LE SCIENZE Problema di aprile 2023

Arcieri senza frecce

Si svolge una gara tra arcieri molto bravi, con la mira di Artemide.

Inizialmente uno dei due, che chiameremo A, sceglie un punto (euclideo) sul bersaglio, ma non informa nessuno sulla posizione, rimane incognito. L'avversario, che chiameremo B, scocca la prima freccia. A comunica a B solo la distanza tra il suo punto-bersaglio ed il punto dove si è conficcata la freccia. B lancerà una seconda freccia e così via, finché egli non riuscirà a capire dove si trova posizionato il punto-bersaglio e poi lo colpirà, finendo il suo turno. Poi toccherà ad altri concorrenti. Vincerà chi usa meno frecce.

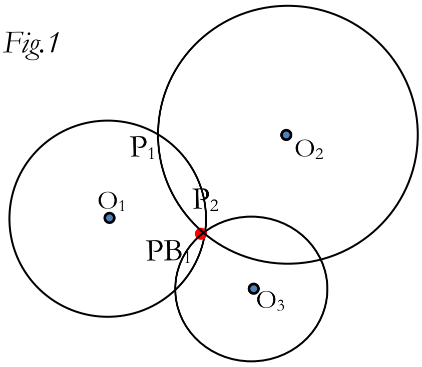
Nel caso più complicato dove i punti-bersaglio possono essere 2, 3 o anche più, dopo il lancio di una freccia verrà misurata la distanza tra di essa ed il punto-bersaglio più vicino, ma non verrà detto di quale punto-bersaglio si tratta. Se un punto-bersaglio verrà colpito, l'annuncio sarà "zero" e questo scomparirà dalla scena.

Soluzione di Angelo

1° caso più semplice (1 solo punto-bersaglio fig. 1).

Dopo aver lanciato la prima freccia, B traccia una prima circonferenza con centro nel punto O_1 dove si è conficcata la freccia e con raggio pari alla distanza O_1-PB_1 (PB è un Punto-Bersaglio) comunicata da A.

Fig.1



Quindi con centro O_2, dove colpisce la seconda freccia, B traccia una seconda circonferenza che in genere interseca la prima in 2 punti, P_1 e P_2. L'incognito punto-bersaglio si troverà in P_1 oppure in P_2. L'arciere B, con la 3.a freccia può provare a colpire P_1: ha il 50% di probabilità che sia il punto-bersaglio cercato, altrimenti lo si troverà in P_2, utilizzando la 4.a freccia. Quindi mediamente sono necessarie 3,5 frecce.

2° caso meno semplice (due o più punti-bersaglio, fig. 2).

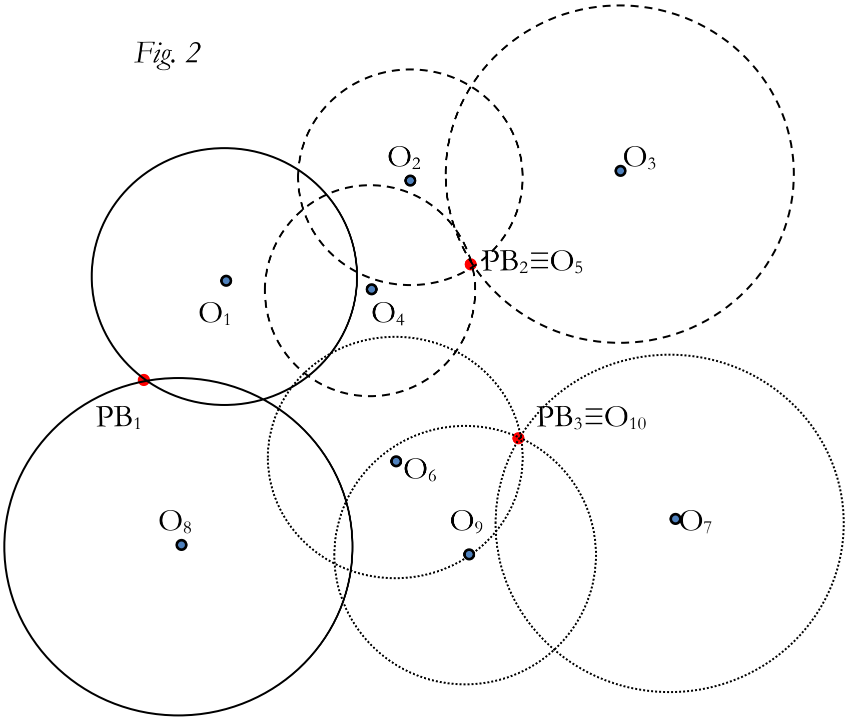
Si devono ricercare le situazioni simili alle precedenti. Quando 3 circonferenze si incontrano in un punto, questo è un punto-bersaglio. Ignoriamo le difficoltà grafiche e le eventuali intersezioni che potrebbero essere punti "singolari".

Volendo fare qualche esempio, mi sono travestito da arciere A (virtuale), ho posizionato 3 PB (in tinta rossa), poi, come avversario arciere (virtuale) B, ho "lanciato" a caso alcune frecce, che si sono conficcate in successione nei punti O_1, O_2, O_3,…..(in tinta nera). Poiché B non sa dove sono i PB, ho tracciato delle circonferenze con raggio pari alla distanza dal PB (ignoto) più vicino con i centri nei punti O. Poiché i PB sono più di uno e sono in posizioni incognite non si può fare l'abbreviazione dei due probabili punti-bersaglio come nel caso 1° semplice, bisogna attendere che una terza circonferenza ne intersechi altre due nello stesso punto.

Dopo il 4° lancio, si vede che le circonferenze con centri O_2, O_3, O_4 si intersecano in un punto che sarà un PB. La 5.a freccia lo centra e PB_2 con le sue circonferenze (tratteggiate) scompaiono.

Dopo altri lanci si vede che con i centri in O6, O7, O9 si intersecano in un altro punto, sarà il PB_3 ad essere colpito dalla 10.a freccia e scompaiono (punteggiate).

Fig. 2



Rimangono le circonferenze con centri in O_1 ed O_8, che si incrociano in 2 punti. Col 50% di probabilità la 11-esima freccia potrà colpire il punto PB_1. Siamo quindi arrivati ad 11,5 frecce.

Quindi pare che le frecce f occorrenti con n PB siano $f = 4(n - 1) + 3,5$.