

Aritmetica per gatti e altri animali

(Problema di Dicembre 2011)

Il Problema:

Ci sono 30 croccantini disposti in un mucchio sul tavolo.

Piotr e Gaetanagnesi (la gatta) possono prendere a turno 1, 2 o 3 croccantini dal mucchio, ma è vietato prenderne tanti quanti ne ha presi l'avversario al suo turno precedente.

Perde chi prende l'ultimo croccantino o non può muovere.

Bisogna sviluppare sia la strategia a due giocatori (Piotr e Gaetanagnesi) che a tre giocatori (Piotr, Alice e Gaetanagnesi).

Risposta

Essendo 30 i croccantini, il primo che effettua la scelta può effettuare una mossa vincente, nel primo caso prendendo un croccantino e nel secondo caso prendendone tre.

Spiegazione

Due giocatori:

Indichiamo con n il numero di croccantini rimasti prima che un giocatore effettui la scelta.

Chiaramente una posizione perdente è $n=1$ ma lo è anche $n=5$, infatti sono possibili i seguenti casi in cui si indicano le scelte e, tra parentesi i croccantini rimasti dopo ogni scelta.

(5) **1** (4) **3** (1) rosso perde perché resta un solo croccantino

(5) **2** (3) **1** (2) rosso perde perché restano 2 croccantini e non può effettuare la scelta 1

(5) **3** (2) **1** (1) rosso perde perché resta un croccantino.

Ora il giocatore che effettua la mossa per secondo può sempre effettuare la scelta in modo tale che la somma dei croccantini presi complessivamente in un turno sia pari a **4** oppure in due turni sia pari a **8**, infatti abbiamo:

1 **3** (somma 4)

3 **1** (somma 4)

2 **1** **2** **3** oppure

2 **1** **3** **2** (somma 8)

Un giocatore è perciò sicuro di vincere se lascia **1**, **5** o un numero n di croccantini tale che $n-1$ sia multiplo di **4**.

Tre giocatori:

Un giocatore vince sicuramente se lascia agli avversari **1**, **2**, o **3** croccantini.

Un giocatore può effettuare la mossa in modo tale che la somma dei croccantini presi da lui e dagli avversari nel turno precedente sia pari a **6** infatti abbiamo:

1 **2** **3**

1 **3** **2**

2 **1** **3**

2 **3** **1**

3 **1** **2**

3 **2** **1**

Un giocatore è perciò sicuro di vincere se lascia **1**, **2**, **3** o un numero n di croccantini tale che $n-1$ oppure $n-2$ o $n-3$ sia un multiplo di **6**.