

## RUDI MATEMATICI – novembre 2021

Lucio 53, 20.11.2021

### PREMESSA

La speranza matematica del valore di una carta estratta dall'insieme delle nove carte, o da uno dei tre mazzetti, è pari a 6. Questo numero coincide con la media dei corrispondenti insiemi, stante l'equiprobabilità delle estrazioni (vedi tab. 1).

tab. 1

C/F/P	C	F	P
	cuori	fiori	picche
2	2		
3		3	
4			4
5		5	
6			6
7	7		
8			8
9	9		
10		10	
<b>MEDIA</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>6</b>

Nell'insieme completo delle 9 carte la probabilità che una carta estratta  $X_2$  sia maggiore di un'altra carta estratta  $X_1$  è:

$$P(X_2 > X_1) = \sum_{k=2}^{10} P(X_k)P(X_2 > X_k)$$
$$= \frac{1}{9} \sum_{k=2}^{10} P(X_2 > X_k) = \frac{1}{9} \left( \frac{8}{8} + \frac{7}{8} + \frac{6}{8} + \frac{5}{8} + \frac{4}{8} + \frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} + \frac{0}{8} \right) = \frac{136}{9 \cdot 8} = \frac{1}{2}$$

risultato prevedibile, quanto meno per motivi di simmetria.

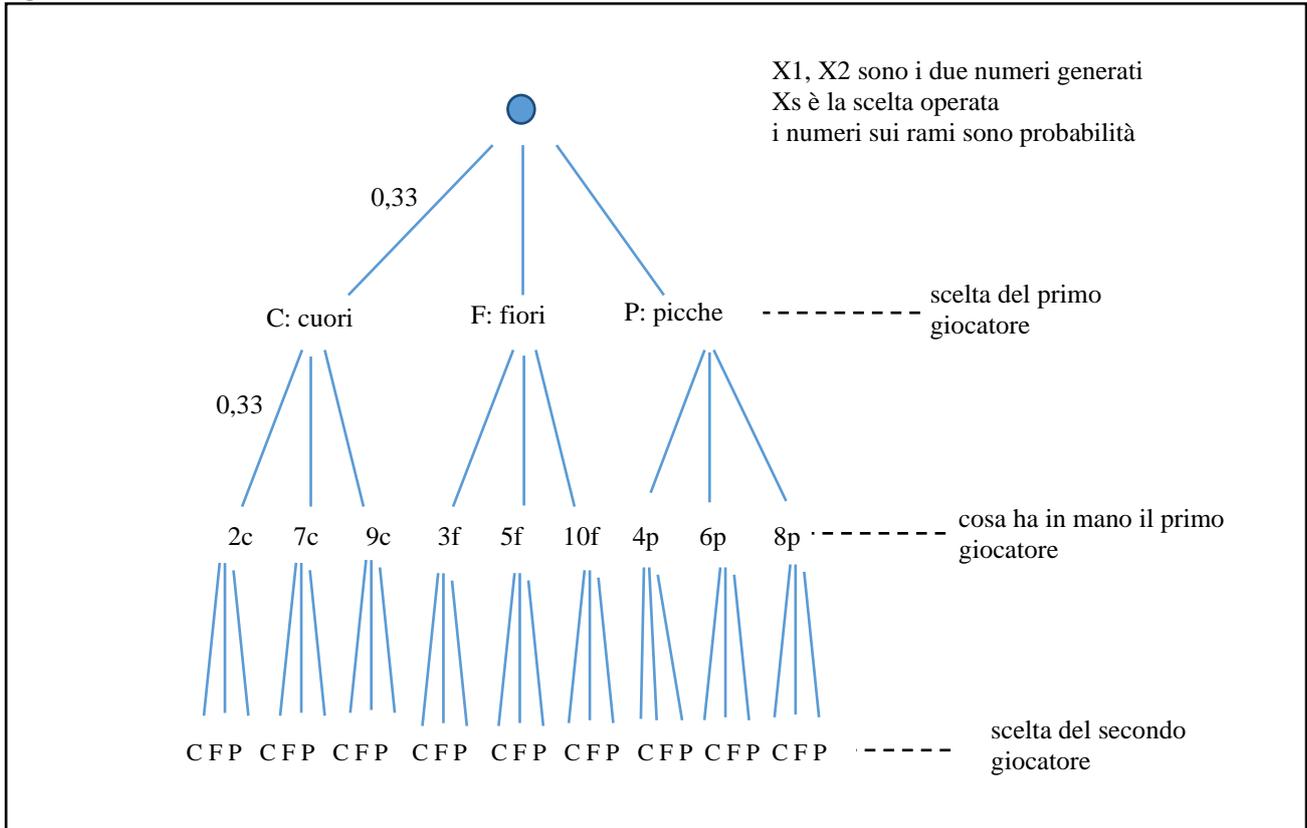
È ovvio che l'informazione "la prima carta estratta appartiene al mazzetto di fiori" (o ad altro mazzetto) è determinante al fine della strategia del secondo giocatore.

### SOLUZIONE

L'albero della fig. 1 modella il gioco con la seguente convenzione per la scelta dei giocatori:

- C sceglie dal mazzo di cuori
- F sceglie dal mazzo di fiori
- P sceglie dal mazzo di picche

fig. 1



In ogni cella della tab. 2 viene calcolata la probabilità di vincita del secondo giocatore a seguito della scelta del primo. All'interno di ogni parentesi i numeratori delle frazioni semplicemente contano quante carte (su tre) del mazzetto della seconda scelta superano il valore della carta scelta dal primo giocatore (nelle sue tre possibilità).

tab. 2. Probabilità di vincita del secondo giocatore

		scelta secondo giocatore		
		<b>C</b>	<b>F</b>	<b>P</b>
scelta primo giocatore	<b>C</b>	$\frac{1}{3} \left( \frac{2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{0}{2} \right) = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{3} \left( \frac{3}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{9}$	$\frac{1}{3} \left( \frac{3}{3} + \frac{1}{3} + \frac{0}{3} \right) = \frac{4}{9}$
	<b>F</b>	$\frac{1}{3} \left( \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{0}{3} \right) = \frac{4}{9}$	$\frac{1}{3} \left( \frac{2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{0}{2} \right) = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{3} \left( \frac{3}{3} + \frac{2}{3} + \frac{0}{3} \right) = \frac{5}{9}$
	<b>P</b>	$\frac{1}{3} \left( \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{9}$	$\frac{1}{3} \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{9}$	$\frac{1}{3} \left( \frac{2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{0}{2} \right) = \frac{1}{2}$

**La strategia del secondo giocatore è quindi la seguente:**

- se il primo ha scelto **C**, scegliere **F**;
- se il primo ha scelto **F**, scegliere **P**;
- se il primo ha scelto **P**, scegliere **C**.

**In ogni caso la probabilità di vincita è pari a  $5/9 = 0,555.. > 0,5$**

In allegato una banale simulazione in foglio elettronico della quale qui si riporta in fig. 2 solo il risultato grafico.

fig. 2. Esito di una simulazione.

