

Le Scienze - Rudi matematici

Problema di Aprile 2013

Alice esce finalmente da camera sua, non molto tempo dopo essersi ritirata in uno stato di malcelata inquietudine. Ora il suo sguardo appare stranamente indifferente alle cose del mondo, come se ormai nulla possa più turbare la sua pace interiore.

- Effettivamente ho passato brutti momenti... - esordisce - soprattutto perché ero ben consapevole di ciò che poteva succedere se non avessi trovato la soluzione (tutti purtroppo conosciamo le nefaste conseguenze delle barzellette logiche, soprattutto per le gravi patologie da cui inevitabilmente vengono colpiti gli ascoltatori).

- Ammetto - prosegue Alice - di essermi trovata in un tale stato d'ansia che ogni mia capacità logico-deduttiva sembrava totalmente paralizzata, e questo non faceva che accrescere ulteriormente la mia angoscia...

- E poi... e poi? - anche Piotr, a questo punto, non riesce a nascondere la sua profonda preoccupazione.

- Poi sono giunta ad una ovvia conseguenza: soluzione o non soluzione, le barzellette logiche arriveranno in qualunque caso; Rudi troverà senza dubbio qualche sottile e imprevedibile pretesto per deliziarci ancora con qualche nuova ed esilarante storiella... in altre parole, ho capito che trovare una soluzione non sarebbe stato assolutamente determinante per il mio futuro psico-fisico.

- Ciò significa - chiede Piotr - che a questo punto l'ansia è scomparsa ed ha lasciato il posto a quel sorprendente stato di atarassia che, liberandoti dalle emozioni, ti ha fatto ritrovare le tue migliori qualità?

- Proprio così - dice Alice - e a questo punto potrei anche evitare di raccontarti la soluzione; ma non vorrei che Rudi lo cogliesse come pretesto per infierire con inusitato accanimento (sempre logico, beninteso, ma non per questo meno pericoloso...), per cui ti esporrò una possibile strategia che permette ai logici in questione di raggiungere la soluzione.

Per comodità definiamo

- N come il numero dei logici partecipanti al gioco (nel nostro caso $N = 10$)
- v_i come il numero assegnato (scritto in fronte) a ciascun partecipante ($0 \leq v_i \leq N - 1$)
- S come la somma di tutti i v_i :

$$S = \sum_{i=0}^{N-1} v_i \quad (\text{valore inizialmente ignoto a tutti i partecipanti})$$

- M come il resto della divisione per N della somma di tutti i v_i :

$$M = S \bmod N \quad (\text{con } 0 \leq M \leq N - 1)$$

I partecipanti, prima dell'inizio, prendono i seguenti accordi.

- A ciascun partecipante viene attribuito un numero univoco i , con $0 \leq i \leq N - 1$ (e chiameremo i il partecipante a cui corrisponde il numero i).
- Ogni partecipante, pur non conoscendo il valore di M , suppone che abbia valore uguale al numero i che gli è stato attribuito (questo comporta che esattamente *un partecipante* presuppone per M il valore esatto).
- In funzione del valore assunto per M , ciascun partecipante i ricava il numero v_i che ha in fronte in modo che valga la relazione

$$i = S \bmod N$$
 (che deriva dalla precedente $M = S \bmod N$ applicata al partecipante i).

Il valore di v_i si può ottenere tenendo presente che

$$i = S \bmod N \quad \text{equivale a} \quad \exists k \text{ intero} \mid S = kN + i,$$

da cui:

$$v_i = S - (S - v_i) = kN + i - (S - v_i)$$

dove $S - v_i$ è noto a ciascun partecipante i essendo la somma dei numeri in fronte a tutti gli altri partecipanti (a lui visibili).

A questo punto, ciascun partecipante i

calcola $S - v_i$

determina il minimo intero k per cui $kN + i \geq (S - v_i)$

calcola $v_i = kN + i - (S - v_i)$ (per come è stato scelto k , si avrà $0 \leq v_i \leq N - 1$).

In sintesi, il numero v_i dichiarato da un partecipante i è *la differenza tra la somma dei numeri degli altri partecipanti ed il minimo numero - maggiore od uguale a tale somma - che, diviso per N , dia per resto i .*

- Esiste quindi esattamente *un partecipante* che dichiara per v_i il valore esatto, e coincide con l'unico partecipante che ha supposto anche per M il valore esatto.

- Semplice, vero? - prosegue Alice - ma non è tutto qui! Nella sua magnanimità, Rudi ha ulteriormente semplificato il problema, concedendoci che N valga 10 e facilitando il calcolo del resto, visto che ragioniamo a base 10. A dire il vero, però, non mi spiego il motivo di tanta benevolenza... a meno che Rudi, colpito da una crisi di ispirazione e a drammaticamente corto di nuove barzellette, non abbia fatto di tutto per facilitarci il compito...