



A B C D E F  
G H I J K L  
M N O P Q R  
S T U V  
W X Y Z

---

1.	<b>Chiomazzurro</b> .....	3
2.	<b>Problemi</b> .....	15
2.1	Il Dittatore dello Stato Libero di Bananas .....	15
2.2	Tempo Estone .....	15
3.	<b>Bungee Jumpers</b> .....	16
4.	<b>Soluzioni e Note</b> .....	16
4.1	[278].....	16
4.1.1	Esame di Maturità .....	16
4.2	[280].....	17
4.2.1	Conigli, api, microbi ed amebe.....	17
4.2.2	Le formiche, l'universo e tutto quanto .....	19
5.	<b>Quick &amp; Dirty</b> .....	21
6.	<b>Pagina 46</b> .....	22
7.	<b>Paraphernalia Mathematica</b> .....	24
7.1	La genetica delle popolazioni – [1] – Prof, questo non ce l'hai raccontato! .....	24



	<p><b>Rudi Mathematici</b>  Rivista fondata nell'altro millennio da  <i>Rudy d'Alembert</i> (A.d.S., G.C., B.S)  <a href="mailto:rudy.dalembert@rudimathematici.com">rudy.dalembert@rudimathematici.com</a></p>
	<p><i>Piotr Ryzierovic Silverbrahms</i> (Doc)  <a href="mailto:piotr.silverbrahms@rudimathematici.com">piotr.silverbrahms@rudimathematici.com</a></p>
<p><i>Alice Riddle</i> (Treccia)  <a href="mailto:alice.riddle@rudimathematici.com">alice.riddle@rudimathematici.com</a></p>	
<p><a href="http://www.rudimathematici.com">www.rudimathematici.com</a></p>	
<p>RM277 ha diffuso 3'356 copie e il 21/06/2022 per  eravamo in 6'110 pagine.</p>	
<p>Tutto quanto pubblicato dalla rivista è soggetto al diritto d'autore e in base a tale diritto <i>concediamo il permesso di libera pubblicazione e ridistribuzione alle condizioni indicate alla pagina <a href="#">diraut.html</a> del sito. In particolare, tutto quanto pubblicato sulla rivista è scritto compiendo ogni ragionevole sforzo per dare le informazioni corrette; tuttavia queste informazioni non vengono fornite con alcuna garanzia legale e quindi la loro ripubblicazione da parte vostra è sotto la vostra responsabilità. La pubblicazione delle informazioni da parte vostra costituisce accettazione di questa condizione.</i></p>	

...non sappiamo se si è capito, ma abbiamo trovato un libro che parla un mucchio di **Scott Kim**. Una copertina al prezzo di due! Nel senso che la soluzione la mettiamo in copertina alla fine dell'estate. Qui, le lettere maiuscole dell'alfabeto, opportunamente messe in disordine, sono state ritagliate nella carta e piegate con una sola, singola, precisa e cattivissima piega. Riuscite a ricostruirle?

## 1. Chiomazzurro

*“Ed ei, le palme alla stellata volta  
levando, il supplicava – O chiomazzurro  
che la terra circonda, odi un mio voto. Se  
tuo par son, se padre mio ti chiami, di  
tanto mi contenta: in patria Ulisse,  
d’Itaca abitator, figlio a Laerte,  
struggitor di cittadi, unqua non rieda.”*

(Omero, *Odissea*, Libro IX, 675-681.  
Traduzione Ippolito Pindemonte)

C’era un vecchio luogo comune in merito all’estate e alla lettura, ovvero che d’estate si leggano più libri. Abbiamo impietosamente etichettato il concetto con ben due epiteti poco graditi, ovvero “vecchio” e “luogo comune”, e il minimo che possiamo fare a questo punto è tentare di giustificare il giudizio, tantopiù che non siamo poi così sicuri né che si tratti di un luogo comune, né che – anche qualora lo fosse – sia davvero ormai datato.

L’aggettivo “vecchio” lo abbiamo speso essenzialmente perché ci sembra che non esista più nessuna particolare azione, segnalazione, notizia o campagna pubblicitaria che esorti all’acquisto né (tantomeno) alla lettura di libri durante i mesi estivi; e, a meno che la memoria non ci stia tirando davvero un brutto scherzo, ci pare anche che fino a uno o due decenni fa questa fosse una attività tradizionale di quasi tutto il mondo editoriale. Oddio, è probabile – e tutto sommato anche sperabile – che nelle scuole si celebri ancora l’antico rito che vede alacri insegnanti stilare liste di titoli di libri esortando gli studenti a leggerli durante le vacanze; ma, come tutte le azioni a mezza strada tra l’imposizione istituzionale e la didattica delegata, non la consideriamo valida come contro-argomentazione alla nostra tesi.

Con l’epiteto “luogo comune”, invece, intendevamo sottolineare la logica che faceva da fondamento proprio a quelle campagne promozionali estive; in buona sintesi, la sequenza logica che veniva tacitamente sottintesa era la seguente:

- 1) D’estate la gente ha più tempo libero.
- 2) Per riempire questo eccesso di tempo, persone che abitualmente non leggono leggeranno finalmente qualcosa.
- 3) Coloro che abitualmente non leggono non avranno voglia di affrontare manuali di filologia romanza o testi di meccanica dei fluidi: si getteranno piuttosto su narrativa popolare, d’evasione. Ergo, bisogna pubblicare gialli e fantascienza.

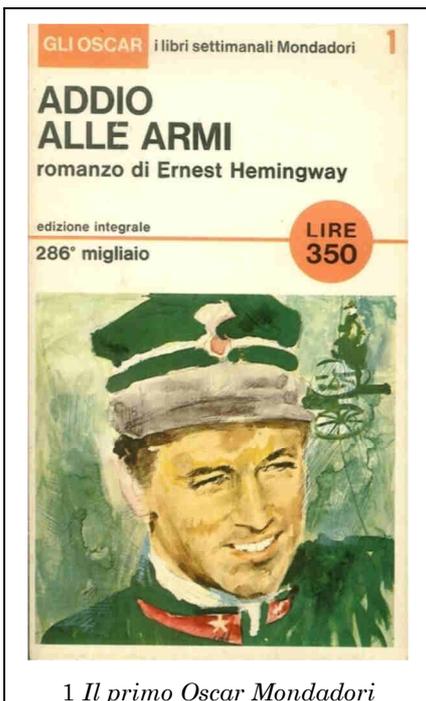
È abbastanza istruttivo notare come virtualmente ognuno dei passaggi mostri i segni del tempo e conseguente perdita di validità. È probabilmente ancora vero che la maggior parte della popolazione riservi all’estate il grosso dei giorni di ferie a disposizione, ma da qui a dire che questo comporti del “tempo libero” ce ne corre. I film degli Anni Sessanta raccontano di impiegati milanesi che lasciavano moglie (casalinga) al mare con i figli appena finita la scuola, che raggiungevano poi ogni fine settimana; o di eserciti di operai delle grandi fabbriche del nord che uscivano dall’ultimo giorno di lavoro prima delle sospirate vacanze salendo subito su utilitarie comprate a rate stracariche di bagagli con tutta la famiglia già a bordo, in attesa fuori dai cancelli della fabbrica, per iniziare subito il lunghissimo viaggio verso il sud. Forse, a quei tempi, i pochi giorni di vacanza si potevano davvero considerare benedetti da più “tempo libero”, specie se messi a confronto con il pesantissimo “tempo occupato” di tutti gli altri giorni dell’anno; ma non sembra più essere – nel bene e nel male – un quadro fedele della situazione attuale.

Il secondo punto è talmente falso che non vale quasi la pena mettersi ad argomentarlo: la lettura di libri è sempre stata attività praticata in Italia assai meno che nel resto d’Europa, e supporre che chi abitualmente non legge libri cominci a farlo sotto gli ombrelloni che popolano le patrie spiagge è cosa palesemente ridicola. Soprattutto in tempi come questi, in cui non c’è essere umano che non sia dotato di uno smartphone che,

anche fuori casa, consente di parlare con gli amici, mandare saluti ai parenti, vedere le partite della nazionale (anche quelle vecchie di quarant'anni), litigare con sconosciuti, sentire tutta la musica mai registrata nella storia dell'*Homo sapiens*, vedere video di gattini, film di Truffaut o di Totò, o ardite performance di pornostar.

Il punto più interessante è ovviamente l'ultimo, ovvero quello che introduce il concetto di "narrativa popolare" e stabilisce che questa sia sostanzialmente rappresentata dai romanzi gialli e dalle storie di fantascienza. È verosimile che, al giorno d'oggi, nessuno osi più usare la locuzione "narrativa popolare", e che, sperabilmente, nessuno innalzi una snobistica espressione di sufficienza se mai avesse la ventura di sentirne parlare. Al massimo, si può sentire l'espressione "narrativa di genere" che, se non altro è meno implicitamente classista. Per lungo tempo, però, di narrativa popolare si è parlato, eccome: la definizione raggruppava tutti i generi che venivano considerati di basso impegno per il lettore, facilitati da luoghi comuni caratteristici (appunto) del genere e spesso disprezzati dai lettori della letteratura più alta. Rientravano nella definizione i "romanzi rosa", divorati da torme di fanciulle adolescenti e proibitissimi ai maschietti, pena la perdita immediata e definitiva di ogni parvenza di adulta virilità; qualche storia di spionaggio e, soprattutto, i gialli e la fantascienza.

In realtà, quella che si stava consumando era una mezza rivoluzione culturale e sociale, la cui importanza è spesso trascurata: tra gli Anni Cinquanta e Settanta le librerie non erano in crisi feroce come sono oggi, ma erano comunque ben lontane da poter essere facilmente frequentate dalla gran parte della popolazione italiana. Erano negozi che si trovavano – a fatica – solo nelle città di una certa dimensione, e la merce che offrivano erano libri, certo; ma libri che, quasi per definizione, erano oggetti abbastanza



1 Il primo Oscar Mondadori

costosi, soprattutto per i redditi delle fasce meno abbienti della popolazione. La rivoluzione fu messa in atto dalla Mondadori: se le librerie erano rare e vendevano libri cari, si poteva provare a produrre libri a prezzi minori e – soprattutto – a farli vendere alle edicole. La collana degli "Oscar" aveva questo obiettivo principale, ed ebbe un successo clamoroso, aprendo il mercato letterario anche a persone che non avevano mai preso in mano un romanzo né erano mai entrate in una libreria.

Il primo Oscar esce in edicola il 27 Aprile 1965, ed è "Addio alle Armi" di Ernest Hemingway. Le sessantamila copie della tiratura vengono tutte vendute nella prima giornata della messa in vendita, dimostrando così, sorprendentemente, che non era proprio per cattiva volontà se gli italiani rifuggivano dalla lettura. Come spesso accade, oltre al genuino colpo di genio di usare le edicole come mezzo di distribuzione c'è anche una ragione più direttamente economica; pubblicare un "libro" comporta un certo grado di oneri fiscali, mentre mandare nelle edicole una "pubblicazione periodica" ne comporta assai meno.

Così, la trasformazione di una "collana di romanzi" in una "pubblicazione periodica" per le edicole ha un doppio vantaggio immediato: la maggiore diffusione sul territorio e il minor carico fiscale.

L'idea della pubblicazione periodica per le edicole non era nuova, alla Mondadori: nell'Ottobre del 1960 aveva lanciato, con moderato successo, la collana di storie di spionaggio "Segretissimo", caratterizzata dalla copertina nera; e se il successo del genere caro a James Bond non era stato travolgente, le copertine bianche di "Urania", collana dedicata alla fantascienza, hanno nutrito per generazioni le letture di adulti e ragazzi

italiani, restando a lungo praticamente la sola voce editoriale del genere di tutta la nazione. La si trova ancora puntualmente in edicola, e la sua prima comparsa<sup>1</sup> è del 1952. Ma neppure Urania può rivendicare la primogenitura: le storie poliziesche piene di assassini e di detective che immancabilmente danno loro la caccia è ancora più antica: è sempre la Mondadori che li spedisce in edicola come pubblicazione periodica (anche se i primi numeri avevano un “periodo” di comparsa ampiamente oscillante), e siccome la loro veste tipografica prevede una copertina del tutto gialla con un cerchio<sup>2</sup> che racchiude un disegno drammaticamente appropriato alla trama, la casa editrice decide di chiamare la collana semplicemente “*I Libri Gialli*”. Coloro che hanno deciso quel nome certo non si aspettavano di stare incidendo una voce in tutti i futuri dizionari della Lingua Italiana; certò è che ormai in Italia, per dire “storia poliziesca” o, all’inglese, “mystery story”, non esiste altro termine se non quello di “giallo”. L’uscita in edicola del primo numero di quelli che poi sarebbero diventati “i Gialli Mondadori” risale al 1929, e ci aspettiamo che, fra pochi anni, ci saranno le dovute celebrazioni per il centenario.

Non sappiamo se la stessa cosa sia successa in altre nazioni, ma ne dubitiamo: è comunque abbastanza evidente che, almeno in Italia, è stato grazie ai generi “popolari” della fantascienza e delle storie poliziesche che si è avuta, in seguito, una certa popolarizzazione della letteratura *mainstream*. Il minimo che ci si potrebbe aspettare, di conseguenza, è un po’ di rispetto verso la narrativa popolare; ma, in fondo, gialli e fantascienza non sembrano aver bisogno di trattamenti di favore. A differenza di altri generi, sembrano aver trovato strade diverse – in alcuni casi alternative – per affermarsi: se è vero che non si vedono più, né in edicola né in libreria, scaffali che tracimano di romanzi e racconti di fantascienza, è anche vero che la quasi totalità dei film d’azione è diventata una sorta di coniugazione fantascientifica. Certo gli anziani e puristi (come chi scrive) storcono un po’ il naso a dover considerare “fantascienza” la pletora di film zeppi di supereroi che ormai non mancano più in nessuna programmazione di multisale, in nessun giorno dell’anno: se si cresce leggendo Asimov, Clarke, Sheckley e Philip K. Dick difficilmente ci si appassiona a *Deadpool* o *Venom*. E si può discutere davvero a lungo se sia lecito o meno attribuire al medesimo genere l’asimoviana trilogia della Fondazione con l’Universo Marvel (o, addirittura, con quello di *Star Wars* inventato da Lucas) ma resta il fatto che, almeno per il pubblico non iniziato, tutto quanto viene ingenuamente classificato come “fantascienza”<sup>3</sup>.

Se la fantascienza è mutata e ha colonizzato il cinema, i gialli hanno fatto anche di più: hanno colonizzato la televisione. Non che fossero del tutto nuovi alla cosa, per carità: ma la penetrazione delle storie poliziesche nei canali televisivi è ormai quasi totalizzante. Con qualche eccezione, la *mystery story* sembra non puntare più troppo alle sale cinematografiche (al cinema è quasi più facile vedere nuove versioni di vecchie trame di Agatha Christie che trovare nuove storie puramente “gialle”) ma, complice il trionfale



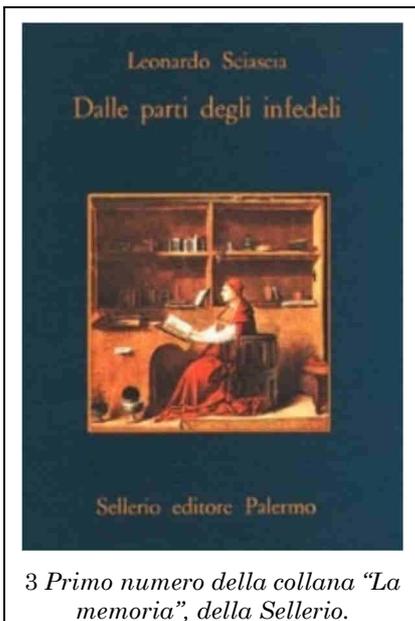
2 Niente paura: gli esperti ci assicurano che sia un eroe “buono”, non un cattivo.

<sup>1</sup> All’inizio la collana si chiamava “*I romanzi di Urania*”, e la copertina non era ancora bianca (con cerchio rosso).

<sup>2</sup> Ci pare matematicamente significativo (anche se non sapremmo dire esattamente perché) che nei primi numeri, a racchiudere l’immagine disegnata, non era chiamato un cerchio, ma un esagono.

<sup>3</sup> Almeno per un certo tempo, almeno negli Stati Uniti, si tentò di separare la definizione di fantascienza tra quella pura e classica (“SF”, Science Fiction) da quella più aperta a contaminazioni spettacolari e dispostissima a ridurre quasi a zero la componente “scientifica”: veniva chiamata (con un po’ di sano disprezzo da parte dei puristi) “sci-fi”.

successo del formato delle serie televisive, è quasi impossibile, per gli amanti del genere, non trovare qualcosa in grado di soddisfarli nell'offerta televisiva. Esistono almeno tre o quattro canali tematici dedicati: nuove serie, anche se orientate più esplicitamente all'intrattenimento che alla risoluzione di delitti, hanno di solito piccole trame verticali "gialle" a sostegno delle più continuative trame orizzontali sul privato dei protagonisti; e soprattutto, il ruolo canonico dell'indagatore è declinato in tutte le maniere possibili. Non solo poliziotti o investigatori privati (ci mancherebbe altro) ma qualsivoglia professione può celare un talento sorprendente di detective, meglio se proveniente da professioni inaspettate. Sono protagonisti di infinite serie piene zeppe di morti ammazzati giornalisti, baristi, donne delle pulizie, religiosi e religiose di ogni ordine e grado, delinquenti, professori, ragazzini, persone con tutte le possibili disabilità, musicisti, accademici e boscaioli: insomma tutti, nessuno escluso.



3 Primo numero della collana "La memoria", della Sellerio.

Per contro, i gialli sono riusciti nell'intento di invadere trionfalmente il palinsesto televisivo senza cedere un'unghia di terreno sul fronte canonico delle edicole e delle librerie, anzi: se i primi "Gialli Mondadori" erano classificati come narrativa di genere, ormai non esiste casa editrice che non sia particolarmente attenta alla pubblicazione di storie poliziesche. Una delle case editrici di maggior successo degli ultimi decenni, la Sellerio di Palermo, è decollata certo grazie al commissario Montalbano inventato da Andrea Camilleri, ma ha continuato indefessa nella pubblicazione, nella medesima collana<sup>4</sup>, di libri di alta letteratura e di storie gialle, che ne occupano verosimilmente almeno un terzo dei titoli in catalogo, e che hanno dato spazio a tutta una nuova generazione italiana di scrittori di gialli.

L'enorme produzione di storie poliziesche ha portato inevitabilmente all'esplorazione di quasi tutte le trame possibili: già ai tempi remoti di Agatha Christie ed Ellery Queen i critici asserivano, con un po' di ironia, che tutte le possibilità erano virtualmente esaurite, a parte quella che prevedeva che l'assassino fosse il lettore<sup>5</sup>. Anche se essere originali è quindi quasi impossibile, rispolveriamo la vecchia tradizione di consigliare un "libro giallo per l'estate" fornendo un titolo che, almeno nell'opinione di chi scrive, ha mostrato un buon livello di originalità, visto che è riuscito a tenerlo in confusione sulla logica della narrazione fino alla fine del libro<sup>6</sup>.

Si tratta di "Ninfee nere"<sup>7</sup>, di Michel Bussi: non è certo una novità editoriale, anzi; la prima edizione francese (*Nymphéas noirs*) risale al 2011, e ha subito vinto un gran bel numero di premi editoriali.

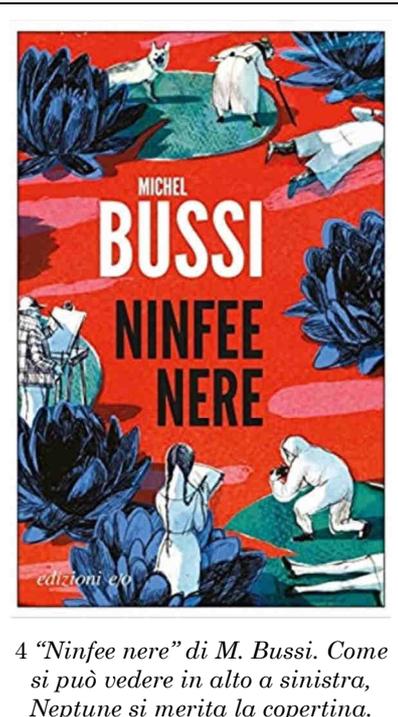
<sup>4</sup> La collana più nota e probabilmente così diffusa da essere quasi confusa con la casa editrice stessa: quella dei piccoli libri blu, "La memoria".

<sup>5</sup> Anche questa ipotesi è ormai stata esplorata, in realtà. Umberto Eco riporta, nelle "Postille al Nome della Rosa" come si fosse giunti a tale conclusione: sembra che fossero stati addirittura i membri del glorioso Oulipo francese a costruire una matrice con tutte le trame possibili di storie poliziesche e avessero asserito che l'unico, inevitabile, eterno innocente fosse il lettore. La lettura di quelle postille, però, ha acceso la fantasia di Raul Montanari, che ha raccolto la sfida scrivendo e pubblicando "Sei tu l'assassino", Marcos y Marcos, 1997.

<sup>6</sup> ...ma non fidatevi poi troppo di "chi scrive"; altri lettori dicono che il nocciolo narrativo che sostiene tutta la trama è di facile intuizione fin dalle prime pagine, e che una volta individuato, il libro rischia perfino di diventare noioso.

<sup>7</sup> Michel Bussi, "Ninfee nere", Edizioni e/o, 2016. Traduzione di Alberto Bracci Testasecca.

Il romanzo è ambientato nel piccolo villaggio normanno di Giverny, reso famoso da Eduard Monet, che vi si trasferì nel 1883 per passarvi tutti gli anni che gli restavano da vivere. Aveva al tempo quarantatré anni, e scese nella tomba alla bella età di ottantasei: ed è quindi proprio a Giverny che il padre dell'impressionismo passò metà della sua esistenza. Ed è qui che creò il celeberrimo lago delle ninfee, che restarono l'unico soggetto dei suoi moltissimi, ancorché ultimi, dipinti: più di 250 quadri di ninfee, nessuno dei quali, però, che le ritraesse di colore nero. Giverny è diventata così (sia nella finzione romanzesca che nella realtà) meta di pellegrinaggio per molti artisti e turisti, incuriositi da un luogo così carico di tensioni ed emozioni artistiche. Nel romanzo Monet non compare, ma in compenso ci sono personaggi curiosi e intriganti, e ovviamente anche dei morti ammazzati. La storia si svolge su più piani temporali e ambienti diversi, cosa che rende complesso ricostruire il quadro di insieme; ma lo sviluppo degli eventi è ben congegnato e descritto, ivi compresa la tormentata storia d'amore che non può mancare in un romanzo di ampio respiro. Uno dei personaggi più significativi della storia (essenziale per seguire lo sviluppo della trama, sia da parte del lettore sia – anzi di più<sup>8</sup> – per l'autore) è il cane libero di gironzolare per tutto il villaggio, benvenuto da tutti. La ragione per cui lo citiamo<sup>9</sup> è perché porta il bellissimo nome di Neptune.



4 “Ninfee nere” di M. Bussi. Come si può vedere in alto a sinistra, Neptune si merita la copertina.

Neptune è ovviamente la forma francese di Nettuno, che a sua volta è il nome italiano di Neptūnus, il romano dio del mare. E anche il dio romano, per quanto oggetto di culto già nella religione romana prima dell'influenza di quella greca, finirà con l'identificarsi pienamente con il dio greco Poseidone, signore degli oceani e suscitatore di terremoti e maremoti. Per molti versi, così, Poseidone diventa il vero antagonista di Ulisse nell'Odissea: nessuno mette nei guai l'eroe greco più di quanto riesca a fare Chiomazzurro, come lo chiama Polifemo<sup>10</sup> nella traduzione del Pindemonte, quando lo invoca per ottenere vendetta dalla cecità che proprio Ulisse gli ha provocato.

Più prosaicamente, Nettuno è spesso il soggetto preferito dagli scultori e architetti chiamati a progettare fontane: in qualità di “dio delle acque”, è tutt'altro che insolito vederlo armato di tridente, scolpito in marmo o bronzo nel mezzo d'una fontana pubblica. Firenze e Bologna, ad esempio, per quanto ben separate dall'Appennino, sono unite dall'aver entrambe un “nettuno” fontanesco in bella vista nelle loro piazze principali.

Ma mitologia, poesia, scultura e architettura forse impallidiscono di fronte alle vastità dello spazio: la nostra casa nell'universo è il Sistema Solare, e il nome di Nettuno è oggi probabilmente noto soprattutto per essere l'ultimo<sup>11</sup> degli otto grandi pianeti conosciuti.

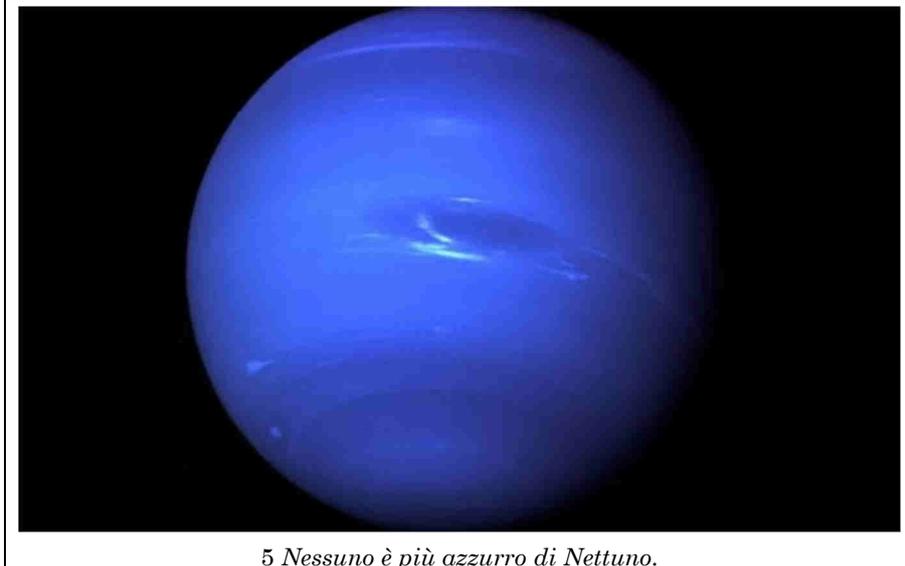
<sup>8</sup> Ci rendiamo conto che l'inciso possa apparire un po' oscuro, ma non possiamo essere più precisi per non rovinare troppo la festa agli impavidi che volessero seguire il consiglio di leggersi il romanzo.

<sup>9</sup> Anzi, a dire il vero, è la ragione per la quale abbiamo scritto tutte queste prime cinque pagine d'articolo...

<sup>10</sup> Per chi fosse rimasto indietro nei compiti per le vacanze: Polifemo è il ciclope monocolo che vuole mangiarsi Ulisse e tutti i suoi compagni. È figlio di Toosa, ninfa dei mari, e dello stesso Poseidone/Nettuno. Ulisse lo acceca e riesce a scappare con tutti i suoi compagni travestendosi da pecora: Polifemo invoca allora il papà pregandolo di far passare dei brutti quarti d'ora all'eroe greco.

<sup>11</sup> Negli anni Cinquanta citati all'inizio di questo articolo, ricordare il nome dei pianeti era assai più facile: se ne contavano nove, tutti di pari dignità, e Nettuno non era l'ultimo perché la posizione di coda era riservata a Plutone. Oggi le cose sono più complicate: Plutone è stato declassato e inserito nella nuova classe dei “pianeti nani”, dove figurano pure Haumea, Makemake, ed Eris. A completare l'insieme dei pianeti nani c'è anche Cerere, l'unico che non compie le sue rivoluzioni oltre l'orbita di Nettuno, ma nella fascia degli asteroidi tra Marte e Giove, dove Giuseppe Piazzi lo scoprì già nel lontano 1801. Se avete poca dimestichezza con i pianeti nani, sappiate che – a complicare le cose apparentemente semplici – un pianeta nano può essere anche più

In qualche modo, poesia, letteratura e mitologia hanno ben svolto il loro compito: Nettuno re del mare richiama l'azzurro già chiamato in causa da Omero e Pindemonte e, anche se è la nostra Terra ad avere da tempo l'appellativo di "pianeta azzurro", le foto più recenti di Nettuno danno diritto all'ultimo pianeta di contestare l'attribuzione per antonomasia del colore. Nessuno è più azzurro di Nettuno.



5 Nessuno è più azzurro di Nettuno.

Galileo chiamava Saturno "l'altissimo pianeta", perché gli antichi già lo avevano individuato come il più lontano da Sole, e non ne immaginavano altri. Nettuno condivide con Urano sia la caratteristica di essere un cosiddetto "gigante di ghiaccio", ovvero un pianeta in cui la percentuale di idrogeno e ossigeno è sensibilmente più bassa di quella dei cosiddetti "giganti gassosi" come Giove e Saturno, sia quella di essere un pianeta noto solo ai "moderni", essendo stato inquadrato da un telescopio solo nel 1846. Urano era stato riconosciuto come pianeta sessantacinque anni prima, ma di certo era già stato osservato in precedenza: lo stesso William Herschel, il suo scopritore ufficiale, pur non cadendo nell'errore dei suoi predecessori che lo avevano preso per una stella, lo classificò inizialmente come una cometa. Poi, furono proprio le irregolarità del moto di Urano a suggerire la presenza di un ottavo pianeta ancora sconosciuto. Nella storia dell'astronomia, accade sovente che la scoperta di un significativo corpo celeste abbia un che di romanzesco, se non proprio di avventuroso; è anche il caso di Nettuno, che ha infatti diversi "scopritori", a voler contare sia quelli ufficiali che quelli soltanto putativi. Ma è davvero una caratteristica propria dell'astronomia, questa: calcoli e strumenti procedono e migliorano, e il cielo e i suoi segnali cambiano rapidamente nell'interpretazione che ne danno gli esseri umani. Solo una o due generazioni fa, era sacrosanto definire Saturno come "il pianeta con gli anelli"; la definizione regge ancora, perché la spettacolarità degli anelli saturnini è sempre stupefacente e insuperata; ma ha certo perso il senso di eccezionalità, visto che gli "anelli", come si è scoperto in tempi recenti, ce li hanno praticamente tutti i pianeti giganti del nostro sistema solare. Ce li ha anche Nettuno, il nostro protagonista: cinque sono ben noti e visibili, e ognuno di essi si è meritato un nome. Volendo, si possono ripercorrere le tappe essenziali della scoperta di Nettuno proprio saltando da un anello all'altro.

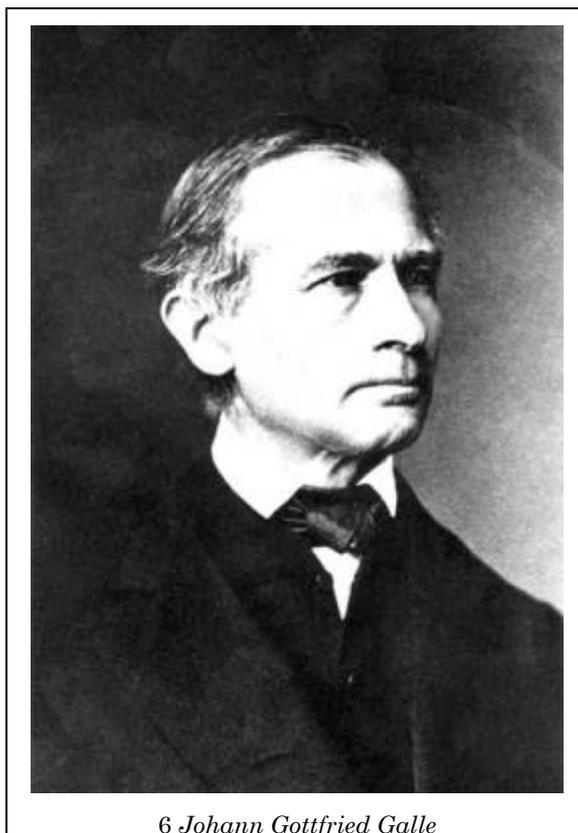
---

grande di un pianeta ordinario. Quello che soprattutto conta, per guadagnarsi la giusta denominazione, è la capacità di ripulire la propria orbita dai vari detriti spaziali, non le mere dimensioni. Probabilmente, la definizione di "pianeta sporco", benché forse più appropriata di "pianeta nano", sembrava troppo offensiva.

---

La sonda Voyager 2, lanciata nel 1977<sup>12</sup>, ne confermò definitivamente l'esistenza, fino ad allora solamente ipotizzata, dopo dodici anni di viaggio. A partire del più interno verso il più esterno, ricevettero i nomi di Galle, Le Verrier, Lassell, Arago, e Adams.

Johann Gottfried Galle nasce a Radis, un villaggio della Sassonia nella Germania non ancora assunta a nazione, il 9 Giugno 1812. Astronomo grande cacciatore di comete (ne compilò una lista di ben 414) cominciò a lavorare nel nuovo Osservatorio di Berlino come assistente di Johann Franz Encke. Per quanto il lavoro di un astronomo all'interno di un osservatorio sia inevitabilmente immaginato come quello di stare con un occhio continuamente appoggiato all'oculare di un telescopio, la realtà è ben diversa, e lo era anche nell'Ottocento. Nel 1845 Galle rispolvera le registrazioni di transiti di comete e pianeti vecchie più di un secolo, quelle fatte da Ole Rømer nel 1706; ci trova qualche anomalia, e scrive a un collega più esperto nei calcoli chiedendo il suo parere. Dovrà attendere più di un anno per ricevere la risposta, ma sarà una risposta entusiastica e completa: poco dopo la risposta, sarà proprio il collega parigino a raggiungerlo suggerendo di puntare il telescopio in una ben determinata posizione. Galle riesce ad ottenere dal suo capo, Encke, il permesso di farlo, e il 23 settembre 1846 diventa il primo uomo ad osservare Nettuno.

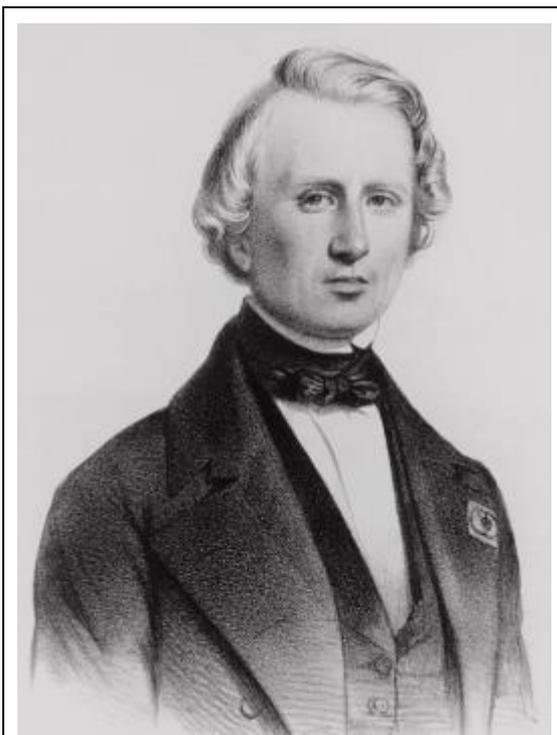


6 Johann Gottfried Galle

Il collega francese a cui Galle ha chiesto aiuto si chiama Urbain Le Verrier, e non è certo un caso se "Le Verrier" è anche il nome del secondo anello di Nettuno. È nato a Saint-Lô il giorno 11 Marzo<sup>13</sup> 1811, ed è quindi quasi coetaneo di Galle; le sue competenze sono più matematiche che tecniche, come riassume bene la sequenza di azioni della scoperta di Nettuno. Galle è con tutta evidenza un bravo astronomo: nel rivedere le osservazioni di Rømer dimostra abbastanza fiuto da capire che nascondono qualcosa di strano; ed è ancora più bravo nel comprendere subito che occorre un matematico specializzato nella meccanica celeste, per poter trarre delle conclusioni. Il fatto che coinvolga un collega distante e straniero palesa come la fama di Le Verrier come esperto di meccanica celeste abbia travalicato i confini di Parigi e della Francia.

<sup>12</sup> Anche se ha il numero d'ordine 2, fu lanciata quindici giorni prima della gemella Voyager 1. Prese una strada diversa dalla sorellina, proprio per andare agli appuntamenti con i due giganti di ghiaccio, Urano e Nettuno, oltre che a quelli canonici con Saturno e Giove. La Voyager 1 è partita dopo ma ha preso la strada più diretta, ed è stata il primo oggetto costruito dall'Uomo ad uscire dal sistema solare: entrambe le Voyager (per altro del tutto identiche) sono ancora in attività.

<sup>13</sup> Non a Giugno come Galle, purtroppo: ma ce ne faremo una ragione.



7 Urbain Le Verrier

E Le Verrier non delude le aspettative; suoi i calcoli, sue le ipotesi, sue le conclusioni. Quando arriva a Berlino indica a Galle non solo in quale posizione puntare il prezioso telescopio dell'Osservatorio, ma anche cosa si aspetta di trovare: un nuovo pianeta, le cui perturbazioni gravitazionali riuscirebbero a giustificare le anomalie osservate nell'orbita di Urano. Galle obbedisce, punta lo strumento verso la costellazione dell'Acquario, sulle coordinate celesti indicate dal francese: Nettuno non è proprio lì, ma non ci vuole molto ad individuarlo. Si trova ad appena un grado di distanza.

L'abilità di Le Verrier nei calcoli delle orbite planetarie è davvero straordinaria; dopo il trionfale successo della scoperta dell'ottavo (e ultimo, per ora) pianeta, alla sua attenzione non sfugge che c'è un altro pianeta la cui orbita non sembra essere allineata alla teoria. Si tratta di Mercurio, che palesa delle irregolarità; irregolarità che, di nuovo, potrebbero essere spiegate dalla presenza di un ulteriore pianeta,

stavolta più vicino al Sole dello stesso Mercurio, anziché perduto nei gelidi confini del Sistema Solare. Sull'onda del successo della scoperta di Nettuno, non c'è astronomo che dubiti dell'esattezza dei calcoli di Le Verrier; al punto che il pianettino viene disperatamente cercato dagli osservatori di tutto il mondo. Ha già un nome: Vulcano; è un nome adatto a un pianeta così eroico da orbitare così vicino al Sole, e mantiene le caratteristiche tradizionali di avere il nome di un dio della mitologia classica. La sua osservazione è resa difficoltosa proprio dall'estrema vicinanza alla stella madre, ma i calcoli indicano una posizione precisa, ed è strano che, nonostante gli sforzi di tutta la comunità astronomica, di Vulcano non si trovi traccia. A malincuore, bisogna riconoscere che, questa volta, Le Verrier deve aver sbagliato qualcosa. In effetti, Vulcano non sarà mai trovato, perché non esiste alcun pianeta tra il Sole e Mercurio. Ciò non di meno, l'errore di Le Verrier non era nei calcoli, né tantomeno nell'affermazione che l'orbita di Mercurio mostrasse delle anomalie: segnatamente, uno spostamento periodico del perielio, quella che gli astronomi chiamano "precessione". La precessione del perielio di Mercurio, in effetti, c'è, eccome. Solo che non è dovuta alla presenza di un pianeta: tornerà trionfalmente alla ribalta nei primi anni del Novecento, quando sarà correttamente interpretata alla luce della Teoria della Relatività Generale, e diventando anche, di conseguenza, una delle maggiori evidenze dell'esattezza della grande teoria einsteiniana.

Il terzo anello deve il nome a William Lassell, astronomo inglese specializzato nella caccia ai satelliti. Lassell nasce a Bolton, nel Lancashire, il 18 Giugno<sup>14</sup> 1799, e inizialmente si dedica al lavoro paterno, quello di commerciante, e soprattutto birraio. È proprio il successo della sua birra a renderlo ricco abbastanza da potersi dedicare alla sua autentica ma poco remunerativa passione, l'astronomia. Forse è lecito definirlo un dilettante appassionato, ma si sa bene che, nell'astronomia, il contributo dei dilettanti è spesso preziosissimo; di certo, le sue scoperte furono invidiate da stuoli di astronomi professionisti.

La birra gli procurò soldi e tempo libero, e William si costruì da solo un osservatorio, nella sua proprietà, dalle parti di Liverpool. Si costruì da solo anche un gran bel telescopio, chiamato scherzosamente “due piedi”, perché aveva un diametro di 61 centimetri, ovvero 24 pollici: insomma, esattamente due piedi nel senso dell'unità di misura allora in voga in Inghilterra. Non contento di fabbricarsi e alluminare da solo lo specchio riflettore, inventò anche un nuovo tipo di montatura: quella che ancora oggi si chiama “equatoriale”, estremamente più efficace della più semplice alto-azimutale allora in voga, soprattutto per seguire oggetti visibili con forti ingrandimenti. L'efficienza del giocattolino di Lassell saltò subito agli occhi del mondo: Galle e Le Verrier non fanno in tempo ad annunciare la scoperta di Nettuno che, appena diciassette giorni dopo, Lassell annuncia di aver osservato la maggiore delle lune del pianeta, a cui verrà dato in nome di Tritone. Nel giro di pochi anni, e sempre con lo stesso strumento, individuerà Iperione, satellite di Saturno, e poi Ariel e Umbriel, satelliti di Urano.

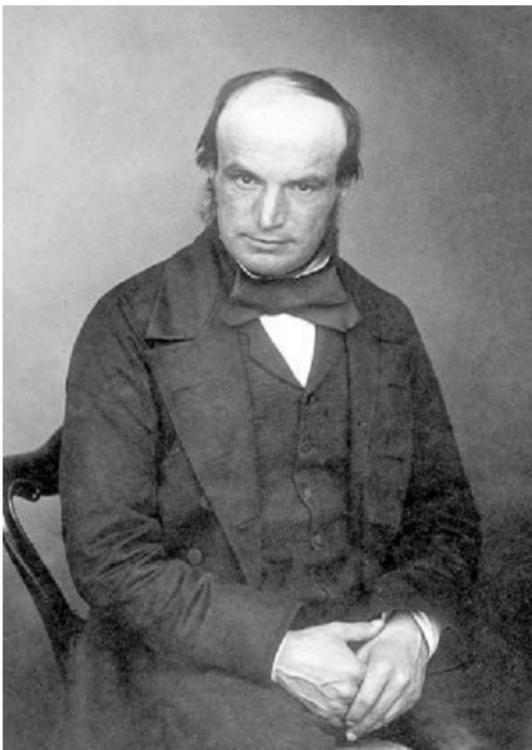
Sono risultati più che sufficienti per meritarsi di legare il proprio nome a quello di un anello di un pianeta; eppure, siamo pronti a scommettere che nella decisione di chiamare “Lassell” il terzo anello di Nettuno abbia contribuito ancora di più una sorta di allucinazione. Nello stesso anno 1846 – anzi, nell'ultimo trimestre di quell'anno, visto che la scoperta è della fine di settembre – Lassell annuncia che gli sembra di aver notato un anello attorno a Nettuno. Per quanto il suo riflettore “Due Piedi” fosse davvero un oggetto straordinario, e per quanto Lassell fosse abile nell'osservare il novello pianeta, al punto di intercettarne il maggiore dei suoi satelliti, è davvero poco probabile che la sua “visione” fosse reale: la maggior parte degli esperti ritiene che sia incappato in un cosiddetto “artefatto”, ovvero in un “disturbo di immagine”, che spesso hanno la forma anulare nelle osservazioni astronomiche. Ciò non di meno, è notevole che sia stato il primo a ipotizzare l'esistenza di anelli attorno a Nettuno: anche perché bisognerà aspettare più di un secolo prima se ne torni a parlare, nel 1968, quando l'occultazione imprevista di una stella poteva essere spiegata proprio dalla presenza di anelli attorno al pianeta. Ma erano tempi in cui si pensava ancora che solo Saturno potesse essere tanto strambo da avere una cintura di anelli, e l'ipotesi non venne approfondita più di tanto fino al 1977, quando si confermò l'esistenza di anelli attorno a Urano. Poi, alla fine, ci pensò il Voyager 2 a dissolvere ogni dubbio.



8 William Lassell

<sup>14</sup> Oh, meno male...

Il quarto anello prende il nome da un presidente. Per la precisione, dal Presidente della Seconda Repubblica Francese, quella che nasce nel 1848 e muore appena quattro anni dopo, per dar vita al Secondo Impero. François Arago<sup>15</sup> nasce sui Pirenei, a Estagel, il 26 Febbraio 1786, ma non è per essere diventato presidente della Francia che il suo nome è arrivato ad indicare anche il quarto anello di Nettuno. Arago è un nome importante per la scienza, e non solo di Francia: nel periodo in cui si scopre l'esistenza di Nettuno non è più presidente della Repubblica, ma ricopre le cariche presidenziali sia del Politecnico, sia dell'Osservatorio di Parigi. La seconda carica lo rende, tra l'altro, il "capo" di Le Verrier, e come minimo deve aver autorizzato il giovane astronomo a fare il suo viaggio di scoperta in quel di Berlino, da Galle. Ma la sua prima carica, quella di professore (oltre che presidente) del Politecnico, è probabilmente assai più significativa: Le Verrier è un suo studente, e Arago, da professore, deve trovare campi di ricerca interessanti e fruttuosi per i propri discenti. È proprio Arago ad assegnare a Le Verrier il compito di studiare le perturbazioni nell'orbita di Urano: dove abbia poi portato quell'iniziale "compito a casa" è il tema di tutto questo articolo.



9 John Couch Adams

Arago si impegna a fondo anche dopo l'esaltante momento della scoperta: senza voler in nessun modo cercare di rubare la scena al suo pupillo, si impegnerà a fondo nelle diatribe che faranno seguito alla scoperta, e lotterà per convincere la comunità scientifica a chiamare il nuovo pianeta con il nome del suo scopritore. Non ce la farà, e speriamo che il suo spirito non ce ne voglia se noi, a polvere posata, siamo assai più contenti che l'ottavo pianeta si chiami "Nettuno" e non "Le Verrier".

Il quinto anello, quello più esterno e quindi più grande; quello anche, come vedremo, un po' più strano, prende il nome da John Couch Adams, astronomo inglese. Nasce il 5 Giugno<sup>16</sup> 1819 a Lidcott, in Cornovaglia, Adams è uno splendido esempio di ragazzo molto povero e molto dotato. Figlio di contadini, riesce ad avere un'educazione scolastica accettabile solo grazie a circostanze fortunate; in cambio, la natura gli ha dato un'eccellente capacità di imparare. Nel

villaggio natio gli insegnano soprattutto greco e matematica, e John di trova ad agio con entrambe: più avanti negli anni, a Cambridge, otterrà l'ambitissimo titolo di "Senior Wrangler" in matematica totalizzando un punteggio finale pari a doppio del secondo classificato, cosa del tutto inaudita nel college. In precedenza, agli esami finali di Greco, risultò ancora una volta primo, come aveva fatto per quattro anni di seguito.

Forse perché i pochissimi libri che erano presenti nella sua povera prima casa parlavano di stelle e pianeti, forse perché da diciassettenne ebbe occasione di assistere a un'eclisse anulare di sole dopo che, l'anno precedente, aveva goduto di uno dei passaggi della

<sup>15</sup> Arago si è anche meritato un "compleanno" di RM tutto per sé: si intitola "*La face l'École Militaire, #16*", e si trova in RM181, Febbraio 2015. Se volete vedere che faccia avesse, fate un salto lì... qui ci risparmiamo di impaginare un'altra immagine.

<sup>16</sup> E con questo siamo a tre "anelli" nati in Giugno, su cinque. Ci pare sufficiente per poter lecitamente catalogare questo articolo come un "compleanno di Giugno".

Cometa di Halley, Adams decide di dedicare le sue capacità matematiche al servizio dell'astronomia.

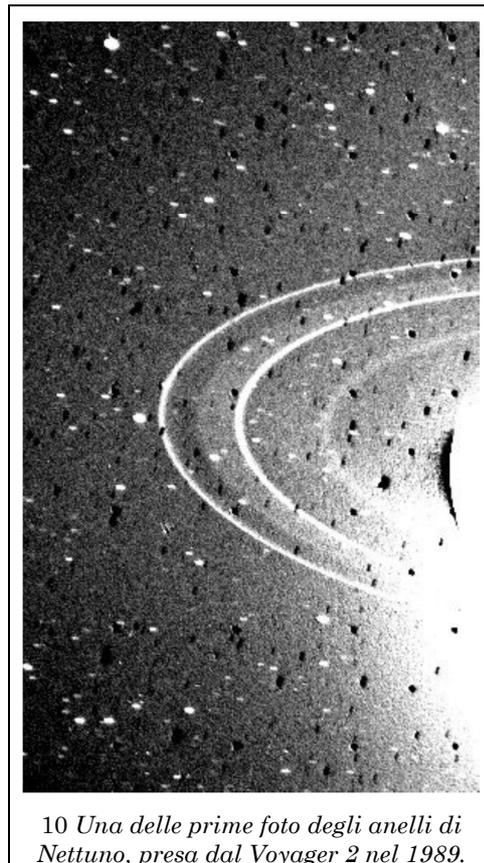
La decisione arriva prima ancora del conseguimento della laurea, ha solo ventidue anni quando prende un appunto in cui dichiara che si dedicherà all'astronomia, e particolarmente al problema più sentito del momento: le irregolarità nel moto di Urano. Prende la laurea, inizia la carriera accademica, e nel contempo lavora come tutor per degli studenti in grado di pagare il suo tempo: grazie a questo, riesce a pagare gli studi ai suoi tre fratelli. Ma non trascura la ricerca: continua lo studio del moto di Urano, arriva alla conclusione che le irregolarità dipendano dall'influenza di un pianeta sconosciuto. Fa tutti i calcoli necessari, e informa il direttore dell'Osservatorio di Cambridge, James Challis, di sapere dove si trova un nuovo pianeta del Sistema Solare. Corre il Settembre 1845: un anno esatto prima della prima osservazione di Galle basata sui calcoli di Le Verrier.

Challis, abbastanza correttamente, visto che l'Osservatorio di Cambridge è pur sempre solo un Osservatorio universitario, fornisce ad Adams una lettera di presentazione per l'Astronomo Reale, George Airy, del Reale Osservatorio di Greenwich. Adams tenta per due volte di chiamare Airy, ma senza successo: l'iter ufficiale prevede che faccia domanda per un appuntamento. Alla fine, decide di lasciare ad Airy la documentazione che spiega con precisione la posizione del nuovo pianeta: Airy riceve i dati e scrive una risposta a Adams, facendogli nel contempo una domanda che riteneva di vitale importanza. Adams riceve la risposta di Airy, ma ritiene la sua "domanda vitale" del tutto sciocca, e si rifiuta di rispondergli.

A questo punto, in Inghilterra, tutto si ferma. Non riprende l'iniziativa Airy, non la riprende Challis, non la riprende lo stesso Adams. Anche quando si viene a sapere che Le Verrier sta arrivando a determinare la posizione di un nuovo pianeta in grado di giustificare le irregolarità di Urano, nessun accademico inglese si muove. Soprattutto, non si muove nessuno dei soli due che conoscevano le precedenti previsioni di John Adams; e sì che Airy scriverà a Le Verrier, ma senza citare affatto il lavoro di Adams: in compenso, sembra che abbia chiesto anche al francese la sua domanda di "vitale importanza", quale che essa fosse<sup>17</sup>.

Poi, le previsioni di Adams vennero effettivamente trovate, riconosciute: resta il fatto che Galle inquadrò Nettuno seguendo le istruzioni di Le Verrier, visto che le precedenti di Adams restarono sconosciute a lungo. Poi, ci furono argomentazioni di priorità, come sempre succede in questi casi: ma non videro mai dei confronti aspri tra Le Verrier e Adams, anzi. Si incontrarono un paio di volte, e sempre Adams riservò al francese la migliore delle accoglienze, esprimendogli tutta la sua personale ammirazione.

Era probabilmente un uomo davvero geniale, e altrettanto modesto: per questo il "quinto anello" di Nettuno gli si attaglia particolarmente bene. È l'anello più esterno, il più sottile, il più inclinato e un po' eccentrico. È meno "polveroso" dei suoi quattro confratelli, e soprattutto sembra avere



10 Una delle prime foto degli anelli di Nettuno, presa dal Voyager 2 nel 1989.

<sup>17</sup> No, inutile chiedere: non siamo riusciti a scoprire che diamine di domanda fosse, noi.

una caratteristica del tutto unica: anziché apparire come una struttura circolare omogenea, come ogni anello planetario che si rispetti, in una parte di esso (la più brillante) sembra essere formato da una serie di “archi”<sup>18</sup>. Gli archi sono perfettamente osservabili, al punto che per distinguerli l’uno dall’altro hanno avuto anch’essi dei nomi ben precisi: e sono tutti nomi che celebrano i principi della Rivoluzione Francese: Libertà, Uguaglianza, Fraternità, con l’aggiunta del Coraggio.

La cosa più sorprendente dell’anello Adams sono proprio questi “archi” per il semplice fatto che non si ha ancora idea di cosa li generi, insomma che cosa siano. Restano un mistero, e come tale perfettamente acconci a portare il nome di John Couch Adams, uomo altrettanto schivo e misterioso.



---

<sup>18</sup> Un po’ più in dettaglio: la parte più brillante è quella che va, espressa in gradi di longitudine, da 247° a 294°. In questa regione, si leggono facilmente cinque archi distinti: Fraternité (247°-257°), Égalité 1 (261°-264°), Égalité 2 (265°-266°), Liberté (276°-270°), Courage (284°-285°).

---

## 2. Problemi

### 2.1 Il Dittatore dello Stato Libero di Bananas

...forse non ve ne siete accorti, ma cinque anni fa siete stati eletti a Democratico Dittatore del suddetto ridente paesino, popolato da venti milioni di votanti. Essendo uno Stato Libero, dovete indire delle elezioni (e per evitare spiacevoli conseguenze tra le clavicole e il cranio vorreste essere rieletto). L'unica certezza che avete è che l'esercito (che vota e rappresenta l'uno per cento della popolazione votante) è tutto con voi.

Per "elezioni democratiche" voi intendete una cosa di questo genere: tutti i votanti sono divisi in gruppi uguali, quindi ognuno di questi gruppi è diviso in una serie di gruppi più piccoli e avanti in questo modo. I gruppi più piccoli scelgono i loro "rappresentanti"; successivamente, questi rappresentanti (di primo livello) scelgono i rappresentanti di secondo livello, i quali... eccetera, eccetera, eccetera: in ogni gruppo le elezioni si svolgono a maggioranza, e se la divisione è 50/50, vincono le opposizioni. Il che sembra abbastanza democratico, almeno a degli osservatori internazionali molto miopi.

Infatti, nascosto in una leggina approvata tempo fa, c'è un codicillo: siete voi che decidete come debbano essere composti i gruppi (e, logicamente, i vostri sodali sanno *benissimo* come votare).

Siccome avete già prenotato il catering per la grande festa della rielezione, come dividete il corpo elettorale per avere la certezza di non far festeggiare "gli altri"?

### 2.2 Tempo Estone

Liberissimi di suggerire un titolo migliore: difficilmente raggiungerete le vette dell'originale "*Telling the Time in Tallinn*". OK, dimenticatevi l'estone. Nel senso che se lo sapete parlare, dimenticatevelo almeno per la durata del problema.

Abbiamo scoperto che esistono le *Olimpiadi di Linguistica Computazionale*, nelle quali vengono presentati problemi di questo genere: ve ne avevamo presentato uno molto tempo fa, e ci pare fosse stato apprezzato.

Qui di fianco, vedete degli orologi che segnano delle ore, e trovate anche la risposta di un'onesta estone quando, a quell'ora, le chiedete che ore sono (no, nessuna di queste significa "Deciditi a imparare le lingue, *gnurant!*"). In base a quanto detto, dovrete essere in grado di capire che ore sono quando l'onesta vi dice:

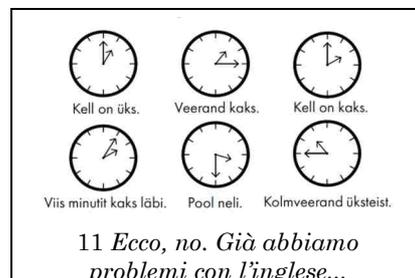
1. Kakskümmend viis minutit üheksa läbi.
2. Kolmveerand kaksteist.
3. Pool kolm.
4. Veerand neli.
5. Kolmkümmend viis minutit kuus läbi.

Siccome la giovine sembra divertita dalla vostra faccia perplessa, adesso è lei che continua a chiedervi "Che ore sono?". A voi il compito di risponderle (in estone, chiaro) alle: 04:15, 08:45, 11:30, 07:05, 12:30.

Dovreste cavarvela sapendo semplicemente che: 6 = kuus, 7 = seitse, 8 = kaheksa, 10 = kümme.

Oh, tutte le ore sono in notazione 0-12.

...mandateci una cartolina, almeno!



### 3. Bungee Jumpers

Quanti sono i triangoli non congruenti di perimetro  $n$  e con i lati di lunghezza intera?

*La soluzione, a "Pagina 46"*

### 4. Soluzioni e Note

Giugno!

Data la complessità dei nostri invii negli ultimi mesi, invece di scusarmi del ritardo, mi scuso in anticipo se la selezione delle soluzioni è un po' spartana, tra richieste di non pubblicazione e richieste di revisione la vostra povera redattrice, che già è un bel po' svampita di suo, ha perso il filo.

Prima di partire una piccola digressione su un problema vecchio.

#### 4.1 [278]

##### 4.1.1 Esame di Maturità

Probabilmente ricordate questo problema:

*All'esame di Maturità, la prova di Matematica era composta da tre problemi, e ogni partecipante ha ricevuto per ognuno dei problemi una valutazione da zero a sette (estremi inclusi). Durante la fase di correzione dei compiti, ci si è accorti che, dati due qualsiasi maturandi, questi hanno ricevuto la stessa valutazione in al più un problema; quanti sono, al massimo, i partecipanti?*

In RM279 avete letto la soluzione di **Valter e trentatre**, in RM280 quella di **Galluto**, questo mese ci ha riscritto **Valter**:

Dopo letta la bella soluzione di Galluto sono andato a rivedermi la mia, di 48 partecipanti. La sua, che mi pare corretta, era di 64; il mio errore, è imporre tutte valutazioni diverse. Per qualche strano motivo, ogni tanto mi invento regole che in effetti il problema non pone. Sfrutto la mia soluzione, che iniziava con 8 partecipanti con le, seguenti, caratteristiche:

- la prima mostra il massimo di maturandi, se la restrizione fosse indipendente dal problema
- due maturandi non hanno stessa valutazione in più di un problema, prescindendo dall'ordine
- considerando i voti ordinati per problema invece, nessuno di loro ha la stessa valutazione
- i maturandi in questo caso sono otto e li ho battezzati con i valori da 0 a 7, come i voti

Sfrutto l'unico voto che non si associa in nessuna valutazione ad ognuno per aggiungerne 16. Ad esempio, dalle mie tabelle risulta che i voti 0 e 4, non si abbinano per nessun studente. Posso aggiungere, quindi, quattro partecipanti con valutazioni, ad esempio: 004 040 400 444. Lo stesso si può fare con coppie di voti: 1-5 2-6 3-7, per un totale di  $4 \cdot 4 = 16$  partecipanti. Elenco le 16 valutazioni, per gli altrettanti studenti, con, almeno, una di esse 0 oppure 4:

- 023 032 203 230 302 320
- 467 476 647 674 746 764
- 004 040 400 444.

La cosa risulta "simmetrica", per come sono state "costruite", per le altre tre accoppiate. Una veloce verifica mostra che non si possono aggiungere studenti, senza infrangere regole.

Speriamo di avervi passato l'ultima versione! Andiamo velocemente avanti.

## 4.2 [280]

### 4.2.1 Conigli, api, microbi ed amebe

Tutti i problemi del mese scorso erano ricchi di esempi nel mondo naturale, siamo contenti di ricordarvi che tutti gli esperimenti di RM sono teorici, e nessun essere vivente (a parte la redattrice di queste note) ha sofferto a causa delle torture del Capo. Partiamo subito da una riproduzione semplice:

*Nella conigliera abbiamo una femmina che diventa fertile dopo  $a$  mesi; una volta fertile, produce ogni  $b$  mesi  $c$  coniglietti, dei quali  $d$  sono femmine; la speranza di vita alla nascita di un coniglio è di  $e$  anni. Quanti coniglietti abbiamo all'anno  $n$ ?*

Il secondo problema includeva anche predatori:

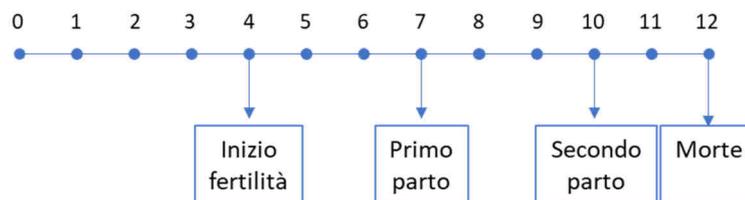
*Date due popolazioni di 30  $Q$  e 1  $P$ , e noto che un'ameba di tipo  $P$  mangia un microbo di tipo  $Q$  al minuto, posto che ce ne siano di divorabili. Un volta mangiato un  $Q$ , la nostra  $P$  si riproduce generando 2 copie di sé stessa (e lei sparisce). Un microbo di tipo  $Q$  si riproduce generando 2 copie di sé stesso ogni minuto. Dopo quanto tempo si raggiunge una stabilità?*

Una soluzione sola per questo problema, dal grande **Trekker**:

Per capire il meccanismo di soluzione che propongo partiamo da un esempio.

Supponiamo che servano 4 mesi ( $a=4$ ) affinché una coniglietta diventi fertile, poi servano 3 mesi ( $b=3$ ) di gestazione per partorire un numero  $c$  di maschi ed una ( $d=1$ ) femmina. Tassativamente le conigliette muoiono al compimento del primo anno ( $e=1$ ), anche se purtroppo potrebbero essere incinte.

In sintesi possiamo costruire questo “cronoprogramma” della vita tipica di ogni coniglietta:



In sintesi le femmine partoriscono una ( $d=1$  nel nostro esempio) nuova femmina quando hanno un'età pari a 7 mesi e 10 mesi.

Indichiamo con  $F_0(n)$ ,  $F_1(n)$ ,  $F_2(n)$ , ...,  $F_{11}(n)$  rispettivamente il numero di coniglie che al mese  $n$  hanno rispettivamente un'età pari a 0 mesi (cioè sono neonate), 1 mese, 2 mesi, ..., 11 mesi e cerchiamo di capire come queste 12 quantità saranno al mese successivo ( $n+1$ ).

Al mese ( $n+1$ ) partoriranno le femmine che al mese  $n$  precedente avevano un'età pari a  $7-1=6$  mesi e  $10-1=9$  mesi. Questa osservazione ci consente di scrivere che il numero di femmine che al mese ( $n+1$ ) hanno un'età pari a 0 mesi è:

$$F_0(n+1) = F_6(n) + F_9(n)$$

Le femmine che al mese ( $n+1$ ) hanno rispettivamente un'età pari a 1 mese, 2 mesi, ..., 11 mesi si trovano con:

$$F_1(n+1) = F_0(n)$$

$$F_2(n+1) = F_1(n)$$

...

$$F_{11}(n+1) = F_{10}(n)$$

Possiamo scrivere il tutto in forma matriciale

$$F(n+1) = A F(n)$$

dove  $F(n+1)$  e  $F(n)$  sono due vettori colonna  $1 \times 12$  ed  $A$  una matrice quadrata  $12 \times 12$ :

$$F(n+1) = \begin{bmatrix} F_0(n+1) \\ F_1(n+1) \\ F_2(n+1) \\ F_3(n+1) \\ F_4(n+1) \\ F_5(n+1) \\ F_6(n+1) \\ F_7(n+1) \\ F_8(n+1) \\ F_9(n+1) \\ F_{10}(n+1) \\ F_{11}(n+1) \end{bmatrix} = AF(n) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0(n) \\ F_1(n) \\ F_2(n) \\ F_3(n) \\ F_4(n) \\ F_5(n) \\ F_6(n) \\ F_7(n) \\ F_8(n) \\ F_9(n) \\ F_{10}(n) \\ F_{11}(n) \end{bmatrix}$$

In particolare quindi

$$F(n) = A^n F(0)$$

dove  $F(0)$  è un vettore colonna composto da un uno e poi tutti zeri.

Nota #1

Se riuscissimo a diagonalizzare la matrice  $A$  con  $TDT^{-1} = A$  allora saremmo in grado di calcolare rapidamente le sue potenze perché  $A^n = TD^nT^{-1}$  e  $D^n$  è “facilmente” costruibile (beh, insomma bisogna trovare gli autovalori di una matrice  $12 \times 12$  e poi elevarli a potenza, non è comunque uno “scherzo”...).

Nota #2

Se volessimo ad esempio calcolare l'intero “spettro anagrafico” delle conigliette al mese 100 ci può venire in aiuto anche il teorema di Cayley-Hamilton che afferma che ogni matrice quadrata  $A$  di tipo  $m \times m$  è radice del suo polinomio caratteristico cioè se  $p_A(\lambda) = \det(\lambda I - A)$  allora  $p_A(A) = 0_m$ .

Dividiamo quindi il monomio  $\lambda^{100}$  per il polinomio caratteristico di grado (nel nostro esempio) 12 della matrice  $A$  ottenendo un polinomio quoziente  $Q(\cdot)$  e un polinomio resto  $R(\cdot)$  di grado al più 11, cioè:

$$\lambda^{100} = Q(\lambda)p_A(\lambda) + R(\lambda)$$

E quindi

$$A^{100} = Q(A)p_A(A) + R(A) = 0_{12} + R(A) = R(A)$$

Nota #3

Possiamo anche scrivere

$$F_0(n+1) = F_6(n) + F_9(n) = F_0(n-6) + F_0(n-9)$$

e cercare una soluzione del tipo  $F_0(n) = C \lambda^n$  dove  $C$  è una costante arbitraria. Sostituendo ed elaborando un poco arriviamo all'equazione in  $\lambda$  seguente:

$$\lambda^{10} - \lambda^3 - 1 = 0$$

Trovate le 10 radici (non sono 12 perché  $F_0(n+1)$  non dipende da  $F_{11}(n)$ )

$$\lambda_1 \approx -0.887117$$

$$\lambda_2 \approx 1.08594$$

$$\lambda_3 \approx -0.89365 - 0.54419 i$$

$$\lambda_4 \approx -0.89365 + 0.54419 i$$

$$\lambda_5 \approx -0.28930 - 1.03699 i$$

$$\lambda_6 \approx -0.28930 + 1.03699 i$$

$$\lambda_7 \approx 0.35054 - 0.84558 i$$

$$\lambda_8 \approx 0.35054 + 0.84558 i$$

$$\lambda_9 \approx 0.73300 - 0.66264 i$$

$$\lambda_{10} \approx 0.73300 + 0.66264 i$$

possiamo scrivere  $F_0(n)$  come una opportuna combinazione lineare (ottenuta imponendo le condizioni iniziali) delle potenze  $n$ -esime delle stesse radici.

Nel caso più generale bisogna studiare una matrice di dimensioni  $12e \times 12e$  i cui elementi sono quasi tutti zero salvo degli “uni” nella “sottodiagonale” e con alcuni valori diversi da zero nella prima riga, precisamente: ci saranno  $(a+b-1)$  zeri e poi ci saranno, invece degli “uni”, il numero  $d$  di coniglie femmine generate ad ogni parto ripetuto ogni  $b$  posti fino ad esaurire gli elementi della riga.

Questo schema di costruzione della matrice si adatta anche al caso in cui il numero delle coniglie partorite non fosse costante ad ogni parto e al caso in cui le coniglie ad una certa età smettessero di essere fertili.

E si può partire da una popolazione di femmine con “spettro anagrafico” qualsiasi.

Beh, mancano le amebe predatrici, ma un’idea di massima sul come procedere c’è. Restiamo in attesa, magari qualcun altro ha preparato una soluzione e l’ha lasciata nel cassetto. Andiamo avanti per ora.

#### 4.2.2 Le formiche, l’universo e tutto quanto

Beh, lo sapete già come va a finire, le formiche cadono tutte dall’universo. Ma come annunciato all’inizio, sono solo formiche virtuali, malgrado i nomi di persona:

*Su una sbarra della lunghezza di 1 metro, sulla quale sono posizionate 6 formiche, identificate (da sinistra verso destra) come Aldo, Bea, Carlo, Daniela, Ernesto e Freya. Aldo, Bea, Daniela e Ernesto si muovono verso destra, mentre Carlo e Freya si muovono verso sinistra, alla velocità di 1 centimetro al secondo. Ogni volta che due formiche si incontrano, immediatamente si girano e procedono nella direzione inversa. Se qualcuna arriva ad un estremo, cade giù. Le loro posizioni sulla sbarra sono definite a partire dall’estremo sinistro: Aldo è “sul bordo”, Bea a 20 centimetri, Daniela a 50, Ernesto a 60 e Freya a 80. Carlo è tra Bea e Daniela. Quale sarà l’ultima formica a cadere, e dopo quanto tempo?*

Come spesso succede, il primo a mandare una soluzione è stato **Valter**:

L’ultima formica a cadere è la C dopo 100 secondi; provo a mostrarlo iniziando con le sole formiche A e F. Con solamente le formiche A e F, A termina a sinistra dopo 80 secondi che è la sua distanza iniziale da F. F termina a destra dopo 100 secondi che sono la sua distanza iniziale da A, più quella di caduta a destra. Si incontrano dopo  $80/2$  secondi a 40 cm.; F ne fa altri  $100-40=60$ , per poi cadere a 10; totale  $40+60=100$ . Aggiungendo C a cm.36: A cade a sinistra dopo 36 sec., C a sinistra dopo 80 sec., F a destra dopo 100 sec. A percorre in tutto quant’è la sua distanza iniziale da C, C la distanza di F, ed F i 100 cm. complessivi.

Estendendo lo schema alle sei formiche del problema si ha quindi che:

- A cade a sinistra dopo aver percorso in totale la sua distanza da C
- B a sinistra dopo 80 secondi, che è la posizione di F alla partenza
- C a destra dopo 100 secondi, che è la lunghezza totale del percorso
- D a destra dopo 80 secondi, che è la distanza di B dal fondo sbarra
- E a destra dopo 50 secondi, ovvero la distanza di D da fondo sbarra
- F a destra dopo 40 secondi, quanto dista E dalla fine della sbarra.

Gli scambi di direzione avvengono fra:

- C/D e poi B/C direzione sinistra/destra, gli ultimi due nell’ordine
- B/C, E/F sinistra/destra i primi due; l’ordine dalla posizione di C
- A/B, D/E sinistra/destra due centrali; l’ordine dipende sempre da C.

Due esempi per capire la durata dei percorsi prima di cadere al bordo:

- C re-incontra B dopo che questa ha incontrato A, e va a cadere a 100
- percorre con i tragitti avanti e indietro, la lunghezza della sbarra
- D incontra C, dopo che questi ha incontrato B, e infine cadere a 100

- percorre quindi la distanza che ha B dal termine dell'intera sbarra.

A seguire mostro i percorsi per tre posizioni iniziali della formica C (“mossa” = secondi trascorsi,  $\rightarrow\leftarrow$  = la direzione, valore = la posizione):

Mossa	A	B	C	D	E	F	Mossa	A	B	C	D	E	F	Mossa	A	B	C	D	E	F
0	0	20	48	50	60	80	0	0	20	36	50	60	80	0	0	20	24	50	60	80
10	10	30	38	60	70	70	8	8	28	28	58	68	72	2	1	22	22	52	62	78
14	14	34	34	64	66	74	10	10	26	30	60	70	70	10	10	14	30	60	70	70
15	15	33	35	65	65	75	15	15	21	35	65	65	75	12	12	12	32	62	68	72
24	24	24	44	56	74	84	18	18	18	38	62	68	78	15	9	15	35	65	65	75
30	18	30	50	50	80	90	30	6	30	50	50	80	90	30	0	30	50	50	80	90
40	8	40	40	60	90	100	40	0	40	40	60	90	90	40	0	40	40	60	80	90
I	8	40	40	60	90	100	I	0	40	40	60	90	100	I	0	40	40	60	80	90

Bene, speriamo che le tabelle restino leggibili come figure. E a proposito di figure, o meglio foto, vediamo la soluzione di **Camillo**, che questa volta non ha inviato fotografie ad alta risoluzione:

A proposito delle formiche sul metro, ma che lunghezza hanno e dove si posizionano di preciso sulla sbarra? Ho pensato che fossero monodimensionali e che inizialmente si posizionano al centro del centimetro a loro riservato sulla sbarra. Ovvero Aldo a mezzo centimetro dal bordo (sulla righetta dei 5mm, Bea al 25° millimetro ecc.

A questo punto lo scontro con l’inversione può avvenire solo al segno del centimetro. Carlo può essere messo solo in 2 posizioni: 305mm e 405mm.

Fatto un programmino che illustra alfanumericamente l’andamento. La rappresentazione dei passi eseguiti è in scala 1:5. In ambedue i casi l’ultimo che cade è sempre Carlo dopo 100s.

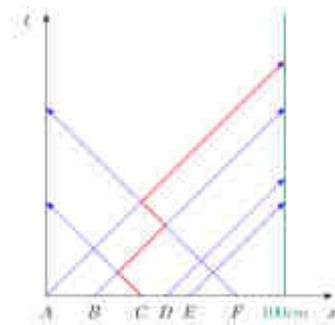
Considerazioni: sulla sbarra ci possono stare fino a 10 formiche. Il tempo di 100s per la caduta dell’ultima formica non è superabile. Vi allego le foto delle videate, l’ultima con 10 formiche.



No le foto avevano una risoluzione migliore di quella che vedete qui sopra, ma le esigenze editoriali fanno sì che chiunque voglia sapere veramente come funziona il programma, deve scrivere a noi o a Camillo. La soluzione di **AB** è l’ultima arrivata:

Ogni volta che due formiche si incontrano invertono istantaneamente il loro senso di marcia, pur continuando a muoversi alla stessa velocità. In altre parole, la situazione equivale ad avere delle formiche che non cambiano mai il loro senso di marcia, ma che ogni volta che si incrociano cambiano il loro nome appropriatamente. Chiameremo questo secondo tipo come formiche trasparenti.

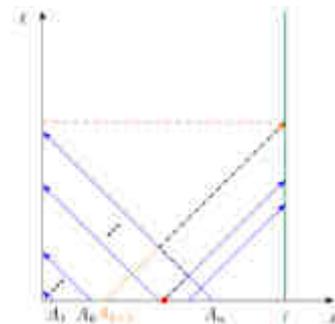
La situazione può essere rappresentata in un piano cartesiano in cui l’ascissa rappresenta la sbarra, mentre l’ordinata rappresenta il tempo. Dal momento che le formiche trasparenti si muovono di moto rettilineo uniforme, le loro traiettorie saranno indicate da linee rette. Il percorso (del nome) di C è indicato in rosso nella figura.



Nell'esempio specifico, è chiaro che l'ultima formica a cadere è C stessa, e dal momento che la sbarra è lunga 100 cm, ci mette 100 s a cadere. Inoltre, non importa da dove C parta, a patto che si trovi da qualche parte tra B e D: sarà sempre l'ultima a cadere dopo 100 s.

Usando la stessa linea di ragionamento, è di nuovo chiaro che se la prima formica A parte dal bordo sinistro della sbarra muovendosi verso destra, l'ultima formica a cadere ci metterà sempre 100 s, a prescindere dal numero di formiche nella sbarra e dal loro moto (escludendo A).

Questo ragionamento è immediatamente generalizzabile a  $n$  formiche in una sbarra di lunghezza  $l$  che si muovono a velocità  $v$  a destra o a sinistra. Tra tutte le formiche trasparenti, supponiamo che  $A_k$  (con  $k$  contato a partire da sinistra) sia quella che percorre la distanza più lunga, distanza che indichiamo come  $d$ , e supponiamo (senza perdita di generalità) che  $A_k$  si muova verso destra (nell'esempio precedente avremmo  $A_k=A$ ). Allora l'ultima formica a cadere ci metterà  $t=d/v$  secondi. In altre parole, la situazione può essere rappresentata come in figura seguente.



Per determinare quale sia l'ultima formica a cadere, è sufficiente partire dalla freccia arancione e andare indietro, fino a quando non si incrocia un'altra linea (nell'esempio sopra sarà la linea relativa alla formica  $A_n$ ), nel qual caso si continua a seguire la linea intersecata (nella figura sopra, il processo è rappresentato dalla linea nera tratteggiata). Il processo continua fino a quando non si incontra la sbarra, determinando quale sia l'ultima formica a cadere (pallino rosso nella figura sopra).

Non è arrivato altro, e siamo molto in ritardo, per cui chiudiamo qui. Ma per favore rimandate se abbiamo ignorato le vostre soluzioni! Alla prossima!

### 5. Quick & Dirty

Vi sono fornite due piramidi *non* costruite da Rudy (quindi, perfette), le cui facce laterali sono dei triangoli equilateri uguali tra loro. Una delle piramidi ha anche la base triangolare (quindi è un tetraedro regolare), mentre l'altra ha una base quadrata.

Se incollate tra di loro le due piramidi attraverso due facce triangolari, quante facce ha il solido risultante? 5, 6, 7, 8 o 9?

## 6. Pagina 46

Diamo per acquisito il risultato raggiunto nel BJ&P46 di RM280.

Indichiamo i lati del triangolo con  $x, y, z$ ; deve essere, dalle condizioni del problema,  $x+y+z=n$  e inoltre devono essere soddisfatte le disequazioni:

$$\begin{aligned}x &< y+z \\ y &< x+z \\ z &< x+y\end{aligned}$$

in quanto in un triangolo la lunghezza di un lato deve essere strettamente minore della somma degli altri due lati. Inversamente, ogni terna che rispetti le condizioni date è soluzione del nostro problema.

Questo problema differisce da quello del mese scorso per due punti:

1. Le disequazioni coinvolte sono stette e non attenuate.
2. Le soluzioni che differiscano solo per l'ordine dei termini sono, in questo caso, da considerarsi coincidenti, in quanto generano triangoli congruenti.

Ignoriamo, per il momento, la seconda condizione: determiniamo quindi il numero  $N$  delle triplette soddisfacenti la prima condizione; seguendo la traccia del mese scorso,  $z$  è determinata dall'espressione  $z=n-x-y$ , e le condizioni su  $x$  e  $y$  divengono:

$$\begin{aligned}0 &< x < \frac{n}{2} \\ 0 &< y < \frac{n}{2} \\ \frac{n}{2} &< x+y < n\end{aligned}$$

Con riferimento alla figura del mese scorso, il punto  $(x, y)$  deve essere all'interno del triangolo MNP e quindi per ricavare  $N$  è sufficiente sottrarre dalla soluzione del mese scorso il numero dei punti che si trovano sul bordo del triangolo (ricordiamo che i punti sui vertici non erano stati conteggiati).

Per  $n$  dispari non abbiamo punti sui bordi, quindi

$$N = \frac{n^2 - 1}{8}$$

mentre, per  $n$  pari, dobbiamo sottrarre  $n/2 - 1$  punti:

$$N = \frac{(n+8)(n-2)}{8} - 3\left(\frac{n}{2} - 1\right) = (n-2)\frac{n+8-12}{8} = \frac{(n-2)(n-4)}{8} = \frac{n^2 - 6n + 8}{8}$$

In questa enumerazione, ogni triangolo scaleno viene contato 6 volte; infatti, se i suoi lati sono  $p, q, r$ , qualsiasi permutazione di questi termini genera un triangolo congruente gli altri.

Secondo la stessa linea di ragionamento, ogni triangolo *isoscele* (proprio) viene contato 3 volte. Infine, ogni triangolo *equilatero* (posto che sia soluzione del nostro problema) viene contato una volta sola e quindi, se  $S$  è il numero dei triangoli scaleni,  $P$  quello dei triangoli isosceli (propri) e  $E$  quello dei triangoli equilateri, abbiamo  $N=6S+3P+E$ ; il nostro problema diventa ora quello di calcolare  $T=S+P+E$ .

Dal fatto che  $S=(N-3P-E)/6$  ricaviamo:

$$T = \frac{N-3P-E}{6} + P + E = \frac{N+3P+5E}{6} = \frac{N+3I+2E}{6}$$

dove con  $I=P+E$  abbiamo indicato il numero dei triangoli isosceli, siano essi propri o equilateri. Dovendo, nel caso dei triangoli equilateri, avere i tre lati interi e pari a  $n/3$ , sarà  $E=1$  se  $n$  è un multiplo di 3,  $E=0$  negli altri casi.

Per calcolare  $I$  dobbiamo determinare il numero delle soluzioni dell'equazione  $2x+y=n$  soddisfacente le condizioni:

$$\begin{aligned} x > 0 \\ y > 0 \\ 2x > y \end{aligned}$$

Ponendo  $y=n-2x$ , queste condizioni diventano  $x>0$ ,  $n-2x>0$ ,  $2x>n-2x$  o, equivalentemente,  $n/4 < x < n/2$ .

Essendo  $n$  e  $x$  interi, queste disequazioni sono equivalenti a  $n/4 < x \leq (n-1)/2$ . Utilizzando le parentesi di Gauss, sappiamo che vi sono  $[(n-1)/2] - [n/4]$  valori di  $x$  ammissibili, e quindi:

$$I = \left[ \frac{n-1}{2} \right] - \left[ \frac{n}{4} \right]$$

Possiamo adesso raccogliere tutti i nostri risultati e ottenere una formula per  $T$ ; se scriviamo  $n$  nella forma  $n=12q+r$  (dove  $q$  è la parte intera della divisione di  $n$  per 12 e  $r$  è il resto della medesima divisione, compreso quindi tra 0 e 11, estremi inclusi), possiamo costruire i diversi valori di  $T$  al variare di  $r$ :

Se  $r=0$ :

$$\begin{aligned} N &= \frac{n^2 - 6n + 8}{8} \\ I &= \frac{n}{2} - 1 - \frac{n}{4} = \frac{n-4}{4} \\ E &= 1 \\ T &= \frac{N}{6} + \frac{I}{2} + \frac{E}{3} = \frac{n^2 - 6n + 8}{48} + \frac{n-4}{8} + \frac{1}{3} = \frac{n^2}{48} \end{aligned}$$

Se  $r=1$ , con calcoli simili:

$$T = \frac{n^2 + 6n - 7}{48}$$

e, sempre con calcoli simili:

$\begin{array}{l} r \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} T \\ \frac{n^2-4}{48} \\ \frac{n^2-6n+21}{48} \\ \frac{n^2-16}{48} \\ \frac{n^2-6n-7}{48} \\ \frac{n^2+12}{48} \end{array}$	$\begin{array}{l} r \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \end{array} \quad \begin{array}{l} T \\ \frac{n^2+6n+5}{48} \\ \frac{n^2-16}{48} \\ \frac{n^2+6n+9}{48} \\ \frac{n^2-4}{48} \\ \frac{n^2+6n+5}{48} \end{array}$
---	--

Associando in queste formule i relativi valori di  $N$ , possiamo generalizzare i risultati.

Se  $n$  è *dispari*,

$$T = N \frac{n^2 + 6n}{48}$$

Se  $n$  è *pari*,

$$T = N \frac{n^2}{48}$$



## 7. Paraphernalia Mathematica

Non sappiamo se vi sia mai capitato, ma presumiamo di sì, essendo voi interessati alla matematica: siete lì che vi fate una passeggiata (nella matematica) senza alcun intento particolare, e trovate un concetto che vi pare simpatico, ma utilità zero; lo archiviate nella memoria e, qualche tempo dopo (cinque anni, nel caso specifico), scoprite che aveva un uso importante in un campo che non c'entra niente. Siete contenti, e cominciate subito a giocarci.

Ecco, a uno di noi è successo il mese scorso. Ma partiamo da lontano, come al solito. Nella nostra fattispecie, dal secondo anno dl liceo scientifico, quando si inizia Biologia.

### 7.1 La genetica delle popolazioni – [1] – Prof, questo non ce l'hai raccontato!

*Non ho mai visto una cavia morire di vecchiaia.*

Prof. Alessandra BOTTINELLI (La prof di Bio di Rudy)

Secondo Gregor Mendel, alcuni “caratteri” vengono trasmessi da una generazione alla successiva, e per questo, sono detti “ereditari”. Nonostante quanto sostenuto dal(la) Presidente(ssa) del DMFC (sarebbe il *Drosophila Melanogaster Fan Club*. Sì, stiamo parlando di “OcaSapiens”), l'esempio classico nel regno animale<sup>19</sup> è il colore della pelliccia nelle cavie (*Guinea Pig* in inglese, *Cavia Porcellus* se seguite la denominazione di Linneo, *Porcellino d'India* se volete fare i sovranisti, *Quwi* se volete sfoggiare la vostra conoscenza del Quechua, lingua parlata dove sono state domesticate per la prima volta, sottolineando quindi il fatto che “India” si riferisce alle cosiddette Indie Occidentali, e... No, OK, basta...).



12 *Cavia Porcellus* (prudente).

L'unità fisica base dell'ereditarietà è il *gene*, ma la prima complicazione sorge dal fatto che il carattere è definito da una *coppia* di geni: nel caso appunto delle cavie, *G* (che indica il colore nero del pelo) e *g* (che indica il colore marrone); il primo è “dominante” (nel senso che se sono presenti tutti e due, vince lui), indicato anche da *D*, mentre il secondo è “recessivo” (nel senso che se sono presenti tutti e due, perde lui), indicato anche da *R*; questo significa che se abbiamo un ibrido *H* con un tratto definito come *Gg* (ossia un genitore che porta un carattere dominante e uno che porta un carattere recessivo: noto anche come *genotipo*), l'aspetto esterno sarà quello di *D* (ossia lo stesso di un genotipo *GG*), anche se si porterà dietro quel “g”. I recessivi *R*, con genotipo *gg*, avranno comunque un aspetto diverso.

“Rudy, ma quella della foto è Bianca”. Prendetevela con OcaSapiens: l'abbiamo rubata dal suo blog. Su, dà, non fate i razzisti, che con le Drosophile era ancora peggio.

La legge delle trasmissioni ereditarie dei caratteri è definibile come: “erediti un gene dal padre e uno dalla madre (e te li porti dietro tutti e due)”: l'aspetto esterno è dato dalla regola del dominante/recessivo, ma la scelta di cosa ti porti dietro è puramente casuale; quindi, nel caso di un genitore  $G_1G_2$  e l'altro  $g_1g_2$ , potremmo avere quattro tipologie di figli (di tipo *H*):  $G_1g_1$ ,  $G_1g_2$ ,  $G_2g_1$ ,  $G_2g_2$ : essendo *G* il carattere dominante li vediamo tutti di pelo nero, ma provate a fare il conto di che cosa succede se uno qualsiasi di questi si riproduce con un *R*... o con un *H*.

*Pausa caffè: supponendo un sufficiente (infinito) numero di discendenti, quali saranno le proporzioni in una generazione delle sei possibili coppie (D, D), (D, R), (R, R), (H, D), (H, R) e (H, H)?*

<sup>19</sup> Nel regno vegetale, di solito si parla di piselli: lisci/rugosi, verdi/marroni, eccetera.

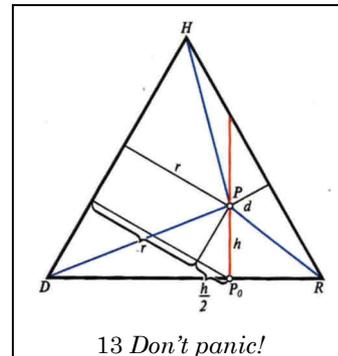
...preghiamo notare che nel problema precedente non abbiamo distinto i papà dalle mamme: e in effetti per il momento la cosa è insignificante (diventa importante in alcuni casi, soprattutto se si parla di umani... Ma questa è un'altra storia).

Definiamo adesso un nuovo concetto, quello di *popolazione biologica*: in pratica, si tratta di considerare un numero *sufficientemente grande* (...secondo voi non significa niente? Neanche secondo noi, ma per il momento non facciamo i polemici) di individui appartenenti alla stessa specie e che possano riprodursi solo all'interno del gruppo dato. Quello che vorremmo fare è studiare le variazioni da una generazione all'altra di  $d$ ,  $h$  e  $r$ , ossia del numero di organismi dominanti, ibridi o recessivi relativamente all'intera popolazione  $P$ .

Deve quindi evidentemente essere  $d+h+r=1$ . Il che ci suggerisce l'uso di un "vecchio amico" per rappresentare il tutto: siccome vorremmo risparmiare sui disegni, mettiamo un po' di cose in più, ma non preoccupatevi.

Consideriamo un triangolo equilatero  $DHR$  (sì, le lettere sono le stesse, per ragioni che saranno chiare in seguito) avente altezza pari a 1.

*Quest'ultima richiesta fa sì che qualsiasi punto all'interno del triangolo abbia somma delle distanze dai tre lati pari a 1. Sarebbe simpatico, in merito, avere un'elegante dimostrazione (già, la nostra è bruttissima, quindi, datevi da fare).*

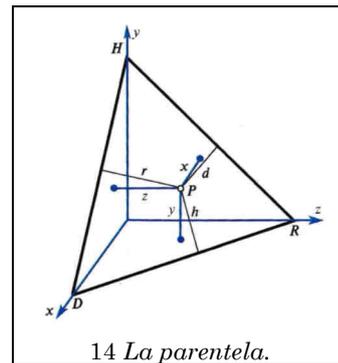


Definiamo il punto  $P$  come avente distanze (d'ora in poi dette *coordinate*) dai lati pari a  $d$  dal lato  $HR$ ,  $h$  dal lato  $RD$ ,  $r$  dal lato  $DH$ , e indichiamo il tutto come  $P=P(d, h, r)$ . Insomma, ci inventiamo un sistema di coordinate per il "dentro del triangolo".

In questo modo, possiamo definire qualsiasi popolazione come un punto  $P$  in funzione della sua composizione; notiamo che le popolazioni (scusate il termine...) "pure" composte da una sola tipologia di individui si identificano con i punti  $D(1, 0, 0)$  (composta unicamente di dominanti),  $H(0, 1, 0)$  (composta unicamente di ibridi<sup>20</sup>) e  $R(0, 0, 1)$ , ossia con i vertici del triangolo.

*Pausa caffè: se ho due punti  $P_1(d_1, h_1, r_1)$  e  $P_2(d_2, h_2, r_2)$ , come posso trovare la distanza tra i due punti? E che cosa significa questo dal punto di vista genetico?*

Ci si potrebbe chiedere se sia giustificato l'utilizzare, per una cosa che sembra c'entrare così poco con il piano cartesiano, una notazione così simile; in realtà esiste una relazione piuttosto stretta tra queste coordinate e quelle cartesiane dello spazio: la figura permette di chiarirle e, eventualmente, di farci anche dei conti sopra.



Possiamo visualizzare, guardando il nostro triangolo nella prima figura, il patrimonio genetico<sup>21</sup> della popolazione; indichiamo le proporzioni dei geni  $G$  e  $g$  nella nostra popolazione come  $\Gamma$  e  $\gamma$  (quest'ultima, evidentemente, pari a  $1-\Gamma$ ); questo rapporto equivarrà ad un certo punto  $P(d, h, r)$  nel nostro triangolo, e si verifica facilmente che  $\Gamma=d+h/2$  e  $\gamma=r+h/2$ . Non solo, ma  $\Gamma$  e  $\gamma$  sono, rispettivamente, le coordinate  $d$  e  $r$  della proiezione  $P_0$  del punto  $P$  sul lato  $DR$  (...era per questo, che la prima figura era venuta complicata); quindi, le popolazioni con una composizione fissa del patrimonio genetico (ossia un dato rapporto  $\Gamma/\gamma$ , con  $\Gamma+\gamma=1$ ) corrispondono a punti giacenti sulla perpendicolare al lato  $DR$  passante dal punto  $P(\Gamma, 0, \gamma)$ .

<sup>20</sup> Che, tra le tre distopie, ci pare comunque la più divertente.

<sup>21</sup> "Gene Pool" in inglese. E se vi vengono in mente i "Darwin Award", sì, c'è un nesso.

Consideriamo ora una popolazione  $P$  corrispondente a  $P(d, h, r)$  nel triangolo  $DHR$  e una popolazione  $P'$  che rappresenta la generazione successiva a  $P$ ; anche  $P'$  è, evidentemente, un punto all'interno del triangolo  $DHR$ , e quindi possiamo definire la riproduzione come una *trasformazione* che porta il punto  $P$  nel punto  $P'$ , il che ci pare aggiunga un aspetto molto interessante.

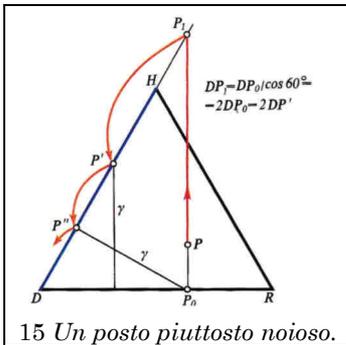
Proviamo a vedere qualche esempio, per chiarire la cosa?

Supponiamo che la nostra popolazione  $P=P(d, h, r)$  si riproduca unicamente con una popolazione pura dominante  $D(1, 0, 0)$ , in modo tale che ogni discendente abbia un gene dominante. Il secondo gene invece proviene dalla popolazione  $P$ , ed è scelto attraverso due passaggi casuali: il primo passaggio sceglie a caso il genitore, e il secondo sceglie a caso uno dei due geni del genitore.

Tutti i geni nel patrimonio genetico della popolazione hanno la stessa opportunità di partecipare al processo, quindi la proporzione dei (secondi) geni  $G$  (dominanti) sarà pari a  $\Gamma$ , mentre quella dei geni  $g$  (recessivi) sarà pari a  $\gamma$ ; nel primo caso si formeranno degli individui dominanti, mentre nel secondo caso si formeranno degli ibridi; quindi, i diversi rapporti nella prossima generazione saranno:

$$\begin{cases} d' = \Gamma = d + \frac{h}{2} \\ h' = \gamma = \frac{h}{2} + r \\ r' = 0 \end{cases}$$

Consideriamo adesso la struttura della trasformazione  $f_1: P \rightarrow P'$  in  $DHR$  generata dalle equazioni appena ricavate, con l'aiuto della figura a fianco.



Confrontando le coordinate del punto  $P(\Gamma, \gamma, 0)$  e  $P_0(\Gamma, 0, \gamma)$ , vediamo che il punto  $P'$  giace su  $DH$  a una distanza  $DP' = DP_0$  da  $D$  (si noti che  $P_0$  è la proiezione di  $P$  su  $DR$ ). Se ora  $P_1$  è l'intersezione tra  $P_0P$  e  $DH$  (ossia la proiezione di  $P$  sulla linea  $DH$  in direzione perpendicolare a  $DR$ ), è evidente che  $DP_1 = 2DP_0 = DP_1/2$ ; ossia, per trovare  $P' = f_1(P)$  dobbiamo prima trovare  $P_1$  (come proiezione di  $P$  verso le  $h$  su  $DH$ ), e quindi trovare il punto medio  $P'$  di  $P_1D$ .

Quindi, la nostra trasformazione è, in realtà, il prodotto di due trasformazioni: prima una proiezione parallela in direzione  $h$  sulla retta  $DH$ , e quindi una similitudine (preferite “omotetia”? Fate pure, siamo in un paese libero) di centro  $D$  e fattore di scala  $1/2$ .

Da cui, possiamo dedurre che la trasformazione riduce l'insieme di tutte le possibili popolazioni (il triangolo  $DHR$ ) al segmento  $DH$  che sono le popolazioni che non contengono il gene recessivo); la trasformazione, tra l'altro, è dotata di un punto fisso: il punto  $D$ , come ci suggerisce la genetica “senza troppa matematica”; le generazioni successive, sotto le stesse ipotesi, subiranno la stessa trasformazione e, riducendo dello stesso fattore di scala il segmento, tenderanno al punto  $D$ .

...avremmo un altro esempio, ma ce lo teniamo per la prossima puntata.

Rudy d'Alembert  
 Alice Riddle  
 Piotr R. Silverbrahms