

Tris stocastici per tre

Rudi Matematici - Giugno 2012

Soluzione di Carlo

■ Forma non probabilistica

Alice deve prendere 27 carte dal mazzo per essere certa di riuscire a formare almeno un tris.

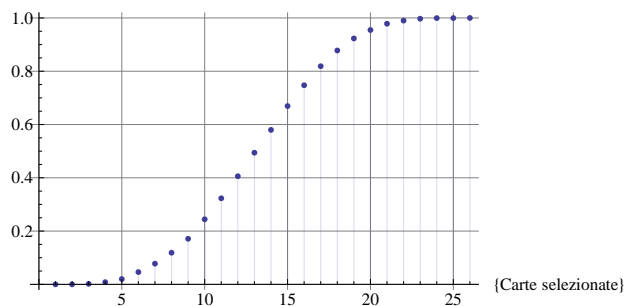
Con 26 carte si possono formare, nel caso piu' sfavorevole, 13 coppie distinte; la 27 carta formera' necessariamente un tris.

■ Forma probabilistica (Quante carte prendere da un mazzo di 52 per avere il 50% di probabilita' di averne tre dello stesso valore)

Per poter stimare la risposta ho effettuato una simulazione ripetuta 10000 volte per carte prelevate variabili da 1 a 26,

Il risultato e' riportato nel seguente grafico:

{Probabilita' di almeno un tris}



Il numero di carte da prendere e' compreso tra 12 e 14.

Valori di probabilita' teorici

Ho preferito calcolare la probabilita' di non avere tre o quattro carte dello stesso valore = **pst** (probabilita' senza tris) anziche' la **pct** (probabilita' con tris). Ovviamente **pct = 1 - pst**.

Selezionando **m** carte da un mazzo di **52** si hanno $\binom{52}{m}$ possibilita' distinte; per ogni campione possono esserci solo "2" (due carte con lo stesso valore) o carte "1" (unico valore).

Per ogni **m** si hanno diversi gruppi di campioni, ognuno caratterizzato da un certo numero di coppie e di singole, in quanto, come detto, non possono esserci tre o quattro carte con lo stesso valore.

$$m = 12$$

Out[29]=

Configurazione	Gruppo	Combinazioni	n.
{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}	g1	$\binom{13}{12} \binom{4}{1}^{13}$	872 415 232
{2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}	g2	$\binom{13}{1} \binom{12}{10} \binom{4}{2} \binom{4}{1}^{10}$	5 398 069 248
{2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}	g3	$\binom{13}{2} \binom{11}{8} \binom{4}{2}^2 \binom{4}{1}^8$	30 364 139 520
{2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1}	g4	$\binom{13}{3} \binom{10}{6} \binom{4}{2}^3 \binom{4}{1}^6$	53 137 244 160
{2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1}	g5	$\binom{13}{4} \binom{9}{4} \binom{4}{2}^4 \binom{4}{1}^4$	29 889 699 840
{2, 2, 2, 2, 2, 1, 1}	g6	$\binom{13}{5} \binom{8}{2} \binom{4}{2}^5 \binom{4}{1}^2$	4 483 454 976
{2, 2, 2, 2, 2, 2}	g7	$\binom{13}{6} \binom{4}{2}^6$	80 061 696
		Totale	124 225 084 672
	Possibilita'	$\binom{52}{12} =$	206 379 406 870
	Prob. di almeno tre carte uguali	$1 - \frac{\text{Totale}}{\text{Possibilita'}}$	0.398074

$m = 13$

Out[59]=

Configurazione	Gruppo	Combinazioni	n.
{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}	g1	$\binom{13}{1} \binom{4}{1}^{13}$	872 415 232
{2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}	g2	$\binom{13}{1} \binom{12}{11} \binom{4}{2} \binom{4}{1}^{11}$	3 925 868 544
{2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}	g3	$\binom{13}{2} \binom{11}{9} \binom{4}{2}^2 \binom{4}{1}^9$	40 485 519 360
{2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}	g4	$\binom{13}{3} \binom{10}{7} \binom{4}{2}^3 \binom{4}{1}^7$	121 456 558 080
{2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1}	g5	$\binom{13}{4} \binom{9}{5} \binom{4}{2}^4 \binom{4}{1}^5$	119 558 799 360
{2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1}	g6	$\binom{13}{5} \binom{8}{3} \binom{4}{2}^5 \binom{4}{1}^3$	35 867 639 808
{2, 2, 2, 2, 2, 2, 1}	g7	$\binom{13}{6} \binom{7}{1} \binom{4}{2}^6 \binom{4}{1}$	2 241 727 488
		Totale	324 408 527 872
	Possibilita'	$\binom{52}{13} =$	635 013 559 600
	Prob. di almeno tre carte uguali	$1 - \frac{\text{Totale}}{\text{Possibilita'}}$	0.489131

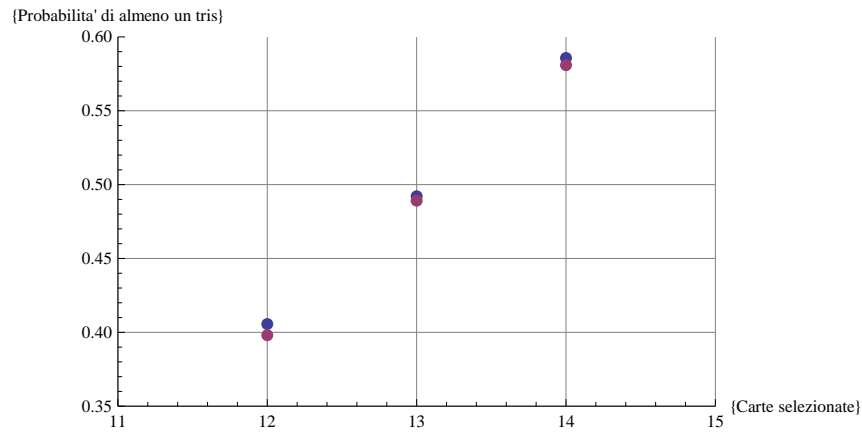
$m = 14$

Configurazione	Gruppo	Combinazioni	n.
{2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}	g1	$\binom{13}{1} \binom{12}{12} \binom{4}{2} \binom{4}{1}^{12}$	1 308 622 848
{2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}	g2	$\binom{13}{2} \binom{11}{10} \binom{4}{2}^2 \binom{4}{1}^{10}$	32 388 415 488
{2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}	g3	$\binom{13}{3} \binom{10}{8} \binom{4}{2}^3 \binom{4}{1}^8$	182 184 837 120
{2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1}	g4	$\binom{13}{4} \binom{9}{6} \binom{4}{2}^4 \binom{4}{1}^6$	318 823 464 960
{2, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1}	g5	$\binom{13}{5} \binom{8}{4} \binom{4}{2}^5 \binom{4}{1}^4$	179 338 199 040
{2, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 1}	g6	$\binom{13}{6} \binom{7}{2} \binom{4}{2}^6 \binom{4}{1}^2$	26 900 729 856
{2, 2, 2, 2, 2, 2, 2}	g7	$\binom{13}{7} \binom{4}{2}^7$	480 370 176
		Totale	741 424 639 488
	Possibilita'	$\binom{52}{14} =$	1 768 966 344 600
	Prob. di almeno tre carte uguali	$1 - \frac{\text{Totale}}{\text{Possibilita'}}$	0.580871

■ Confronto da valori da simulazione e quelli teorici

Dati da simulazione : $\{\{12, 0.4059\}, \{13, 0.4942\}, \{14, 0.5798\}\}$

Dati Teorici: $\{\{12, 0.398074\}, \{13, 0.489131\}, \{14, 0.580871\}\}$



■ Saluti

Buon lavoro a tutti voi,

Carlo