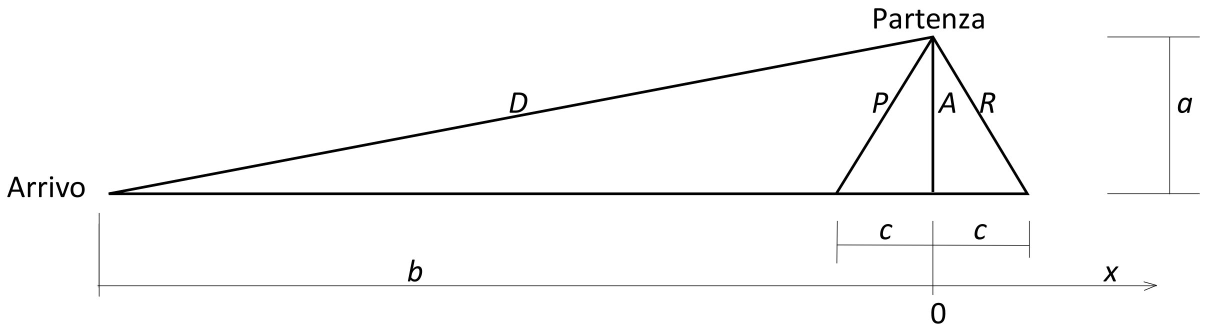
Di gambe e di stinchi (Le Scienze, giugno 2018)

In problemino in fondo era semplice, ma il veleno stava nella soluzione del puzzle creato ad arte nel testo per rendere difficile identificare chi avesse fatto che cosa. Se ho risolto correttamente il puzzle, il quadro dei percorsi e delle velocità è il seguente:



dove *P* sta per Piotr, *A* per Alice, *R* per Rudy e *D* per Dog (Poldo).
Le lunghezze a, b, c sono determinate dalle altre informazioni date nel testo e il triangolo con vertice nel punto di "Partenza" e base $2c$ è, come vedremo, equilatero.

Traccio un asse orizzontale (asse delle x) parallelo alla stradina veloce, con origine in corrispondenza della congiunzione con il percorso iniziale di Alice. I diversi percorsi si congiungono alla stradina veloce per diversi valori di x. La lunghezza l e il tempo Δt del generico percorso sono dati da:

$$l = \sqrt{a^2 + x^2} + (b + x) \qquad (x \geq -b)$$
$$\Delta t = \frac{1}{v}\left[\sqrt{a^2 + x^2} + \frac{1}{2}(b + x)\right]$$

dove v è la velocità nel bosco.
Per $x = -b$ si ha il percorso di Poldo, per $x = -c$ quello di Piotr, per $x = 0$ quello di Alice e per $x = c$ quello di Rudy.
Il percorso di tempo minimo (Piotr) si ha per $x = -c = -\frac{a}{\sqrt{3}}$, da cui $a = c\sqrt{3}$ (triangolo equilatero).
In corrispondenza si ha il minimo tempo di percorrenza:

$$\Delta t_{min} = \frac{1}{2v}\left(a\sqrt{3} + b\right) = \frac{1}{2v}(3c + b)$$

Sin hanno quindi i seguenti percorsi e tempi:

$$l_D = \sqrt{b^2 + 3c^2} \qquad \Delta t_D = \frac{1}{v}\sqrt{b^2 + 3c^2}$$
$$l_P = b + c \qquad \Delta t_P = \frac{1}{2v}(b + 3c)$$
$$l_A = b + c\sqrt{3} \qquad \Delta t_A = \frac{1}{2v}(b + 2c\sqrt{3})$$
$$l_R = b + 3c \qquad \Delta t_R = \frac{1}{2v}(b + 5c)$$

Poldo e Rudy sono arrivati insieme. Dalla condizione $\Delta t_D = \Delta t_R$ segue $b = \frac{13}{3}c$, e quindi:

$l_D = \frac{14}{3}c$ $\quad l_P = \frac{16}{3}c$ $\quad l_A = (\frac{13}{3} + \sqrt{3})c$ $\quad l_R = \frac{22}{3}c$

$\Delta t_D = \frac{14}{3}\frac{c}{v}$ $\quad \Delta t_P = \frac{11}{3}\frac{c}{v} = \frac{11}{14}\Delta t_D$ $\quad \Delta t_A = \frac{3}{14}(\frac{13}{6} + \sqrt{3})\Delta t_D$ $\quad \Delta t_R = \Delta t_D$

$\overline{v_D} = v$ $\quad \overline{v_P} = \frac{16}{11}v$ $\quad \overline{v_A} = \left(\frac{230}{61} - \frac{78}{61}\sqrt{3}\right)v$ $\quad \overline{v_R} = \frac{11}{7}v = \overline{v_{max}}$

Sappiamo inoltre che $\overline{v_{max}} = 5{,}5 km/h$ e che $2c = 3km$. Si ottiene quindi:

$$\Delta t_D = \Delta t_R = \frac{22}{3}\frac{c}{\overline{v_{max}}} = 2h$$

$$\Delta t_P = \frac{11}{7}h = \quad 1h\ 34min$$

$$\Delta t_A = \frac{3}{7}\left(\frac{13}{6} + \sqrt{3}\right)h = \ 1h\ 40min$$

Infine, ricordando che $a = c\sqrt{3}$ e $b = \frac{13}{3}c$, e sapendo che Poldo e Rudi sono arrivati alle 10:30, si ottengono le distanze percorse e gli orari di arrivo:

$t_0 = \ 8{:}30$	(ora di partenza)
$t_P = 10{:}04$	$l_P = 8\ km$
$t_A = 10{:}10$	$l_A = 9{,}1\ km$
$t_D = 10{:}30$	$l_D = 7\ km$
$t_R = 10{:}30$	$l_R = 11\ km$

Giuliotom