

Dissertazioni matematiche sulla (non) esistenza di Dio

Numerose argomentazioni in merito all'esistenza e all'inesistenza di Dio sono state proposte da filosofi, teologi e scienziati. Tra quelle a favore dell'esistenza troviamo:

- *L'argomentazione teleologica*, la quale sostiene che, per il suo ordine e la sua complessità, l'universo non possa che essere stato creato da un'entità intelligente dotata di caratteristiche che solo un Dio può avere.
- *L'argomentazione ontologica*, che, definendo Dio come un essere assolutamente perfetto (che possiede quindi tutte le qualità) e considerando l'esistenza una qualità, ne deduce che Dio debba esistere necessariamente.
- *L'argomentazione antropica*, che si concentra su fatti basilari, come la nostra esistenza, per dimostrare l'esistenza di Dio.
- *L'argomentazione morale*, secondo cui la moralità oggettiva esisterebbe e che quindi esisterebbe Dio.
- *L'argomentazione trascendentale*, che sostiene che logica, scienza ed etica non avrebbero senso se non ci fosse Dio.
- *L'argomentazione cosmologica*, secondo la quale ogni effetto deve necessariamente avere una causa, e il nostro universo sarebbe l'effetto di una causa "incausata", che non può che essere Dio.

(fonte: http://it.wikipedia.org/wiki/Problema_dell'esistenza_di_Dio). Alcune, come l'argomentazione ontologica (benché tra i suoi sostenitori vi siano stati vari illustri pensatori, come Cartesio e Leibniz), le trovo ben poco convincenti; mentre altre, come la prova cosmologica e quella teleologica, a mio avviso, sono degne di attenzione e possono essere spunti di riflessione.

Proviamo a discutere dell'argomentazione cosmologica in termini matematici:

1. prendiamo l'affermazione "tutto ciò che esiste deve necessariamente essere stato creato da un ente creatore" come un postulato;
2. chiamiamo E l'insieme di tutto ciò che esiste;
3. chiamiamo f l'applicazione, definita su E , che associa ad ogni elemento x di E l'elemento y di E che ha creato x ($f : E \rightarrow E, y = f(x)$).

Possiamo formulare matematicamente il postulato nel seguente modo:

$$\forall x \in E \quad \exists y \in E \mid y = f(x)$$

Ovvero, per ogni elemento x di E , esiste un elemento y di E che ha creato x , ossia $y = f(x)$.

Ascoltando i discorsi dei credenti, sembrerebbe che, secondo loro, E sarebbe costituito da 2 soli elementi: Dio e l'universo in cui viviamo. Inoltre, Dio sarebbe unico ed eterno e avrebbe creato l'universo. Ossia:

$$E = \{Dio, universo\} \quad Dio = f(universo) \quad universo = f^{-1}(Dio) \quad \neg \exists f(Dio)$$

(il simbolo \neg significa "non"). Ma ciò è palesemente in contrasto con l'assioma di cui sopra. Infatti, se chiamiamo e_0 il nostro universo ed e_1 l'entità che lo avrebbe creato (che, per i religiosi, è Dio), si ha:

$$e_1 = f(e_0)$$

Ma, per il nostro postulato, si dovrebbe necessariamente avere anche che

$$\begin{aligned} \exists e_2 = f(e_1) = f(f(e_0)) = f^2(e_0) \in E \\ \exists e_3 = f(e_2) = f(f(e_1)) = f(f(f(e_0))) = f^3(e_0) \in E \\ \dots \\ \exists e_k = f(e_{k-1}) = \dots = f^k(e_0) \in E \\ \dots \end{aligned}$$

Ossia, l'assioma implica che

$$\exists e_n = f(e_{n-1}) = \dots = f^n(e_0) \in E \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

e che quindi

$$E \supseteq \{e_n\}_{n \in \mathbb{N}}$$

Dove \mathbb{N} è l'insieme dei numeri naturali.

In parole povere, per il postulato associato all'argomentazione cosmologica, l'entità che avrebbe creato l'universo dovrebbe necessariamente essere stata creata da un'altra entità, che a sua volta sarà stata generata da una terza entità, e così via. Quindi tale postulato ci porta a concludere che, oltre al nostro universo, dovrebbe esistere una serie infinita (che in matematica si chiama *successione*) di entità creatrici, ciascuna delle quali è stata creata dalla precedente e ha creato la successiva, eccetto l'ultima, quella che i teisti chiamano Dio, la quale avrebbe creato il nostro universo. Pertanto, E non avrebbe cardinalità (il numero di elementi di un insieme) pari a 2 ma bensì cardinalità infinita ($\text{card}(E) = \infty$).

Supponiamo che esista una causa prima incausata, ovvero un ente che non sia stato generato da nessun altro ente e che abbia dato il via a questa sequenza di creazioni conclusasi con la creazione del nostro universo. Matematicamente significherebbe postulare che

$$\exists k \in \mathbb{N} \mid \neg \exists f(e_k)$$

(esiste un numero naturale k tale che non esiste $f(e_k)$). Per i teisti $k = 1$, ossia la causa incausata sarebbe Dio; ma perché non potrebbe essere il cosmo stesso ($k = 0$)? Del resto, il principio metodologico che è alla base del pensiero scientifico moderno, noto come *Rasoio di Ockham*, ci suggerisce di eliminare tutti gli assunti superflui, e assumere l'universo stesso come causa prima ha il notevole merito di fare a meno dell'ipotesi superflua dell'esistenza di Dio.

A questo punto, sposterei l'attenzione dall'argomentazione cosmologica a quella teleologica. Per spiegare la complessità di tutto ciò che esiste, dagli atomi alle galassie, i creazionisti postulano l'esistenza di un ente di gran lunga molto più complesso, ovvero spiegano una complessità chiamandone in causa una più grande. Se rappresentiamo con la funzione $c(x)$ la complessità di un elemento x di E ($c : E \rightarrow \mathbb{R}$, dove \mathbb{R} è l'insieme dei numeri reali), possiamo asserire che, per i credenti, esiste Dio e si ha: $c(\text{Dio}) > c(\text{Universo})$. Riconsiderando la successione $\{e_n\}$, abbiamo che la diseuguaglianza $c(\text{Dio}) > c(\text{Universo})$ si tramuta in una sequenza infinita di diseuguaglianze:

$$c(e_0) < c(e_1) < c(e_2) < \dots < c(e_k) < c(e_{k+1}) < \dots$$

Ossia

$$c(e_k) > c(e_{k-1}) \quad \forall k \in N$$

E ciò implica che

$$\exists \lim_{n \rightarrow \infty} c(e_n) = \begin{cases} L \\ +\infty \end{cases}$$

con

$$0 < c(e_k) < L < +\infty \quad \forall k \in N \cup \{0\}$$

La successione $\{c(e_n)\}$ è una successione crescente di numeri reali positivi e, pertanto, o diverge positivamente (tende a $+\infty$ per $n \rightarrow \infty$) o tende ad un limite finito L per $n \rightarrow \infty$. Quindi, non solo l'argomentazione teleologica non risolve il problema della complessità dell'universo (in realtà, lo complica ulteriormente), ma, abbinando tale argomentazione a quella cosmologica, rischiamo addirittura di ottenere una complessità infinita. In pratica, abbiamo ottenuto una gerarchia infinita di creatori, ognuno più grande e perfetto dell'altro.

Tornando alla funzione f , osserviamo che essa è iniettiva:

$$e_0 \rightarrow e_1 \rightarrow e_2 \rightarrow \dots \rightarrow e_n \rightarrow \dots$$

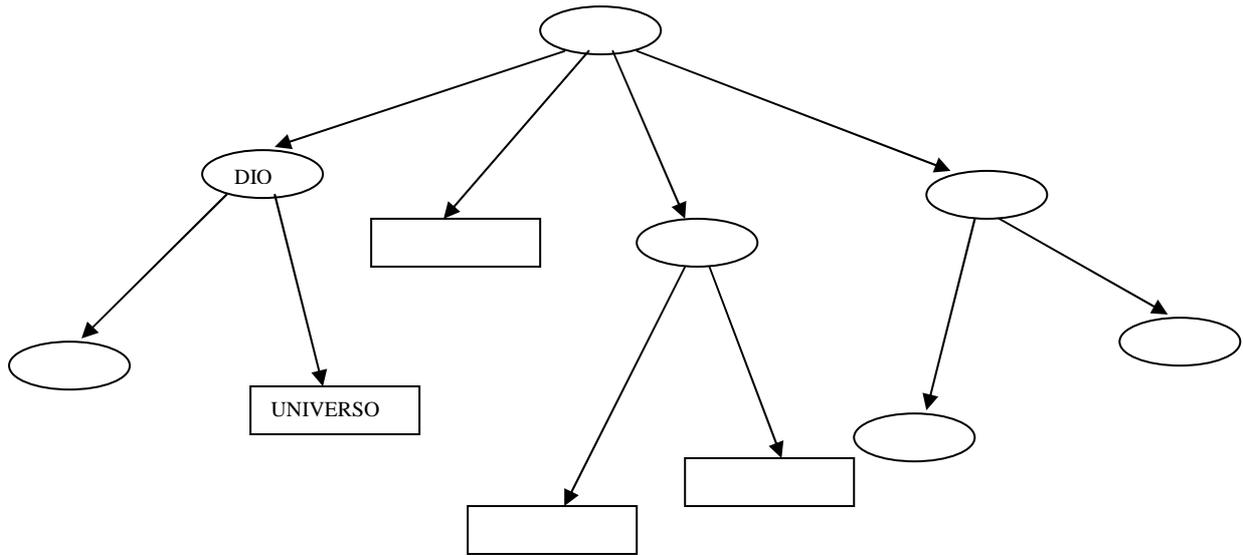
ovvero:

$$e_m \neq e_n \Rightarrow f(e_m) \neq f(e_n) \quad \forall m, n \in N \cup \{0\}$$

Osserviamo inoltre che

$$\exists f^{-1}(e_n) = e_{n-1} \quad \forall n \in N$$

Si potrebbe fare un'ipotesi più generale, immaginando che ciascuno degli elementi "creatori" dell'insieme E abbia creato un numero n di altri elementi di E , con $0 \leq n < \infty$, ciascuno dei quali può essere un'entità creatrice oppure un "oggetto", come ad esempio un universo simile al nostro, che non produce altri "oggetti". In altre parole, si potrebbe ipotizzare che Dio, oltre al nostro universo, abbia creato altri universi e/o altre entità creatrici. Quest'ipotesi, a maggior ragione, implicherebbe che $\text{card}(E) = \infty$.

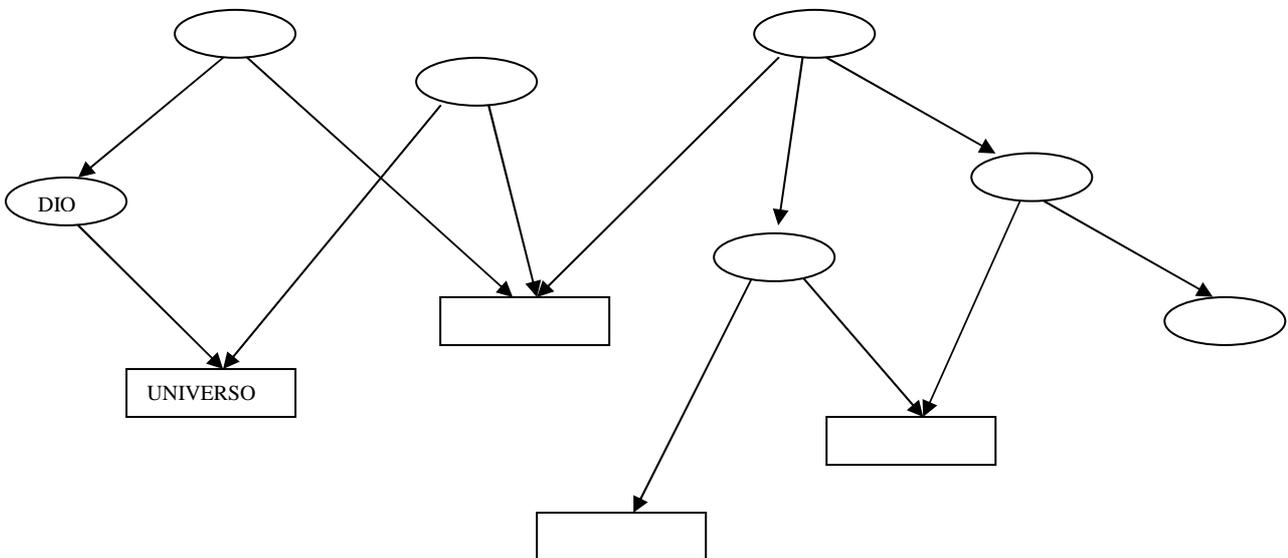


Il diagramma precedente illustra graficamente quest'ipotesi. Le ellissi rappresentano gli elementi di E che creano altri elementi, mentre i rettangoli rappresentano gli enti che non generano nulla. Utilizzando la simbologia matematica, possiamo schematizzare questa ipotesi nel seguente modo:

$$\forall x \in E \quad \exists y \in E \mid y = f(x), \quad \exists X \subset E \mid X = f^{-1}(x), \quad 0 \leq \text{card}(X) < \infty$$

X è l'insieme degli elementi generati dal generico elemento x e potrebbe anche essere vuoto, come nel caso del nostro universo (che, per quel che ne sappiamo, non ha generato altri universi o entità esterne ad esso). Va da se che, in questo caso, f non è più una funzione iniettiva.

Si potrebbe ipotizzare anche che ciascun elemento di E possa essere stato creato da una n -pla di altri elementi, con $n \geq 1$ (ipotesi ovviamente in netto contrasto con quanto sostengono le religioni monoteiste). Daltronde, per realizzare un qualsiasi manufatto di una certa complessità, come un edificio o un'infrastruttura o un impianto industriale, occorre il lavoro di molteplici individui: ingegneri, architetti, periti, geometri, operai e quant'altro. Una simile ipotesi potrebbe essere rappresentata graficamente dal seguente diagramma:



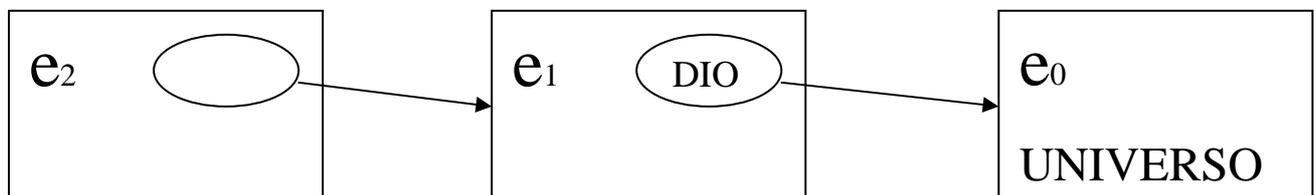
In questo caso, f diventa una funzione *polidroma*, ovvero $f : E \rightarrow P(E)$, dove $P(E)$ è l'insieme delle parti di E , ossia l'insieme dei sottoinsiemi di E . In parole più semplici, una funzione polidroma può associare ad un elemento del suo dominio più elementi del suo codominio. Possiamo rappresentare matematicamente quest'ultima ipotesi scrivendo:

$$\forall x \in E \quad \exists Y \subset E \mid Y = f(x), 1 \leq \text{card}(Y) < \infty \quad \exists X \subset E \mid X = f^{-1}(x), 0 \leq \text{card}(X) < \infty$$

Ovvero, ciascun elemento x di E è generato da un sottoinsieme Y di E contenente almeno un elemento (è generato da 1 o più elementi di E) e genera un sottoinsieme X eventualmente vuoto (genera 0, 1 o più elementi di E).

Oltre a quelle già fatte, si potrebbero fare altre considerazioni. Ad esempio, affermare che un Dio eterno, ad un certo punto, abbia deciso di creare il nostro universo, implica postulare l'esistenza del tempo, come lo intendiamo noi, prima e al di fuori del nostro universo. Ma i cosmologi sostengono che il tempo sia nato, insieme alla materia e allo spazio, 13,73 ± 0,12 miliardi di anni fa con il Big Bang (fonte: http://it.wikipedia.org/wiki/Big_Bang); ossia il tempo sarebbe una proprietà intrinseca della nostra realtà e non avrebbe senso parlare di esso al di fuori di essa. Sostenere che Dio sia eterno e che circa 13,73 miliardi di anni fa abbia generato il cosmo sarebbe come dire che Dio stesso appartenga ad un universo in cui esisteva già il tempo come lo concepiamo noi, o comunque un tempo molto simile al nostro, che scorre in un'unica direzione: dal passato al futuro. Inoltre, ci sarebbe da osservare che, se $\Delta t \approx 13,73 \cdot 10^9$ anni è l'età del nostro universo, poiché Dio è eterno, $\Delta T = \infty - \Delta t = \infty$ è la durata del tempo della sua "inattività". Ovvero, Dio avrebbe atteso un tempo infinito prima di creare il nostro mondo. Anche supponendo che egli abbia creato altri "oggetti" prima del nostro universo, se Δt è il tempo che ci separa dall'istante in cui credi il suo primo "oggetto", si ha sempre: $\Delta T = \infty - \Delta t = \infty$. Sant'Agostino, oltre a rispondere: "Preparava l'inferno per coloro che fanno domande come questa" a chi gli chiedesse cosa facesse Dio prima di creare il mondo, sosteneva che egli, oltre ad essere eterno, sarebbe il creatore non solo di ciò che è nel tempo ma del tempo stesso. Ma asserire che una causa sia al di fuori del tempo è in antitesi con il concetto stesso di causa. Infatti, A è causa di B solo se A precede B . Inoltre, non si comprende come Dio possa intervenire nelle vicende terrene se lo collochiamo al di fuori dello spazio e del tempo, e quindi al di fuori della nostra realtà.

Quest'ultima argomentazione mi fa venire in mente un altro modo di definire la successione $\{e_n\}$: e_0 continua ad essere il nostro universo; e_1 è l'ipotetico universo in cui "abita" Dio che, eventualmente coadiuvato da altri creatori, ha creato e_0 ; e_2 è l'universo contenente la o le entità che hanno creato e_1 ; e così via. Più in generale, e_k è l'universo in cui risiede la o le entità che hanno generato e_{k-1} .



Uno dei motivi per cui molti di noi hanno la tendenza a credere che il nostro mondo debba necessariamente essere il risultato della creazione operata da qualche divinità, o comunque l'effetto di una qualche causa, molto probabilmente andrebbe ricercato nel fatto che nella nostra realtà le cose funzionano così: ogni effetto ha una causa, il tempo esiste e scorre dal passato al futuro, noi esistiamo perché siamo nati, ogni manufatto è stato necessariamente costruito da qualcuno, eccetera. Tuttavia, se il nostro universo ha avuto una causa, essa non può che appartenere all'esterno di esso, e non è affatto detto che la realtà esterna al nostro universo abbia le stesse caratteristiche della nostra; potrebbe non avere più senso parlare di causa ed effetto in essa, e in tal

caso il nostro universo non avrebbe una causa. A tal proposito, mi ritornano in mente le parole del fisico Antonino Zichichi, quando una volta asserì che ciò che non appartiene al nostro universo può essere qualsiasi cosa eccetto: spazio, tempo, materia, energia e cariche elettriche.

Ovviamente, gli argomenti riportati nel presente articolo non risolvono affatto il problema della (non) esistenza di Dio. Non esiste nessuna argomentazione che dimostri una volta per tutte l'esistenza o l'inesistenza di Dio. In fin dei conti, è inutile tentare di dimostrare in maniera puramente teorica l'esistenza di qualcosa o qualcuno: solo empiricamente si può fare, ovvero con l'osservazione e gli esperimenti. Quindi, non si potrà mai confutare definitivamente l'esistenza di Dio; ma ciò vale anche per Babbo Natale, la Befana, le fate, le streghe, i folletti, i fantasmi e quant'altro. E, poiché l'esistenza di Dio non è supportata da nessuna prova, non vedo il motivo per cui la probabilità che Dio esista debba essere superiore a quella che esista, ad esempio, Babbo Natale.

Con questo articolo, spero di aver contribuito a mostrare il potere ed il fascino della matematica, che è applicabile anche ad argomenti totalmente avulsi da essa, come la religione. Naturalmente, ci sono stati altri tentavi di fondare sulla matematica un'argomentazione a favore dell'esistenza o della non esistenza di Dio. Il più famoso probabilmente è quello del logico Kurt Gödel. La sua è sostanzialmente una variante matematica della prova ontologica, che però, come egli stesso ci teneva a precisare, si trattò di un lavoro concepito come mero esercizio di logica matematica.

Dovrebbe essere lampante che il contenuto del mio articolo vuole essere anche un elogio della razionalità e quindi un'esortazione ad essere più razionali. Senza voler dare del beota a nessuno, sono più che convinto che l'irrazionalità conduca inevitabilmente alla dabbenaggine e che sia alla base di tutte le religioni, le superstizioni e, più in generale, di tutte le forme di credulità. Probabilmente, aveva ragione lo scrittore portoghese José Saramago, premio Nobel per la letteratura nel 1998, quando affermava che il mondo sarebbe molto migliore se fossimo tutti atei.

Va anche detto, tuttavia, che è utopistico sperare di convincere con argomenti razionali coloro che, come i credenti, sono fideisti e quindi, per definizione, antepongono la fede alla ragione. Il matematico statunitense Eric Temple Bell, nel suo libro intitolato *Numerology*, scrisse: "Se l'assurdità di queste idee non risulta ovvia senza spiegazione, niente che alcuno possa dire la renderà ovvia. Uno ha la mente limpida, oppure non ce l'ha, e benché una mente limpida occasionalmente possa essere ingarbugliata dall'alcol, dalla metafisica o dall'amore, non c'è niente in cielo, né in terra che possa sgarbugliare una testa ingarbugliata per natura." (fonte: *Anche tu matematico* di R. Vacca, pag. 150). Bell si riferiva a coloro che credono alla numerologia; ma, senza offesa per nessuno, ciò che asserisce temo si attagli perfettamente anche ai teisti e, più in generale, a tutti coloro che credono ciecamente in qualcosa che non abbia alcun fondamento logico o scientifico.