

	<i>Rudi Mathematici</i>
The RM Bookshelf	

La Matematica delle Elezioni

di

Rudy d'Alembert

Alice Riddle

Piotr R. Silverbrahms

(RM Board of Editors)



<i>Revisione</i> <1.0>	<i>Codice</i> RMB-BSH-001
<i>Data</i> 200107040808	<i>Autore</i> R.d`A.A.R.-P.R.S..
<i>Pagine</i> 18	<i>Nome File</i> La Matematica delle Elezioni.doc

Indice

1.	Il sistema bipolare	6
2.	Il conteggio dei voti.....	9
3.	La rappresentanza per collegi	11
4.	Le coalizioni	15

Qualunque riferimento a fatti realmente accaduti e` puramente causale.

La Redazione

Bene, prima alcune note.

L'idea per questo pezzo mi era venuta durante le elezioni presidenziali americane; tutta la buriana mi ha fatto pensare che ci fosse sotto qualcosa. Essendo pero` deciso che a breve ci sarebbero state quelle italiane, ho pensato di rinviare la pubblicazione sino ad ora.

Per giocare con le elezioni, per prima cosa ci servono un paio di partiti; per evitare risentimenti, la decisione del CdR e` stata quella di fondarne alcuni, in funzione delle necessita` di calcolo (note anche come "*i pressanti bisogni della Nazione*"). La cosa forse e` andata un po` oltre le aspettative, ma posso garantirvi che ci siamo divertiti da matti.

Cominciamo con un caso semplice, che a complicarsi la vita c'e` sempre tempo.

1. Il sistema bipolare

Per il momento, in MathLand abbiamo due partiti; qui di seguito, vedete un paio di



**Moncucco
Monsters**

- Aumento della produzione di materassi
 - Detassazione dei cuscini
 - Ottimizzazione della formazione guancialistica
 - Convergenza delle pulsioni di pappa e di nanna
- Meno sveglie per tutti!**

manifesti elettorali con i simboli¹ e il programma. I due partiti sono validamente rappresentati dai loro *leader*: Piotr per i **MM** e Alice per le **WW**.

Dal punto di vista della distribuzione politica, prendiamola semplice; supponiamo una distribuzione come quella indicata di seguito, senza stare a sindacare di quale sia la destra e quale la



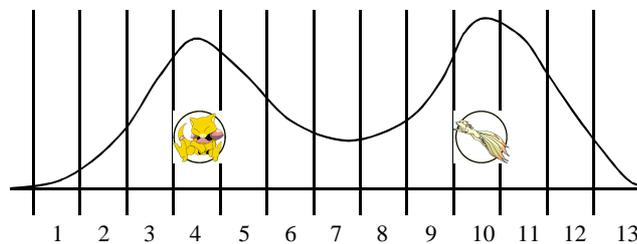
**Wallisellen
Witches**

- Vento a favore per i ciclisti
 - Piu' pizze che spinaci
 - Legalizzazione del cioccolato come droga leggera
 - Eliminazione dei brufoli
- No ai piatti a base di cavoli!**

sinistra; supponiamo di poter sfumare le idee dei nostri valenti candidati. La decisione se un voto appartenga ad uno o all'altro candidato viene fatta in funzione della "distanza" del settore in cui si trova quel voto rispetto al candidato; per semplificarci la vita, nel caso di settori equidistanti, presupporremo che i voti di quel settore vengano divisi a meta` tra i due candidati.

Lavoriamo con numeri piccoli, se volete fare qualcosa di piu` grosso liberi di usare il vostro amato Excel.

Mi pare abbastanza evidente che, in funzione delle preferenze personali su singoli argomenti, i due partiti si situeranno come indicato nel grafico (posizioni "4" e "10" nello schieramento elettorale). In questo modo, ciascuno ha la propria posizione coincidente con una delle due mode della distribuzione, e si garantisce l'appoggio di tutti i settori dell'opinione pubblica piu` vicini a lui che all'altro candidato oltre a quello delle frange estremiste del suo lato dello schieramento.



Dato l'esiguo numero degli abitanti di MathLand, vi risparmio proiezioni, indagini di mercato, polli uscenti e quant'altro; la situazione, almeno in prima battuta (inizio campagna elettorale, OK?) puo` essere vista come indicato nello **Scenario 1**. In questa situazione, nonostante il potere carismatico del loro leader (Piotr), i **MM** hanno ben poche speranze di vittoria.

¹ Si ringraziano per l'aiuto dato nella selezione dei simboli i Cavalieri dell'Apocalisse.

Cat.	Voti	Scenario 1				Scenario 2			
		Posizioni		Voti		Posizioni		Voti	
		MM	WW	MM	WW	MM	WW	MM	WW
1	6			6				6	
2	22			22				22	
3	54			54				54	
4	86	MM		86				86	
5	66			66				66	
6	40			40		MM		40	
7	30			15	15			30	
8	32				32			16	16
9	54				54				54
10	94		WW		94		WW		94
11	84				84				84
12	48				48				48
13	8				8				8
Totali				289	335			320	304

Pero', non tutto e' perduto! Se (con alcuni compromessi elettorali) la posizione di Piotr si sposta al centro, e' evidente la possibilita' di erodere parte della base elettorale delle **WW**; infatti, se i **MM** si spostano dalla posizione **4** alla posizione **6**, abbiamo la situazione indicata nello **Scenario 2**: in questo modo, la vittoria e' assicurata.

Voglio sperare sia abbastanza chiaro: nelle prime due colonne abbiamo, per ogni categoria, il numero di votanti (tratto dal grafico precedente grazie ad un vecchio foglio di carta millimetrata);

nello **Scenario 1**, abbiamo posizionato **MM** e **WW** sulle due mode della distribuzione, e il risultato e' piuttosto disperato per i mostriciattoli; nel secondo caso, spostando **MM** in una posizione che *in realta' non e' molto popolare*, essendo appoggiata solo da 40 persone, siamo riusciti a fare in modo che a vedersela male questa volta siano le streghe. E' evidente che queste ultime, per recuperare, devono anche loro "spostarsi al centro"... Insomma, *in un sistema bipartitico, la tendenza di entrambi i candidati e' quella di assumere una posizione la piu' moderata possibile.*

Proviamo a complicare la cosa.

Supponiamo la comparsa di un *outsider*; non pretendiamo che la nuova formazione si trasformi nel vincitore totale, quello che ci interessa e' il riuscire a conquistare una rappresentanza sensata e, possibilmente, a sconvolgere la situazione politica attuale (c'est moi).

Dove potremmo situare questa nuova formazione?

Beh, a metterla anche lei al centro non si ricava molto... Ormai, i due partiti maggiori hanno fatto piuttosto man bassa di voti e la sua influenza rischia di essere assolutamente nulla.

Se pero' proviamo ad inserirla in una posizione *estremista* (e la cosa mi pare abbastanza ben rappresentata nel programma), vediamo che la situazione diventa



Turin
Trolls

- Razionalizzazione della radice di due
 - Legalizzazione della divisione per zero
 - Liberalizzazione della caccia al dinosauro
 - Liberta' per i quark confinati
- Quaternioni? No, Grazie!**

ben diversa; supponiamo ci sia stato uno spostamento al centro dei due partiti maggiori, e supponiamo che i **TT** si situino dal lato delle **WW**.

Nello **Scenario 3** avete il risultato di questo sconvolgimento elettorale.

Insomma, siamo riusciti a trasformare il nostro nuovo gruppo in un partito in grado di ottenere una prestazione piu` che dignitosa; non solo, ma le **WW** (da partito di maggioranza qual erano) hanno raggiunto un livello di rappresentanza piuttosto basso.

		Scenario 3					
		Posizioni			Voti		
Cat.	Voti	MM	WW	TT	MM	WW	TT
1	6				6		
2	22				22		
3	54				54		
4	86				86		
5	66				66		
6	40				40		
7	30	MM			30		
8	32		WW			32	
9	54					27	27
10	94			TT			94
11	84						84
12	48						48
13	8						8
Totali					304	59	261

In pratica, soprattutto se lavorate con dei numeri un po' piu` grossi, inserendo un nuovo partito potete letteralmente sconvolgere l'esito delle elezioni, trasformandolo anche nel vincitore. L'importante e` che *il terzo partito si situi in una posizione estremista*, mentre in una competizione bipolare i due partiti in lizza devono tendere a situarsi il piu` al centro possibile, "rosicchiando" voti all'altro nella zona centrale.

La cosa dal mio punto di vista ha sempre avuto l'aria di un grazioso paradosso; probabilmente, se applicata alla realta`, puo` spiegare il perche` alcuni candidati assumano posizioni estreme nelle competizioni a molti partecipanti mentre, arrivati al ballottaggio con due soli candidati, le posizioni tendano a sfumare. In questo modo, ci garantiamo la partecipazione alla fase di ballottaggio (nel nostro esempio, le **WW** sono tagliate fuori dalla seconda fase di voto grazie

alla posizione estremista dei **TT**), mentre nella seconda fase anche i **TT** dovranno, per conquistare la parte restante dell'elettorato, spostarsi al centro.

VotantonioVotantonio!!!!

2. Il conteggio dei voti

Non ho intenzione di offendere, ma contare in certi casi puo` rappresentare un discreto problema, anche con numeri decisamente piccoli.

Prendiamo ad esempio i risultati elettorali di alcune elezioni, e vediamo cosa succede.

In prima istanza, supponiamo di sapere che i nostri elettori abbiano, come scelta, un "preferito", un "meglio che niente" e un "questo proprio no", ossia debbano mettere in ordine di preferenza i nostri tre partiti.

Visto che a questo punto siamo rimasti in pochi, riferiamoci a una manciata di elettori. I risultati di questa velocissima votazione sono presentati nella tabella, presumendo per semplicita` si presentino solo tre configurazioni di scelta tra i candidati. Inoltre, e` una gara ad un solo vincitore, ossia il primo prende tutto.

Preferenze			Voti
MM	WW	TT	6
TT	WW	MM	5
WW	TT	MM	4

Bene, si tratta di contarli.

Un buon metodo puo` essere quello di lavorare a *maggioranza semplice*. In questo caso, il gruppo che prende il maggior numero di primi posti ha vinto e Piotr, valido rappresentante dei **MM**, conquista l`ambita posizione.

Se pero` guardiamo un po` meglio la situazione, notiamo che la sua posizione e` piuttosto traballante: infatti, un gran numero di persone lo situa all`ultimo posto, preferendo qualsiasi altro candidato a lui. In pratica, se si fosse votato per "Chi e` che proprio *non* volete?", sarebbe risultato brillantemente primo. Anche se si tratta di una posizione diciamo cosi` "negativa", e` importante tenerne conto.

Una alternativa puo` essere il *ballottaggio*: sempre tenendo ferma questa votazione, mandiamo in esilio il leader del gruppo che ha ottenuto il minor numero di primi posti (Alice, **WW**), e rifacciamo i conti.

E` abbastanza chiaro che quel branco di facinorosi che in prima istanza appoggiava **WW** ora ridistribuisce i propri voti sulla propria seconda scelta; in questo modo, abbiamo la seguente situazione:

Rappresentante	Partito	Voti di prima scelta	Voti di seconda scelta	Totale
Rudy	TT	5	4	9
Piotr	MM	6	0	6

...Articolo 1: Se vi becco ad usare Excel, vi sbatto dentro.

Non crediate pero` la situazione di Alice sia cosi` disperata. A parte la possibilita` del passaggio alla lotta armata, provate a considerare il metodo del *confronto diretto* (noto anche come *metodo di Condorcet*): in questo caso, sull`intero corpo elettorale, facciamo dei confronti diretti tra due sfidanti.

Nel primo *round*, si scontrano **WW** e **TT**; in questo modo, il vostro umile narratore si ritrova a zappare i campi, in quanto Alice puo` contare su **4** voti in prima scelta e **6** voti in seconda scelta (gli amici di Piotr), mentre il sottoscritto deve accontentarsi di **5** voti (quel branco di matti che lo appoggia in prima scelta: quelli che mi appoggiano in seconda scelta, votano Alice).

Nel secondo *round*, nel confronto tra **WW** e **MM**, questi ultimi fanno una figura barbina: infatti, contano su **6** voti di prima scelta e nessuno di seconda scelta (per nessuno Piotr e` da considerare una seconda scelta, come ben sanno coloro che lo conoscono), mentre il gruppo che appoggiava **TT** converge sulla propria seconda scelta, unendo i propri **5** voti ai **4** che rappresentano la prima scelta di Alice.

...Tremate, tremate, le streghe son tornate.

A questo punto, potremmo inventarci un nuovo sistema di conteggio dei voti, non basato su "uno a me, uno a te..." ma su una logica di assegnazione di voto (in senso scolastico: scusate il bisticcio) ai vari candidati; seguendo il *metodo di Borda*, ogni

Preferenze			Voti
MM	WW	TT	27
TT	WW	MM	24
WW	TT	MM	2

elettore puo` assegnare **3** punti al suo candidato preferito, **2** punti a quello intermedio e **1** punto a quello antipatico². La cosa dovrebbe permettere di rendere immediata l'elezione del candidato preferito dalla maggioranza (qualunque cosa questo significhi...). State un po` a vedere cosa succede: qui, il paradosso nasce dal concetto che le *alternative irrilevanti* non devono influenzare il risultato. Supponiamo che i risultati della votazione siano quelli illustrati in tabella qui

di fianco; utilizzando la regola 3-2-1 vista prima, si ha che... *colpo di scena!* I **TT** si ritirano dalla competizione! Allora, se non si fossero ritirati, i risultati sarebbero stati **WW=108**, **MM=107**, **TT=103**. Pero`, siccome si e` ritirato un candidato, e` scorretto assegnare tre punti al primo e due al secondo...Visto che si e` ritirato quello che sarebbe arrivato ultimo, la cosa e` irrilevante e il risultato non dovrebbe cambiare: togliamo **TT** dalla tabella, consideriamo la loro seconda scelta come prima scelta e applichiamo un Borda 2-1. Qualcuno vuole provarci? Conoscendo la vostra pigrizia, forse e` meglio se ve lo dico io: **MM=80**, **WW=79**. Oibo`! Ma non ero irrilevante?

`Nzomma (come dice Piotr), quello che abbiamo fatto e` stato di definire una serie di metodi "corretti" per contare i voti e abbiamo verificato che danno, almeno per gli esempi trovati, dei risultati diversi tra loro; voglio sperare adesso non rappresenti per voi un eccessivo trauma il *Teorema di Arrows* (1952): *Nessun metodo di votazione e` in grado di soddisfare un insieme di criteri di correttezza.*

Propongo un sistema assolutistico ereditario per diritto divino...

² Se vi sembra un metodo balordo, sappiate che e` quello utilizzato da CIO per nominare la sede dei giochi olimpici (loro lo fanno su piu` tornate, cosi` e` piu` complicato).

3. La rappresentanza per collegi

Non crediate sia tutto finito qui... una volta deciso chi vince, bisogna definire una rappresentanza, cercando di avere una suddivisione piu` "onesta" possibile tra le varie componenti. Nel momento stesso in cui contate le sedie a disposizione e dovete stabilire una rappresentanza del voto espresso su quelle sedie, e` estremamente probabile che dobbiate gestire dei "mezzi senatori" o dei "quarti di deputati". La matematica puo` dare una mano, ma se la rappresentanza di un gruppo risulta ad esempio **5,4** e di un altro gruppo **4,6** puo` essere problematico mettersi d'accordo per l'allocazione del "posto" che avanza.

Il problema diventa piuttosto grave se considerate i voti per regione (o per stato, come ad esempio negli Stati Uniti): *dovete* dare una rappresentanza ad ogni stato, la piu` onesta possibile, ammettendo almeno un rappresentante per ognuno.



Guelmim
Ghoulis

- Cioccolata
 - Biscotti
 - Budino
 - Torta alla frutta
- Tutti fuori a giocare!

In effetti, sono stati inventati una serie di metodi per riuscire a gestire questa faccenda. Qui Excel regna sovrano, quindi dovrete ritrovarvi nel vostro ambiente.

Per rendere la cosa sensata, ci servono un po` piu` di partiti. Volendo seguire sempre la stessa procedura per quanto riguarda la presentazione delle liste, qui di seguito vi



Dalian
Dragons

- Portiere nella pallavolo
 - Piu` piscine dove si tocca
 - Dieci palloni nel basket
 - OGM: Patate autosbuccianti!
- Pizze al gelato e meringa!

propino i manifesti con il simbolo e il programma³ (in un'ottica di *par condicio*, li ho fatti tutti uguali: sono stato bravo?).

Partito	Voti	Seggi
WW	950,000	101.8439
MM	100,000	10.72041
GG	60,000	6.432247
DD	50,000	5.360206
TT	6,000	0.643225
Totale	1,166,000	125

Allora, per lavorare con numeri di taglia decente, supponiamo un corpo elettorale di **1,166,000** elettori, e una camera dei rappresentanti formata da **125** membri. Inoltre, potremmo considerare questa banda di matti, piu` che dei partiti, delle *rappresentanze locali*, in modo tale da dover assegnare un minimo di rappresentanza a tutti. A seguito di una (non molto) combattuta tornata elettorale, si sono avuti i risultati indicati nella tabella di seguito: in prima colonna avete il partito, nella seconda i voti raggiunti e nella terza la rappresentanza teorica da assegnare a ciascuno di loro nella camera dei rappresentanti.

³ Come potete intuire, le liste sono presentate da Minh e Hynem; non avendo ancora raggiunto l'eta` per l'elettorato attivo o passivo, sono temporaneamente rappresentate dai genitori (che **non** approveranno il programma, voglio sperare...). Posto che le vostre cartine o i vostri dizionari non ci arrivino, *Guelmin* e` in Marocco, *Dalian* in Cina. "*Al-Ghoul*" in arabo vuol dire "Il Diavolo", e da questo termine derivano "alcool" e "Algol".

...Voglio sperare sarete d'accordo con me nel **non** essere d'accordo... In prima istanza, i **TT** non hanno neanche un rappresentante (il che potrebbe essere considerato un grosso vantaggio da molti), ma soprattutto bisogna affettare sino al richiesto numero di decimali alcuni rappresentanti per raggiungere il valore esatto di 125.

In pratica, *bisogna trovare un metodo che permetta una rappresentanza sensata, tenendo conto dei resti della divisione.*

In effetti, ci sono alcuni metodi... Il fatto che ce ne siano *alcuni* dovrebbe già subito farvi sospettare che la cosa non è così immediata.

Prima però ci servono alcuni termini tecnici.

DStd = Divisore Standard: il numero dei votanti diviso il numero dei seggi.

QStd = Quota Standard: i votanti per un partito diviso il divisore standard

QInf = Quota Inferiore: la Quota Standard arrotondata per difetto

QSup = Quota Superiore: la Quota Standard arrotondata per eccesso.

Il metodo più semplice è probabilmente il **Metodo di Hamilton**, noto anche come **Metodo di Vinton**:

1. Calcoliamo il **Divisore Standard** (nel nostro caso, $1166000/125=9328$)
2. Calcoliamo per ogni Stato/Partito la **Quota Standard** (lo abbiamo fatto nella tabella precedente)
3. Inizialmente assegnamo ad ogni Stato/Partito la **Quota Inferiore**.
4. Se ci sono dei seggi residui, assegnamoli (uno per volta) agli Stati/Partiti che hanno la **massima parte frazionaria** nella **Quota Standard** sino ad esaurimento dei posti disponibili.

Direi che è abbastanza chiaro, no? di seguito, il calcolo.

DStd	9328				
Partito	Voti	QStd	QInf	Resti	Seggi
WW	950,000	101.8439108	101	0.843910806	102
MM	100,000	10.72041166	10	0.720411664	11
GG	60,000	6.432246998	6	0.432246998	6
DD	50,000	5.360205832	5	0.360205832	5
TT	6,000	0.6432247	0	0.6432247	1
Totale	1,166,000	125	122		125

In sostanza, nella colonna **QInf** abbiamo calcolato la **Quota Inferiore**, pari alla parte intera della **QStd** (Quota Standard). In questo modo, abbiamo assegnato **122** seggi e quindi ne avanzano **3**. In base ai resti, abbiamo poi aggiunto, nell'ordine: **1** seggio a **WW** (resto maggiore), **1** seggio a **MM** (resto maggiore tra i

restanti) e **1** seggio a **TT** (resto maggiore tra i restanti). Siccome in questo modo abbiamo attribuito i **3** seggi restanti, fermiamo qui la procedura e **GG** e **DD** restano con la loro Quota Inferiore.

Carino, vero? Peccato faccia acqua da tutte le parti.

Il primo paradosso è noto come il **paradosso dell'Alabama**. Prima di enunciarvelo, siccome non ci volevo credere, ve lo presento sotto forma di grazioso problemino. Lasciamo da parte un attimo le elezioni, OK?

In previsione della riunione del CdR abbiamo comprato 10 birre, da dividere tra noi tre. Per evitare litigi, la decisione è stata di dividere (con il metodo di Hamilton) le birre in funzione del tempo dedicato ultimamente alla stesura

della rivista (calcolato in minuti). Da un rapido calcolo, risulta che Rudy ha lavorato per 11 ore e 43 minuti (pari a **703** minuti), Piotr per 4 ore e 3 minuti (pari a **243** minuti) e Alice per 54 minuti (pari a **54** minuti). Dopo la divisione, risultano quindi (fate i calcoli...) **7 birre per Rudy, 2 lattine per Piotr e 1 lattina per Alice** (assegnata attraverso i resti).

Ma un attimo! in frigorifero c'è un'altra lattina! Bisogna rifare i conti dividendo **11 lattine!**

Avete provato a fare il conto? Se non avete fatto errori, dovrebbe saltarvi fuori una graziosa cosa del tipo che il sottoscritto si scola **8** lattine, Piotr ha diritto **3** lattine e Alice resta a becco asciutto! Infatti, un **aumento** dei seggi disponibili può portare alla **diminuzione** del numero di seggi di una rappresentanza, anche se non variano i voti.

La cosa è saltata fuori tempo fa quando, aumentando il numero di seggi al Congresso degli Stati Uniti, l'Alabama si è trovato con meno seggi di quanti ne avesse prima, appunto per il gioco dei resti.

In realtà, il metodo di Hamilton presenta anche altre pecche... Ad esempio, un aumento nella popolazione di uno stato può far sì che perda un seggio, o che (come stava per capitare ai **TT**) un collegio non abbia rappresentanti. Si cerca di mettere una toppa al sistema imponendo che tutti abbiano almeno un seggio, ma la cosa è tutt'altro che semplice.

Un metodo alternativo è il **Metodo di Jefferson** o **Metodo di d'Hondt**⁴:

1. Calcolare il **Divisore Standard** (viene lo stesso di prima).
2. Calcoliamo per ogni Stato/Partito la **Quota Standard** (lo abbiamo fatto nella tabella precedente)
3. Inizialmente assegnamo ad ogni Stato/Partito la **Quota Inferiore**.
4. Se la somma delle **Quote Inferiori** non corrisponde al numero dei seggi disponibili, trovare per tentativi il **Divisore Modificato (DM)** da utilizzare la posto del **Divisore Standard** in modo tale che, quando si calcola la **Quota Modificata Inferiore** la somma di tutte le **QMI** sia pari al numero di seggi.

Si noti che **DM** è sempre minore del **DS**.

In questo modo, con i voti indicati precedentemente, si avrebbe un parlamento composto come nella tabella a fianco. Devo farvelo notare io o ve ne accorgete da soli, che c'è stata una variazione nella distribuzione?

In effetti, rispetto ai calcoli approssimati, con questo metodo rischiate di violare la **Regola della Quota (Superiore)**, in base alla quale

DStd	9328	DM	9208	
Partito	Voti	QStd	QInf	Seggi
WW	950,000	101.8439108	101	103
MM	100,000	10.72041166	10	10
GG	60,000	6.432246998	6	6
DD	50,000	5.360205832	5	5
TT	6,000	0.6432247	0	1
Totale	1,166,000	125	122	125

⁴ Tra le altre cose, è il metodo utilizzato in Italia. Giusto per sfoggiare la mia incredibile cultura, ve ne racconto una.

Il Metodo Jefferson è stato proposto da Thomas Jefferson, quando il Presidente degli Stati Uniti era George Washington e si usava il Metodo di Hamilton. Washington ha posto il veto presidenziale (è il primo caso nella storia degli Stati Uniti) perché si è accorto che il suo Stato (la Virginia) con il nuovo metodo a parità di voti avrebbe perso un seggio.

non dovrete mai avere piu` della vostra quota superiore.

A partire da questi, si possono inventare un paio di altri metodi: ad esempio il **Metodo di Adams**, in cui procedete come per il Metodo di Jefferson ma lavorate con la **Quota Superiore**. Il *DM* in questo caso e` sempre maggiore del *DS*. Anche qui violate la *Regola della Quota (Inferiore)*, e rischiate di trovarvi con meno seggi di quanti ve ne spetterebbero come minimo.

Altro modo e` un sano compromesso tra i due, noto come il **Metodo di Webster** (o di *Webster-Willcox*): usate la **Quota Inferiore** se il resto e` minore di **0,5**, la **Quota Superiore** in caso contrario e poi lavorate con il *DM* sin quando non tornano i conti. Logicamente, questo metodo riesce ad accomunare i difetti di entrambi e puo` violare qualsiasi quota; c`e` da dire pero` che queste violazioni sono abbastanza rare.

Lo sapete perche` negli States i matematici sono pagati bene? Semplice, perche` devono capire il **Metodo di Huntington-Hill**.

1. Calcolare il **Divisore Standard**.
2. Calcolare per ogni Stato/Partito la **Quota Standard**.
3. Se la parte frazionaria della *Quota Standard* e` minore della **media geometrica** dei due numeri interi tra cui e` compresa la Quota Standard assegnamo la **Quota Inferiore**. In caso contrario, assegnamo la **Quota Superiore** (in altre parole, arrotondiamo per difetto o per eccesso sulla base della media geometrica).
4. Se le somme delle Quote dei vari stati non sono pari ai seggi disponibili, trovare per tentativi il **Divisore Modificato** e ripetere il calcolo.

Anche questo metodo viola le *Regole delle Quote* (tutte e due), ma molto raramente.

Nel caso foste interessati a sapere quanto viene con i vari metodi ma non abbiate voglia di fare i conti, sappiate che il risultato e` una cosa del tipo di quello della tabella di seguito.

	Voti	Hamilton	Jefferson	Adams	Webster	Huntington
Totali	1.166.000	125	125	125	125	125
TT	6.000	1	1	1	1	1
DD	50.000	5	5	6	5	6
MM	100.000	11	10	11	11	10
GG	60.000	6	6	7	6	7
WW	950.000	102	103	100	102	101

Carino, vero? Ce ne fossero due che vanno d'accordo... **WW** spazia tra i cento e i centotre` voti, tutti gli altri oscillano di almeno un

voto... L'unico punto sul quale sembrano tutti d'accordo e` che per i **TT** meno ce n`e` e meglio si sta.

Una volta eletti i validi rappresentanti, si tratta di mettersi d'accordo e cominciare a formare le coalizioni.

...Ma questa e` un'altra storia.

4. Le coalizioni

Il fatto che il CdR sia composto da tre persone fa sì che le decisioni vitali quali ad esempio se ordinare involtini primavera o gelato al pistacchio siano sempre prese a maggioranza di due terzi (e io non mi lamento neanche troppo).

Nel mondo di fuori, però, la cosa può non essere così semplice: infatti, se abbiamo un po' di rappresentanti, possono formarsi delle *coalizioni* che, su punti importanti, possono lasciare il premier in braghe di tela. Capite che, se la differenza è di *un voto*, quel singolo rappresentante che ha cambiato bandiera (come diceva Bertrand Russell, "Ogni traditore, visto dall'altra parte, è un convertito") ha un grosso potere in mano.

Tanto per cambiare, onde rendere la situazione interessante, ci serve un altro branco di scalmanati. Come al solito, sempre per *par condicio*, qui di fianco il manifesto⁵.

Come visto per il calcolo delle rappresentanze, anche qui è più utile considerare, anziché dei partiti, delle *rappresentanze locali* o, se preferite, dei *collegi elettorali*: supponiamo quindi i nostri scalmanati diventino rappresentanti eletti in una zona: nella tabella sotto, attribuiamo ad ogni Stato un certo numero di rappresentanti funzione della sua popolazione: **WW** elegge dieci rappresentanti, **MM** nove e avanti così (ho cucinato un po' i numeri in modo tale che tutti i metodi di conteggio diano lo stesso risultato). In pratica, quello che abbiamo fatto è stato di applicare una sana ottica di *cuius regio, eius religio* (ho anche ritrovato la grammatica latina, contenti?).



Barcelona
Beasts

- Marciapiedi mobili sulle Ramblas
 - Tibidabo menocaro
 - Più salario ai postini elettronici
 - Per la realtà degli immaginari
- No se puede bailar el flamenco con le Clarks!**

In questo modo, via decreto presidenziale, abbiamo la possibilità di aumentare o diminuire più o meno a piacimento la rappresentanza parlamentare di ogni regione

Stato	Rappresentanti	Popolazione
Wallisellen Witches	10	32 526
Moncucco Monsters	9	29 322
Dalian Dragons	7	22 806
Guelmin Ghouls	3	9 774
Barcelona Beasts	1	3 258
Turin Trolls	1	2 974
Totale	31	100 660

(in funzione di quanto ci stanno simpatici i rappresentanti, ossia se appoggiano o no le nostre decisioni). Essendo stato eletto Presidente, Despota e/o Lavatoredivetri di questa sventurata nazione con l'augusto nome di Liutprando CIX (l'ultimo è la targa, non il cognome) ed essendoci in

vista le elezioni, sono piuttosto preoccupato. Ma andiamo con ordine.

La composizione della Camera dei Rappresentanti, eletti in un certo numero (stabilito da me) per ogni regione, vede al momento una situazione del tipo di quella rappresentata nella tabella sopra; il numero dei rappresentanti è suppergiù

⁵ Consuelo sostiene che somiglia al suo gatto (indovinate perché è soprannominato *Miura*?). Spero basti così: sto finendo le sigle, oltre all'agenda...

proporzionale alla popolazione, ma come abbiamo visto possiamo fare un po' di giochetti e far venire fuori quasi tutte le cifre che vogliamo.

Ora, dovete sapere che con un'oculata politica di alleanze (beh, lasciamo perdere...) sono riuscito a restare attaccato al cadreghino per un congruo periodo di tempo. All'ultima votazione, quindi, avendo l'appoggio di quattro gruppi su sei (tra i quali il piu' grande), mi sentivo abbastanza al sicuro. Piccolo guaio: i favorevoli erano **WW**, **GG**, **BB** e **TT**. Totale, se fate i conti, **15** voti. E sono "andato sotto".

Capite che una situazione del genere e' abbastanza incresciosa, soprattutto alla luce del progetto di trasformare il tutto in una tirannide per diritto divino. Tra un po', tra l'altro, ci sono le elezioni e non vorrei perdere l'immunita'...

Una soluzione potrebbe essere quella di far avere a **WW** un seggio in piu' e a **DD** uno in meno. In questo modo, la coalizione avrebbe la maggioranza (**16/31**). I sondaggi pero' dicono che, per quanto riguarda la mia rielezione, **MM** e **DD** mi appoggiano e **WW** e' incerto. Ora, **MM** e **DD** possono bloccare una coalizione formata dagli altri quattro (e' appena successo), ma non ci sara' niente da fare se faccio saltare un seggio a uno dei due.

Stato	Rappr.	Coal.
WW	10	16
MM	9	16
DD	7	16
GG	3	0
BB	1	0
TT	1	0

Infatti (col valido aiuto di un foglio Excel), si vede che con **6** gruppi sono possibili **64** coalizioni (ivi inclusa la coalizione nulla); se fate i conti, scoprite che la situazione e' quella rappresentata nella tabella a fianco. L'ultima colonna rappresenta, tra le diverse coalizioni, il numero di quelle per cui il gruppo dato e' critico, ossia puo' farla saltare abbandonandola.

Notizia dell'ultima ora: i **TT** protestano perche' non hanno alcun potere. Siamo d'accordo, la loro popolazione e' praticamente risibile, pero' di sicuro al Capo non puo' far piacere che i tre gruppi piu' forti (**WW**, **MM**, **DD**)

possano fare il bello e il cattivo tempo: qualsiasi sia il voto di **BB** e **TT**, sono sempre i tre piu' forti che decidono: almeno due di loro voteranno nello stesso modo e rappresenteranno in ogni caso la maggioranza.

Una soluzione potrebbe essere quella di dare un rappresentante in piu' a **BB** e **TT**: in questo modo, la situazione sarebbe quella indicata nella tabella a fianco. Anche qui, l'ultima colonna rappresenta, tra le diverse coalizioni, quelle per cui il gruppo dato e' critico: per capirci meglio, esistono *due* coalizioni [(**MM,DD,TT**) e (**GG,BB,TT**)] in cui i **TT** sono l'ago della bilancia: se escono dalla coalizione, questa crolla. Logicamente, stesso discorso vale per i **BB**.

Stato	Rappr.	Coal.
WW	12	18
MM	9	14
DD	7	14
GG	3	2
BB	1	2
TT	1	2

Osserviamo pero' uno strano fenomeno: supponiamo di poter aumentare il numero dei rappresentanti delle **WW**: a senso la cosa sembra assurda, in quanto aumentare il potere del piu' forte dovrebbe diminuire il potere dei piu' deboli. Pero'... Beh, i dati sono nella tabella di fianco, sempre calcolati sulle coalizioni.

Carino, vero? Aumentare di due i rappresentanti del piu' forte non aumenta il suo potere rispetto al secondo caso, ma aumenta il potere dei piu' deboli. In compenso, se aumentate i rappresentanti dei piu' deboli, aumenta anche il potere dei piu' forti. Infatti, dalla prima alla seconda tabella le **WW** passano

Stato	Rappr.	Coal.
WW	10	18
MM	9	14
DD	7	14
GG	3	2
BB	2	2
TT	2	2

da 16 a 18 coalizioni in cui sono critiche, mentre nella terza i numeri di coalizioni critiche per ciascuno non variano, anche se abbiamo mantenuto al vecchio valore **BB** e **TT**.

Forse e' meglio se ci inventiamo un metodo migliore per stabilire quanto potere ha un gruppo. In questo campo, **John Banzhaf III** (anche qui l'ultimo e' la targa) ha provato a fare un po' di conti, e i risultati sono interessanti. Quello che ha fatto e' stato inventare l'**Indice di Potere**.

L'idea alla base e', come spesso accade, porsi una domanda: Quand'e' che un gruppo (piccolo) acquisisce un grande potere? La risposta piu' logica e' che *un gruppo possa acquisire potere aggregandosi ad una coalizione perdente se in questo modo la rende vincente* (o abbandonando una coalizione vincente rendendola perdente, che e' la stessa cosa). In pratica, se un gruppo abbandonando la coalizione di governo e passando all'opposizione trasforma la coalizione di governo in una minoranza, capite che il gruppo in questione ha un enorme potere. Per quantificarlo matematicamente, definiamo il potere di un gruppo come il numero di volte in cui puo' combinare guai, ossia come *il numero di coalizioni in cui quel gruppo e' decisivo affinche' la coalizione sia di maggioranza*.

Tra l'altro, John Terzo (che faceva -e credo faccia ancora- l'avvocato), ha anche inventato un grazioso metodo per descrivere il sistema: ad esempio, la nostra situazione originale e' rappresentata da **[16;10,9,7,3,1,1]** (e' chiaro? Il primo numero e' la maggioranza necessaria, gli altri sono le rappresentanze⁶). I **TT** sono cruciali in ogni coalizione che abbia *esattamente 16* voti, in quanto se loro se ne vanno la coalizione si ritrova con quindici voti e va in minoranza; dobbiamo quindi verificare quante coalizioni contenenti i **TT** di *esattamente 16* voti si possono formare. Se provate a fare i conti, vedete che non ne esistono, e quindi il loro indice di potere e' **zero**. Del fatto che loro cambino bandiera, non potrebbe importare di meno a nessuno.

Nel secondo caso, il sistema e' **[17;10,9,7,3,2,2]** e ci sono due coalizioni critiche: quindi, in questo caso l'indice di potere per i **TT** diventa **2**.

Nel terzo caso che abbiamo creato **[17;12,9,7,3,1,1]** va notato un particolare interessante: le **WW** hanno *dodici* volte i rappresentanti dei **TT**, ma sono critiche solo per le coalizioni che hanno tra i **17** e i **28** voti: se le contate, sono **18**: quindi, con dodici volte i rappresentanti, hanno un potere *solo nove volte superiore*, in quanto i **TT** sono critici in *due* coalizioni.

Se si lavora con pochi gruppi, esiste un metodo grafico per calcolare l'indice di potere.

Disegniamo un reticolo che rappresenti *tutte* le coalizioni, e colleghiamo tra di loro quelle che differiscono per *un solo membro*: denotiamo il collegamento con il nome del gruppo che differenzia i due punti. Ad esempio (disegno qui sotto), le coalizioni in alto differiscono solo per la partecipazione dei **TT** (in quella a sinistra ci sono e in quella a destra no), e quindi la linea che unisce i due punti si chiama "TT".

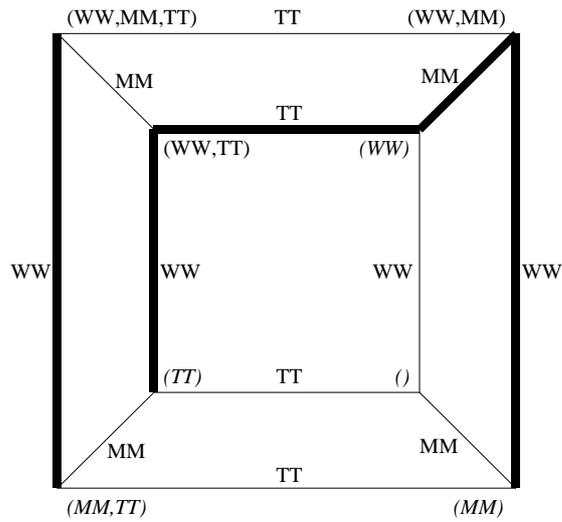
A questo punto, marchiamo in grassetto gli "spigoli cardine", ossia quelli in cui si passa da una minoranza a una maggioranza (o viceversa). Siccome vorrei stare sul semplice, semplifichiamo di nuovo il nostro sistema in un **[3;2,1,1]**, tenendo solo i nostri raggruppamenti iniziali (Quindi **WW=2,MM=1,TT=1**, che rappresenta abbastanza bene i poteri all'interno del CdR).

Nella figura sotto, vedete il risultato.

⁶ Sono d'accordo con voi che a prima vista il "16" sia ridondante (basta fare la somma degli altri e dividere per due); nessuno ha mai detto pero' che per "maggioranza" si intenda "maggioranza semplice"; la modifica di particolari leggi, in alcuni paesi, prevede una maggioranza di due terzi (ad esempio, in Italia, la modifica della prima parte della Costituzione). In questo caso, il nostro sistema si scrive **[21;10,9,7,3,1,1]**.

A questo punto, contate quanti spigoli in grassetto si chiamano con lo stesso nome e avete automaticamente calcolato l'indice di potere, che risulta per **WW** pari a **3** mentre **TT** e **MM** devono accontentarsi di un misero **1**.

E dov'è la semplificazione? Beh, voglio sperare notiate che si tratta di un cubo spiccicato sul foglio. La figura che ottenete (ottima verifica per vedere se avete tirato tutte le righe) per "n" soggetti è un cubo in "n" dimensioni. Capito perché ho ridotto il numero dei partecipanti? Comunque, con un po' di algebra la cosa è affrontabile.



Qualcuno ha un 15-iper-cubo? Mi aspetta una riunione *molto* noiosa.