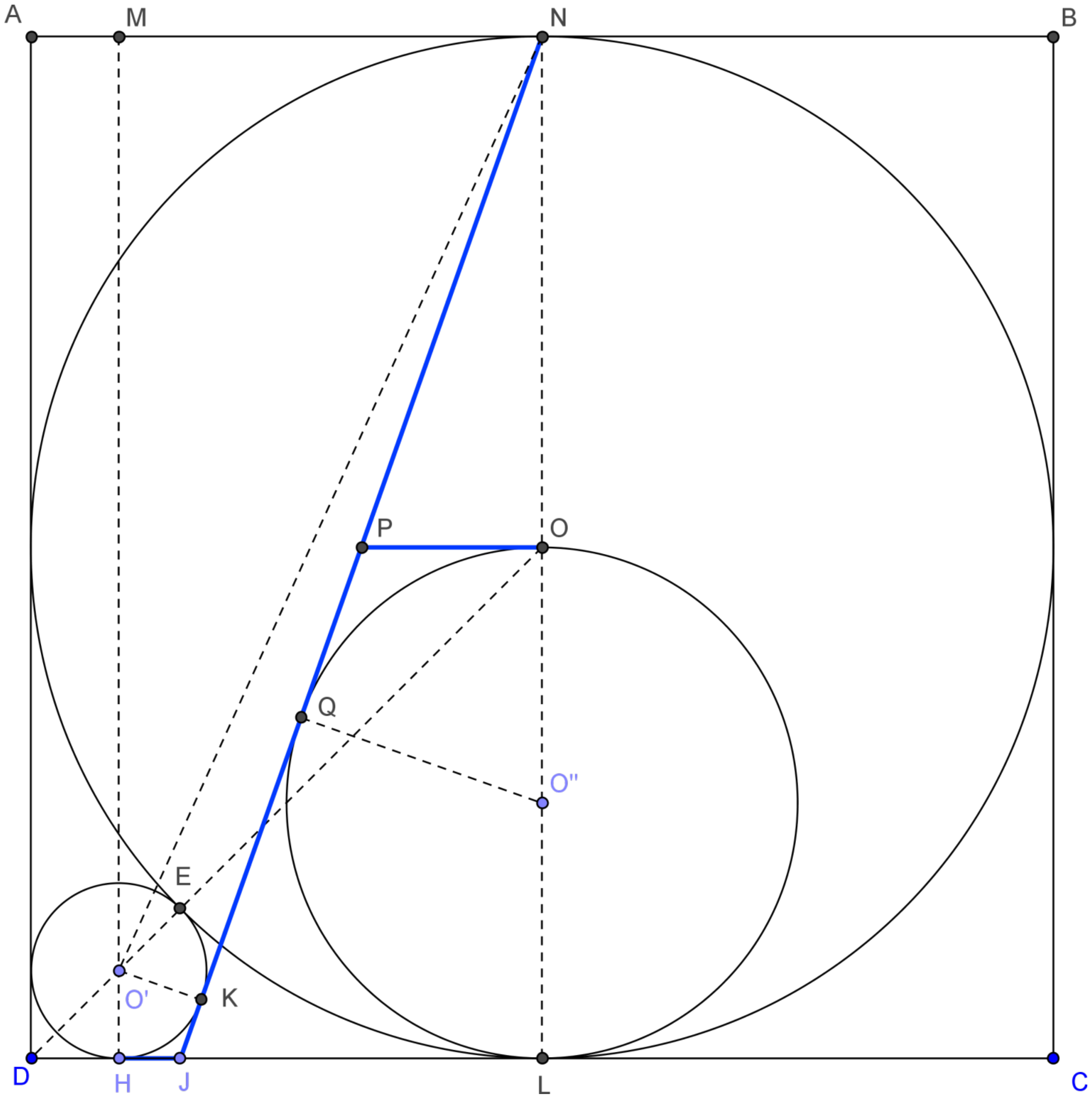
A.A.A. Ambisconsi Artistici Alfabeti

(Problema di Ottobre 2012)

<u>Il Problema</u>: Bisogna trovare i parametri della lettera A che Rudy ha disegnato con un vecchio tecnigrafo.
In figura è mostrata la metà del carattere (in blu) e la costruzione per ottenerlo (tratto pieno) nonché (tratteggiate) altre linee necessarie per la determinazione dei parametri.



<u>Soluzione</u>: Prenderò come riferimento il cerchio grande *C* inscritto nel quadrato e sia *R* il suo raggio.
Il piccolo cerchio C_1 tangente esternamente a *C* ed internamente ai lati del quadrato, avrà il centro che giace lungo la diagonale del quadrato e, detto r_1 il suo raggio, sarà

$$r_1 + R + r_1\sqrt{2} = R\sqrt{2}$$

da cui $r_1 = \left(3 - 2\sqrt{2}\right)R$

Indicata con c la lunghezza del segmento *KN* ed applicando il teorema di Pitagora ai due triangoli rettangoli *NMO'* e *NKO'* che hanno l'ipotenusa *NO'* in comune, si ha:

$$c^2 + {r_1}^2 = (R - r_1)^2 + (2R - r_1)^2$$

da cui $c = 2R$

Indicata con a la lunghezza del segmento *HJ* e con b quella del segmento *JL* sarà

$$R = r_1 + a + b$$

e, applicando il teorema di Pitagora al triangolo *JLN,*

$$(2R + a)^2 = 4R^2 + b^2$$

da cui otteniamo $a = \frac{3\sqrt{2}-4}{2}R$ e $b = \frac{\sqrt{2}}{2}R$

In questo modo abbiamo trovato la lunghezza del piede della A (di lunghezza a) ed il lato obliquo *JN* (di lunghezza $c + a = \frac{3\sqrt{2}}{2}R$).

Per trovare la lunghezza del segmento *PO* (ultima parte di metà carattere) cerchiamo prima il raggio r_2 del cerchio inscritto tra i due lati obliqui.

Si ha che i due triangoli rettangoli *JLN* e *NQO"* sono simili avendo l'angolo in *N* in comune, perciò sarà

$$\frac{b}{r_2} = \frac{2R + a}{R + r_2}$$

da cui $r_2 = \frac{R}{2}$

ed infine in base ai triangoli rettangoli simili *PON* e *JLN,* detta d la lunghezza di *PO*

$$\frac{b}{2R} = \frac{d}{R}$$

da cui $d = \frac{\sqrt{2}}{4}R$.