

## Hedy Lamarr in sedicesimo (Problema di Gennaio 2020)

### Il Problema

Bisogna trovare la distanza ideale per scattare una fotografia ad una statua alta  $h$  metri, posta su un piedistallo alto  $p$  metri con gli occhi ad altezza di  $e$  metri, in modo che essa risulti più grande possibile (sia massimo l'angolo sotteso).

### Soluzione

La distanza ideale è  $x = \sqrt{p^2 + e^2 - 2pe + ph - eh}$

### Spiegazione

Pongo  $q = p - e$  e ancora  $r = q + h$  per cui avrò che l'angolo sotteso  $\alpha = \arctg\left(\frac{r}{x}\right) - \arctg\left(\frac{q}{x}\right)$

Derivando rispetto ad  $x$  si ottiene

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{q}{x^2 + q^2} - \frac{r}{x^2 + r^2}$$

uguagliando a 0 la derivata si ha

$$\frac{q}{x^2 + q^2} = \frac{r}{x^2 + r^2}$$

Da cui, attraverso qualche passaggio

$$x = \sqrt{q^2 + qh} = \sqrt{p^2 + e^2 - 2pe + ph - eh}$$

