Il problema dei cinque Marinai e delle Noci di cocco. *Palermo, 1°Aprile 2011*

Testo del problema. (Vedi Foglio adiacente).

Molti siti Internet riferiscono che il minimo numero di Noci raccolte dai Marinai subito dopo lo sbarco nell'isola è,

$$N \;=\; 3.121 \quad \text{noci ;}$$

Con tale ipotesi, in occasione della spartizione finale, ognuno dei cinque Marinai riceve una quantità di noci pari a,

$$n \;=\; 204 \quad \text{noci ;}$$

Il problema, come pure ampiamente trattato negli stessi siti, prevede in prima istanza la risoluzione di un elementare sistema di semplici equazioni, di cui qui non si riferisce per brevità, che piuttosto facilmente, determina l'equazione

$$N = \frac{15.625\,n + 8.404}{1.024} \;; \qquad \boxed{1}$$

N è il numero delle Noci della raccolta primitiva.

alla quale corrisponde la formula inversa,

$$n = \frac{1.024 \bullet N - 8.404}{15.625} \;; \qquad \boxed{2}$$

n è il numero delle Noci della spartizione finale.

Per il nostro lavoro, noi adesso adotteremo la formula (1) e le indicazioni N ed n riferite alle Noci raccolte e suddivise. Di fronte a tale equazione, che presenta due incognite o due variabili, sembrerebbe inevitabile il ricorso alle *equazioni diofantee*, branca dell'algebra, almeno per noi, piuttosto problematica, peraltro pure oggetto d'una certa trattazione in Internet per il problema in esame.

Ci riproponiamo di farne a meno di tale dottrina e di usare la seguente diversa Strategia:

La formula (1), con successivi passaggi, è così elaborata:

$$N = \frac{15.625}{1.024}\,n + \frac{8.404}{1.024} = 15{,}2587890625 \bullet n + 8{,}20703125 = (15 + 0{,}2587890625) \bullet n + (8 + 0{,}2073125) =$$

$$= (15\,n + 8) + \frac{2.587.890.625}{10^{10}}\,n + \frac{20.703.125}{10^{8}} = (15\,n + 8) + \frac{5^{11} \bullet 53}{2^{10} \bullet 5^{10}}\,n + \frac{5^{8} \bullet 53}{2^{8} \bullet 5^{8}} =$$

$$= (15\,n + 8) + \frac{5 \bullet 53}{2^{10}}\,n + \frac{53 \bullet 4}{2^{8} \bullet 4} = (15\,n + 8) + 53 \bullet \left(\frac{5 \bullet n}{2^{10}} + \frac{4}{2^{10}} \right) = (15\,n + 8) + 53 \bullet \frac{5\,n + 4}{1.024} \;;$$

La formula (1), così trasformata, assume un nuovo aspetto e noi la chiameremo (3).

$$N = (\,15\,n + 8\,) + 53 \bullet \frac{5\,n + 4}{1.024} \;; \qquad \boxed{3}$$

In questa formula, N e n in ogni frangente sono, <u>e devono essere</u>, numeri interi e positivi, (a dispetto di chi, in passato, ha proposto di utilizzare un numero di noci intero negativo!).
Nel rispetto di tale caposaldo, il fattore n, presente <u>anche</u> nel numeratore della frazione, deve essere opportunamente dimensionato in modo che l'espressione (5 n + 4), per ogni n scelto, assuma un valore <u>k volte</u> multiplo del denominatore o anche uguale a 1.024, allo scopo di elidere la frazione ed ottenere al suo posto un numero intero non decimale. Tale fattore, di contro, andrà benissimo inserito nel binomio (15 n + 8) che in ogni caso ci fornirà un valore intero.

Dovrà quindi essere:

$$5\,n + 4 = k \bullet 1.024 \;:$$

e quindi,

$$n = k \bullet 204{,}8 - 0{,}8 \;;$$

In questa espressione, apparentemente problematica perché dispone di numeri decimali, sono posti a confronto, in una elementare sottrazione, <u>un minuendo</u>, dipendente dal fattore k sopra già citato (e su cui stiamo indagando), ed <u>un sottraendo</u>, sempre uguale a 0,8 (otto decimi).
Adesso, se proviamo a sostituire a k i valori interi 1, 6, 11, 16, 21, 26, ..., otterremo un minuendo decimale la cui parte decimale (perdonate la ripetizione) è sempre uguale a 0,8 (otto decimi).

decimale (perdonate la ripetizione) è sempre uguale a 0,8 (otto decimi...).
Questa condizione è la nostra fortuna ed il nostro "Eureka!". Infatti, adoperando detti valori, a sottrazione completata, otterremo sempre un numero n intero!
Questi valori di k che "finiscono per 1 o per 6", fanno parte della serie,

$$k = 1, 6, 11, 16, 21, 26, \ldots, (5\,s - 4)\ ;$$

nella quale il nuovo fattore s, sul quale non dobbiamo indagare, è la serie dei numeri interi naturali positivi.

Abbiamo finito! Ora, dopo avere raggiunto il vertice della nostra parabola, dobbiamo scendere dall'altra parte!
In discesa! Di corsa!
La formula (4) diventa quindi

$$n = (5\,s - 4) \bullet 204{,}8 - 0{,}8\ ;$$

$$n = 1.024\,s - 820\ ;$$

Dalla formula (3) ricaviamo,

$$\frac{5\,n + 4}{1.024} = (5\,s - 4)\ ;$$

La formula (3) diventa quindi

$$N = 15 \bullet (1.024 s - 820) + 8 + 53 \bullet (5\,s - 4)\ ;$$

Ovvero,

$$N = 15.625\,s - 12.504\ ;$$

Questa formula finale restituisce <u>tutti</u> gli infiniti valori di N o delle Noci della primitiva raccolta, semplicemente utilizzando un qualsiasi valore di s, prelevato dalla serie dei numeri interi positivi.
Se si vuole, potremo quindi creare la seguente tabella:

s	Noci della 1^ raccolta	Noci alla fine ripartite	prima della spartizione
	N	n	5 • n
1	3.121	204	1.020
2	18.746	1.228	6.140
3	34.371	2.252	11.260
4	49.996	3.276	16.380
5	65.621	4.300	21.500
6	81.246	5.324	26.620
…	…	…	…

Ricapitolando.
Il problema dei cinque Marinai e delle Noci di cocco è governato dalle formule qui riportate,

$$N = \frac{15.625\,n + 8.404}{1.024}\ ;$$

che lega i due valori di N ed n.

$$n = \frac{1.024 \bullet N - 8.404}{15.625}\ ;$$

la formula inversa alla precedente.

$$n = 1.024\,s - 820\ ;$$

la formula lega il valore n alla serie s dei numeri naturali.

$$N = 15.625\,s - 12.504\ ;$$

la formula lega il valore N alla serie s dei numeri naturali.

La trattazione finisce qui.
I risultati riportati dalla tabellina, ad una semplice verifica con un piccola calcolatrice tascabile, risultano corretti. Ciò presuppone che anche le formule finali debbano per forza di cose (diciamo, per logica?) pure essere corrette, come pure la strategia, il metodo e tutte l'altre cose. Non ci rimane che aspettare fiduciosi il "parere dell'oste", con il quale, sin dall'inizio, abbiamo prudentemente e coscienziosamente deliberato di "fare i conti".

A cura di Nino Giacalone (quello dei Cannoli siciliani).