

Logica e linguaggio

Per il “Dizionario della lingua italiana”, di Devoto e Oli è genericamente:

lògica (arc. *lòica*)s. f. **1.** Indagine o teoria filosofica relativa alla illustrazione o alla convalida della conoscenza e del giudizio ...⁽¹⁾

E' però convinzione prevalente, e sostanzialmente indiscussa, che “logica” *tout court* sia la logica aristotelica, impostata sulla deduzione. Dice ad esempio Pietro Greco

La logica, dunque, è l'arte del discorso impostato in maniera razionale. L'arte del ragionamento. E del ragionamento deduttivo. Quel particolare tipo di ragionamento che, date premesse vere e seguendo il principio di non contraddizione, raggiunge conclusioni altrettanto vere.⁽²⁾

In tal senso la logica è intesa anche da Maria Luisa della Chiara, che dice:

Per quanto riguarda la logica in senso stretto, ossia la teoria della deduzione ...⁽³⁾.

La logica aristotelica è una logica *binaria*, cioè ammette due e solo due stati possibili, l'uno il contrario, o meglio, il *negato* dell'altro.

A una logica del genere obbediscono i computer, in cui i componenti conoscono i due, e solo due stati *0* e *1*: la presenza del segnale e la sua assenza, che ne è il negato, e in quella forma rigorosamente binaria i dati sono rappresentati ed elaborati. Noi però non siamo computer: solo approssimativamente riusciamo a ragionare in termini binari e, soprattutto, viviamo in un mondo in cui l'equivalenza e simmetria fra l'affermazione e la negazione trova un riscontro solo molto parziale.

La memoria ci permette certo di spaziare in un mondo virtuale, di ragionare su quello che non c'è ma potrebbe esserci, non succede ma avrebbe potuto succedere; però soltanto in quel mondo le situazioni controfattuali possono avere una ragione di essere. Nei problemi concreti di regola le discrepanze della logica non hanno l'occasione di manifestarsi, perché il buon senso ci evita di negare ciò che non avrebbe senso negare, ma in problemi più astratti, come l'elaborazione delle espressioni algebriche, gli è più difficile farsi sentire.

Per avere senso, dovrebbero essere compatibili col significato metamatematico - di regola non immediatamente evidente - dei simboli su cui operiamo. Per la base “A” di “A²”, ad esempio, parliamo di lunghezza, velocità, ecc., ma col sottinteso che non è “la” lunghezza, “la” velocità, ecc., ossia un *sostantivo*, ma un numero, più precisamente un *aggettivo numerico* che ne specifica la “grandezza”. Nella *negazione*, invece, non sempre l'intuizione interviene a evitare il fraintendimento fra sostantivi e aggettivi: la logica aristotelica binaria non fa distinzioni del genere, per cui può apparire lecito negare gli uni al pari degli altri, che quindi in “~A” (o “-A”), “A” possa indifferentemente stare per un aggettivo, un sostantivo, o anche un'intera proposizione.

In matematica non è così: il segno meno può essere anteposto ai coefficienti, che sono aggettivi numerici, non invece - salvo che si riferisca a un coefficiente “1” sottinteso - ai simboli delle variabili e dei termini noti, necessariamente corrispondenti a dei sostantivi (con eventuali aggettivi), e lo stesso dovrebbe valere per il segno “~” (o “-”) di negazione: anteposto ai simboli di sostantivi e proposizioni indica operazioni senza significato, privando quindi i ragionamenti, pure algebricamente corretti, che su di esse si fondano, di alcun reale valore.

Qui si intende mostrare perché la presunzione di poter negare i sostantivi e le proposizioni al pari degli aggettivi non è corretta, e le conseguenze di grande rilievo che può quindi comportare per alcuni ragionamenti altrimenti ritenuti indiscutibili.

Per farlo è tuttavia indispensabile partire piuttosto da lontano, dalla considerazione, per quanto molto stringata, di alcuni aspetti del nostro linguaggio e della sua organizzazione cui normalmente non si presta l'attenzione che meritano.

Permetterà di capire perché il problema usualmente passi inosservato, in quanto poco o nulla interessa la deduzione; non possa invece assolutamente essere ignorato in altri processi pure quanto mai importanti, in cui l'uso improprio della negazione può privare le deduzioni che ci induce a trarre dai nostri ragionamenti di alcun reale valore. Persino più importante è però il riconoscimento della distinzione non solo grammaticale e psicologica, ma sostanziale fra sostantivi e aggettivi usualmente

ignorata, e soprattutto della conseguente radicale differenza dei rispettivi ruoli, i cui riflessi in diversi campi della conoscenza trascendono quelli pure molto rilevanti su problemi famosi.

*

Perno della comunicazione attraverso il linguaggio è la *proposizione*. Detto in modo molto sintetico, essa informa l'ascoltatore, o il lettore, sulla relazione - che presumibilmente egli ignora - fra due concetti che i suoi termini dovrebbero permettergli di identificare: il soggetto e il predicato; la natura della relazione è indicata dal verbo, il cui radicale concorre a esprimere il predicato.

Come *concetto* qui si intende una proprietà comune che intuitivamente riconosciamo in un insieme di pensieri o, meglio di *ricordi* simili ma non identici che la nostra Memoria conserva, che ci appare così rilevante da contraddistinguerli come tali.

I concetti non sono una nostra prerogativa: per quanto possiamo intuire dai loro comportamenti, verosimilmente anche gli animali più evoluti posseggono dei concetti elementari, relativi a oggetti o eventi in cui riconoscono delle proprietà fondamentali per la loro esistenza, come "cibo", "pericolo", e così via, o anche non del tutto elementari⁽⁴⁾; però l'uomo non solo possiede un numero di concetti enormemente maggiore che qualsiasi animale, ma a molti dei suoi concetti ha associato dei *simboli*: le parole del linguaggio intese a rappresentarli ed evocarli.

Appena un barlume di questa capacità si riscontra in alcuni animali che, ad esempio, utilizzano grida di allarme diversificate secondo la natura del pericolo; la differenza rispetto al nostro linguaggio non sta però soltanto nel numero immensamente maggiore di simboli che noi possediamo.

Per qualsiasi società appena un po' evoluta, i concetti che i suoi membri riconoscono, e usano, sono infatti tanto numerosi, che assegnare a tutti un simbolo apposito: una parola specifica, richiederebbe un numero di vocaboli spropositato, che di gran lunga eccederebbe la capacità della mente di ricordarli. L'Evolutione ha quindi portato il linguaggio umano a sviluppare un sistema di segni più sofisticato, in cui l'identificazione dei concetti si basa sull'uso combinato di due coordinate.

Con la sola eccezione di pochissimi molto primitivi⁽⁵⁾, i linguaggi parlati nel mondo *lessicalizzano*, ossia designano con termini specifici del loro vocabolario - più precisamente dei *sostantivi* - solamente un numero relativamente limitato di *concetti semplici* di uso molto comune; designano invece tutti gli altri concetti, qui chiamati *complessi*, accostando ai sostantivi dei concetti semplici, di cui condividono la proprietà fondamentale, degli *attributi*, indicati da *aggettivi* pure lessicalizzati o da combinazioni di più parole con funzione equivalente⁽⁶⁾, intesi a indicare le particolari *caratteristiche accessorie* che li distinguono da quelli semplici, nonché da altri concetti complessi che pure condividono la stessa proprietà: ad esempio, le "mele rosse" dalle "mele" in generale, e da quelle di un altro colore. Qualcosa del tutto simile vale per la funzione degli avverbi nei riguardi del radicale dei verbi.

Con l'accostamento di un numero grande, ma finito, di concetti e attributi è così possibile designare un numero sostanzialmente illimitato di differenti concetti complessi, relativi a oggetti, personaggi, eventi, ecc. anche completamente inediti, senza dover memorizzare il significato delle corrispondenti combinazioni di sostantivi e aggettivi, che emerge dall'interazione fra il significato dei sostantivi e degli attributi, ossia dalla selezione che le indicazioni portate dagli aggettivi consentono alla nostra mente di operare nell'ambito degli insiemi di ricordi dei concetti semplici evocati dai sostantivi, per individuare i sottoinsiemi di ricordi che posseggono le loro particolari caratteristiche accessorie.

Naturalmente, gli attributi non sono una prerogativa del linguaggio: sono attributi tutte le caratteristiche di qualsiasi natura che possiamo riconoscere nei segni, ma non consideriamo così essenziali ed esclusive da farne dei *segni*. Benché solo accessorie, esse permettono però di dare ai segni un significato particolare: ad esempio, la pennellata sulla roccia è il segno che indica il sentiero, ma il suo colore è una caratteristica accessoria che permette di specificare di quale particolare sentiero si tratta.

Gli attributi non sono segni, ma nella semiotica hanno pur sempre una funzione importante, di cui i semiologi usualmente non parlano; è tuttavia soprattutto nel linguaggio che l'accostamento degli attributi portati dagli aggettivi ai concetti indicati dai sostantivi assume un ruolo assolutamente determinante per le nostre capacità di pensiero e d'immaginazione, e per tanti rami della conoscenza.

Ci sarebbe molto difficile, se non del tutto impossibile, concepire oggetti o eventi puramente di fantasia, privi di alcuna rispondenza con quanto ci è stato dato di percepire; risulta invece estremamente facile associando a totale nostro arbitrio sostantivi con aggettivi o combinazioni equivalenti, del tutto indipendentemente da quanto abbiamo percepito e potremo mai realmente riscontrare; senza alcun

problema possiamo così designare ogni sorta di concetti complessi, anche privi di alcun riscontro nella realtà, come l'araba fenice, o impossibili per principio come il moto perpetuo.

Eppure, il ruolo degli attributi come componenti essenziali del linguaggio, e del pensiero che vi si rispecchia, ma ben distinti dai concetti (semplici), non è riconosciuto dai linguisti, che dei sostantivi e degli aggettivi fanno un tutt'uno chiamandoli entrambi "concetti"⁽⁷⁾, e la loro stessa esistenza stessa è ignorata dai logici, che trattano sostantivi e aggettivi allo stesso modo, senza distinzioni di terminologia né di grafia dei simboli⁽⁸⁾, come se obbedissero alla stessa logica binaria, con inevitabili ripercussioni sulla validità dei ragionamenti.

Sia i concetti che gli attributi concorrono a formulare il nostro pensiero; non vanno però confusi: se si ignora la loro sostanziale differenza di ruolo e d'importanza, sorge quello che Maria Luisa dalla Chiara chiama "un problema ancora assai oscuro per l'odierna filosofia della matematica":

Il filone *algebrico-logico*, nato in Inghilterra e sviluppato successivamente anche in Germania e negli Stati Uniti, ha come fondamentale prospettiva l'elaborazione di *calcoli astratti*, i quali siano suscettibili di interpretazioni diverse, tanto logiche che matematiche. ... In tale impostazione, la logica diventa un ramo della matematica; o meglio un ramo di quella matematica astratta svincolata dall'idea di quantità e caratterizzata dallo studio dei rapporti fra calcoli generali e classi di strutture che sono interpretazioni di quei calcoli.

In particolare, George Boole individua un tipo di struttura astratta che sarà destinata ad avere una grande fortuna e verrà appunto chiamata algebra di Boole. Questo concetto (con poche modifiche rispetto alla proposta originaria booleana) troverà nel nostro secolo numerosissime applicazioni nei campi più diversi (logici, matematici, fisici, cibernetici ecc.). I motivi generali per cui certe particolari strutture astratte, e non altre, rappresentano a posteriori schemi concettuali estremamente fecondi e di vastissime applicazione, costituisce un problema ancora assai oscuro per l'odierna filosofia della matematica⁽⁹⁾.

L'algebra booleana costituisce certo uno strumento estremamente utile, ma per il suo carattere rigorosamente binario - come si spiega più sotto - vale esclusivamente per le caratteristiche di natura binaria, quali sono quelle degli attributi, non vale invece per le proprietà dei sostantivi, che obbediscono a un'altra logica.

*

La differenza fra i concetti e gli attributi è riconosciuta dai grammatici, come testimoniano i nomi stessi con cui sono designati i sostantivi e gli aggettivi - gli attributi più tipici, come pure ne è riconosciuta dagli psicologi la differenza sul piano psicologico⁽¹⁰⁾; benché importanti, sono tuttavia solo riflessi della sostanziale differenza della loro natura, in primo luogo riconosciuta dalla nostra mente quando ai pensieri che intende comunicare assegna le parole del vocabolario intese a rappresentarli ed evocarli.

Sui pensieri - o meglio sui *ricordi* che ne conserva la Memoria - la nostra mente opera infatti una classificazione, più precisamente una *doppia classificazione per concetti e attributi*, distinguendo la proprietà fondamentale propria dei concetti semplici rappresentati dai sostantivi, dalle eventuali caratteristiche accessorie possedute dai concetti complessi, indicate dai loro attributi: aggettivi e avverbi.

Due distinti reticoli idealmente suddividono la massa dei ricordi in modo sostanzialmente, quand'anche non rigorosamente univoco⁽¹¹⁾ seguendo due criteri, la cui differenza rispecchia la differenza logica fra i concetti e gli attributi:

- l'uno racchiude nelle sue maglie gli *insiemi* mutuamente esclusivi di ricordi in cui la nostra mente riconosce la proprietà fondamentale dei concetti semplici, e ad essi associa i *sostantivi* intesi a rappresentarli,
- l'altro è invece piuttosto un involuppo di maglie che si intersecano, ciascuna delle quali idealmente raggruppa per attributi i ricordi, rientranti in tutti indifferentemente i concetti, in cui riconosce le caratteristiche accessorie degli aggettivi corrispondenti.

Quella (doppia) classificazione ciascun parlante non può evidentemente compierla che per conto suo, sui suoi ricordi: nonostante l'effetto livellatore della comunicazione con gli altri parlanti della lingua, le parole non possono certamente essere scelte esattamente allo stesso modo nemmeno nell'ambito di quella che - con un'approssimazione accettabile - si può chiamare la *stessa* lingua, e sono ovviamente molto più rilevanti le differenze fra una lingua e l'altra; i criteri seguiti appaiono tuttavia sostanzialmente simili in tutte.

Anche a parte i casi di banale omonimia, per cui una stessa parola ha una pluralità significati del tutto differenti, per le modalità stesse della classificazione le parole non possono avere un significato univoco: si parla di *polisemia* perché alle singole parole - con la sola eccezione di quelle strettamente numeriche⁽¹²⁾ - sia i parlanti che gli ascoltatori non associano un solo significato, ma una pluralità di significati, corrispondenti ad altrettanti ricordi. Il loro numero dipende da ciò che le parole rappresentano, nonché da fattori soggettivi, come la sensibilità, l'esperienza e la capacità d'immaginazione: al limite nessun ricordo per una lingua sconosciuta, o persino per la propria se si ignora il significato; tra i concetti e gli attributi c'è comunque una differenza abissale, che si riflette nella logica cui gli uni e gli altri obbediscono.

*

Gli attributi come gli aggettivi idealmente dividono l'intera massa dei ricordi in due parti: quelli che posseggono la loro caratteristica accessoria, e quelli che invece posseggono la caratteristica complementare, corrispondente al *negato*; hanno quindi delle popolazioni di ricordi estremamente numerose, ed eterogenee come proprietà fondamentale: *non sono* insiemi, ma, nell'ambito degli insiemi di ricordi dei concetti semplici, le loro caratteristiche accessorie concorrono a delimitare i sottoinsiemi di ricordi dei concetti complessi; possono illimitatamente intersecarsi, indicando la compresenza di più caratteristiche, come in "marito bello, buono, affettuoso, giovane, ricco, ecc."

La logica degli aggettivi contempla il possesso sia della caratteristica da essi indicata che del suo negato, è quindi essenzialmente binaria; nella grande maggioranza, anziché i due e due soli opposti valori di verità, presenta però una gamma di gradazioni, che possono essere meglio precisate, ad esempio, mediante superlativi, diminutivi, ecc., o da termini specifici, come per i colori e i suoni. Inoltre, fra l'attributo, e il suo negato, approssimativamente corrispondente a quello che si usa chiamare il *contrario*, facilmente c'è una lacuna (*gap*), rappresentata da situazioni cui non appare possibile attribuire né l'uno né l'altro dei due opposti valori.

Solo pochi aggettivi, in particolare *vero* e *falso*, obbediscono a una logica più rigorosamente binaria; sono pur sempre attributi come gli altri, però con le proposizioni autoreferenziali, come «Questa frase è falsa», si tende facilmente a dimenticarlo. Poiché l'usuale logica aristotelica non fa distinzione fra concetti e attributi, viene naturale considerare "falsa" un concetto, come in "Questa frase è falsa", dove "è" - qui scritto in corsivo - sostanzialmente equivale al segno di uguaglianza "=". E' però un abuso, perché "falsa" è un attributo, *non può* essere uguale a concetto come "Questa frase"⁽¹³⁾ per cui nasce il paradosso, sin dall'antichità di grande interesse concettuale per gli studiosi e oggetto di innumerevoli tentativi di soluzione⁽¹⁴⁾, ma in realtà soltanto un banale errore logico in cui si cade ignorando la differenza fra i concetti e gli attributi; nessun problema sorge infatti se a "falsa" si dà il solo significato pertinente, di *aggettivo* che qualifica la frase, vero, falso o indecidibile che sia, col che il discorso finisce lì⁽¹⁵⁾. Priva di alcun fondamento risulta quindi la deduzione - fin qui considerata indiscutibile - che si usa ricavarne, secondo cui ciò che il "mentitore" afferma «è vero se e solo se è falso»⁽¹⁶⁾.

In sostanza, gli aggettivi e gli avverbi obbediscono a una logica almeno approssimativamente binaria, per cui è lecito negarli e i loro negati sono significativi; non così invece i sostantivi e le proposizioni, che obbediscono a una logica differente.

Per quanto numerosi, persino potenzialmente infiniti possano essere, i ricordi inclusi in ciascuno dei tantissimi insiemi, mutuamente esclusivi, dei sostantivi che tra loro si dividono i ricordi dell'individuo⁽¹⁷⁾, necessariamente costituiscono una frazione infinitesima della Totalità dei ricordi, così trascurabile che per qualsiasi sostantivo il suo negato, ossia ciò che non è, sostanzialmente coincide con la Totalità stessa, che pertanto rappresenta il negato suo come di qualunque altro sostantivo, per ciò stesso privo di alcun reale significato.

I sostantivi non hanno quindi dei negati significativi⁽¹⁸⁾, e lo stesso vale anche per le proposizioni, i discorsi e le teorie nel loro complesso: se non è troppo ingenuo pensare che si parla per dire qualcosa di significativo, pare quindi legittimo affermare che non ammettono la negazione. Si può certo negare il *significato*, che è un loro attributo: negazioni come "Non è un uomo", "nessun albero ...", ecc., sostanzialmente equivalgono a "Non (è vero che) ..."; possono avere senso come smentita di precedenti affermazioni o quanto meno presunzione, ma comunque non ne costituiscono i negati.

Anziché a una logica binaria come quella aristotelica, i sostantivi e le proposizioni obbediscono quindi a una logica differente di cui usualmente non si parla: *unaria* perché ammette unicamente l'affermazione.

Un ragionamento analogo vale per le proposizioni negative, con “non” davanti al verbo. Quelle col verbo “essere”⁽¹⁹⁾ – ma con i dovuti adattamenti ciò vale anche con altri verbi – identificano il soggetto con tutto quanto - al tempo specificato - il predicato *non è*, per cui:

- se il predicato è un sostantivo, il soggetto può essere qualsiasi cosa, salvo quella minima frazione della Totalità dei ricordi corrispondente al predicato: a meno che smentisca una precedente affermazione, non dice quindi nulla di qualche significato,
- se il predicato è un aggettivo, un significato lo ha invece come affermazione della caratteristica complementare, approssimativamente corrispondente all'attributo “contrario”.

*

Riassumendo: gli attributi obbediscono almeno approssimativamente alla logica aristotelica, per cui ammettono la negazione e hanno dei negati significativi; quella logica non vale invece per i sostantivi e le proposizioni, che anziché alla logica binaria obbediscono a una logica unaria, che ammette unicamente l'affermazione, per cui *non possono essere negati*.

Appare quindi evidente che l'identificazione della logica aristotelica con la logica *tout court* non è appropriata. Siamo però così condizionati a utilizzarla, né verosimilmente sapremmo fare altrimenti, che ben più dell'aspetto concettuale interessa di capire se, e in che misura, nei singoli casi, l'uso della logica aristotelica al posto di quella che vale veramente possa compromettere la validità delle conclusioni che siamo indotti a trarre dai nostri ragionamenti.

Per gli attributi, l'esistenza, di più valori intermedi, anziché di due e due soli, può essere causa di imprecisione, e magari di qualche equivoco, ma il più delle volte se ne tiene intuitivamente conto: evitando gli abusi all'origine dei paradossi, la negazione non dà quindi luogo ad alcun problema.

Il problema c'è invece decisamente per i sostantivi e le proposizioni, si pone però ovviamente soltanto se impropriamente si pretende di negarli. Non interessa la deduzione, perché non è facile immaginare che si voglia negare ciò da cui si deduce; può invece porsi nel processo complementare d'induzione, che lo stabilisce.

Quando si parla di induzione il pensiero corre a ipotesi e teorie per principio nuove; non dovrebbe quindi esserci alcun motivo per negare ciò di cui prima non si è parlato; nessuna motivazione del genere interviene però a limitare l'uso della negazione nelle *dimostrazioni*: anch'esse processi induttivi quanto mai importanti con cui si stabiliscono le situazioni da cui si dovrà dedurre il reale fondamento di ciò che si intende dimostrare.

Conformemente alla logica aristotelica, può infatti apparire conveniente - e lecito - usare la negazione senza preoccuparsi del significato metamatematico implicito dei simboli che si negano: se sono sostantivi e proposizioni si rischia così di fondare la dimostrazione su operazioni inammissibili, o comunque improprie; e proprio questo si verifica nella “prova” dei famosi Teoremi di Gödel relativi ai fondamenti dell'aritmetica.

*

Qui non si intende in alcun modo porre in discussione il problema della completezza di quegli assiomi, né entrare nei dettagli della complessa dimostrazione che Gödel ha dato dei suoi Teoremi: limitatamente a quanto qui interessa è sufficiente riferirsi alla nota divulgazione di Ernest Nagel e James R. Newman: “La prova di Gödel”⁽²⁰⁾, che per gli aspetti qui presi in considerazione trova una completa corrispondenza nel lavoro originale di Gödel del 1931⁽²¹⁾.

In conformità con quanto facevano allora - e tuttora fanno i logici matematici, nella sua “prova” Gödel non fa alcuna distinzione fra i concetti, indicati da sostantivi, e gli attributi, indicati da aggettivi o espressioni equivalenti⁽²²⁾, e fonda la dimostrazione su espressioni del tipo “~Dim ...” - dove “Dim” sta per il sostantivo “dimostrazione”⁽²³⁾, nonché sulla negazione “~G” della stessa famosa proposizione “G”: “La proposizione G non è dimostrabile”⁽²⁴⁾.

Così egli fa, ad esempio, nel ragionamento paradossale - come si è detto privo di alcun reale fondamento - che quanto il “mentitore” dice “è vero se, e solo se è falso”, in cui la *verità* è sostituita dalla *dimostrabilità*:

Gödel dimostrò che G è dimostrabile se e solo se la sua negazione formale $\sim G$ è dimostrabile.⁽²⁵⁾

che costituisce la colonna portante della dimostrazione dell'incompletezza degli assiomi:

Allora, se una formula e la sua negazione sono entrambe dimostrabili, il calcolo aritmetico è contraddittorio.⁽²⁶⁾

Si può certo negare ciò che "G" afferma, ma la negazione " $\sim G$ " di "G" in quanto proposizione è priva di significato, per cui il valore di una tale "prova" appare quanto mai dubbio.

A una conclusione simile porta anche la parafrasi, considerata equivalente, in cui - secondo tutti i resoconti - la proposizione "G", viene tradotta per poterla aritmetizzare con le regole stabilite da Gödel:

Per ogni x , la sequenza di formule con numero di Gödel x non è una dimostrazione della formula con numero di Gödel z .⁽²⁷⁾

Sapere che il gödeliano "non è una dimostrazione della formula con numero di Gödel z ", ossia cosa *non è*, avrebbe un senso se smentisse una precedente affermazione, che però non c'è; non permette quindi di ricavare alcuna conclusione di qualche significato. Sarebbe del resto quanto mai sorprendente se così non fosse, poiché l'espressione stessa "G", isolata com'è da qualsiasi contesto che giustifichi ciò che afferma, è un semplice *flatus vocis* né dimostrabile né refutabile.

*

Appare quindi legittimo ritenere che l'incompletezza degli assiomi dell'aritmetica non sia stata dimostrata né sia dimostrabile con quella procedura.

Essa è stata dimostrata per altra via da Turing⁽²⁸⁾, e da altri; è tuttavia proprio la procedura che qui interessa. Dice Palle Yourgrau:

Non si era mai visto prima niente del genere. Gödel aveva eluso il mortale paradosso del mentitore, sostituendolo con un paradosso aproblematico dell'indimostrabilità (che in realtà non era affatto un paradosso); aveva stabilito la possibilità e l'innocuità dell'autoreferenza; aveva dimostrato che esistono relazioni di rappresentabilità fra tre linguaggi distinti; aveva aritmetizzato la sintassi di uno di quei linguaggi; e, infine, aveva esibito una formula di un linguaggio che era probabilmente dimostrabile e simultaneamente vera. Questa era logica, era matematica, ma non sembrava né logica né matematica. Assomigliava di più a Kafka. In effetti, quando il matematico Paul Cohen, un vincitore della Medaglia Fields che aveva dimostrato l'indipendenza dell'ipotesi del continuo, si imbatté per la prima volta nel teorema di Gödel, era scettico, e osservò che gli sembrava più simile alla filosofia che alla matematica. Dopo avere discusso sul problema col logico Steven Kleene, però, i suoi dubbi svanirono. Tuttavia in seguito commentò: «Ero piuttosto depresso quando mi resi conto che Gödel aveva ragione».⁽²⁹⁾

Gödel aveva indubbiamente ragione, ma solo nei termini di una logica binaria, che vale per gli attributi, non per i concetti e le proposizioni, per i quali porta a risultati privi di alcun valore euristico senza che della loro inconsistenza ci si renda conto. Sotto questo aspetto la "prova" costituisce un esempio il cui interesse trascende il "teorema di incompletezza: la «verità matematica più importante del secolo», come sarebbe stata descritta nel 1952 in una cerimonia alla Harvard University"⁽³⁰⁾.

Essa dimostra come la logica aristotelica binaria sia inadeguata per molti dei nostri problemi, che richiedono un approccio più articolato, costringendo a riconsiderare idee che parevano definitivamente acquisite; obbliga però soprattutto a riconoscere l'esistenza degli attributi, accanto ai concetti, ma ben distinti da essi.

La differenza fra i sostantivi e gli aggettivi, ignorata o quanto meno misconosciuta, ha di fatto un'importanza che di gran lunga trascenda la loro differenza grammaticale, che costituisce solo l'evidente aspetto superficiale di una struttura che poggia su basi profonde ben più essenziali⁽³¹⁾ e prima vista niente affatto evidenti, che solo considerazioni del tipo più sopra esposto possono permettere di riconoscere, e di giustificare, con delle conseguenze in tutti i campi della conoscenza di cui non è facile intravedere i limiti, coinvolgendo una pluralità di scienze, solo per fare qualche esempio dei più evidenti, oltre alla linguistica, alla semiotica, alla logica, alla matematica, all'ontologia⁽³²⁾, l'insiemistica, in cui trova un'applicazione particolarmente fruttuosa.

La definizione cantoriana di insieme, del 1895,

Con *insieme* intendiamo ogni collezione in un tutto M di oggetti definiti e distinti m (che saranno chiamati gli elementi di M) della nostra intuizione o del nostro pensiero.⁽³³⁾

parla genericamente di “oggetti del nostro pensiero e della nostra intuizione: i paradossi che sono stati scoperti, in primo luogo quello famoso di Russell, hanno però mostrato che non qualsiasi “collezione di oggetti del nostro pensiero e della nostra intuizione è atto a definire validamente un insieme. Alcune restrizioni intese a evitare il paradosso suggerite dallo stesso Russell, con la sua “Teoria dei tipi”, e da altri, come Zermelo, si rivelarono poco efficaci⁽³⁴⁾; un criterio di decisione quanto mai semplice ed efficace può essere invece offerto, dalla distinzione fra i concetti e gli attributi.

Solo i sostantivi e le proposizioni sono atti a definire validamente un insieme; non lo sono invece né gli aggettivi, né le espressioni equivalenti di più parole, comprese le proposizioni subordinate che Russell utilizza parlando di “insiemi *che includono* (o *non includono*) *se stessi*”: non per nulla nasce il paradosso: solo i concetti possono definire degli insiemi; gli attributi possono concorrere a definirne dei sottoinsiemi, e così è nel caso di Russell: “includere se stesso” è un *attributo* dell’insieme; secondo che esso include o non include se stesso sarà *vero* o *falso*, ma tutto finisce lì: non c’è alcun paradosso, né quindi necessità di una “teoria dei tipi logici” per evitarlo.

A meno che con quello non si intendano i due soli che contano: concetti e attributi.

* * *

NOTE

- 1) Le Monnier, 1971.
- 2) Alla voce “Logica”, a p. 324 di “Einstein e il ciabattino”, Roma, Editori Riuniti, 2002.
- 3) In “Logica”, Milano, ISEDI, 1974, p. 33.
- 4) Le cornacchie, ad esempio, evidentemente posseggono il concetto “linea retta”, perché, una volta individuato un chicco di granoturco, proseguono lungo il solco invisibile a ricercare gli altri che sono stati seminati.
- 5) Secondo quanto riferisce Steven Pinker in “Fatti di parole”, Milano, Mondadori, 2009, i linguaggi di alcune poche tribù dell’Amazzonia, che vivono in condizioni primitive e di totale isolamento, designano con parole specifiche del loro vocabolario - come verosimilmente facevano i nostri lontani progenitori agli albori del linguaggio - tutti i (pochi) concetti che i loro parlanti riconoscono. Possono però farlo solo perché è estremamente ristretto il numero dei concetti, sia atomici che complessi, che i loro parlanti hanno la possibilità, e il motivo, di riconoscere e comunicare.
- 6) Ad esempio, “ di legno”, è sostanzialmente simile come significato a “ligneo”, o “legnoso”; la stessa funzione di attributo può però essere svolta anche da forme linguistiche più complesse, quali proposizioni subordinate.
- 7) Così fa Steven Pinker nel libro della nota 5.
- 8) La differenza non è riconosciuta dai logici né dai matematici. Non è menzionata né evidenziata con l’uso di una grafica differente per i simboli, ad esempio, nella “Logica”, di Ettore Casari, Milano, TEA, 1997. Nemmeno i “Principia Mathematica” di Whitehead e Russell, Londra, Cambridge University Press, 1978, fanno alcuna distinzione del genere; dicono ad esempio a p. XIX: “We might state our definition compendiously as follows: «An “individual” is anything that can be the subject of an atomic proposition», dove come “subject” è inteso *ciò di cui la proposizione si occupa*, qualunque sia la natura di ciò che designa, ad esempio, di variabile o di coefficiente.
- 9) A p. 29 del libro della nota 3.
- 10) Ne parla, ad esempio, Raffaella Rumiati in “Donne e uomini”, Bologna, Il Mulino, 2009.
- 11) Fanno eccezione i casi, relativamente rari, di sinonimia, sia totale che parziale.
- 12) Così è solo se le parole sono intese in senso proprio, perché, ad esempio, il “cinque” potrebbe essere anche un tram, o un volto a scuola.
- 13) Nessun problema né paradosso sorge se si tiene presente che “falsa” implicitamente si riferisce a un sostantivo sottinteso del tipo: “Questa frase è (una frase) falsa”, Nel parlato si può anche percepire una sia pur minima differenza nel modo, più accentuato, con cui “è” e pronunciato se precede un sostantivo piuttosto che un aggettivo.
- 14) Per un’ampia trattazione del paradosso, e una ricca rassegna delle soluzioni fin qui proposte, con le relative obiezioni, si veda, ad esempio, di Francesca d’Agostini “Paradossi”, Roma, Carocci, 2009, pp. 131-151.
- 15) Come è spiegato nella parte conclusiva, quanto detto per il paradosso “del mentitore” vale sostanzialmente anche per quello “di Russell”.
- 16) E’ il cosiddetto “schema T”, di cui Francesca d’Agostini, a p 151 del libro della nota precedente riporta un’opinione, secondo cui “esprime le nostre normali intuizioni sulla verità”.
- 17) Solo i sostantivi sono correttamente rappresentati da “diagrammi di Venn”, che idealmente racchiudono la loro popolazione di ricordi, con gli *iponimi* inclusi negli *ipernim*, come “mammiferi” inclusi nell’insieme degli “animali”, ma senza possibilità di intersezione tra loro salvo che per i sinonimi parziali; l’intersezione è infatti solo apparente in espressioni come “poeta e (insieme) contadino”, in realtà sostantivi aggettivati riferiti a un comune sostantivo sottinteso. Anche gli attributi si vedono talvolta impropriamente rappresentati mediante “diagrammi di Venn”: dovrebbero esserlo piuttosto da linee aperte, che, nella massa dei ricordi, idealmente separano quelli con la loro caratteristica accessoria da quelli che non l’hanno. Intersecando i diagrammi di Venn dei sostantivi, queste linee vi delimitano i sottoinsiemi dei ricordi con la loro caratteristica accessoria..
- 18) I sostantivi derivanti da aggettivi sostantivati, che indicano generalizzazioni quali “verità”, “bellezza”, “bontà”, ecc., hanno dei *contrari* significativi, che non però ne sono i *negati*; è ad esempio “falsità” una espressione non vera, ma il negato di “verità” è l’infinità di ciò che non è vero.
- 19) Caratteristica particolare ed esclusiva di “essere” è che – salvo in contesti molto particolari, ma di grande valore ontologico – non svolge altra funzione che indicare l’equivalenza del soggetto e del predicato.
- 20) “La prova di Gödel”, di Ernest Nagel e J.R Newman, Torino, Boringhieri, 1974.
- 21) “Kurt Gödel, Opere 1929-1936”, Torino, Bollati Boringhieri, 1999.
- 22) Il libro della nota 20 dice ad esempio a pp. 79-80 riguardo ai “numeri di Gödel” utilizzati per il calcolo del gödeliano $g(G)$: “Oltre alle costanti elementari compaiono tre tipi di variabili nel vocabolario fondamentale del calcolo: le *variabili numeriche* ‘x’, ‘y’, ‘z’ ...”: le costanti sono indicate da sostantivi e proposizioni, le variabili numeriche sono invece aggettivi numerici.
- 23) Si veda ad esempio *ibid.* la definizione di “Dim”, a p. 87.
- 24) A conferma dell’assenza di senso della negazione di G, le regole stabilite da Gödel non permettono di

calcolare il gödeiano corrispondente $g(\sim G)$, che non è il negato di quello di G .

25) Ibid. p. 93.

26) Ibid., stessa pagina.

27) Ibid, pp. 94-95.

28) Un'indicazione in tal senso viene invece da Alain Turing, che per strade completamente diverse pervenne conclusioni simili a quelle di Gödel. Dice ad esempio George B. Dyson: "Turing riuscì ... a costruire, con un metodo simile a quello di Gödel, funzioni delle quali si poteva dare una descrizione finita ma che non potevano essere calcolate con mezzi finiti. La più importante di queste era la funzione di fermata (*halting*): dato il numero di una macchina di Turing e il numero di un nastro di registrazione, si ottiene il valore 0 oppure il valore 1, a seconda se il calcolo si arresterà oppure no. Turing chiamò "circolari" le configurazioni che si arrestano e "non circolari" (*circle free*) quelle che vanno avanti indefinitamente, e dimostrò che l'irrisolubilità del problema della fermata implica l'irrisolubilità di un vasto gruppo di problemi simili, compreso l'*Entscheidungsproblem*. Contrariamente a quanto si aspettava Hilbert." A p. 107 di "L'evoluzione delle macchine, Milano, Raffaello Cortina, 2000.

29) A p. 70 di: "Un mondo senza tempo", Milano, – Il Saggiatore, 2006.

30) Ibid., p. 8.

31) Può forse questa essere la sola reale conferma delle teorie chomskiane sulle supposte "strutture profonde" comuni a tutte le lingue (evolute).

32) Ciò riguarda in particolare la profonda differenza di natura fra concetti e attributi, quindi sostantivi e aggettivi, il cui mancato riconoscimento sta alla base del "paradosso del mentitore".

33) Riportata da Hao Wang a p. 201 di "Dalla matematica alla filosofia" – Torino, Boringhieri, 1974. La definizione cantoriana di "insieme" parla genericamente di "oggetti del nostro pensiero e della nostra intuizione, ma solo i sostantivi e le proposizioni sono atti a definirli, non gli aggettivi e gli attributi in generale, offrendo quindi un criterio di decisione quanto mai semplice ed efficace.

34) Si dice ibid. nella nota 1 a p. 205: "Prese alla lettera, le limitazioni di Zermelo del non troppo ristretto e del non troppo ampio sono piuttosto deboli e lasciano spazio a una grande arbitrarietà, in quanto molte teorie degli insiemi reciprocamente incompatibili sono soluzioni possibili. Inoltre, implicitamente sussiste un'ulteriore arbitrarietà nel decidere quali risultati devono essere presi come dati per la ricostruzione, poiché è chiaro che il concetto di "aver valore" (che probabilmente implica anche "essere affidabile") è troppo ambiguo. Supponendo di avere un'idea abbastanza precisa di quali siano i dati, il nostro compito così come è stato descritto suona assai simile a un rompicapo combinatorio che in linea di principio ammette varie soluzioni. Una situazione del genere non soddisfa il nostro intelletto nemmeno quando si tratta di scienze empiriche".

Ivrea, 1/7/2010