**RUDI MATEMATICI – settembre 2020**

Lucio Compagno, lcompagno@diim.unict.it, 21.09.2020

Complimenti per l'ottimo problema.

**PREMESSA**

Siano:

G1 prima mossa del primo giocatore (scelta X)
G2 unica mossa del secondo giocatore (scelta Y)
G3 seconda mossa del primo giocatore (scelta Z)

Analizziamo i casi banali (attività non inutile).

Se il primo giocatore G1 sceglie X≡A, il secondo giocatore G2 sceglierà Y≡C e avrà vinto per ogni successiva scelta Z in AC (il triangolo XYZ degenera in AZC di area nulla).

Se il primo giocatore G1 sceglie X≡B, il secondo giocatore G2 sceglierà Y≡B e avrà vinto per ogni successiva scelta Z in AC (il triangolo XYZ degenera in BBZ di area nulla).

Pertanto la scelta di X sarà "interna" al segmento AB;[1] a questo punto, qualunque sia la scelta di Y in BC, anche nei suoi estremi, la terza scelta darà luogo a un triangolo non degenere.

**SOLUZIONE**

È opportuno procedere in maniera retrograda iniziando dal passo G3 (Z).

Sia X' la proiezione di X su BC secondo la direzione AC. (vedi fig. 1).

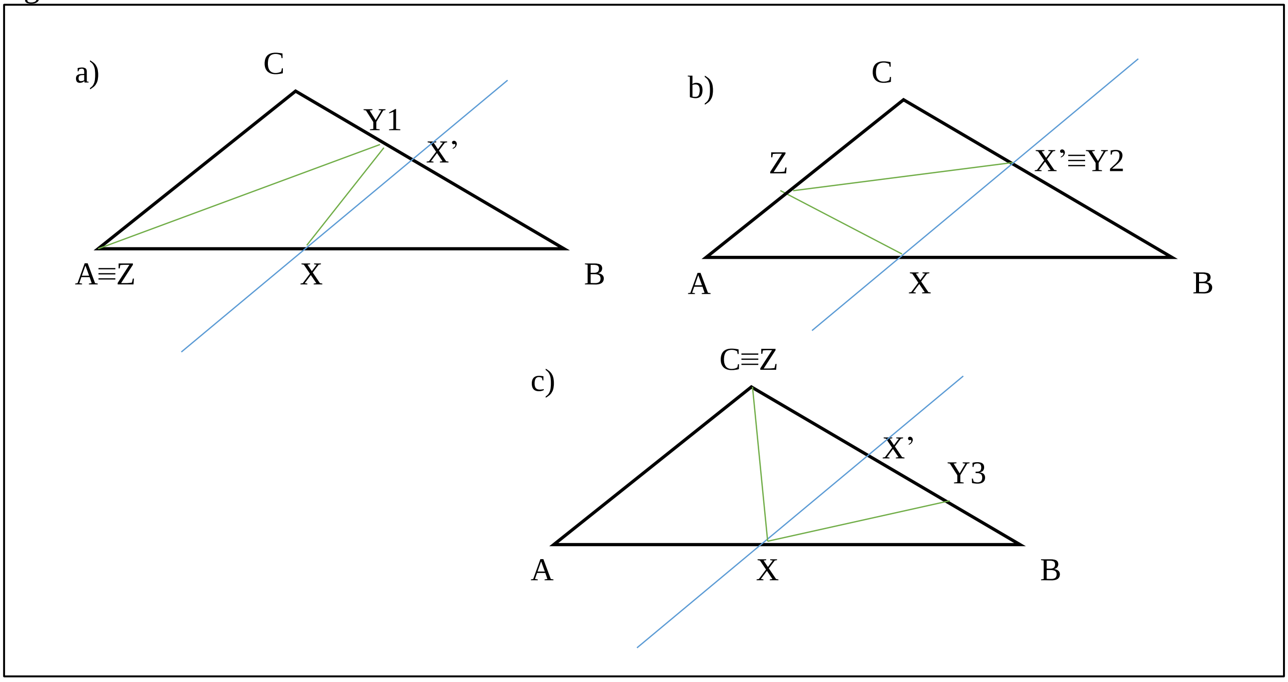
[1] già adesso si è tentati di scegliere il punto medio…

a) Se G2 ha scelto Y1 in CX', G3 sceglierà Z≡A poiché il punto A è il punto il "più lontano" di AC (altezza) dalla retta identificata dal segmento XY1 (base).

b) Se G2 ha scelto Y2 in X', G3 sceglierà qualsiasi punto di AC poiché tutti i suoi punti sono equidistanti (altezza) dalla retta identificata dal segmento XY2 (base).

c) Se G2 ha scelto Y3 in X'B, G3 sceglierà Z≡C poiché il punto C è il punto il "più lontano" di AC (altezza) dalla retta identificata dal segmento XY3 (base).

fig. 1.



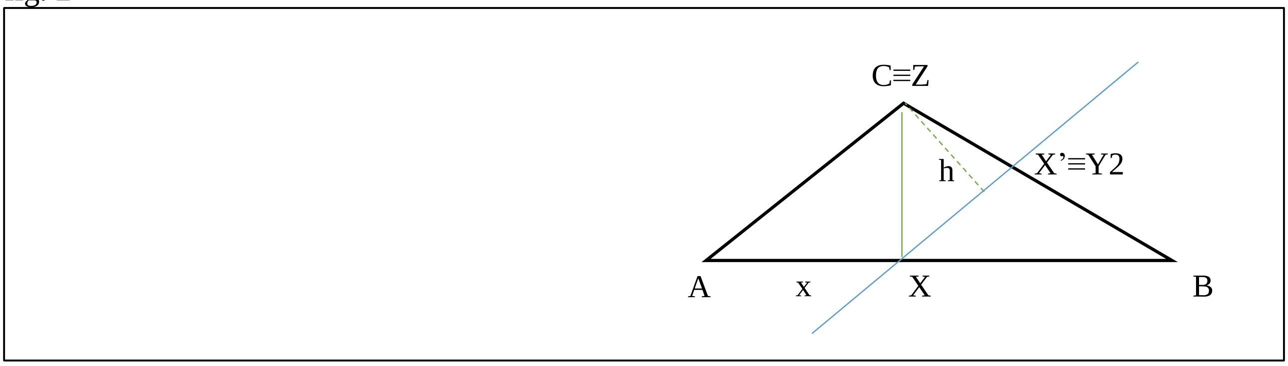

Orbene, nel caso a) a G2 conviene portare Y1 fino a X' per ridurre l'area di AXY1.
Nel caso c) a G2 conviene portare Y3 fino a X' per ridurre l'area di XY3C.

Pertanto l'ottimo di G2 (scelta unica) è quello di scegliere Y in X'.

Poiché il comportamento di G3 (ultima scelta) è già determinato (Z in qualsiasi punto di AC, vista la scelta di G2), bisogna solo determinare G1 (posizione di X in AB) per massimizzare l'area del triangolo XX'Z, con Z appartenente a AC, estremi inclusi.

Poiché il ragionamento vale anche per Z≡C, la configurazione più facile da ottimizzare è quella di fig. 2.

fig. 2



Esprimendo sia la base XX’ (lineare in x) sia l’altezza h (lineare in x) del triangolo XX’Z in funzione della coordinata x di X, nasce una funzione quadratica di x che – si intuisce – darà un massimo a metà di AB.

**SOLUZIONE FINALE**

X punto medio di AB
Y punto medio di BC
Z qualsiasi punto di AC, anche il punto medio…

Cordialmente, LC