Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 323 – Dicembre 2025 – Anno Ventisettesimo

Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici
Rivista fondata nell'altro millennio da
Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)
rudy.dalembert@rudimathematici.com
Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com
Alice Riddle (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com
www.rudimathematici.com

Se alla vostra dolce metà piacciono sia gli anelli che l'astronomia, abbiamo il perfetto regalo di Natale: l'***anello-sfera armillare*** in figura ha quattrocento anni e ne esistono due esemplari, uno al British Museum (piuttosto consunto) e un altro allo Swedish Historical Museum (quello in figura). Fateci poi sapere se ha apprezzato.

1. Taccuino di viaggio – Milano

«Ma sì! Se spostiamo il tavolo così, quell'altro lo stacchiamo dalla parete, gli altri due li piazziamo ad angolo così, diciotto persone ci entrano comode...»
«Io ho solo quindici sedie.»

(Dialogo tra un matematico romano e un pizzaiolo milanese di seconda generazione)

Siamo in venti (forse di più) in dieci metri quadrati (forse meno).

Le venti persone (ma quasi certamente sono di più) non si conoscono: magari ci sono fra loro coppie, triplette di amici, ma perlopiù sono sconosciuti ben compressi l'uno all'altro, in forzato e indubbiamente non desiderato contatto fisico, perché i dieci metri quadrati (anzi, sono certamente di meno) fanno una gran fatica a contenerli tutti.

Fuori è buio, fa freddo; fa freddo anche in quei pochi metri quadrati, tant'è che tutte le persone sono intabarrate in giacconi, soprabiti, pantaloni pesanti, sciarpe e berretti (per non parlare delle borse, degli zainetti, delle valigie e valigette che si portano appresso) e nessuna – ma proprio nessuna – si aspettava di trovarsi là dove si trova in questo preciso momento. E di certo nessuna sarebbe stata contenta, se mai glielo avessero predetto.

Nonostante ciò, ridono e sorridono. E ridono tutti assieme, e tutti per la stessa imprevista ragione; senza ritegno, e senza aver sentito una sola parola espressa compiutamente in lingua italiana (né in nessuna altra lingua codificata del pianeta, peraltro).

E a proposito di lingua, confessiamo apertamente di averla cercata, la parola giusta; quella, insomma, che ci servirebbe proprio adesso per spiegare questa storia di persone che si sbellicano dalle risate in una situazione assai scomoda e tutt'altro che programmata. L'abbiamo cercata nei dizionari di carta e in quelli online, ma tutti, spietatamente, ci hanno ripetuto in coro che no, quella parola in italiano non c'è. Ed è un peccato, anche perché nel dialetto centroitalico di chi scrive quella parola esiste, eccome: si tratta di *squacquarella*, e viene usata quasi esclusivamente nell'espressione "ridere a *squacquarella*". Immaginiamo che anche altri dialetti abbiano termini opportuni e specifici per veicolare il significato di un'azione comune a tutti i bambini piccoli, ovvero il loro modo di ridere quando sono molto divertiti. Parliamo di quella risata gorgogliante e spudorata, quella che sembra salire direttamente dalla pancia dei bambini che hanno un'età tra i sei mesi e i due anni, o giù di lì. Quella risata così caratteristica che non sembra neppure possibile che esca da esseri umani così giovani, anche perché da quegli sgorbietti escono quasi sempre suoni di frequenze decisamente più alte e palesemente meno gradevoli. Invece la risata a squacquarella è un segnale misto: una dichiarazione di divertimento accompagnato da stupore e sorpresa, e perfino da un po' di complicità da parte chi la emette verso chi gli sta di fronte. Forse per questo è contagiosa in maniera irresistibile, sia per gli adulti, sia per gli eventuali coetanei del gorgogliante la cui età si conteggia ancora in mesi e non in quarti di secolo.

E se tutte le venti persone (ma magari erano perfino trenta) ridevano e si divertivano pur restando stretti e schiacciati come le banconote dei riccastri che pagano in contanti, è perché veniva eseguito a ripetizione questo ciclo di azioni: un giovane padre teneva in braccio un bambino (o forse una bambina, non siamo riusciti a capirlo) ancora non in grado di camminare, con il ciuccio di ordinanza in bocca. Il papà glielo toglieva per scherzo senza preavviso, e una ragazza piazzata davanti a loro si esibiva in un'espressione stupita e falsamente scandalizzata. Il piccolo essere umano trovava quell'espressione molto divertente, e scoppiava a ridere. Risata a squacquarella, ovviamente: e come tale contagiava tutte le persone (trentacinque? quaranta?) che gli facevano da pubblico. La piccola esibizione è andata avanti per almeno dieci minuti, forse anche di più, non saprei dirlo, perché a un certo punto sono dovuto scendere.

1 *Stazione di Vercelli, esterno notte con nebbia.*

Sono sceso alla stazione di Santhià, che dista una novantina di chilometri da Milano Centrale, dove siamo partiti, una cinquantina da Torino Porta Susa, dove scenderà Rudy, e una ventina (quasi esatti) dalla stazione di Vercelli, dove il treno su cui siamo saliti a Milano si è definitivamente arreso e ha deciso che non ce l'avrebbe fatta più a trasportare tutta quella gente attraverso le risaie tanto care a Cavour per arrivare fin sotto la Mole. Ma in fondo non avremmo avuto neanche troppo da lamentarci, se solo fossimo almeno un po' superstiziosi: di presagi di sventura ne avevamo già avuti a bizzeffe (specialmente io).

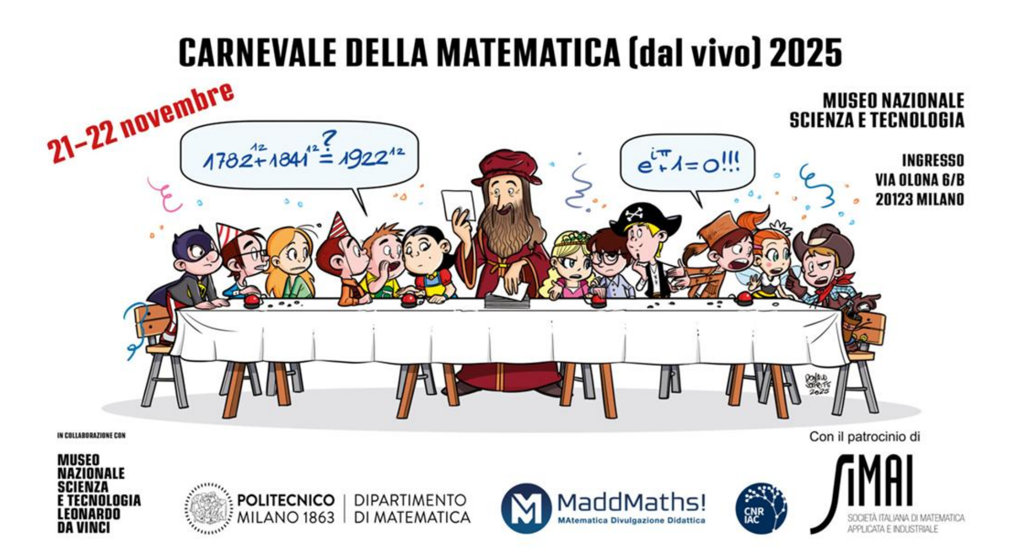
Il giorno prima, ad esempio, cioè venerdì 21 novembre 2025: consultati gli orari, piazzata la sveglia a un orario antelucano (molto antelucano), considerato e misurato il tempo medio di viaggio in metropolitana (sei fermate della linea verde, numero 2) dalla principale stazione milanese alla ridente via Olona, giungo alla conclusione che quaranta minuti di margine sono più che sufficienti, e lo sarebbero anche se il treno arrivasse con 20-25 minuti di ritardo. E 20-25 minuti di ritardo sono un'eternità, tenendo conto che tutto il viaggio per ferrovia dovrebbe durare minuti 71. È finita che i minuti di ritardo del venerdì mattina alla fine sono stati più di 45, così abbiamo dovuto correre e siamo comunque arrivati in ritardo alla prima conferenza, e io ho dovuto sentirmi nelle orecchie la voce (e nello sguardo leggermi il sorriso beffardo) di Rudy per tutta la giornata, visto che per una volta la sua mania di prendere il treno che arriva due ore prima di quello normale si era dimostrata vincente. «*Ma vabbè; è venerdì, giorno lavorativo, Milano chiama lavoratori da mezza Italia ogni giorno, i treni regionali si intasano, per una volta ci può stare… domani è sabato, sarà tutta un'altra storia*» ripetevo a me stesso per giustificarmi e scrollarmi di dosso il sorrisetto demoniaco di Rudy. E me lo sono ripetuto anche la sera, quando anche il regionale di ritorno ha diligentemente ottemperato alla promessa del ritardo; ma solo di una ventina di minuti, com'era prevedibile e avevo messo in conto. E anche il giorno dopo – sabato, finalmente! – mi ha visto arrivare a Milano Centrale con neanche un quarto d'ora di ritardo. Precisione svizzera, in pratica.

Ma erano solo presagi, appunto. La ciliegina si mette sulla torta alla fine, e il demone della ferrovia Torino-Milano certi principi dell'arte pasticcera li conosce benissimo; lo showdown lo aveva riservato per il gran finale del ritorno di sabato sera. Tra l'altro, questo quarto dei quattro viaggi è l'unico che Rudy e io affrontiamo sul medesimo treno: vuoi che il Demone si lasci sfuggire l'occasione di prendere i due proverbiali piccioni con l'altrettanto proverbiale unica fava? Nel tenebroso tardo pomeriggio di sabato 22 novembre, con il sole già tramontato da un pezzo ma con l'ora della cena casalinga ancora ragionevolmente lontana, il tabellone luminoso del binario numero 3 della stazione di Milano Centrale già spiega che il treno per Torino, anche se sul binario 3 il suddetto treno ancora non c'è, partirà con cinque minuti di ritardo. Poi i minuti annunciati diventano 10, 15, e vengono registrati puntualmente dopo che gli orologi dei viaggiatori avevano già chiarito la cosa da un pezzo. Il treno alla fine arriva, e si scopre presto che tutta l'Italia a ovest di Milano deve arrivare a cena usando proprio quel treno lì. «*Sabato, nessun pendolare*», avevo pensato io; ma forse il resto del mondo aveva pensato «*Quasi Natale, corriamo a comprare i regali per tempo nel centro della grande metropoli proprio oggi*». Ma comunque, alla fine, i due eroici Rudi Mathematici riescono a trovare perfino di che sedersi, e possono concedersi un sorriso di soddisfazione quando sentono il treno partire con appena una mezz'ora (però abbondante) di ritardo.

E il treno procede. Con prudenza, che forse c'è traffico anche sulle vie ferrate, ma procede. Un po' lento, forse, per lo standard dei treni regionali (che pure non è che siano delle saette), ma procede. Le soste alle fermate previste (Rho, Magenta, Novara…) sembrano prendersi più tempo del dovuto, ma noi siamo vecchi e saggi, abbiamo imparato la pazienza. Solo che poi il treno si ferma fuori stazione, in aperta campagna, e rimane fermo per un bel po', prima di ripartire. E riparte molto, molto lentamente. Finalmente riesce ad arrivare a Vercelli, e dall'altoparlante interno annunciano una sosta di dieci minuti per motivi tecnici.

L'altoparlante non parla più, neppure quando di minuti ne passano 15, 20, 25. A un certo punto, qualcosa comincia a muoversi, ma non è il treno: sono i passeggeri. Qualche viaggiatore esperto ha capito che sta arrivando il treno che è partito da Milano Centrale dopo il nostro. Ha un discreto ritardo anche quello, ma probabilmente Vercelli sarà il luogo del cruciale sorpasso. E così scatta il movimento migratorio dal treno fermo a quello in moto che sta già arrivando, che ovviamente è già bello pieno di suo, e sarà crudelmente costretto a raddoppiare di volume o di densità di carne umana. Qualche legge della fisica classica sembra imporre che l'aumento sarà a carico della densità, ed è qui che io e Rudy ci separiamo, perché lui è magro e agile e si infila in spazi più piccoli di un atomo di idrogeno, e io sono grasso e lento e rimango stipato, insieme alle già citate cinquanta o sessanta persone nei due o tre metri quadrati dello spazio tra le due porte del vagone.

Ed è qui che, grazie a ripetuti gorgoglii delle risate a squacquarella di un ignoto bebè, passo i dieci minuti migliori dei quattro viaggi in treno fatti tra venerdì e sabato per andare al Carnevale della Matematica dal Vivo che si è tenuto a Milano il 21 e 22 novembre 2025, al Museo Nazionale della Scienza e Tecnologia Leonardo da Vinci.



2 *Donald Soffritti ha disegnato la fantasmagorica locandina del Carnevale milanese*

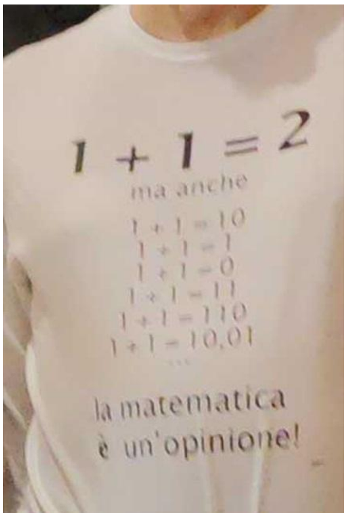
Poi ci è venuta in mente un'arditissima metafora, quella che paragona quel treno affaticato alla matematica. Tutti salgono su quel treno, quasi sempre per obbligo, proprio come tutti devono fare i conti (sia in senso metaforico che reale) con la matematica, per almeno tredici anni di scuola. La maggior parte dei viaggiatori non è contenta di prendere il treno, e gran parte degli studenti e scolari non mette la matematica al primo posto tra le materie preferite, nonostante l'assidua frequentazione. Soprattutto, i treni regionali servono, e servono tanto; e poi, all'improvviso e in maniera del tutto inaspettata, riescono a regalare momenti di intenso divertimento, come quelli causati dalla risata di un bambino piccolo.

D'accordo, non è una metafora di travolgente bellezza, e forse la cancelleremo perfino, durante la revisione di questo pezzo; se vi è invece capitato di trovarla ancora scritta nel testo, è solo perché ci piace l'idea di farvi immaginare il Carnevale della Matematica dal Vivo come una specie di risata a squacquarella.

E se diciamo "immaginare" è proprio perché i carnevali – sia quelli della matematica che quelli classici – non sono raccontabili, lo sapete benissimo. Vorreste forse una cronaca dettagliata della sfilata di tutte le scuole di samba, se foste a Rio de Janeiro? Un catalogo preciso delle tonnellate di arance lanciate da Mercenari, Tuchini, Morte, Scacchi, Pantere, Assi di Picche, Credendari, Scorpioni, Diavoli e tutti gli altri aranceri del carnevale d'Ivrea? Desiderereste la precisa successione cronologica dei carri del carnevale di Viareggio, con una meta-analisi di ogni significato allegorico? Certo che no. Lo sapete già, che non si può fare; e se lo facessimo certo dimenticheremmo qualcuno, mancherebbe la foto di qualcun altro, ci scorderemmo un momento topico e cruciale, e soprattutto siamo così in ritardo con questo trecentoventitreesimo numero della rivista che finiremmo quest'articolo solo in primavera. Accontentavi di qualche flash disordinato e, se proprio non vi bastasse, ricordatevene quando, prima o poi, un'altra città, come ha fatto questa volta Milano, si farà carico di organizzare cotanta matematica meraviglia, e venite a vederla di persona.

3 *Al Museo della Scienza e Tecnologia "Leonardo da Vinci" di Milano sanno bene che è tutta una questione di misura, come diceva Renato Caccioppoli.*

A proposito di Milano: quando i piemontesi (anche quelli tali solo per adozione) varcano il Ticino, sono sempre pronti a rinnovare la tacita, garbata e secolare contesa tra le due città. Una delle frecce sempre presente nella faretra dei torinesi è quella del clima e del colore del cielo, e la risposta milanese, stavolta, è stata sorprendentemente ambigua: a un venerdì urbano assai umido, uggioso, ucronico e quasi ululante, che già faceva presagire una facile vittoria sabauda e un rapido esaurimento degli aggettivi negativi che cominciano per "u", Milano ha fatto poi seguire un sabato mattina così eccezionalmente luminoso e terso[1] che finalmente ci ha fatto capire perché Manzoni, quella volta lì, si è avventurato a scrivere «*quel cielo di Lombardia, così bello quand'è bello*». E va bene, per stavolta facciamo patta e non se ne parli più.



4 *La disorientante maglietta del perfido .mau.*

Poi c'è il Museo, di cui non vi parleremo perché non l'abbiamo praticamente visto. A parte i (notevoli!) bagni e la rigogliosa sala dedicata al transatlantico Conte di Biancamano (toh! un altro sabaudo!) non abbiamo avuto tempo né possibilità per vedere molto altro, mannaggia. Ma tanto, come volete che sia un Museo della Scienza, se non bellissimo?

La dea Nemesi colpisce sempre a tradimento, e infatti la prima persona che incontriamo, prima ancora di varcare la soglia fatale, è Maurizio Codogno, ovvero .mau., ovvero quello che qui su Rudi Mathematici abbiamo sempre chiamato PuntoMauPunto, che è ufficialmente riconosciuto come il papà dell'italico Carnevale della Matematica: volevate mica che mancasse a questa terza edizione "dal Vivo" della sua creatura, no? Ce lo ricordavamo alto, e invece lo è di più di quanto asserisse la nostra flebile memoria; ce lo ricordavamo matematico, informatico e sollecitatore, e infatti questo è stato pienamente confermato: la sua maglietta l'abbiamo vista, apprezzata, discussa e Maurizio ce l'ha perfino spiegata riga per riga. Questo non significa che noi la si sia capita, ovviamente: soprattutto l'ultima

[1] Non c'è contraddizione con la nebbiosa pioggerella vercellese che ha accompagnato, quel giorno stesso, la transumanza da un treno all'altro descritta poco sopra. Il meteo della Val Padana sa essere spesso sorprendente, in ogni senso.

formula, che dovrebbe avere qualcosa a che vedere addirittura con Leonardo (quello da Pisa, non quello da Vinci).

Il Codogno è vestito sportivo e già freme, perché le cento sedie della sala sono state per tempo invase da classi di studenti e docenti, che hanno iniziato la celebrazione del Carnevale ascoltando Alessandro Benfenati che racconta come funzionano i modelli dell'Intelligenza Artificiale.

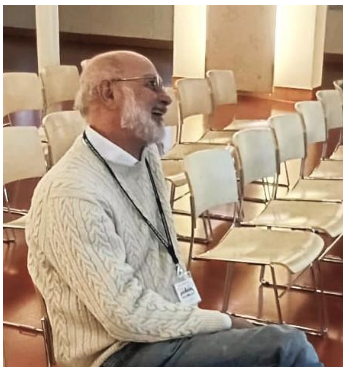
5 *Lo sappiamo, Alessandro Benfenati sembra più una rockstar che un matematico, ma che possiamo farci, noi?*

Lui, invece, cercherà di convincere la platea tutta che la matematica si nasconde spesso dove uno non se la aspetta proprio, a meno che non sia pure lui un matematico. Ad esempio, accennerà ai misteri che stanno dietro alle irriducibili (nel vero senso del termine) dimensioni dei fogli A4, oppure sull'imprevedibile peggioramento degli ingorghi causato dall'apertura di nuove strade create apposta per evitarli.

"*I matematici bisognerebbe ammazzarli tutti da piccoli*" è sempre stata una delle nostre frasi preferite, e personalmente sono convinto che sia fugacemente ricomparsa nella testa di Rudy, a un certo punto. Certo, noi la diciamo per scherzo, soprattutto in ricordo dei ridenti anni dell'università quando, da fisici, ci dilettavamo nei reciproci sberleffi con matematici e ingegneri[2], ma bisogna capirlo, il prode d'Alembert: aveva in programma una versione torinese del Paradosso di Braess per il suo intervento, e il Codogno gliela aveva appena scippata sotto il naso, riferimento a Torino compreso.

6 *Caldo bagno di folla per un infreddolito prof. Zaccagnini.*

È però assai probabile che, per quanto intenso, l'istinto maucida di Rudy non fosse il massimo, sotto i fregi del transatlantico Conte di Biancamano: subito dopo Codogno, il palco aspetta le dotte discettazioni di Alessandro Zaccagnini, che sono incentrate sull'algebra e la geometria deducibile proprio dagli europeisti (e matematicamente perfetti) fogli di formato A4. Non ci è ancora chiaro se il professor Zaccagnini abbia trattenuto la pugnalata alla Diabolik per la sua evidente e connaturata gentilezza verso il mondo intero (Codogno compreso), o magari solo per ragioni di confraternita, essendo anch'egli matematico.



7 *Roberto Natalini se la ride.*

Nel frattempo, chi se la gode e si diverte perfino nei coffee-break è l'eminenza grigia del Carnevale e di buona parte di tutta la divulgazione matematica italiana. In merito a Roberto Natalini, infatti, esistono essenzialmente solo due scuole di pensiero: quella dei Positivisti Supereroici, che ritengono che Egli, sotto sotto, sia in realtà un alieno, un Kal-El che non si è ancora messo la calzamaglia da Superman (cosa che spiegherebbe anche la sua passione per i fumetti), dacché nessun umano può ragionevolmente fare tutte le cose che fa lui; e quella dei Razionalisti Rivoluzionari, che – curiosamente per le medesime ragioni di fondo – ritengono che non sia altro che un criminale schiavizzatore di un esercito di anonimi precari extracomunitari che lui costringe ai lavori forzati,

[2] Non immaginavamo neanche lontanamente che anni dopo (e per molti anni) avremmo fatto una fatica del diavolo a convincere la gente che "*no, non siamo matematici…*". Ma è tutta e solo colpa nostra, lo sappiamo.

prendendosi poi il merito delle loro fatiche. Quindi il dubbio permane: quale scuola di pensiero sarà quella più vicina alla verità? Insomma, le sue straordinarie capacità organizzative e l'innata predisposizione alla leadership saranno doti autentiche, o soltanto il risultato di un bluff criminale? Per non influenzare il vostro giudizio non vi diremo come la pensiamo noi e (per completezza d'informazione) ci limitiamo a confermarvi che il "matematico romano" misteriosamente citato nella citazione d'apertura è proprio lui.


8 *Francesca Carfora addomestica i satelliti.*

Certo, si dovrà anche ammettere che, a voler pensar male, un certo grado di schiavizzazione, pur in questo *sancta sanctorum* della Scienza, lo si nota. Guardate Francesca Carfora, ad esempio: anni fa si è accollata l'organizzazione del grandioso Primo Carnevale della Matematica dal Vivo a Napoli, una cosuccia che deve esserle costata il corrispondente delle Dodici Fatiche di Eracle, eppure eccola qua, a mille chilometri da casa, a incantare fanciulle e fanciulli con tutta la matematica che gronda dai dati satellitari. Oppure guardate, se ci riuscite, Nicola Parolini, che proprio in questi giorni sta facendo la medesima dozzina di erculee imprese, organizzando questo Carnevale milanese. Non ci riuscite, a guardarlo? Non lo trovate? E per forza, con tutto quello che ha da fare… è così ubiquo che i servizi segreti occidentali sospettano che sia un agente segreto nemico.


9 *Probabile immagine di Nicola Parolini (fonte: CIA, Langley, Virginia, USA).*

Quando poi, dopo un memorabile pranzo in pizzeria con tanto di Tetris giocato con tavolini rossi, la sessione pomeridiana riprende con le immagini in bianco e nero de "*Il Mastino dei Baskerville*" scelte da Paola Causin per dimostrare che una cosa è arrivare a una soluzione partendo dalle premesse, tutta un'altra è ricostruire le premesse partendo dalla soluzione, noi riusciamo a seguire solo con un occhio la brillante conferenza che istruisce sulle gioie e dolori del procedimento deduttivo (o sarà induttivo?) retrogrado. Paola dovrà perdonarci, perché si capiva benissimo che era un talk interessante, ma noi eravamo già entrati in fibrillazione perché, dopo di lei, toccava a noi.


10 *Paola Causin sulle orme di Sherlock Holmes.*

Ma anche a raccontarla così come la raccontiamo – avete visto? – non funziona mica tanto bene, la narrazione di questo Carnevale. Gli è che sembra comunque una cosa dritta, lineare, sequenziale, e invece no. Va bene, tra venerdì e sabato ci sono state tante conferenze, ma che dire dei laboratori? Soprattutto, che cosa possiamo dirne noi, che non siamo riusciti a vederne neppure uno?

Mentre noi ciondolavamo con savoir-faire come fanno gli imbucati ai cocktail party hollywoodiani, indossando un'aria da frequentatori abituali di convegni sia dell'UMI che dell'IMU, da qualche altra parte eroi militanti della divulgazione matematica affrontavano schiere di studenti faccia a faccia, senza neppure la protezione di un palco o il vantaggio di un microfono da brandire minacciosamente. Erano gli strenui protettori degli avamposti, gli intrepidi creatori dei laboratori di matematica. Sappiamo che dovevano stare lì, nel museo, in qualche trincea che non siamo riusciti a scovare, e che pertanto non sappiamo raccontare. Saranno riusciti Michele Capolongo ed Enrico Miotto a inoculare in una frotta di giovani menti il virus benefico delle geometrie musicali? L'irrefrenabile Alice Raffaele avrà davvero assegnato olimpiche medaglie ai campioni dell'ottimizzazione?

11 *Il vero volto di Claudia Flandoli.*

E quale gruppo di feroci granatieri si celerà sotto la misteriosissima sigla FDS? I servizi di controspionaggio (gli stessi che sono a caccia di Parolini) sospettano che si tratti di terroristi di un sedicente *Fronte dello Sfracello*; altri che si tratti di benintenzionati studenti di ingegneria che in prima battuta avevano costituito il gruppo di autoaiuto *Forse Dovremmo Studiare* e che poi, a fronte di un successo inaspettato, abbiano artatamente travestito l'acronimo in *Formazione Didattica Sperimentazione*, ma ci sembra un'ipotesi molto debole. Da parte nostra, sospettiamo che ne facciano parte almeno Domenico Brunetto, Giulio Magli e Monica Mattei, ma non testimonieremmo la cosa in tribunale. Fatto sta che tra piegature di fogli, origami, prospettiva e nastro di Möbius hanno praticamente tagliato le gambe a chiunque avesse voluto competere. Poco sportivi come sempre, questi politecnici. Fanno sempre così, loro: si specializzano. Nessuno spazio al pensiero poliedrico e saltapicchiante, solo specialisti duri e decisi come corazzieri a cavallo. Tutta un'altra storia, invece quella degli intrattenitori multitasking, che invece zompettano da Sala Biancamano ai misteriosi antri sperimentali (ma davvero, dove li avranno messi, poi, i laboratori? Chiedo per un amico…) manco fossero cellule staminali ancora indecise su quale strada prendere all'interno dell'organismo. Stakanovisti persi, altra gente da cui stare il più lontano possibile, pena passare per pigri sfaccendati.

Carfora, ne abbiamo già parlato, no? Ecco, oltre al talk ha messo in piedi anche un laboratorio giochi matematici a squadre, ricchi premi e cotillons. Sandra Lucente e Alberto Saracco, ne abbiamo già parlato, no? Ah no? Davvero? Vabbè, è solo perché nella cronaca eravamo ancora fermi al venerdì pomeriggio e loro hanno invece intrattenuto il pubblico con conferenze il sabato. Ma credete che Saracco (noto ai lettori di RM come "il Geometra") non abbia colto l'occasione di fare anche un laboratorio sui Ponti di Quackenberg? Ma figuriamoci…

12 *L'affaire Weierstrass, Torino 2017.*

Sandra Lucente non poteva fare un laboratorio perché ogni sua conferenza è un laboratorio, che gli spettatori lo vogliano o meno. È famosa per piazzare una borsa sul tavolo e tirar fuori oggetti imprevisti e improbabili, e usarli per parlare di matematica (a volte per mostrarne curiose caratteristiche, altre volte come minacciosi oggetti contundenti verso spettatori poco partecipi). Ma è difficile, quasi impossibile, non essere partecipi: e comunque è assai più prudente fare da pubblico partecipe ai suoi talk piuttosto che farle fare da moderatrice ai propri. Nelle notti più cupe, mi capita ancora di svegliarmi urlando per l'incubo che possa ripetersi quanto accaduto al Salone del Libro del 2017, quando, dopo aver spiegato al pubblico torinese il Teorema di Weierstrass in pugliese, mi ha costretto a improvvisare lì per lì una declamazione del medesimo teorema in versi.

Di cosa stavamo parlando? Ah sì, che siamo abituati a prove difficili, ma come diamine possiamo parlare dei laboratori se non ne abbiamo visto neanche uno? Elenchiamo i nomi dei curatori come fosse la formazione della nazionale campione del mondo del 1982? Daniele Aurelio, Giulia Bernardi, Francesca Bonizzoni, Michele Botti, Alberto Ceselli, Ivan Fumagalli, Giovanni Righini, Luca San Mauro, e l'ubiquo Marco Menale (che non c'è mai ma c'è sempre anche quando non c'è), aggiungete voi quelli già citati più sopra e copriamo tutti i ruoli, riserve comprese. Poi, per carità: con qualcuno abbiamo persino parlato: il sornione San Mauro ci ha rifilato di straforo un post-it chiedendo di scriverci sopra il numero più grande possibile; Daniele Aurelio vigilava su tutto cercando di non farsi notare, ma tanto era riconoscibilissimo perché aveva al collo gli anelli rotolanti di Adam Atkinson; Giulia Bernardi frequenta Strambino e non la si può non riconoscere, e poi ama la matematica come Daniela Molinari, che non teneva laboratori ma era lì anche lei, a fare il Carnevale dal Vivo, oltre che quelli in rete.

13 *Rudy d'Alembert è molto fiero della sua cravatta.*

Ma è tutto un divenire, come diceva Eraclito, e che ci crediate o meno, il divenire continua imperterrito, anche adesso che non abbiamo più la forza nemmeno di finire questa cronaca come si deve. Arrivano nuove foto, e sono piene di momenti dimenticati in quest'articolo, e mostrano magicamente sequele di ragazzi che si accalcano nei laboratori (ma allora esistevano, esistevano davvero!) e noi siamo ancora fermi a venerdì sera, ci manca ancora sabato. Quel sabato in cui Alberto Saracco parlava di elezioni e gelatai, quel sabato in cui Sandra Lucente ripassava il capolavoro di Douglas R. Hofstadter (che a pensarci adesso ci fa pure impressione l'idea d'averlo conosciuto), il sabato in cui Luca Dedè ha raccontato dell'IA e del lavoro che sta facendo insieme ad Alfio Quarteroni, il sabato in cui il solito furbastro di Roberto Natalini si è accaparrato un talk condiviso con la divina Claudia Flandoli, la più grande disegnatrice di conigli fibonacceschi del mondo, il sabato in cui – e anche questo lo abbiamo scoperto solo dopo – abbiamo mancato per un soffio l'anello di congiunzione con il reportage precedente, quello della visita al CERN di Ginevra, che per un attimo è stato tentato di varcare il cancello di via Olona 6B, ma il cancello era chiuso, e poi era già ora di pranzo.


14 *Piotr Silverbrahms sembra invocare la protezione di Emmy Nöther.*

Tutto si tiene e tutto cambia sempre, figuriamoci come e quanto possa farlo in un carnevale, che per definizione riesce bene solo se è mobile, disordinato, irrequieto, pazzo, rumoroso e creativo. E qui la smettiamo davvero, in maniera decisa e improvvisa, come fosse la risata a squacquarella di un bambino.

15 *I Magnifici Sette (musiche di Elmer Bernstein)*

2. Problemi

2.1 Quasi Natale!

...non necessariamente quello del 2025. Siate pronti a tutto. In particolare, ad un problema del quale *non conosciamo la soluzione*. Ma a noi pare decisamente carino, quindi ve lo proponiamo lo stesso.

Dunque, quasi Natale. Siccome per ora a idee siete a zero ma siete molto previdenti, vi siete procurati un congruo numero di scatole (diciamo N^2); siccome la stessa idea l'ha avuta un mucchio di gente, avete trovato solo scatole con il fondo quadrato. In compenso, altezza e larghezza sono dimensioni intere comprese tra i valori 1 e N, e ogni scatola differisce dalle altre in *almeno una* delle due dimensioni.

In famiglia sono molto felici dello scatolame che avete procurato, anche se ormai è sera e l'acquisto dei regali è rinviato a domani; si tratta quindi di mettere via le scatole, e vorreste fare la cosa con ordine; vi apprestate quindi a mettere le scatole una dentro l'altra, ma avete *due limitazioni*: una scatola entra nell'altra solo se una delle dimensioni dell'una è strettamente minore della corrispondente dimensione dell'altra (e fin qui la cosa è logica), ma l'altra dimensione dell'una deve essere di *almeno due* unità minore della corrispondente dimensione dell'altra. Dentro la scatola dentro la scatola può esserci un'altra scatola, eccetera. Il vostro scopo è ottenere il minor numero di "scatole esterne" possibili, visto che poi andrete a depositarle *una per ogni scaffale* del ripostiglio e vorreste occupare il minimo numero di scaffali.

La domanda è: qual è il numero minimo di ripiani che vi servono?

Ecco, non lo sappiamo. Ma questo non ci esime dal pensare a un'espansione: se usassimo uno scaffale solo, si possono fare delle ipotesi su quale debba essere la sua lunghezza? Si può minimizzare?

Nel caso vi venisse il sospetto che il problema non abbia soluzione, vi diciamo che è stato utilizzato per una edizione nazionale di un'olimpiade della matematica, anni fa. Quindi, la soluzione c'è. Sono gente seria, loro.

2.2 Tranquilli, non diventerà un'abitudine

Nel senso che anche qui la soluzione ci difetta. Ma viene dallo stesso posto (e stesso anno) del problema precedente, e ci pare un problema molto interessante.

Ci siamo messi a commerciare diamanti, ma siamo degli incapaci; al momento, abbiamo un simpatico mucchietto di 100 (preferite N? E vada per N) diamanti, dei quali sappiamo che 50 (Meglio, $N/2$?) sono veri, e gli altri 50 (idem) falsi.

Conoscete però un esperto, con il quale fate un accordo; voi gli presentate tre diamanti a vostra scelta, lui ne sceglie due (la scelta è "conscia": vedi dopo) e vi dice (onestamente) una di queste tre frasi:

"Questi due diamanti sono falsi"

"Uno di questi due diamanti è falso"

"Questi due diamanti sono veri"

Esiste una procedura per trovare tutti i diamanti veri?

Un paio di note ovvie, ma sapete bene cosa pensa Doc di questa parola: i diamanti sono numerati e quindi immediatamente distinguibili uno dall'altro, e voi scegliete i tre che volete, esattamente come l'esperto sceglie i due che vuole lui per darvi il giudizio. Non abbiamo notizie sul metodo usato dall'esperto per scegliere i due su cui esprimerà il giudizio, ma possiamo supporre che faccia sempre la "scelta peggiore" per voi. Oppure (espansione!) potrebbe fare la scelta più collaborativa... Vedete voi. In fondo, siete voi che vi siete scelti 'sto lavoro senza saperne niente....

3. Bungee Jumpers

Il BJ di questo mese è composto da tre diversi problemi; le domande sono all'interno della storia, presentate in corsivo, indentate e numerate.

Nel 1957 **Steinhaus** pose, a proposito dei reticoli interi, la domanda: "È possibile costruire un cerchio in un sistema cartesiano in modo tale che contenga al suo interno esattamente *n* punti del reticolo intero, per qualsiasi valore di *n*?"

Sierpinsky, nel 1964, ha mostrato che il punto $P(\sqrt{2}, 1/3)$ ha distanze diverse da qualsiasi punto del reticolo intero.

1. *Dimostrate l'affermazione di Sierpinsky.*
2. *Attraverso questo, rispondete alla domanda di Steinhaus.*

Schoenberg, in seguito, si è chiesto come Sierpinsky avesse trovato il punto *P* e, più in generale, quali fossero i punti sul piano cartesiano aventi distanze dai punti del reticolo tutte diverse tra loro. Generalizzando, Schoenberg estese il problema ad *n* dimensioni e suppose il "reticolo" formato da tutti i numeri razionali.

3. *Trovate l'insieme S_1 dei punti sulla linea dei numeri reali R^1 ognuno dei quali ha una diversa distanza dai numeri razionali su R^1.*

Per quanto riguarda il caso bidimensionale, si ha che l'insieme S_2 dei punti del piano cartesiano aventi distanze diverse da tutti i punti a coordinate razionali è formato dai punti $P(x_1, x_2)$ che *non* appartengono a nessuna delle rette $a_1x_1+a_2x_2+a_3=0$, dove a_1, a_2 e a_3 sono numeri razionali non tutti uguali a zero

4. *Dimostrate questa affermazione su S_2.*

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Era Una Notte Buia e Tempestosa

Il libro di cui state per leggere la recensione non è un libro di matematica, ma questo non dovrebbe stupire nessun lettore: basta dare uno sguardo all'elenco dei libri finora recensiti in questa saltuaria e schizofrenica rubrica per vedere che nella cinquantina dei titoli presenti ce ne sono già diversi che con la matematica non hanno nulla a che fare. Ci sono romanzi, raccolte di racconti, libri di scacchi e perfino uno di enigmistica applicata all'anatomia. Insomma, come abbiamo sempre proclamato fin dall'inizio, non c'è nessun vincolo relativo all'argomento per meritarsi una recensione. Senza contare che poi, a ben vedere, questo libro è in tutto e per tutto un libro di scienza e che, pur occupandosi di una disciplina che certo non rientra nel novero delle scienze esatte, mostra anche quanto sia importante la statistica per la medicina e la biologia.

Come ripetiamo sempre, i soli vincoli che dovete aspettarvi riguardano dei criteri spudoratamente personali: il primo requisito è che il testo recensito deve essere frutto (integrale o parziale) di una persona benvoluta dai Rudi Mathematici, e questo è soddisfatto in maniera maiuscola. L'autrice ci è amica da anni, la incontriamo (come minimo) per tre interi giorni all'anno in un misterioso paesino del Canavese, e la sua faccia ci precede ogni mese sulle pagine di *Le Scienze* (di solito, le nostre stanno nel margine alto di pagina 93, la sua in quello di pagina 90), quindi ci prendiamo la libertà di considerarla a tutti gli effetti una nostra compagna di banco.

Il secondo e più importante criterio è che vogliamo scrivere solo recensioni positive, perché non ci piace l'idea di dover polemizzare con qualcuno che comunque si sarà dato da fare per scrivere un libro, che è sempre un'operazione lunga e delicata. Certo, ci rendiamo conto che scrivere una recensione comporta anche certi obblighi verso il lettore, e avvertirlo se un libro valga o non valga la spesa del prezzo di copertina è forse quello più importante; le rare volte che scriviamo recensioni per pubblicazioni diverse da RM ne teniamo conto. Ma qui recensiamo solo per il gusto di farlo, e quindi abbiamo la libertà di agire in via preventiva: i libri che non ci piacciono non li recensiamo, e amen. Il tutto senza contare che l'applicazione del primo criterio è già una bella garanzia a che sia soddisfatto anche il secondo: i nostri amici scrivono immancabilmente cose che ci piacciono.

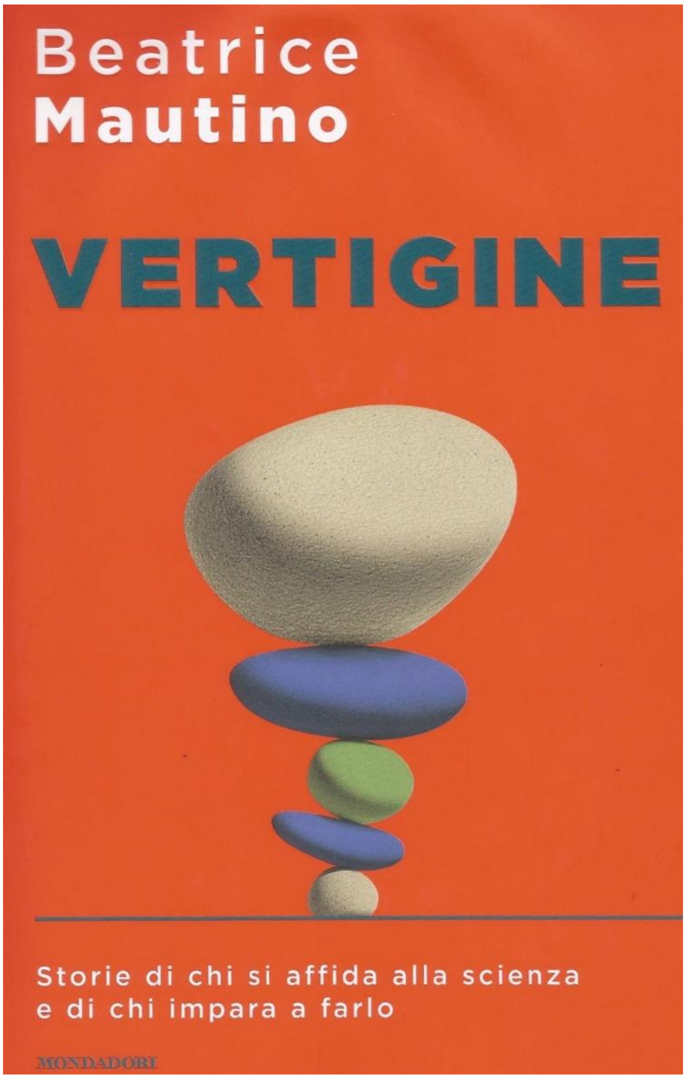
Poi, ogni tanto, capita che un libro ci piaccia davvero molto, e a quel punto rimaniamo quasi in imbarazzo, perché ci piacerebbe che i lettori capissero che stiamo scrivendo una recensione in un certo modo non solo per rispettare i nostri due requisiti autoindotti, ma perché il libro lo troviamo straordinariamente significativo.
Ecco, questa è una di quelle volte lì.

4.1 Vertigine

"Quando entra in scena la speranza, tutte le preoccupazioni passano in secondo piano."

La protagonista è la speranza.

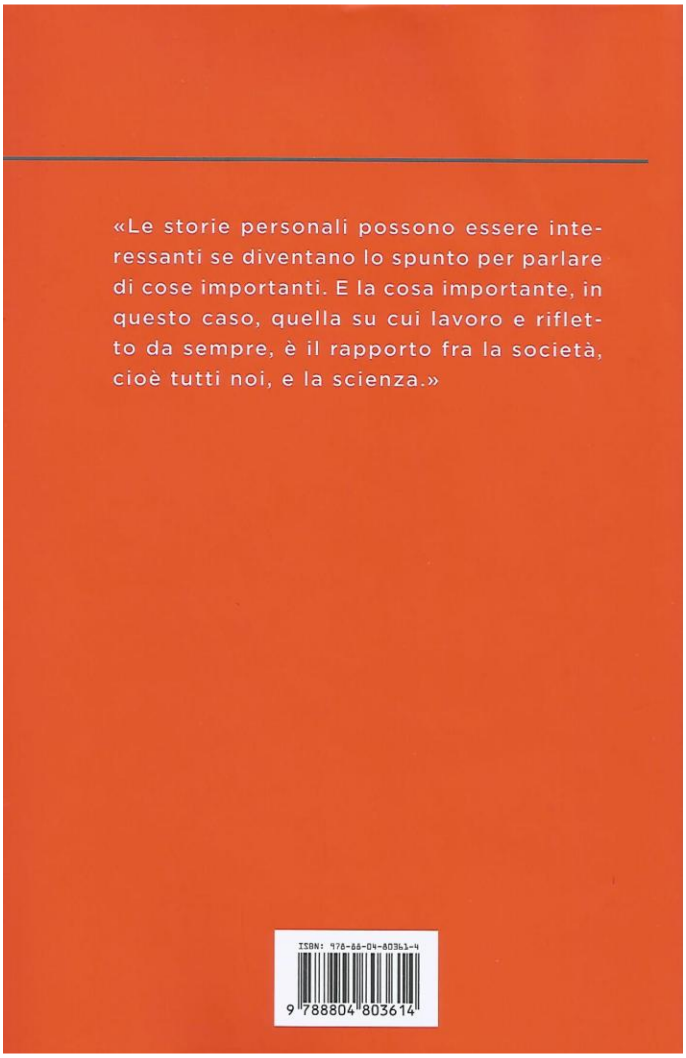
E lo è in maniera così profonda ed evidente che, durante la lettura, l'interrogativo più naturale sorge già dalle prime storie che Beatrice Mautino racconta e spiega, e cresce sempre più forte: perché intitolare il libro *Vertigine* e non proprio *Speranza*, allora? E quel dubbio iniziale persiste poi per tutti gli otto capitoli in cui il libro è suddiviso, perché le otto storie raccontate e spiegate sembrano scelte apposta per classificare, quasi con rigore tassonomico, tutte le declinazioni della speranza.



C'è la speranza di non morire quando il più naturale dei desideri, quello della vita, appare improvvisamente messo in pericolo. C'è la speranza di avere un figlio anche se sembra impossibile diventare genitori; c'è la speranza di vincere malattie di cui non si è ancora trovata una cura. C'è la speranza creata ad arte, per approfittarsi della disperazione altrui, o anche solo per sbaglio, o per errore, o per criminale voglia di fama. C'è la speranza di sentirsi normali e non sbagliati in mezzo agli altri, e anche la speranza di avere successo, o almeno di essere apprezzati, anche barando. C'è la speranza che la scienza corra veloce per salvare vite di bambini e bambine, di tutte e di tutti, e soprattutto che possa continuare a farlo.

C'è però un problema linguistico (o quantomeno di natura puramente sentimentale) che avrebbe confuso il lettore, se quell'emozione avesse invaso anche la copertina: e cioè che quella parola, se presa da sola, trasmette solo emozioni positive. Nel sentir comune, nella nostra testa più ancora che nei vocabolari, il primo significato di *speranza* è sempre esaltante: significa promessa di felicità, miglioramento, soluzione di tutti i problemi. Del resto, essere "senza speranza" è la condanna più atroce e crudele, e quindi come non adorare la speranza, anche quella più flebile e illogica? E in fondo è cosa giusta, sana e corretta: senza speranza si è disperati, con la speranza tutto è ancora possibile.

Però la speranza è un sentimento estremamente violento: rende ciechi e sordi, azzera il giudizio, manda in soffitta la ragione, elimina le alternative; del resto, quando tutto il mondo crolla, perché non afferrare quell'unica mano tesa verso di noi, di chiunque sia?



È così naturale e istintivo affidarsi alla speranza che è davvero difficile, se non proprio impossibile, decidere di non accoglierla con tutti noi stessi. Anche a costo di accantonare le conoscenze acquisite, le certezze consolidate, le prudenze imparate in tutta la vita precedente. Anche a costo di dimenticare che ci piace essere razionali.

Beatrice Mautino ha sempre fatto della razionalità la sua bandiera: laurea in Biotecnologie, dottorato di ricerca in Neurobiologia, master in Comunicazione della Scienza. Socia emerita del CICAP[3], organizzatrice di festival scientifici, tenutaria di una rubrica fissa su *Le Scienze*, coautrice e co-conduttrice, insieme a Emanuele Menietti, del podcast scientifico *Ci vuole una scienza* prodotto da *Il Post*. Autrice di diversi libri di divulgazione, è diventata rapidamente il maggior punto di riferimento della comunicazione scientifica sui cosmetici. Difficile trovare un curriculum che grondi più razionalità di quello di Mautino. Ancora più difficile trovare qualcuno che, come ha fatto lei, scelga di dedicarsi integralmente alla comunicazione e alla divulgazione scientifica, quando si ha già una carriera avviata nella ricerca.

Eppure Mautino inizia il libro proprio con la confessione che può capitare, anzi: che è capitato anche a lei, in prima persona, di ritrovarsi spiazzata, sconvolta e anche pronta a mettere in sospensione la razionalità, quando si è trovata ad aver bisogno di alimentare la speranza. È in quel momento che arriva la vertigine.

Anche la vertigine è violenta; anche più violenta della speranza, e se è certo meno duratura è solo perché mente e corpo si rifiutano di alimentarla altrettanto a lungo; la vertigine non si può sopportare per più di qualche giorno, di qualche ora. E se la speranza è quantomeno chiara e spietata nell'indicare quale sia la direzione da prendere affinché sia alimentata e soddisfatta, la vertigine è il risultato di una situazione esattamente opposta. Non a caso le narrazioni – sia quelle che usano immagini sia quelle che si limitano alle parole – associano

[3] Centro Italiano per il Controllo delle Affermazioni sulle Pseudoscienze.

quasi immancabilmente la vertigine a un vortice che oscilla violento e distruttivo, costretto a un moto rotatorio dalla tensione generata da grandi forze, una opposta all'altra.

E se tutte le otto storie narrate negli otto capitoli del libro raccontano l'evolversi di una speranza, ancora più nettamente rivelano il fermento d'una vertigine per qualcuno dei protagonisti. Nelle pagine si ritrova la vertigine di una scienziata disposta ad usare sé stessa come cavia, e quella che devono aver provato gli ammalati e i loro congiunti quando qualcuno offre una cura miracolosa in cambio di soldi. C'è la vertigine di chi vuole avere subito un farmaco che potrebbe cambiare la sua vita ma sa che deve attendere, forse per più tempo di quello che ha a disposizione. C'è quella di genitori che potrebbero essere costretti a dover rinunciare a una delle loro due bambine, e quasi a dover scegliere chi salvare e chi no. C'è perfino una piccola vertigine riservata al lettore, che si ritrova a vedere quanto possano essere diversi, sul lato etico e umano, scienziati famosi e importanti: da quelli più vicini alla santità laica per la loro attenzione al paziente, fino a quelli che è davvero difficile non disprezzare, per quanto autori di grandi scoperte.

È un libro di medicina e di biologia, ma anche – forse soprattutto – un libro che parla dell'etica e della sociologia della scienza, di tutta la scienza. La matematica ha questa grandiosa fortuna, quella di restare così lontana dal mondo reale da essere quasi del tutto esente da problemi etici. Certo, non c'è virtualmente nessuna scienza che non sia debitrice alla matematica dei suoi progressi, ma non c'è mai stato un matematico che abbia dovuto guardare negli occhi qualcuno che soffre a causa di un suo teorema. La medicina è al lato opposto, sulla scala che va dal più lontano astrattismo alla contingenza più immediata e drammatica, e curiosamente è qui che si rivela con chiarezza devastante il compito cruciale della comunicazione scientifica. Chi fa divulgazione costruisce un ponte fra la scienza e il pubblico, e deve essere consapevole di dover restare proprio lì, a mezza strada. Deve riuscire a capire cosa fa uno scienziato e allo stesso tempo deve ricordare di avere lo stesso sguardo della gente comune.

Questo libro non poteva essere scritto da un professionista della ricerca medica o biologica, perché questi non avrebbe potuto (né tantomeno dovuto) spogliarsi dei suoi abiti professionali. Non si può chiedere a un medico di identificarsi con il paziente, perché non farebbe bene il suo mestiere, danneggiando sé stesso e il paziente. E questo libro non poteva essere scritto da chiunque aspetti una cura, una soluzione ai suoi problemi, un miglioramento della sua vita, perché mancherebbe di una visione generale – appunto: scientifica – ma resterebbe ancorato a un calvario personale, o di un gruppo limitato di persone. Alla sua, alla loro personalissima vertigine.

Questo libro poteva scriverlo solo chi per professione comunica la scienza. Anche se lo si comincia a leggere senza sospettarlo minimamente, questo libro è anche, forse soprattutto, un manuale che insegna cosa sia la divulgazione scientifica.

Titolo	Vertigine
Sottotitolo	Storie di chi si affida alla scienza e di chi impara a farlo
Autore	Beatrice Mautino
Editore	Mondadori
Data Pubblicazione	Settembre 2025
Pagine	196
ISBN	978-8804-803614
Prezzo	18,50 euro

5. Soluzioni e Note

Dicembre!

Lo sapete che a Natale sono tutti più buoni: beh, noi siamo buoni sempre, quindi a Natale ci riserviamo il diritto di essere discoli. Niente soluzioni e note, quindi. Ma non disperate, abbiamo probabilmente ricevuto tutto ed impagineremo per il mese prossimo.

Auguri e alla prossima!

6. Quick & Dirty

Questo tenetevelo per le prossime gare di atletica cui assisterete (sappiamo che siete dei *couch potato*, quindi non vi vedremo mai in pista).

Il primo e il secondo miglior tempo sui 100 metri piani nelle semifinali erano entrambi nella stessa batteria, e il primo ha vinto con un vantaggio di 10 metri sul secondo.

Il primo classificato, per rendere la finale più *spicy*, si candida per partire 10 metri più indietro; tutti e due, come nella semifinale, correranno alla loro massima velocità possibile.

Chi vince la finale?

7. Pagina 46

1 - *Dimostrare l'affermazione di Sierpinsky*

Siano $A(a, b)$ e $B(c, d)$ due diversi punti del reticolo o, in altre parole, a, b, c e d sono numeri interi per i quali almeno una delle due relazioni $a \neq c$ e $b \neq d$ è valida. Supponiamo, per assurdo, sia $PA=PB$ ossia, per il teorema di Pitagora:

$$\sqrt{\left(\sqrt{2}-a\right)^2+\left(\frac{1}{3}-b\right)^2}=\sqrt{\left(\sqrt{2}-c\right)^2+\left(\frac{1}{3}-d\right)^2}$$

Questo significa:

$$a^2+b^2-c^2-d^2-\frac{2}{3}b+\frac{2}{3}d=2\sqrt{2}(a-c)$$

Essendo a, b, c, d interi, deve essere $a-c=0$ e:

$$b^2-d^2-\frac{2}{3}(b-d)=0$$

Da $a=c$ segue che deve essere $b \neq d$, ossia che $b-d \neq 0$. Quindi deve essere

$$b+d=\frac{3}{2}$$

Il che è impossibile, visto che b e d sono interi. Quindi $PA \neq PB$, il che dimostra l'affermazione di Sierpinsky.

2 – *Rispondere alla domanda di Steinhaus*

Sia c_r il cerchio di raggio r di centro $P(\sqrt{2}, 1/3)$ e sia $f(r)$ il numero dei punti del reticolo al suo interno. Possiamo fare le seguenti affermazioni su $f(r)$:

Per piccoli valori di r, $f(r)=0$ (ad esempio, $f(0.1)=0$).

È $f(k+1)>k^2$ per ogni numero naturale k: l'interno di c_{k+1} contiene un quadrato s_k con i lati paralleli agli assi coordinati e di lato $a_k>k$; quindi il numero dei punti del reticolo all'interno di c_{k+1} è almeno k^2.

Per quanto visto al punto (1), la funzione $f(r)$ aumenta a salti unitari.

Da questo, si deduce che $f(r)$ assumerà tutti i valori interi positivi: quindi, per ogni numero naturale n, esiste un cerchio di centro in P che contiene esattamente n punti.

3 – *Trovate l'insieme S^1 dei punti sulla linea dei numeri reali R^1 ognuno dei quali ha una diversa distanza dai numeri razionali su R^1.*

Sia Q^1 l'insieme del reticolo dei numeri razionali sulla retta reale R^1 e I^1 l'insieme degli irrazionali sulla medesima linea: qualsiasi punto razionale r è alla medesima distanza dai punti $r+r'$ e $r-r'$ per r' in Q^1; quindi, r non appartiene a S^1.

D'altra parte, ogni punto irrazionale i è a distanze differenti da due qualsiasi punti razionali r_1 e r_2: altrimenti, $|r_1-i|=|r_2-i|$ e $r_1<r_2$ implicherebbero $r_2-i=i-r_2$, ossia:

$$i=\frac{r_1+r_2}{2}\in Q^1$$

che è falso. Quindi, $S^1=I^1$.

4 – *Dimostrate che l'insieme S^2 dei punti del piano cartesiano aventi distanze diverse da tutti i punti a coordinate razionali è formato dai punti $P(x_1, x_2)$ che non appartengono a*

nessuna delle rette $a_1x_1+a_2x_2+a_3=0$, dove a_1, a_2 e a_3 sono numeri razionali non tutti uguali a zero

Sia Q^2 l'insieme dei punti del reticolo a coordinate razionali sul piano cartesiano, e sia I^2 l'insieme dei punti di R^2 aventi distanze dai punti di Q^2 tutte differenti.

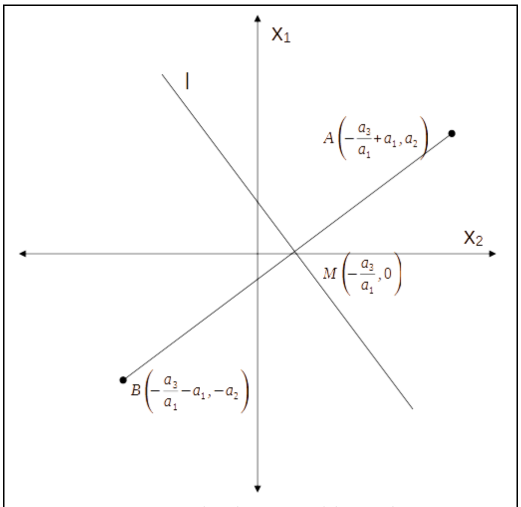
Possiamo fare tre osservazioni:

1 – Un punto $P(x_1, x_2)$ in R^2 ad eguale distanza da due punti distinti $A(p_1, p_2)$ e $B(q_1, q_2)$ in Q^2 si troverà sulla bisettrice perpendicolare $\pi(AB)$ del segmento AB. L'equazione di $\pi(A, B)$:

$$\sqrt{(x_1-p_1)^2+(x_2-p_2)^2} = \sqrt{(x_1-q_1)^2+(x_2-q_2)^2}$$

può essere riscritta nella forma:

$$(2q_1-2p_1)x_1+(2q_2-2p_2)x_2+p_1^2-q_1^2+p_2^2-q_2^2=0$$



16 *I punti e la retta bisettrice.*

2 – I punti aventi differenti distanze da tutti i punti razionali sono i punti che non si trovano su nessuna $\pi(AB)$ per ogni A, B in in Q^2.

3 – Una linea l è una $\pi(AB)$ se e solo se la sua equazione è della forma $a_1x_1+a_2x_2+a_3=0$, dove a_1, a_2 e a_3 sono numeri razionali non tutti uguali a zero.

Se la linea l è una $\pi(AB)$, allora la sua equazione è nella forma data al termine dell'osservazione (1), che è nella forma richiesta.

Per verificare l'inverso, sia l una linea di equazione $a_1x_1+a_2x_2+a_3=0$, nella quale né a_1 né a_2 sono entrambi zero (se lo fossero, avremo anche $a_3=0$, ma le nostre ipotesi impediscono che tutti e tre i termini lo siano); supponiamo sia $a_1\neq0$; allora il punto $M(-a_3/a_1, 0)$ è su l e quindi la perpendicolare a l passante per M contiene i punti razionali (si veda, per chiarezza, la figura):

$$A\left(-\frac{a_3}{a_1}+a_1, a_2\right) \text{ e } B\left(-\frac{a_3}{a_1}-a_1, -a_2\right).$$

Quindi, la linea l è il bisettore perpendicolare $\pi(AB)$ del segmento AB; dai punti (2) e (3) deriva quindi il teorema richiesto.

8. Paraphernalia Mathematica

Cominciamo con uno spoiler: parliamo di generatori di numeri casuali. Ve lo diciamo subito perché in realtà prima dobbiamo parlare di un mucchio di altre cose per introdurre decentemente l'argomento.

Rudy e Doc, nella loro infanzia informatica, si sono scontrati sovente con problemi dedicati a questi oggetti che, nei sistemi paleolitici che utilizzavano, avevano già delle crisi quando vi servivano una trentina di generatori indipendenti che andassero avanti per *ben diecimila iterazioni* su un metodo Montecarlo; raggiunta la calma saggezza della maturità (almeno, Rudy), le loro esigenze si sono ridotte a un generatore che dia almeno cinquantadue[4] valori distinti su un foglio di calcolo.

Il titolo, piuttosto balordo, nasce dal fatto che ormai gli aggiornamenti dei due principali sistemi Office (sia quello di Rudy che quello di Treccia e Doc: ci piace complicarci la vita) arrivano a febbraio e ad agosto; siccome nessuno dei due produttori si sogna di cambiare il generatore di numeri casuali al momento implementato, potrete darvi le arie da Guru dicendo "...eh, carino, ma...", e spiegare quanto segue.

8.1 Diamo (meglio) i numeri

Come detto, partiamo da lontano.

Vi ricordate la ***congettura di Collatz***? Ne avevamo parlato nel PM del numero 66 di una prestigiosa rivista di matematica, ma qui riassumiamo gli elementi principali. In realtà la congettura non ci serve, quello che ci serve è il metodo di calcolo.

Dato un numero x_0, calcolate iterativamente:

$$x_{i+1} = \begin{cases} \dfrac{3x_i + 1}{2} & \text{se } x_i \text{ è dispari} \\ \dfrac{x_i}{2} & \text{se } x_i \text{ è pari} \end{cases}$$

Se volete fare un generatore veloce con un linguaggio di programmazione, vi suggeriamo la scorciatoia (il "doppio maggiore" è uno shift):

$$x_{i+1} = \begin{cases} x_i + \big((x_i + 1) \gg 1\big) & \text{se } x_i \equiv 1(\text{mod } 1) \\ x_i \gg 1 & \text{se } x_i \equiv 0(\text{mod } 1) \end{cases}$$

che per voi sarà più complicata, ma per un linguaggio di programmazione è acqua fresca.

In realtà, esiste una definizione ancora più generale di quelle che sono chiamate *funzioni di Collatz*:

*Una funzione g è una **funzione di Collatz** se esiste un numero intero m e due numeri relativi non negativi a_i e b_i (con $i<m$) tale che ogni volta che $x \equiv i(\text{mod } m)$, allora $g(x)=a_i x+b_i$ è un intero (positivo).*

Anche noi siamo rimasti perplessi la prima volta che l'abbiamo vista, e se anche a voi sembra che le due cose non c'entrino niente una con l'altra, notate che i parametri sono espressi per enumerazione su i: potete ottenere la formula originale imponendo m=2, a_0=1/2, b_0=0, a_1=3, b_1=1. Anche questa definizione può essere ulteriormente generalizzata (poi, però, basta):

Una funzione f della forma

$$f(x) = a_{ij}x^j + a_{i(j-1)}x^{j-1} + \cdots + a_{i2}x^2 + a_{i1}x + a_{i0}\ (\text{mod} p_i)$$

[4] Avrete capito dal numero citato che ci si riferisce al mescolamento di un mazzo di carte (per avere quattro mani di bridge). Nel caso vi servisse, vi scrivete tutte le carte del mazzo (in colonna), a ognuna associate un casuale RAND() e ottenete la posizione nel mazzo attraverso la funzione RANK() del numero casuale; via INDEX(), potete ottenere il mazzo mescolato e, essendo il mescolamento perfetto (si spera, almeno), potete tranquillamente attribuire le carte da 1 a 13 a Nord, da 14 a 26 a Est, eccetera senza fare troppi conti modulo quattro. Rudy lo aveva scritto per la madre di una collega che voleva allenarsi alla licitazione e, vista l'accoglienza entusiastica, aveva aggiunto alla sua business card la dicitura "S.W." (Spreadsheet Wizard). Per aggiornare la smazzata, premere <F9>. L'ordinarle per semi (P-C-Q-F) e per valore (A-K-Q-J-10-...-2) è lasciato come esercizio allo studente.

*è detta **funzione di Collatz generalizzata** se esiste un intero m che, congiuntamente ai numeri razionali* $\{a_{i0}, \ldots, a_{ij}, b_{i0}, \ldots, b_{ij} : i<m\}$ *e ai numeri naturali* $\{p_i, q_i : i<m\}$ *se ogni volta che*

$$h(x) = b_{ij}x^j + b_{i(j-1)}x^{j-1} + \cdots + b_{i2}x^2 + b_{i1}x + b_{i0} \equiv i\ (\mathrm{mod} q_i)$$

allora f è intera.

Se (succede) è richiesto che i coefficienti a e b siano dispari, un'operazione di *OR* con 1 (orientato al bit, o *bitwise*) vi trasforma i pari in dispari e mantiene dispari i dispari.

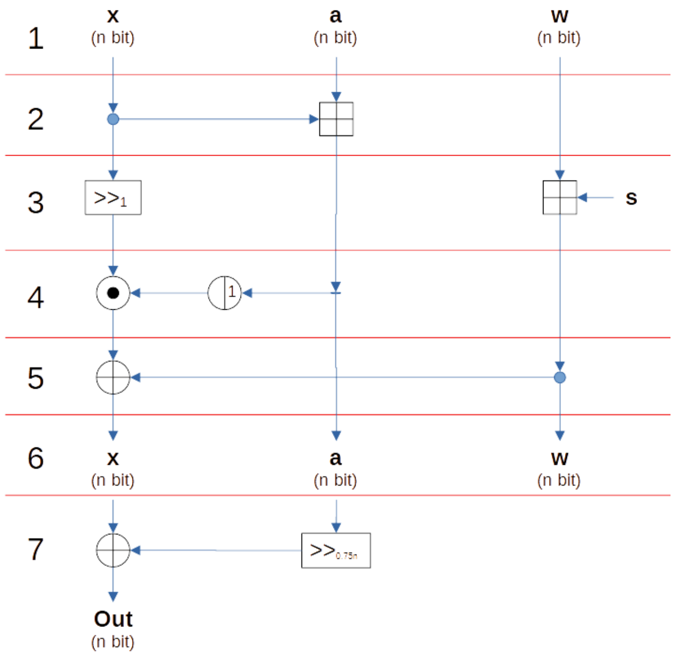
A parziale consolazione rispetto a questa complicazione possiamo dire che, grazie alla presenza del modulo, tutte le moltiplicazioni e addizioni si svolgono su ***campi di Galois***, e quindi potete ignorare i riporti.

Le funzioni di Collatz generalizzate sono delle buone candidate per la costruzione di generatori di numeri casuali, ma la richiesta che i generatori siano *non invertibili* le rende poco utili a questo scopo: per questo, ci serve un altro oggetto.

Il (o meglio, "un") ***teorema di Weyl*** dice che le ***sequenze di Weyl*** sono equidistribuite modulo 1. In pratica, le parti decimali delle sequenze di Weyl hanno, nell'intervallo [0,1)[5], una *distribuzione uniforme*. Per generare una sequenza di Weyl, prendete un *irrazionale* w, e costruite la sequenza 0, w, $2w$, $3w$, eccetera; dato che in informatica prendere un irrazionale è sempre piuttosto complicato, si scelgono due numeri k e m (con k primo e m potenza di 2) e si considera la sequenza 0, k, $2k$, ... *modulo* m; questa, risulta (ragionevolmente[6]) equidistribuita in $[0, m)$.

Se mettete assieme una sequenza di Collatz e una sequenza di Weyl ottenete un ***generatore di numeri casuali di Collatz-Weyl***. Forse è meglio se ce la caviamo con un disegnino; tranquilli, dopo lo spieghiamo.

Per prima cosa, non guardate come va a finire; ai più sensibili di voi potrebbe prendere un infarto. Lo abbiamo diviso in "zone", da un punto di vista unicamente logico; come vedremo con un veloce esempio, dal punto di vista procedurale la situazione è "condensabile".



[5] Attenzione che l'intervallo è aperto a destra.

[6] Questa nota vale per due: tanto per cominciare, se vi sembra di conoscerla avete ragione: i generatori di casuali normalmente utilizzati sono basati su oggetti decisamente simili a questo. Per gli addetti ai lavori, il motivo del "ragionevolmente" è quello noto come "effetto Marsaglia": dopo un certo numero di generazioni (dell'ordine di m, se vi va bene) i casuali tendono a ripetersi, il "trucchetto" del prossimo paragrafo dovrebbe attenuare notevolmente questo problema.

Come ***premessa***, procuratevi un calcolatore che lavori su n bit (...e che abbia un supremo disinteresse per l'overflow... Ma questo non ditelo in giro).

In ***fase* 1**, abbiamo i nostri input; x, che è il termine della sequenza di Collatz(/Weyl) ottenuto precedentemente o dal quale partiamo; a, ossia il parametro della vostra sequenza di Collatz (senza Weyl, questa volta); w, il termine della sequenza di Weyl (senza Collatz) che usate a questo giro (o di partenza, o ottenuto al giro precedente); inoltre, vi serve anche s, valore di cui incrementate la sequenza di Weyl (dispari).

In ***fase* 2**, sommate x ad a e caricate il risultato in a; modulo 2^n, ossia ignorate l'eventuale overflow.

In ***fase* 3**, effettuate uno shift a destra di un bit su x; equivale a dividere per 2. Intanto, incrementate w di s (sempre modulo 2^n), e salvate questo come nuovo w.

In ***fase* 4**, fate un OR al bit della vostra a con 1; questo ve lo rende dispari. Indi, moltiplicate (sempre in modulo) il risultato per x e salvate il risultato in x (a resta sempre quello di prima).

In ***fase* 5**, fate uno XOR tra l'attuale x e a.

In ***fase* 6**, salvate i valori di x, a e w: vi serviranno al prossimo giro.

In ***fase* 7** (quella dell'infarto), *ricordatevi che il vostro computer è a n bit*, che è una *potenza di* 2; quindi $0.75n$ è 3/4 della dimensione del vostro processore, ed è sicuramente un intero; potete fare quindi uno shift di questo valore su a; fate quindi uno XOR con il valore di x e ritornate quel valore (senza caricarlo in x).

[Opinione di Rudy: lo shift di $(3/4)n$ *in fase* 7 *è uno shift* logico*, non aritmetico; ossia, i bit che escono a destra rientrano a sinistra. Cosa ne pensate?].*

Il che è facilmente implementabile in (pseudo)linguaggio C (eh? No, lo abbiamo copiato. Ma ci pare molto bello); supponendo un'architettura a 64 bit (e quindi 3/4 di 64 vale 48):

```
static uint64 x, a, w, s

uint64 CollatzWeilGen()
{
 x = (x>>1) * ((a+=x) | 1)^(w+=s)
 return a>>48^x
}
```

Scavandoci dentro, dovreste trovare tutte le operazioni viste al piano di sopra (lo shift lo abbiamo lasciato come nell'originale).

Adesso, tutti vi state chiedendo: "...e funziona?" Beh, calcolare il periodo di due generatori pseudocasuali diventa molto complesso, soprattutto quando uno dei generatori influenza lo stato dell'altro e viceversa; attraverso alcuni brutali tagli per i campi (che qui non riportiamo: ma se interessano, possiamo fornire il materiale) pare che il nostro generatore a 64 bit cominci a dare la stessa sequenza[7] di numeri arrivato a:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{8} \cdot 2^{64}} \cdot 2^{64} \sim 2^{96.33} \sim 10^{32}$$

Insomma, potete divertirvi per un po'....

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms

[7] Attenzione: la stessa ***sequenza***, non gli ***stessi numeri***. I numeri diversi che può generare sono 2^{64}, quindi ci saranno delle ripetizioni, ma non ripetizioni di sequenza.