di più e, se mai si mettesse in piedi un'attività del genere, sarebbe per noi completamente no-profit. Però è un bel problema.

Avete un bastoncino lungo un metro, e lo rompete in tre pezzi. Quali sono le probabilità che con i tre pezzi possiate costruire un triangolo? Supponiamo di avere a disposizione due diverse procedure:

1. Segnate due punti casuali sul bastone e rompete lì.
2. Rompete in un punto casuale, scegliete a caso uno dei due pezzi e lo rompete ancora.

…cambiano, le probabilità di fare il triangolo, nei due casi?

3. Bungee Jumpers

Normalmente, i BJ sono la rubrica più seria e (dal punto di vista dell'utizzabilità nella matematica ricreativa) più inutile della rivista; siccome però (in un precedente ***PM****) vi era stato chiesto se qualcuno aveva la dimostrazione di questo fatto e risposte zero, uno di noi ci ha pensato (per circa un anno) e a qualcosa è giunto. Contrariamente al solito, quindi, se qualcuno trova una dimostrazione diversa (e la scrive nello stile dei BJ), pubblicheremo. Consideratelo quindi un "Bungee Jump" facile, da pochi metri[13].*

Quali somme parziali della serie armonica danno origine ad un intero?

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

2003-12-21 16:11	Zar - [058] – 2
2003-12-28 19:01	Guido - [059] - 1 – 2
2003-12-27 00:46	Elena - [059] - P1
2004-01-07 09:17	mgua - [060] - Q&D
2004-01-07 11:20	Mirtillo - [060] – 2
2004-01-07 13:16	Andrea - [058] – 2
2004-01-07 14:50	Mirtillo - [060] – 1
2004-01-07 15:33	Andrea - [060] – 1
2004-01-07 16:21	Andrea - [060] – 2
2004-01-07 17:07	PMP - [060] – 2
2004-01-07 17:13	RM^2 - [060] – 2
2004-01-07 19:08	PMP - [060] – 1
2004-01-07 22:14	Elena [060] – 2
2004-01-08 15:46	Zar (e Aughi) - [060] – 2
2004-01-08 10:19	Viggio - [060] – 2
2004-01-09 14:50	Flo - [060] – 1
2004-01-09 21:07	Flo - [060] – 2
2004-01-09 23:46	Filippo - [060] – 1
2004-01-09 15:07	Elena - [060] – 2

[13] Si raccomanda di usare una corda più corta.

2004-01-10 10:30	Delfo - [060] – 2
2004-01-10 14:56	FBI - [060] – 1
2004-01-10 22:26	PC - [060] – 2
2004-01-12 14:08	Stetson - [060] – 2
2004-01-12 16:04	L.A.Bachevskij - [060] - 1
2004-01-13 21:51	Lorenzo - [060] - 1&2
2004-01-10 17:30	Caronte - [060] – 1
2004-01-17 02:14	Pasquale (quello giovane) - 2
2004-18-01 12:00	Guido - 1&2

...e ne sono arrivate altre, ma non abbiamo fatto a tempo a classificarle... non vi preoccupate, ve ne parliamo il mese prossimo.

Nella soluzione al secondo problema del numero 060 ("Alle cinque, finita la guerra"), PMP ci dice:

> guarda, posso anche essere bravo e farti una figura, se tu mi consigli un software per windows per disegnare che sia freeware :-)

Inoltre, un mucchio di gente ci sta comunicando che si rifiuta di usare il Formula Editor di Word. Come abbiamo detto, è il formato in cui costruiamo la rivista, ma ci rendiamo conto che solo perché lo abbiamo scelto noi non diventa automaticamente la vostra ragione di vita.

Questa rivista non accetta pubblicità, non fornisce link e adora essere auto-contradditoria, quindi se volete qualcosa di gratuito per fare i disegnini in Windows (ma anche i fogli elettronici, le presentazioni e scriverci i documenti, e anche in Linux, Solaris, BEOS,...) provate a fare un giro dalle parti di www.openoffice.org. Il programma è gratuito (GPL), disponibile in una ventina di lingue (tra cui l'italiano), compatibile al 97% con MSOffice (logicamente, serve sempre quel tre per cento: Murphy docet) Esteticamente è quasi uguale (ma skianta molto meno), e si mormora che la versione 2.0 sarà in grado di fare un passabile caffè. L'unico costo per averlo è la connessione: bisogna scaricarsi 50 mega di roba. Al momento, la V1.1 (italiana) è installata sul portatile di mia moglie e su quello dei miei figli (partizione Windows: Fred, il nostro fanatico di Linux[14], usa la suite KDE) e Alberto lo ha imposto come standard per il corso (sperimentale) di informatica a scuola; al momento, non abbiamo riscontrato bachi (gravi).

Se qualcun altro ritiene opportuno utilizzarlo, salvate tranquillamente i files nel formato nativo; è un XML, quindi hanno anche il pregio di venire piccoli-piccoli. E io riesco a leggerli e scriverli (Alice & Doc no, anche se ho dato loro il SW).

Sono alla mia scrivania di casa, con davanti il magnetino che accompagnava il regalo di Natale della mia mamma: "***Questa vita dev'essere un test, perché se fosse vera ci avrebbero dato delle istruzioni migliori***". Non sappiamo chi l'abbia detta, ma se volete inserirla nella vostra signature attribuitela alla mamma di Rudy.

Tutto bene, è solo l'acidità di stomaco delle mangiate natalizie. E a proposito di mangiate…

[14] Saluti da lui a PMP; chiede se ci sono altri "comandi buffi" (chi non capisce, non faccia domande: sono fatti di PMP e Fred)

4.1 [058]

4.1.1 Il Posto della Suocera

Zar (New Entry! Benvenuto!) ci manda *quattro* soluzioni *uguali tra loro*: PDF, DVI, TEX, EPS… Troppa grazia; formati che leggiamo ma non scriviamo *[cancellata battutaccia su Tex Willer, di cui Rudy è un fanatico lettore*[15] *(AR & PRS)]*; il tutto perché il Nostro si rifiuta di usare l'Equation Editor. Apprezziamo ma, per favore, dai un'occhiata a quanto detto poco sopra; forse la cosa potrebbe rivestire un certo interesse.

E cosa c'entrano le mangiate? Beh, il Nostro fa un'interessante notazione:

> Personalmente preferisco farmi invitare dalla suocera, che mi prepara anche degli ottimi tortellini"

Sì? La mia è specializzata in arrosti (alle nocciole) e torte di mele. Intravedo interessanti argomenti per un meeting.
Sempre a proposito della suocera, ***Andrea*** ci fa notare che la sua soluzione era esatta, con solo un errore di trascrizione in un passaggio (tant'è che quello dopo era giusto). Vero. Riconosciamo la cosa, ma avevamo il mangiare sul fuoco e, anche se è uscito tardi, quel numero è stato chiuso presto. Ci scusiamo *[soprattutto Alice, colpevole delle correzioni last-minute (AR)]*. Rudy ha promesso di inventare un sistema di gestione delle risposte che dovrebbe garantirci di perderne il 75%, quindi errori del genere dovrebbero diventare sempre più rari.

4.2 [059]

4.2.1 Tre Dadi Duri

Qui sono arrivate soluzioni alla prima parte (quella "facile") da ***Guido*** e da ***Elena***. Tutto giustissimo, ed entrambi correttamente fanno notare che, per un dado ad infinite facce, la probabilità di vincita tende a $\frac{1}{3}$, e che quindi è da polli giocarci. Il massimo divertimento qui ormai è vedere come vi piace scrivere la formula finale della probabilità. Al momento, abbiamo contato cinque espressioni perfettamente equivalenti. Sarà per questo che ogni tanto delle soluzioni corrette ci sembrano "sbagliate" (nessuno che vuole provare a trovare una formulazione esteticamente valida per il risultato del Posto della Suocera?).

Elena si scusa per i puntini nella soluzione (equivalente dell'odiato "dopo alcuni semplici ma noiosi passaggi…"), portando a giustificazione l'aver mangiato troppi tortelli e anolini. Le scuse, i tortelli e gli anolini verranno valutati da un gruppo di studio formato da Rudy e da Zar.

Per quanto riguarda la seconda parte, continuiamo tutti a brancolare nel buio; in particolare, Guido scrive (a proposito della strategia da applicare) una frase che comincia per "ovviamente" e che, ovviamente, non mi convince:

> …la strategia "vincente" è di tenere i punteggi centrali e ritirare gli altri…

Forse non sono stato chiaro:

1. Il banco tira due volte il dado
2. Voi potete scegliere uno dei due numeri o dire che scegliete il terzo
3. Il banco tira una terza volta il dado

[15] Solo dei primi ducentosessanta numeri. Me ne mancano quattro. [RdA]

4. Si fanno i conti: se quello che avete scelto è compreso tra i due valori restanti, avete vinto.

Come vi dicevo, la strategia a me pare piuttosto semplice: i due tiri del banco al punto [1] dividono l'intervallo in tre segmenti; ora, verifichiamo qual'è il segmento più grande:

- Se è superiormente limitato dal tiro minore, scelgo il tiro minore
- Se è inferiormente limitato dal tiro maggiore, scelgo il tiro maggiore
- Se è superiormente limitato dal tiro maggiore e inferiormente limitato dal tiro minore, scelgo il terzo tiro.

Per simulazioni (in "C"), la probabilità di vittoria con il dado a venti facce è un valore dalle parti di ***0.54…***, ed era appunto per questo che mi chiedevo se fosse possibile trovare una formula anche per questo caso; capite che passare da una probabilità di un terzo a una maggiore di un mezzo, mi viene da sospettare di aver sbagliato i conti.

Allora, qualcuno vuole provare, con la seconda parte e la mia strategia?

4.2.2 Numeri Civici (al Paesello)

Sempre ***Guido***, con una soluzione molto carina, come le altre limitata al caso di al più cento case. La prossima volta non ve lo dico più, quanti abitanti ha il paesello. Interessante notazione:

> …questo significa che Alberto deve essere più veloce di Fred di almeno il 10%…

Guido, non conosci i miei figli: se si tratta di combinare un guaio, le loro velocità sono da "curvatura 9".

4.3 [060]

4.3.1 Alieni Alienati

Questo problema è piaciuto a un mucchio di gente, si direbbe. E dire che non ne ero convinto, visto che mi sembrava si dovesse andare suppergiù per tentativi… Soluzioni da parte di ***PMP***, ***Andrea***, ***Mirtillo***, ***Guido***, ***Elena*** (Non piangere, che sennò i tortelli vengono sballati di sale[16]), ***FBI*** (New Entry! Benvenuto!), ***Filippo***, ***Flo*** (New Entry! Benvenuta! E lo ha risolto con *nonchalanche*, prima di un esame, in un Istituto Universitario che sembra essersi ripreso dalle perniciose presenze di Rudy e Doc), ***L.A.Bachevskij*** (No, non facciamo domande. E non fatene neanche voi. Comunque, plaudiamo al suo lavoro con Equation Editor), ***Lorenzo*** (che si aggiudica *temporaneamente* il titolo di più giovane solutore di RM) e Zar, che non scriviamo in grassetto perché in realtà questo losco figuro sfrutta il suo ruolo istituzionale per estorcere la soluzione dei problemi alle sue innocenti vittime... Beh, no. Stavamo solo divertendoci un po'. In realtà Zar ha fornito il testo del problema (sul quale, per usare un'espressione di Elena, stava un po' "trambustiando") per "tenere buono" ***Aughi*** (che consideriamo una New Entry al quadrato. Benvenuto!); da questo, dovreste riuscire a dedurre in quale forma di tortura sia specializzato Zar. Racconto vuole che Aughi abbia interrotto la tortura di un collega di sventure con la frase "…pluff significa fare il quadrato…" suscitando l'immediato interesse del Torquemada dilettante (Zar).

Con calma. Da bravi giornalisti, rispondiamo ad alcune domande fondamentali. Cominciamo con ***FBI***, che ci spiega il **cosa**. Ossia, la soluzione ordinata e ben impostata.

1. **D: Quando si usa "pluff" e quando "ciuff"?**

[16] Si è accorta di aver "ciccato" una derivata; e, logicamente, dà la colpa a Equation Editor.

R: "pluff" si usa con fattori m, n che hanno la stessa parità (ossia quando $m + n$ è un numero pari); "ciuff" si usa con fattori m, n che hanno parità opposta (ossia quando ecc. ecc.).

2. D: Come si decide quanti "pluff" e quanti "ciuff" usare?

R: Il primo "pluff" è dato da: $\frac{m+n}{2}$, il secondo "pluff" è dato da: $\frac{m-n}{2}$.

Il primo "ciuff" è dato da: $\frac{m+n-1}{2}$, il secondo "ciuff" è dato da: $\frac{m-n-1}{2}$.

3. D: Cosa cavolo *(sic) [FBI, se non ti piace il mio turpiloquio, aspetta a vedere Mirtillo nel prossimo problema...(RdA)]* **sono i "pluff" e i "ciuff"?**

R: Sono degli operatori matematici.

Precisamente, N "pluff" significa $N \cdot N$, cioè "pluff" è l'operatore di elevamento al quadrato.

Se $N = \frac{m \pm n}{2}$, allora N "pluff" = $\left(\frac{m \pm n}{2}\right)^2$.

N "ciuff" significa $N \cdot (N + 1)$, cioè il prodotto di un intero per il successivo.

Se $N = \frac{m \pm n - 1}{2}$, allora

N "ciuff" = $\left(\frac{m \pm n - 1}{2}\right)\left(\frac{m \pm n - 1}{2} + 1\right) = \left(\frac{m \pm n - 1}{2}\right)\left(\frac{m \pm n + 1}{2}\right)$.

- Veniamo ora agli alieni del pianeta Y.

Qui qualcuno è scivolato, quindi fate attenzione. A prima vista, sembrano la stessa cosa (tant'è che un commento era "Gli Y ci prendono per i fondelli"), ma ci sono delle differenze.

Le loro moltiplicazioni sono basate sulle medesime identità del caso precedente che, tanto per cincischiare, ripetiamo qui sotto:

1. $$mn = \left(\frac{m+n}{2}\right)^2 - \left(\frac{m-n}{2}\right)^2$$

2. $$mn = \left(\frac{m+n-1}{2}\right) \cdot \left(\frac{m+n+1}{2}\right) - \left(\frac{m-n-1}{2}\right) \cdot \left(\frac{m-n+1}{2}\right)$$

Nella tabella inviata dagli alieni il primo calcolo è basato sulla prima identità, il secondo sulla seconda. Dall'osservazione dei calcoli si desume quanto segue.

1. D: Quando si usa "plaph" e quando "ciaph"?

R: Analogamente al caso precedente, "plaph" si usa quando i fattori m, n hanno la stessa parità; "ciaph" si usa quando i fattori m, n hanno parità opposta.

2. D: Come si decide quanti "plaph" e quanti "ciaph" usare?

R: Il primo "plaph" è dato da: $m + n$, il secondo "plaph" è dato da: $m - n$.

Il primo "ciaph" è dato da: $m + n - 1$, il secondo "ciaph" è dato da: $m - n - 1$.

3. D: Cosa cavolo *(ri-sic!) [Ri-Mirtillo (RdA)]* **sono i "plaph" e i "ciaph"?**

R: Sono degli operatori matematici; precisamente,

N "plaph" significa $\frac{N^2}{4}$, cioè "plaph" è l'operatore che eleva il numero (N / 2) al quadrato; quando N è pari, N "plaph" risulta essere un numero intero.

Se $N = m \pm n$, allora N "plaph" = $\frac{(m \pm n)^2}{4}$.

N "ciaph" significa invece $\frac{(N-1)(N+1)}{4}$; quando N è dispari, N "ciaph" risulta essere un numero intero.

Se $N = m \pm n$, allora N "plaph" = $\frac{(m \pm n - 1)(m \pm n + 1)}{4}$.

Chiarito il "cosa", passiamo al **come** si raggiunge la soluzione; siamo felici che, colto da inusuale logorrea, ***PMP*** abbia provato a spiegare come ci sia arrivato, con l'abituale supporto dell'Azienda Trasporti e Mobilità di Milano ("la metro", per capirci: questa volta non ha bloccato un cavalcavia).

> …ti rivelo come ho trovato la soluzione *[è la parte che ci interessa di più (RdA)]*. Forse guidato dal segno di sottrazione a destra, ho visto che la differenza tra ***m*** ed ***n*** *[sono i numeri davanti ai pluff o ai ciuff (RdA)]* era uguale a ***b***. Poi ho notato che nel caso dei ***pluff*** la loro somma era uguale ad ***a***. Al che mi è venuta in mente l'uguaglianza $(a+b)*(a-b) = a^2 - b^2$, e da lì è stato facile accorgermi della differenza di parità tra i due casi, e ricavare le espressioni nel caso di ***pluff***.
>
> Per i ***ciuff***, ho guardato il ***13*12*** che mi ha fatto immediatamente pensare a ***ciuff*** come operatore "moltiplica per il successivo". A questo punto, per somiglianza con la prima parte, ho provato a sommare ***m*** ed ***n***, e ho visto che mancava sempre ***1***. Buffo che non mi sia messo a farlo contemporaneamente al caso dei ***pluff***, non trovi?

…Quello che troviamo è il commento di Mirtillo:

> "…devono avere 'na bella testa, per fare al volo certe moltiplicazioni…"

"…e non vogliamo vedere la carta di identità di chi riesce a risolvere certi problemi", aggiungiamo noi.

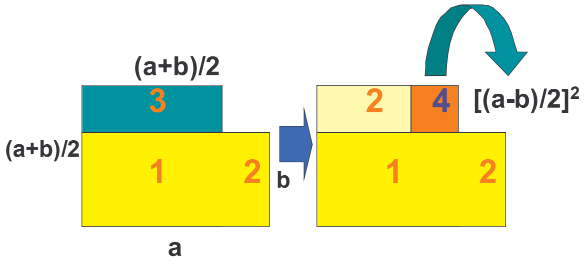
Il pezzo relativo alla soluzione terminava qui, quando abbiamo ricevuto la mail di un Importante Personaggio (e se volete sapere quanto è importante: abbastanza da essere stato citato in altra rubrica di questa e altre prestigiose riviste di matematica); siccome si firma con un allonimo che qui è stato utilizzato in associazione al Suo Augusto Nome e Cognome, arbitrariamente lo cambiamo con quello di ***Caronte***, visto l'ottimo svolgimento della funzione di psicopompo tra due realtà; e, per qualcuno di noi, questo ruolo lo ha svolto due volte *[credo l'unica cosa che manchi siano le "lanose gote"; sugli occhi di bragia non ho dubbi...(RdA)]*.

Allora, il Nostro si spinge a chiarire **perché** gli alieni utilizzino questo metodo di calcolo:

> Trovata la chiave interpretativa del processo matematico che sta alla base della moltiplicazione icsiana, è ovvio che ci si chieda in base a quale cavolo di processo logico esso sia nato. Malgrado l'apparente assurdità di un tale procedimento, esso nasce invece certamente da un semplicissimo ragionamento, da considerarsi spontaneo se si tiene conto del fatto che la cultura icsiana ha un'origine legata ad attività stanziali di tipo agropastorale; queste hanno portato ovviamente gli icsiani a privilegiare gli studi di geometria (di misurazione dei terreni!) rispetto a quelli

algebrico numerici. La moltiplicazione basata sull'uso del pluff nasce certamente dall'osservazione quasi banale che un rettangolo ha un'area un po' più piccola di quella del quadrato cha ha per lato la semisomma (la media) dei lati del rettangolo; alla susseguente domanda, poi, "di quanto più piccola?", risponde un semplice disegnotto che mostra appunto che il "quanto più piccola" è l'area del quadrato che ha per lato la semidifferenza dei lati del rettangolo.

(La figura in questo contesto non la so fare e quindi ve la racconto. Si vedono un rettangolo di base a (orizzontale) e altezza b e un quadrato di lato (a+b)/2 avente base e lato sinistro sovrapposti agli omonimi elementi del rettangolo. L'area comune alle due figure è tratteggiata come pure sono tratteggiate la parte di rettangolo esterna al quadrato e una zona equivalente a questa nella parte sinistra della parte del quadrato esterna al rettangolo; rimane così non tratteggiato un quadratino, di lato (a-b)/2, differenza tra l'area del quadrato e quella del rettangolo.) *[Ci pensiamo noi! Però adesso capisco la scarsità di figure su un certo paio di libri... (RdA)]*



Ecco la semplice e logica spiegazione del metodo pluffico di moltiplicazione icsiana

$$a * b = \frac{a+b}{2}\text{pluff} - \frac{a-b}{2}\text{pluff}$$

L'uso del ciuff compare successivamente ed è legato all'introduzione dei numeri naturali ed alla primitiva esigenza di lavorare con numeri interi, per cui il metodo basato sui pluff andava a meraviglia per il prodotto di numeri di uguale parità, ma cadeva in difetto per quello di numeri di diversa parità. Venne cosi' introdotto il ciuff, definito come l'operatore che indica la somma del numero che lo precede col quadrato del numero stesso. Questo ha portato alla definizione di moltiplicazione ciuffiana (per numeri di diversa parità), secondo la regola

$$a * b = \frac{a+b-1}{2}\text{ciuff} - \frac{a-b-1}{2}\text{ciuff}$$

che di nuovo fa intervenire nei calcoli solo numeri interi. E' opportuno notare che, mescolando i linguaggi, si ha

$$\begin{aligned} a * b &= \frac{a+b-1}{2}\text{ciuff} - \frac{a-b-1}{2}\text{ciuff} \\ &= \left(\frac{a+b-1}{2}\right)\left(\frac{a+b+1}{2}\right) - \left(\frac{a-b-1}{2}\right)\left(\frac{a-b+1}{2}\right) \\ &= \frac{(a+b)^2-1}{4} - \frac{(a-b)^2-1}{4} \\ &= \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \\ &= \frac{a+b}{2}\text{pluff} - \frac{a+b}{2}\text{pluff} \end{aligned}$$

e le due regole, sia la pluffica che la ciuffica, portano ovviamente allo stesso risultato e sono immediatamente estensibili al prodotto di numeri arbitrari.

Il metodo di moltiplicazione utilizzato sul pianeta Y è di palese derivazione icsiana, sia dal punto di vista dei nomi plaph e ciaph degli operatori utilizzati, che immediatamente ricordano pluff e ciuff e, presumibilmente, vengono espressi in ipsiloniano con gli stessi suoni che in icsiano esprimono questi ultimi, sia dal punto di vista operativo metodologico, ma dimostra un assorbimento incompleto della cultura icsiana da parte degli ipsiloniani, per cui il metodo ipsiloniano sembra consistere in una faticosa ricostruzione mnemonica di quello icsiano, non capito a fondo. Ci troviamo così di fronte ad un metodo di moltiplicazione appesantito rispetto all'originale e che nasconde l'evidente bellezza e la semplicità logica del primigenio metodo puffiano degli icsiani. Sebbene i numeri sui quali agiscono gli operatori plaph e ciaph siano legati in modo estremamente semplice ai due fattori del prodotto, essendone la somma e la differenza, l'azione di tali operatori ha una definizione che non risulta immediatamente illuminante; l'operatore plaph dice infatti "*dimezza il numero che mi precede e poi fanne il quadrato*", mentre l'operatore ciaph impone "*togli uno dal numero che mi precede, dimezza il risultato e poi somma a quest'ultimo numero il suo quadrato*"; nel nostro linguaggio

$$n \text{ plaph} = \left(\frac{n}{2}\right)^2$$

$$n \text{ ciaph} = \frac{n-1}{2} + \left(\frac{n-1}{2}\right)^2$$

Di qui le regole di moltiplicazione ipsiloniane:

$$\begin{aligned} a * b &= (a+b)\text{plaph} + (a-b)\text{plaph} \\ &= \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

per fattori di ugual parità, e

$$\begin{aligned} a * b &= (a+b)\text{ciaph} + (a-b)\text{ciaph} \\ &= \frac{a+b-1}{2} * \frac{a+b+1}{2} - \frac{a-b-1}{2} * \frac{a-b+1}{2} \end{aligned}$$

per fattori di diversa parità. Esse riproducono dunque, in sostanza, le regole di moltiplicazione icsiane, ma queste ultime sono certamente, come abbiamo ampiamente mostrato, di interpretazione immediata, cosa che non ci sentiamo invece di affermare per quelle ipsiloniane.

4.3.2 Alle cinque, finita la guerra

Qui dematematizziamo come dei matti, e nessuno che ci dica se ha letto "Il buon soldato Sc'Weik"[17]. Uffa.

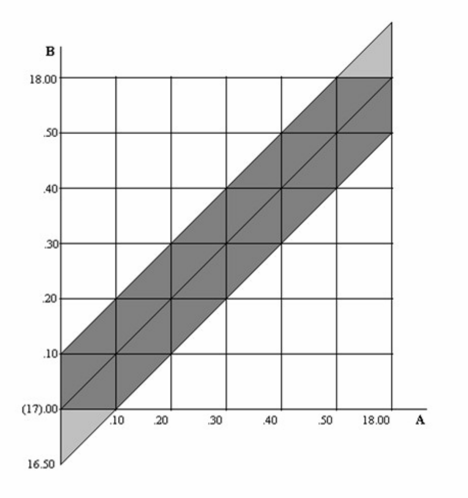
Allora, con calma e cerchiamo di organizzarci. Cominciamo con la soluzione di ***PMP***. Soprattutto perché abbiamo un guaio: la nostra linotype (Alice) considera osceno il disegno allegato dal nostro e si rifiuta di stamparlo (e farlo stare giusto non è facile). Fortunatamente, ***Stetson***[18] (New Entry! Benvenuto!) fornisce un disegno praticamente

[17] Il libro di Hašek, non la commedia di Brecht: entrambi belli, ma personalmente preferisco il primo (RdA)

[18] Ci chiede se riconosciamo l'allonimo, visto che ogni tanto citiamo Eliot. *["Stetson" compare all'undicesima riga (sessantanovesima parola) di "The Waste Land". Acutamente, la Sloane fa notare che all'undicesima riga*

identico (e meno osceno). Anche ***Guido*** ci fornisce un disegnino e utilizza lo stesso metodo che siamo d'accordo con lui nel definire "*molto elegante, che si basa su idee della teoria della misura e si può ottenere per via grafica*".

> Il sistema più semplice per risolverlo è fare un disegnino: in pura ascii art diventa: *[Censurato dalla Linotype. Riferimento al disegno sotto, gentile omaggio di Stetson (AR)]*
>
> Da cui si deduce che la probabilità è 1-(5/6)^2 = 11/36. *[...oppure fate come ho fatto io: contate i quadrati grigi e dividete per trentasei (RdA)]*
>
> Se non vuoi fare disegni, puoi calcolare separatamente la probabilità che A oppure B arrivino troppo tardi. Se A arriva entro le 17:10, non può essere arrivato in ritardo: altrimenti, se arriva X minuti dopo le 17, la densità è (X-10)/X. Facciamo l'integrale e otteniamo 25/72. Per simmetria, la probabilità che sia B ad arrivare in ritardo è sempre 25/72; se nessuno dei due arriva in ritardo allora si trovano.



Altra soluzione da ***Andrea***; dopo il guaio che abbiamo combinato in merito alla derivata dell'altra volta, la prima cosa che abbiamo fatto è stato verificare il risultato, correttissimo. Giusto per rinfocolare le polemiche però, facciamo notare la non limpida chiarezza di un passaggio del tipo "10≤T1≥50" (testuale). No, Andrea non ne ha colpa; è solo che i nostri Mail Editor hanno Weltanschauung diverse in merito ai caratteri speciali. Comunque, il metodo di calcolo del Nostro è interessante; si divide il tempo in tre zone: precedente le 17:10, tra le 17:10 e le 17:50; successiva alle 17:50. Se guardate il disegnino, vedete che vengono separate le condizioni al contorno (che sono sempre un po' balorde da trattare) dal "corpo" della funzione (decisamente più semplice). Si verifica facilmente (per evidenti ragioni di simmetria[19]) che le due condizioni al contorno sono equivalenti e quindi si fanno i conti. Ci è piaciuta anche la soluzione di ***Flo***, che imposta la soluzione molto formalmente e poi, grazie ad un "...non ho nessuna voglia di mettermi a fare integrali...", taglia per i campi considerando i vari trapezi e parallelogrammi (v. disegno) e arrivando alla soluzione corretta. Tra l'altro, è l'unica che si sia chiesta cosa ci facevano due matti alle cinque davanti al ristorante.

Speriamo che gli amici non ce ne vogliano, ma vorremmo parlare di un metodo non proprio per la quale che alcuni di voi hanno utilizzato; prendiamo come esempio la soluzione di ***RM²***: verso l'inizio, compare la frase:

> presi due numeri casuali a,b interi compresi tra 1 e 60, determinare la probabilità che
>
> ```
> |b-a| <= 10     { a = 1..60; b = 1..60 }
> ```
>
> per comodità mia divido tutto per 10 e ottengo due numeri casuali compresi tra 1 e 6 tali che la loro differenza sia <= 1.
>
> ```
> |b-a| <= 1      { a = 1..6; b = 1..6 }
> ```

...segue una bella tabellina con i ***36*** casi possibili.

(sessantanovesima parola) di "Portrait of a Lady" compare "hat". Voglio sperare da questo si capisca che l'unica cosa che ho letto di Eliot è "Assassinio nella Cattedrale" (regalo di Doc) in tempi ormai considerabili storici. E anche di Pound ho letto pochissimo. Però sono bravissimo a far finta di sapere le cose. (RdA)]

[19] Questa parentesi è qui solo per dare fastidio a Doc [RdA].

Già, ma in questo modo quantizzi gli arrivi ogni *dieci minuti*, considerando solo i valori interi tra ***1*** e ***6***... Il che (sempre riferimento al disegno di cui sopra) significa *annerire completamente i quadrati che lo sono solo a metà*. E infatti il Nostro ottiene il risultato 4/9, che ci sembra francamente un po' troppo ottimistico. Altri di voi l'hanno presa più bassa (hanno quantizzato al minuto); tra questi ***PC*** (New Entry! Benvenuto!), ***Pasquale*** (quello giovane) e ***Elena***[20], però le previsioni lasciavano comunque un po' a desiderare...

Un'altra soluzione di cui volevamo parlare è quella di ***Mirtillo***. Noi non sappiamo quanto voi abbiate intenzione di incontrare uno che inizia le mail con soavi espressioni quali

> ...probabilmente ho preso la vacca per le palle,...

ma nel caso, vi consigliamo il metodo proposto nel problema: infatti, secondo il Nostro, risulta una probabilità $\frac{10}{60}*\frac{10}{59}*\frac{10}{58}*\frac{10}{57}*\ldots*\frac{10}{11}$, e chiude la mail con un

> ...non vedo altre complicazioni

Quello che non vedi di sicuro è l'amico con cui hai l'appuntamento: se fate un po' di conti (va bene anche Excel), vi accorgete che la probabilità di incontrarlo è circa di $3*10^{-26}$. È decisamente più semplice vincere al Superenalotto piuttosto che trovare Mirtillo davanti al ristorante. Con una mucca dall'aria perplessa.

Altre risposte interessanti da parte di ***Viggio*** e ***Delfo***; loro presuppongono solo che le persone coinvolte nell'appuntamento siano *lettori di RM*. Viggio:

> In questo periodo fa freddo e il ristorante, dalle 17 alle 18, è sicuramente chiuso, perciò non ci si può riparare nell'attesa che, protratta per dieci minuti sarebbe decisamente scomoda. Però uno dei nostri amici, poniamo che si chiami A, fa il seguente ragionamento. Se devo arrivar lì tra le 17 e le 18, dovrò stare al limite fino alle 18.10. Perciò io mi incammino all'appuntamento per le 18, ma arrivo alle 18.10 tanto dovevo aspettare fino a quell'ora. Analogo ragionamento fa l'altro amico, che si chiama B ed è come A appassionato lettore di RM nonché abile solutore di giochi di strategia. Ne consegue allora che i due amici si incontreranno esattamente e sicuramente alle 18.10 davanti al ristorante con tempo di attesa praticamente nullo.

Sempre sotto le stesse ipotesi di abbonamento a RM e grazie alla scoperta di una distribuzione di probabilità prosaicamente denominata "casone di campagna della bassa bolognese", ecco la *seconda* soluzione di Delfo (la prima dava uno scontato 11/36, quindi la possiamo ignorare):

> [...] le cose si complicano se ipotizziamo che i due amici siano lettori di RM, nel qual caso, da buoni (?) *[grazie...]* matematici escluderebbero i tempi di arrivo a più bassa probabilità e si concentrerebbero sull'intervallo 10-50, col risultato che si viene a creare un altro "casone di campagna della bassa bolognese" più stretto e alto cui corrisponde una probabilità media del 43,75 %.
>
> Ma abbiamo detto che si tratta di due bravi matematici, per cui escludono i periodi 10-20 e 40-50 a più bassa probabilità e si si concentrano sul periodo 20-40 cui corrisponde una probabilità media del 75%.(scompare il casone di campagna per far posto ad un campanile)

[20] ...che introduce la soluzione con la frase "[...] calma e silenzio sono disponibili solo quando le 'dolci belve' di 3 e 5 anni dormono". Elena, sei fortunata. Le mie (8 e 11) non dormono più... (RdA) *[Proprio all'ultimo momento questa nota è stata modificata per aggiungere un anno al più giovane protagonista dei problemi di RM. Siamo certi che tutti i nostri lettori si uniranno a noi per gli auguri di buon compleanno a Fred. (AR)]*

> Facciamo così: ci vediamo alle 5 e 30 col 100% di probabilità (in cima ad un palo virtuale).

Questo per dimostrare che un lettore di RM è difficilmente prevedibile; figurarsi due...

5. Quick & Dirty

Ci avete mandato un paio di soluzioni, qui; apprezzate, ma un po' lunghette.

Il testo era:.

> *Perché uno specchio inverte destra e sinistra e non alto-basso, anche se lo appendo per storto?*

Vi passiamo la soluzione di ***Stetson***:

> <417 parole e cinque disegni...>
>
> Uno specchio non inverte destra-sinistra. Inverte davanti-dietro.
>
> <...133 parole e una citazione di Umberto Eco>

E, aggiungiamo noi, se non ci credete provate a considerare in che direzione guardate voi e in che direzione guarda la vostra immagine riflessa.
Il Nostro inoltre in altra mail si chiede:

> sto ancora *riflettendo* [darei 78 centesimi (un dollaro!) per sapere quanti solutori hanno rinunciato a questa battuta...] sul Q&D degli specchi.

Possiamo risponderti piuttosto facilmente: hanno rinunciato tutti tranne uno. Essi, infatti, sono dotati di *fine* spirito umoristico.

mgua (New Entry! Benvenuto! È giusto, tutto minuscolo?) ci ha mandato una spiegazione decisamente filosofica (anche se Doc è molto triste... Non è citato il Principio di Mach) che parte da cosa ne pensano i cetrioli (di mare) davanti allo specchio per finire in piena Flatlandia. La mail si conclude con un interessante quesito:

> Se uno specchio riflette gli oggetti nello spazio, che cosa occorre per riflettere le storie degli oggetti nel tempo?

E il nostro Valido Postino, premesse le dovute cautele da cronotopo einsteniano, trova una risposta altrettanto stimolante:

> ...visto che lo specchio che riflette oggetti nello spazio è bidimensionale, quello che tu cerchi dovrebbe essere tridimensionale. E in questo universo ce ne sono un mucchio, di cose tridimensionali.

se non son matti, non li vogliamo.

6. Pagina 46

Pochi tentativi fanno sospettare che non si dia ***mai*** origine ad un intero. Generalizziamo la domanda come:

> Sia
>
> $$S_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} \qquad [006.001]$$
>
> Dimostrare che:
>
> $$(\forall n, m \in N) \wedge (m < n), \quad S_n - S_m \notin N \qquad [006.002]$$

Siamo interessati alla ricerca di un valore intero per la funzione:

$$S_n - S_m = \sum_{i=m+1}^{n} \frac{1}{i} = \frac{1}{m+1} + \frac{1}{m+2} + \ldots + \frac{1}{n} \qquad \text{[006.003]}$$

Si può affermare che, nelle ipotesi di esistenza della soluzione,

$$S_n - S_m \in N \Rightarrow n \geq 2m \qquad \text{[006.004]}$$

Allora esisterà una massima potenza di ***2*** per cui è verificata la:

$$\exists k \in N: \quad (m+1) < 2^k < n \qquad \text{[006.005]}$$

Con $2^{k-1} < (m+1)$.

Il ***minimo comune multiplo*** tra i denominatori della [003], se teniamo conto della potenza di ***2***, può essere espresso come:

$$mcm(m+1, m+2, \ldots, n) = 2^k 3^l 5^r \ldots \qquad \text{[006.006]}$$

In quanto minimo comune multiplo tra sequenza di numeri successivi.

Allora, la [003] può essere espressa come:

$$S_n - S_m = \frac{\dfrac{2^k 3^l \ldots}{m+1} + \dfrac{2^k 3^l \ldots}{m+2} + \ldots + \dfrac{2^k 3^l \ldots}{2^k} + \ldots + \dfrac{2^k 3^l \ldots}{n}}{mcm(m+1, m+2, \ldots, n)} \qquad \text{[006.007]}$$

In cui tutti i termini a numeratore sono divisibili per ***2*** *tranne uno*, quindi la somma è dispari; sappiamo però dalla [006] che il denominatore comune è pari.

Quindi, $S_n - S_m \notin N$.

Da cui discende l'affermazione paricolare che anche per ***m=1*** nessuna ridotta sarà mai un naturale.

Qualcuno sa trovare qualcosa di più carino?

7. Paraphernalia Mathematica

7.1 Operazioni per destri [001]

C'è una cosa che non mi è chiara.

Come molti di voi sanno, sono mancino, scrivo malissimo e disegno peggio; secondo alcuni (me incluso), questo nasce dal fatto che, cominciando l'opera (affresco o poesia) da sinistra, non "vedo" quello che ho appena fatto e quindi le righe vengono storte e i disegni sproporzionati. Considerato il fatto che i conti si fanno da destra verso sinistra, e quindi io vedo benissimo i numeri scritti prima, sarà per questo che a un mucchio di gente non piace la Matematica?

Adesso prendiamola alla lontana, come al solito.

No, non mi è mai entrata in mente; e questo, probabilmente, è il motivo del semplice "26" all'esame di Analisi II. Parlo della formula

$$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{1-x} \qquad \texttt{[007.001]}$$

Ecco, parliamo di una sua parente; esiste un campo della matematica, noto come algebra ***p-adica***, dove tutto quello che abbiamo detto sinora convive allegramente.

L'idea è quella di considerare un primo ***p*** e definire (attenti alla ***n*** di partenza della sommatoria)

$$\alpha = \sum_{i=n}^{\infty} a_i p^i \quad \text{con } a_i \in [0, p-1] \qquad \texttt{[007.002]}$$

Ora, una cosa del genere avrebbe scarsissimo interesse, se non fosse che si definisce (come in ogni algebra che si rispetti) la ***norma*** di α come:

$$\|\alpha\| = p^{-n} \qquad \texttt{[007.003]}$$

Inoltre, teniamo conto del fatto che, con questa definizione di norma,

$$\sum_{i=0}^{\infty} p^i = \frac{1}{1-p} \quad \text{(in norma)} \qquad \texttt{[007.004]}$$

Ci terrei a farvi notare che, in algebre in cui il nostro droghiere è più aduso, è normale esprimere i numeri nella forma `[002]`, con scelte di ***p*** non primo (anzi, secondo i Babilonesi, più divisori ha e più è divertente); nulla vieta però di fare questa scelta; prendiamo un primo[21] e vediamo che possiamo tranquillamente usarlo come base di numerazione; ad esempio, $234 = 4*5^0 + 1*5^1 + 4*5^2 + 1*5^3$; ossia, prendendoci qualche libertà di notazione delle basi, $234_{(10)} = 1414_{(5)}$. Giusto per distinguerle da quelle p-adiche, queste algebre (del droghiere) sono dette ***p-arie***.

Torniamo alle altre, sì? Proviamo a calcolare un numero, ad esempio:

$$\begin{aligned} \alpha &= 2 + 3p + p^2 + 3p^3 + p^4 + 3p^5 + p^6 + \dots \\ &= 2 + 3p*(1 + p^2 + p^4 + \dots) + p^2(1 + p^2 + p^4 + \dots) \\ &= 2 + (3p + p^2)*(1 + p^2 + p^4 + \dots) \end{aligned} \qquad \texttt{[007.005]}$$

[21] La scelta è dettata dal fatto che l'omonimo sito di matematica ci ha fatto una pubblicità sfrenata.

E, siccome la seconda parentesi converge (dicono...) a $\frac{1}{1-p^2}$, abbiamo:

$$\begin{aligned}\alpha &= 2+\left(3p+p^2\right)*\left(\frac{1}{1-p^2}\right)\\ &= 2+\frac{3p+p^2}{1-p^2}\end{aligned}$$ **[007.006]**

Che, per ***p=5***, ci dà il valore $\alpha = \frac{1}{3}$.

Facciamo un passo in più, che scrivere le potenze con il Formula Editor è scomodissimo; utilizziamo una rappresentazione simile a quella p-aria, scrivendo solo le "cifre" della **[005]** senza inserire le ***p***; distingueremo la notazione p-adica mettendo il punto decimale davanti e indicando la base tra parentesi quadre, se necessario.

$$\begin{aligned}199_{(10)} &= 1*5^3+2*5^2+4*5^1+4*5^0 = 1244._{(5)}\\ 199_{(10)} &= 4*5^0+4*5^1+2*5^2+1*5^3 = .4421_{[5]}\end{aligned}$$ **[007.007]**

Voglio sperare vi accorgiate che nella seconda rappresentazione abbiamo scritto praticamente le stesse cose ma, basandoci sulla **[002]**, abbiamo messo i numeri ***al contrario***. Adesso, dovreste cominciare a capire il titolo.

Il bello di questo sistema è che funziona anche per i razionali; qui, probabilmente, viene più facile capire cosa succede con un esempio, piuttosto che lavorando con formule di non immediata comprensione; supponiamo, ad esempio, di voler trasformare $\frac{2}{15}$ in notazione 5-adica. Tanto per cominciare, si estraggono tutte le possibili potenze della base dal nostro numero; in questo caso, possiamo estrarre ***5^{-1}***, ottenendo l'espressione:

$$\frac{2}{15} = 5^{-1}*\frac{2}{3}$$ **[007.008]**

Questo ci dice che l'espressione in forma 5-adica secondo la **[002]** comincerà da $n=-1$. Allora, lavorando in moduli, cerchiamo il termine (sulla sinistra della tabella) e poi sottraiamolo dal risultato; logicamente, dovremo poi "estrarre" le componenti della base da quello che abbiamo ottenuto. Trovate i passaggi nella tabellina qui di fianco; ci fermiamo non appena verifichiamo una periodicità.

$a_{-1} = 2*3^{-1}(\bmod 5) = 4$	$\frac{2}{3}-4 = -\frac{10}{3} = 5*\frac{-2}{3}$
$a_0 = -2*3^{-1}(\bmod 5) = 1$	$-\frac{2}{3}-1 = -\frac{5}{3} = 5*\frac{-1}{3}$
$a_1 = -1*3^{-1}(\bmod 5) = 3$	$\frac{-1}{3}-3 = -\frac{10}{3} = 5*\frac{-2}{3}$

Siccome al terzo passaggio ci accorgiamo che stiamo rifacendo lo stesso conto del primo, appare piuttosto chiaro che andremo avanti ad ottenere ***1***, ***3***, ***1***, ***3***,... e quindi possiamo dire (se ci ricordiamo che la componente -1 è ***prima*** della virgola):

$$\frac{2}{15} = 4.\overline{13}$$ **[007.009]**

(Yawn) Beh, sì. Non è propriamente un giallo di Agatha Christie... Però è un sistema *coerente*, dove si possono fare anche le addizioni, se ci si ricorda di cominciare da sinistra, portare il riporto sulla cifra a destra e lavorare in base ***p***. Le sottrazioni possono sembrare un filino complicate, ma vi basta sommare il minuendo cambiato di segno e ricordarvi che per cambiare di segno un numero basta agire sui coefficienti secondo queste due regole:

$$\alpha = \sum_{i=n}^{\infty} a_i p^i \Rightarrow -\alpha = \sum_{i=n}^{\infty} b_i p^i \text{ dove } \begin{cases} b_n = p - a_n \\ b_i = (p-1) - a_i \text{ per } i > n \end{cases} \qquad \texttt{[007.010]}$$

Insomma, un normale complemento secondo la base.

Le moltiplicazioni, secondo la mia umile opinione, sono decisamente buffe; prima, però, bisogna definire un concetto noiosetto, quello di ***unità***; un numero p-adico viene definito unità se *non* è il multiplo di una potenza negativa di ***p*** e se la sua prima cifra è diversa da zero; da un numero che *non* sia un'unità, in sostanza, possiamo sempre "estrarre" delle potenze di ***p*** e considerarlo come una potenza potenza di ***p*** moltiplicata per un'unità; ossia, se α *non* è un'unità, $\alpha = p^n \gamma$ dove γ è un'unità. La moltiplicazione, a questo punto, si riduce alla moltiplicazione tra unità, in quanto possiamo sempre dire:

$$\alpha * \beta = \left(p^n \gamma\right) * \left(p^m \delta\right) = \left(p^{n+m}\right) * \left(\gamma * \delta\right) \qquad \texttt{[007.011]}$$

...e dov'è il buffo? Beh, proviamo a moltiplicare $\frac{2}{3} = .4\overline{13}$ per $\frac{1}{6} = .1\overline{40}$; Dovreste trovare il calcolo qui di fianco, seguono alcune doverose note, altrimenti non si capisce niente.

$$\begin{array}{r}
.4131313131313\ldots \\
\times .1404040404040\ldots \\
\hline
4131313131313\ldots \\
123131313131\ldots \\
00000000000\ldots \\
1231313131\ldots \\
000000000\ldots \\
12313131\ldots \\
0000000\ldots \\
123131\ldots \\
00000\ldots \\
1231\ldots \\
000\ldots \\
12\ldots \\
0\ldots \\
\hline
.4201243201243\ldots
\end{array}$$

Tanto per cominciare, si allinea a destra, e i conti si fanno cominciando da sinistra.

La prima riga, essendo in pratica una moltiplicazione per uno, non è un problema.

Per la seconda riga, considerate che: quattro per quattro sedici, modulo cinque fa uno con il riporto di tre; quattro per uno quattro, più tre sette che modulo cinque fa due con il riporto di uno... e avanti così.

Data la periodicità dei numeri, calcolata qualche riga possiamo tranquillamente metterci a copiare semplicemente dei pezzi. Insomma, dopo un po' si arriva al risultato (scritto male, scusate: con l'operazione qui di fianco, non posso inserire una formula):

$$\begin{gathered} .4\overline{13} * .1\overline{40} = .4\overline{201243} \\ \frac{2}{3} * \frac{1}{6} = \frac{1}{9} \end{gathered}$$

Per le divisioni, il procedimento è molto simile a quello della sottrazione, tranne per il fatto che qui bisogna calcolare l'inverso *moltiplicativo*; proviamo con un esempietto, che come al solito si capisce meglio. Dividiamo $\frac{2}{3} = .4\overline{13}$ per $\frac{1}{12} = .3\overline{42}$. La prima cifra del divisore è $b_0 = 3$; il suo inverso modulo ***5*** è $3^{-1} = 2(\bmod 5)$ che, moltiplicato per la prima cifra del dividendo dà $4 * 2 = 3(\bmod 5)$, e quindi ***3*** è la prima cifra del risultato. A questo punto, aggiorniamo il dividendo sottraendogli il triplo del divisore (è esattamente la stessa cosa che si fa nelle divisioni normali), e ricominciamo da capo. Se vi chiedete quando ci si ferma, diventa interessante continuare la divisione; dovreste trovare un risultato del tipo $.31$ e poi tutti zeri; infatti, se provate con i numeri "originali", dovreste accorgervi che il risultato è 8.

L'ambiente ha una stranissima aria di "normalità", ma a ben guardare qualche inquietante stranezza compare, qua e là. Il fatto che nella divisione 10-aria si "provi" se ci sta non mi è mai piaciuto. Qui, "tracchete!" si va a colpo sicuro con l'inverso in modulo.

"Rudy, e a cosa servirebbe, 'sta roba?"

Oibò! E da quando, un matematico si lascia influenzare dalla realtà? Beh, questa puntata è durata già anche troppo. Ne parliamo poi un'altra volta, sì?

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms