Imposte e gabelle.

Dovendo analizzare delle tasse direi che è quanto meno improprio parlare di guadagni e parlerei piuttosto di perdite.

Passiamo alle definizioni:
n, è il valore della merce 'vero', nell'esempio del quiz 1000
c, è il valore dichiarato
f, è la frazione che identifica la tassa, nell'esempio ¼=0,25
p, è la perdita

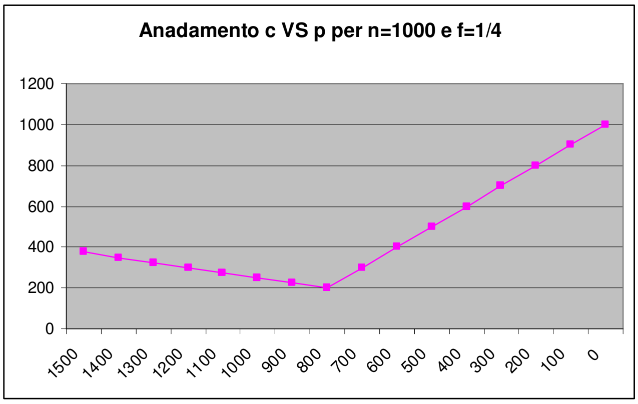
La perdita sarà:
(1) $p = n - c$
se Alice sceglie di acquistare la merce
Oppure :
(2) $p = c \times f$
Se Alice sceglie di prendersi la tassa

La strategia vincente per minimizzare la perdita sarà quella percui la (1) e la (2) si eguagliano; infatti se fosse maggiore la quantità della relazione (1) Alice sceglierebbe sicuramente la (2) e viceversa. Quindi:
$n - c = c \times f$; da cui si ricava il valore da dichiarare c:
(3) $c = n / (1+f)$

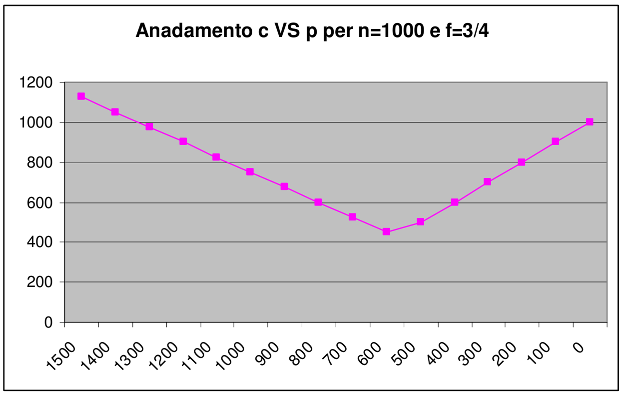
L'esempio del gioco porta a determinare il valore da dichiarare : 800 con una perdita minimizzata di 200.

Tanto per fare un altro esempio numerico se ci fosse n=1545 con f=0,75 si avrebbe c=883 e p=662.

Il grafico della perdita 'p' in funzione del valore dichiarato 'c' per i parametri dell'esempio del quiz è riportato in figura:



che è appunto una spezzata con un minimo in corrispondenza di 800. L'inclinazione delle due rette che si incontrano in 800 hanno inclinazioni differenti e sono funzioni di f.
Per esempio con n=1000 e f=0,75 abbiamo che c minima sarà 571 e il suo grafico cambierà aspetto:



Forti di questo risultato possiamo andare avanti e considerare i casi con più carichi.
Introduciamo la seguente definizione:
$V_{(a,b)}$;
dove V è il valore che i rudi maschietti riescono a ottenere
a è il numero di carichi che possono essere trattenuti da Alice
b è il numero di carichi totali.

Nell'esempio sono dati i seguenti casi:

a	b
1	2
2	5

Piu' in generale la sequenza sarà:
con 'i'che parte da zero, $V_{(i+1,3i+2)}$; essendo a=i+1 e b=3i+2
e quindi con i=2 avremo a=3 e b=8 e così via.
Questa non è l'unica sequenza possibile ma sicuramente una delle più elementari.

Detto questo otteniamo che per un generico 'i' varrà:
(4) $V_{(a,b)} = V_{(i+1,3i+2)} = (b-a) \text{ x } n + a \text{ x } c = (2i+1) \text{ x } n + (i+1) \text{ x } c$;

Nel nostro caso per n=1000 f=0,25 e 'i' che va da zero a 8 avremo:

i	a	b	$V_{(a,b)}$
0	1	2	1800
1	2	5	4600
2	3	8	7400
3	4	11	10200
4	5	14	13000
5	6	17	15800
6	7	20	18600
7	8	23	21400
8	9	26	24200