

Ricorsività delle cifre di particolari classi di interi

Marco Ripà
marco@marcoripa.net

Selezioniamo un numero di n cifre formato interamente da “9”, vale a dire $a=999\dots 9$ (con il 9 che si ripete n volte) e dividiamolo per $3^2=9$; avremo un numero che consta ancora di n cifre, ma del tipo $b=111\dots 1$.

Richiamando il classico criterio di divisibilità di un numero intero per 3 (il risultato della relativa divisione è un intero se e solo se la somma delle cifre del numero di partenza è un multiplo di 3 – si ricordi che questo procedimento è iterabile -), se $\frac{n}{3^i} \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \Rightarrow a$ è divisibile per 3^{i+2} . Infatti l’esponente “2” discende dalla divisibilità per 3^2 del 9 stesso, mentre “i” dall’ipotesi iniziale di divisibilità di n per 3^i .

Se ora consideriamo il caso particolare $\tilde{a}=999\dots 9$ con la cifra 9 che compare 9 volte, vale a dire fissiamo $n=9$, sappiamo subito che $\frac{\tilde{a}}{81} \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, poiché, in questo caso, $i=2$. Ovviamente \tilde{a} non sarà divisibile per 3^5 .

Adesso osserviamo che dividendo 999999999 per 3^{i-2} , con $i=2,3,4,5,6$, otteniamo delle stringhe di cifre ricorrenti (la verifica è banale), le quali si ripetono tali e quali anche nel caso di “a” formato da $n=h*9$ cifre (per $h \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$).

Il caso $i=6$, ovvero $\frac{999999999}{81}$ dà luogo ad un risultato decisamente più interessante, originando la stringa **12345679** (che potremmo anche riscrivere come **012345679**). Consideriamo un arbitrario “a” composto da $h*9$ cifre “9” e ripetiamo l’operazione precedente (calcoliamo $\frac{a}{81}$): otterremo un curioso risultato di $h*9-1$ cifre. All’elemento iniziale visto poc’anzi (**12345679**) si concatena la stringa **012345679**, che si ripete tale e quale $\frac{(h*9-1)-8}{9} = h - 1$ volte.

Per esempio, possiamo fissare $h=4$ (e naturalmente $i=4$) e pervenire al numero **12345679012345679012345679012345679**, con il periodo (**012345679**) che si ripete $4-1=3$ volte.