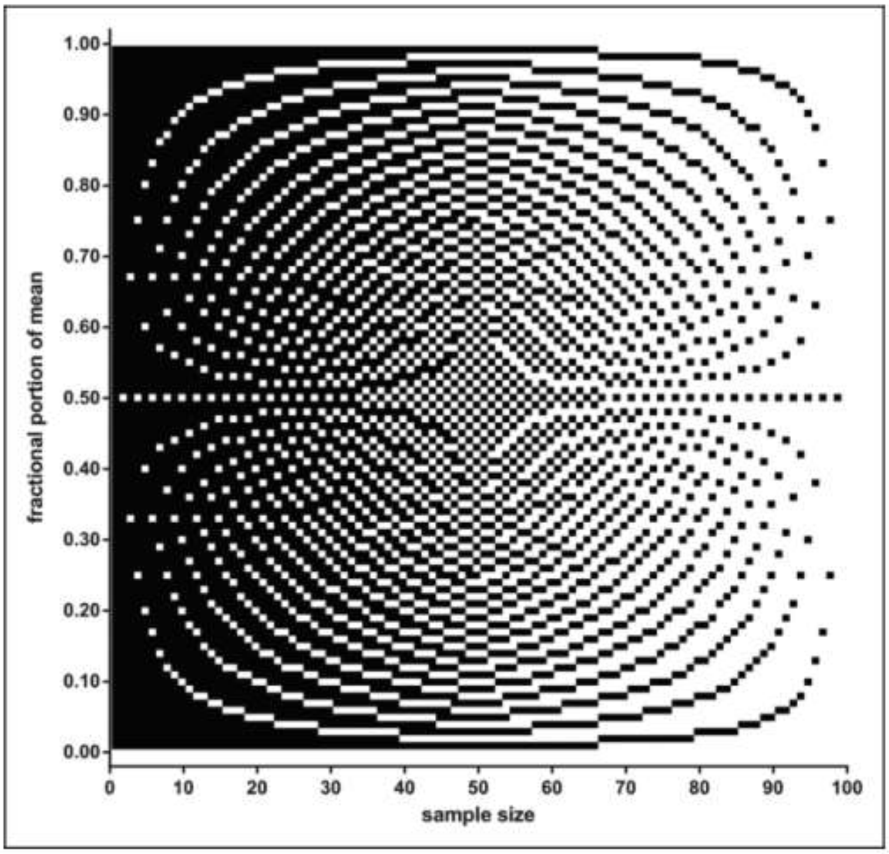
Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 298 – Novembre 2023 – Anno Venticinquesimo



1. Irragionevole **3**

2. Problemi **10**

2.1 I problemi di Hard Haid Moe 10

2.2 Salti “lunghi” 10

3. Bungee Jumpers **11**

4. Soluzioni e Note **11**

5. Quick & Dirty **11**

6. Pagina 46 .... **12**

7. Paraphernalia Mathematica **15**

7.1 “Spiritose invenzioni” 15

Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da

Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM289 ha diffuso 3'375 copie e il 26/04/2023 per Google eravamo in 7'920 pagine.

“Bugiardo! Bugiardo!” (Si veda il PM per ulteriori dettagli).

1. Irragionevole

> *"-Ehi, quelle formiche continuano a tormentarti la gamba! Si può sapere perché non le fai fuori?*
>
> *-Perché non so quali siano quelle che mi mordono."*

I dizionari sono tutti concordi: il termine "empatia" è relativamente recente[1] e sta ad indicare, in buona sintesi, la capacità di immedesimarsi negli altri. Alcuni testi si spingono un po' più nel dettaglio, aggiungendo la preziosa precisazione che la parola in sé non veicola necessariamente sentimenti positivi verso l'oggetto dell'empatia: come a dire che per essere empatici è sufficiente essere in grado di capire bene come si trova l'altro in una determinata situazione, e non è necessario che questa comprensione susciti affetto, o pietà, o tenerezza verso l'altro in oggetto.

Nonostante la preziosa precisazione, viene abbastanza naturale considerare l'empatia come una sorta di preludio alla simpatia: in fondo i termini si somigliano, non solo nella forma ma un po' anche nel significato, e la loro etimologia è concorde nell'affidarsi al termine greco "pathos (πάθος)" che significa semplicemente "sentimento". La differenza è così affidata tutta alle preposizioni iniziali, con l'empatia che usa "ἐν", cioè "in", a specificare che l'empatia è l'arte di intuire quali siano i "sentimenti dentro" la persona osservata, mentre la simpatia è più esplicita e premette quel "σύν", cioè "con", al pathos, chiarendo così fin dall'inizio che se qualcuno ci è simpatico è perché ci ritroviamo a condividere gli stessi sentimenti.

Poi, si sa, le parole hanno una loro vita propria, e il significato che veicolavano alla nascita spesso cambia nel tempo. È assai probabile che la maggior parte delle persone oggi trovino una persona più o meno "simpatica" sulla base di una pletora di sensazioni nella quale la "comunanza di sentimenti" è, tutt'al più, solo una componente tra molte. È assai più probabile che si trovi simpatico qualcuno perché è divertente, affabile e socievole, piuttosto che dopo aver raggiunto la consapevolezza che ha le nostre stesse opinioni sulla vita, l'universo e tutto quanto. Allo stesso modo, anche l'empatia – che come si è detto nella sua definizione etimologica nasce del tutto neutra – ha assunto una innegabile connotazione positiva: se dovessimo limitarci al significato originale, la capacità di comprendere i sentimenti altrui dovrebbe essere una caratteristica che risulterebbe comoda a truffatori e a serial killer per raggiungere al meglio i loro obiettivi criminali; eppure assai difficilmente qualcuno avrebbe il coraggio di definire "molto empatico" Jack lo Squartatore o Hannibal Lecter.

Le cose si complicano ulteriormente se si tenta di estendere l'analisi dei sentimenti quando le parti in causa appartengono a specie diverse: è già assai facile trovare deplorevoli persone che trovano poco simpatici altri esseri umani solo sulla base di differenze fisiche o culturali, figuriamoci quanto possa essere facile trovare delle "naturali" repulsioni verso i rappresentanti di specie diverse. C'è l'indubbia complicazione della naturale competizione per la sopravvivenza: la vita animale, nel senso più strettamente biologico del termine, si regge da sempre su questo grandioso paradosso che può prosperare solo alimentandosi di altra vita, in una sorta di inspiegabile cannibalismo. Questo conduce immancabilmente a una cruciale distinzione primigenia, istintiva e tutt'altro che razionale, quella di dividere tutte le altre specie animali in un paio macroclassi: quella delle prede (che si vogliono trasformare in cibo) e quella dei predatori (che vogliono trasformare noi in cibo). In realtà ci sono anche un sacco di altre specie che non si può far rientrare né tra le prede né tra i predatori, ma è comunque difficile arrivare presto a considerarli "simpatici". Quasi sempre,

[1] È stato coniato da Robert Vischer, storico e filoso dell'arte tedesco, che visse a cavallo tra diciannovesimo e ventesimo secolo. Il termine originale tedesco è *Einfühlung*, e Vischer lo introdusse nel lessico dell'arte, come del resto accadde per il termine greco da cui è originato, *pathos*.

se non sono né prede né predatori sono quantomeno concorrenti, e far fuori quelli che mangiano il tuo stesso cibo è pratica di buon successo nella selvaggia lotta per la sopravvivenza. Poi ci sono le specie che non si incontrano mai, e non fanno neppure in tempo a classificarsi reciprocamente in un modo o nell'altro, per non parlare di tutto l'universo biologico microscopico di cui nessun animale di medie dimensioni ha consapevolezza, a parte quel ficcanaso di *Homo sapiens*. E anche lui ne ha contezza solo da pochi istanti, a voler misurare il tempo su scala evolutiva.

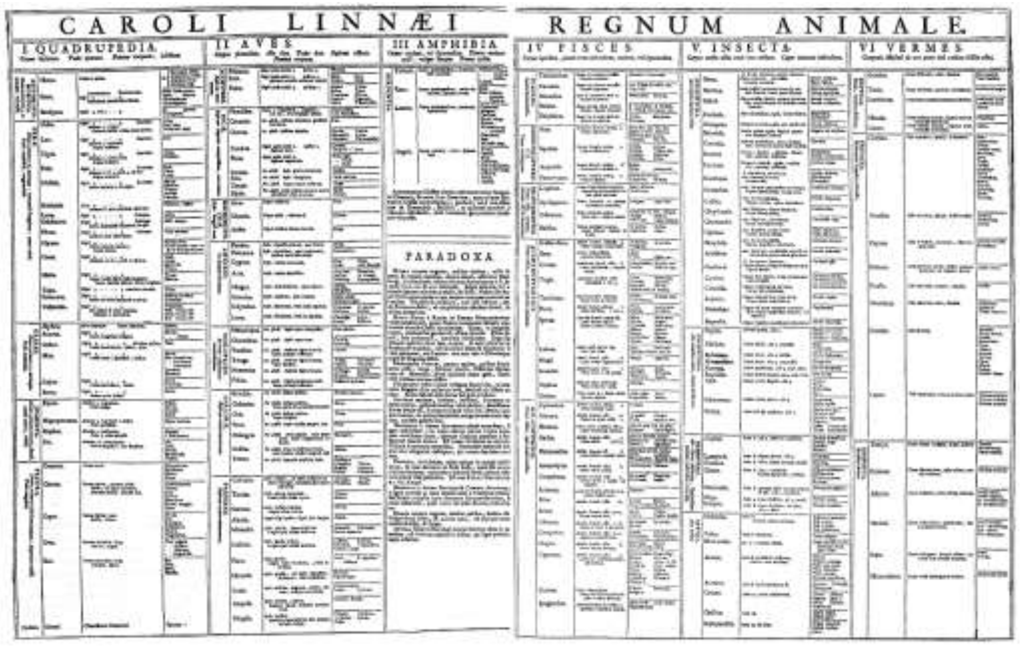
La domesticazione degli animali nasce ovviamente su base prettamente utilitaristica, e non c'è certo bisogno di ricordarlo; gli umani hanno cominciato a convivere con animali che potevano allevare per risparmiarsi la fatica della caccia, o di cui potevano sfruttare lavoro e caratteristiche in molte altre maniere, dalla forza motrice alla sorveglianza, dalla produzione quotidiana di latte al postumo utilizzo di pelli. In ogni caso, è da questa frequentazione e convivenza, certo asimmetrica dal punto di vista dei vantaggi, che si saranno sviluppate le prime forme di affezione relativamente sincere, insomma non strettamente utilitaristiche. Ma resta il fatto che anche in questo ricco mondo occidentale con dovizia di particolari si insegnava ai bambini (almeno fino a una cinquantina d'anni fa) a capire quali fossero gli animali utili e quelli che utili non erano, e gli scolaretti non sempre venivano tacciati di crudeltà se uccidevano lucertole o distruggevano nidi di uccelli per puro e barbarico diletto.

1 *Shechịtah (macellazione rituale ebraica) in una illustrazione conservata nella Biblioteca Vaticana.*

Sembra che le nuove generazioni, da questo punto di vista, siano diventate meno crudeli. Come spesso accade, perché ciò succeda devono esserci al contorno condizioni di relativo benessere economico e crescita culturale, perché è assai difficile vedere la bellezza di leprotto che corre nella campagna se lo stomaco protesta per la fame. Ma se non c'è l'urgenza di sopravvivenza si può cominciare a vivere questa strana cultura densa di paradossi, almeno provando a tirarne fuori il meglio possibile. Lo stomaco di cui sopra, se non protesta, è perché il suo titolare è ragionevolmente sazio, e verosimilmente lo è anche grazie all'avvenuta macellazione di qualche animale allevato all'uopo: per quanto possa essere naturale – la storia delle prede e dei predatori non è poi troppo cambiata – è evidente che in molte parti del mondo, da parte di molti individui che hanno possibilità di scelta e relativa disponibilità economica, stia crescendo l'intenzione di rinunciare a nutrirsi di animali. È assai probabile che alla base di questa scelta ci siano forme specifiche di empatia e simpatia, almeno nella forma di riconoscimento di un certo grado di "identità" tra gli esseri umani e le altre forme di vita animale. Ed è altrettanto pacifico che questo sentimento di rispetto, se non proprio di fratellanza, sia antico quasi quanto l'Uomo stesso: quasi tutte le religioni hanno comandamenti più o meno rigorosi su cosa sia giusto o proibito mangiare, o su quali siano le procedure ammesse (e ritualizzate, com'è ovvio da parte di un indirizzo religioso) per la macellazione degli animali, pena l'impossibilità di consumarne la carne. Limitazioni che quindi non proibiscono le uccisioni, ma quanto meno ne regolano i criteri, e veicolando così il messaggio che uccidere un animale non è cosa di poco conto, e che la crudeltà nei confronti di chi viene condotto al macello dovrebbe essere ridotta al minimo.

I nostri tempi sono particolarmente contraddittori: molte persone scelgono di rinunciare a cibarsi della carne di animali per ragioni essenzialmente etiche, e figlie di un'etica laica, non più religiosa; d'altro canto, però, l'industria alimentare produce carne in quantità mai vista prima nella storia degli esseri umani, e con metodi lontanissimi anche dai precetti di moderazione e rispetto delle vittime animali tramandate da molte religioni e tradizioni.

Contraddizioni macroscopiche, certo, ma se davvero saranno coinvolti sentimenti di simpatia ed empatia è evidente che la tensione sarà sempre inevitabile: in fondo, è ancora assai difficile trovare qualcuno che preferirebbe lasciar morire di fame un bambino per evitare di uccidere e arrostire un pollo che abbia a disposizione. In termini di empatia/simpatia, è un semplice bilancio tra quanto sia più "simpatico" agli umani un altro essere umano, rispetto a quanto possa esserlo il rappresentante di un'altra specie. Ma questo concetto di "simpatia interspecie" è tutt'altro che semplice e universale, e sembra seguire delle regole altrettanto stringenti: anche trascurando i casi di affezione storica o specifica (non c'è proprietario di gatto che non farebbe fuori con metodica ferocia una volpe che mettesse a rischio la vita del suo micino, e mangiare i cani è considerata cosa riprovevole in quasi tutte le culture umane) è indubbio che l'empatia/simpatia verso gli esseri viventi non è affatto universale ed equanime. A ricordarlo basta quella durissima legge naturale già citata, e cioè che la vita animale non può nutrirsi d'altro che di vita: non è frequente l'empatia verso una patata o un'ortica, eppure le piante sono indiscutibilmente vive. Vegani e vegetariani si nutrono di piante per l'ottima ragione che se non lo facessero non sopravvivrebbero; non abbiamo idea se di solito un vegetariano si rattristi mangiando una carota, al pensiero che una vita è stata stroncata a causa sua, e ci auguriamo sinceramente che ciò non avvenga; ma resta indubbio che esista una classifica di empatia tra Homo sapiens e le altre forme di vita, e che le piante, in questo computo, sono davvero poco considerate, e di fatto considerate come "non vive".


CAROLI LINNÆI REGNUM ANIMALE

I QUADRUPEDIA | II AVES | III AMPHIBIA | IV PISCES | V INSECTA | VI VERMES

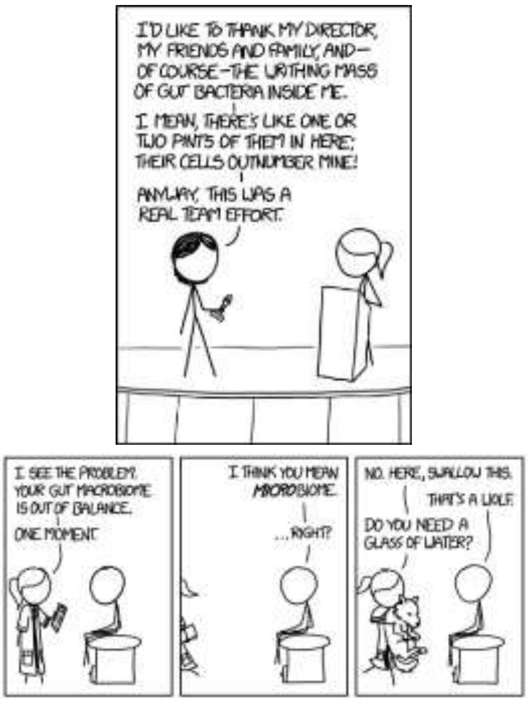
PARADOXA

2 *La prima classificazione scientifica del regno animale ad opera di Carl Nilsson Linnaeus, di solito facilmente latinizzato in Carolus Linnaeus, insomma Linneo (non si vede quasi nulla, ma chi fosse interessato può trovare la tavola ad alta definizione su Wikipedia).*

Anche limitandoci al cibo di origine animale, è difficile provare a stilare il possibile ordine di preferenza nella scala dell'empatia (e quindi del minor rischio delle bestiole di finire in pance umane): di certo conta la vicinanza nei rami dell'albero filogenetico, ma i grandi primati sono raramente considerati come "gli animali più simpatici", perché anche la semplice condivisione dell'area geografica del pianeta ha il suo peso, e diventare amici di uno scimpanzè è cosa logisticamente difficile per la maggior parte degli esseri umani. È probabile che un sondaggio che domandasse quale sia l'animale preferito a un campione di persone troverebbe i primi posti popolati da mammiferi, e soprattutto mammiferi domesticati. Ma di certo un sondaggio del genere fatto in Perù rileverebbe il lama in una posizione dignitosa, cosa assai improbabile in Italia. Ipotizziamo pertanto che la classe (nel senso tassonomico del termine) abbia il suo gran peso; è anche verosimile che, al di fuori dei Mammiferi, la classe depositaria di maggior simpatia umana sia quella degli Uccelli.

Prendendo per buona l'ipotesi, si potrebbe concludere che gli esseri umani continuino a muoversi essenzialmente per affinità: alla fin fine, gli *Aves* condividono con i *Mammalia* la non trascurabile caratteristica di avere entrambi il sangue caldo[2]. Indubbiamente qualche tartaruga domestica terrà alta la bandiera dei Rettili, e i pesci rossi degli acquari faranno lo stesso per la loro classe, mentre è probabile che gli Anfibi dovranno ripiegare, in quanto a simpatia, soprattutto sui principi rospi che popolano le fiabe.

Chi sta al di fuori dei Vertebrati ha vita dura, dal punto di vista dell'empatia. Insetti e aracnidi sono la personificazione del terrore per molti (per non parlare degli invertebrati che non sono Artropodi) superati nella corsa verso il basso della classifica solo da quel fantasmagorico universo della vita microscopica, quasi sempre dimenticato quando si parla di simpatia verso animali o piante. Se così non fosse, non ci sarebbe dubbio che il primo posto assoluto nella classifica degli esseri viventi preferiti dovrebbe essere di gran lunga il microbioma umano, senza il quale ognuno di noi sarebbe qualcosa di molto diverso, e con probabilità di sopravvivenza assai prossime a zero. Del resto, anche i più lungimiranti biologi del passato non ne hanno a lungo neppure immaginato l'esistenza, e perfino quelli moderni hanno i loro grattacapi tassonomici: i virus sono esseri viventi o no? Il minimo che si possa dire in proposito è che tutto dipende dalla definizione di "essere vivente", se non proprio che, nonostante i meravigliosi progressi fatti dalla biologia negli ultimi decenni, qualcosa di fondamentale ancora ci sfugge, nella comprensione della vita.



3 *Un paio di vignette di xkcd (Randall Munroe, xkcd.com) sul microbioma, sperando che non si arrabbi se le copincolliamo qui senza chiedergliene il permesso.*

In ogni caso, l'impressione è che – seppur molto lentamente, seppur solo in certe zone fortunate e beneficiate da una cultura del rispetto – l'empatia e la simpatia tra gli esseri umani e gli altri abitanti della Terra stia piano piano crescendo. Un tempo, evitare di provar piacere nello schiacciare una mosca noiosa era una stranezza che dava adito a solenni prese in giro, e una risposta come quella riportata nella citazione posta all'inizio di quest'articolo veniva considerata assai prossima a un sintomo di follia, seppur di forma innocua e leggera. E sì che, in fondo, si tratta di una risposta che non professa un amore irragionevole e universale verso l'ordine degli imenotteri, ma solo l'etico sforzo di punire solo i colpevoli di un fastidio, avendo cura di salvare gli individui innocenti.

Però in fondo è vero che l'autore di quella risposta era un po' strano. Era strana la sua capacità intellettiva, che era del tutto eccezionale; strano il suo carattere, a un tempo timido e incredibilmente gentile; strana era soprattutto la sua maniera di pensare, perché gli piaceva farsi domande insolite e curiose. Curiose soprattutto per uno dei maggiori fisici della prima metà del Novecento, che è un periodo tra i più fecondi della storia per gli sviluppi della fisica, e dove le menti geniali erano dense e fitte come fili d'erba in una prateria.

[2] Ci pare significativa l'opinione di un docente di etica medica espressa durante una conferenza sul fine vita. A domanda specifica su quale fosse la caratteristica degli esseri viventi che più rispettava, ovvero che riteneva più importante per provare empatia nei loro confronti, rispose: "Il sistema nervoso centrale".

Nasce il 17 Novembre 1902, e gli viene imposto il nome che in italiano suonerebbe come "Eugenio Paolo"; siccome però nasce a Budapest, in quello che al tempo era l'Impero Austro-Ungarico, il nome che riceve è Jenő Pál. Non c'è dubbio che parenti e amici ungheresi continueranno a chiamarlo così per tutta la vita, ma gran parte di quella vita la trascorrerà negli Stati Uniti d'America, ed è per questo che la maggior parte delle persone si riferisce a lui come Eugene Paul o, in maniera un po' più chiara e formale, aggiungendo il cognome ed eliminando il secondo nome, ottenendo così il nome di Eugene Wigner.


4 *Eugene Wigner*

Eugene Wigner è uno di quegli scienziati che, ad etichettarli con la didascalia "premio Nobel per la Fisica", si fa loro quasi più un torto che un complimento: è stato uno dei protagonisti indiscussi della fisica del Novecento, un componente della pattuglia dei cosiddetti "ungheresi" che, emigrati negli Stati Uniti, hanno dettato lo sviluppo della matematica e della fisica americana. Ne facevano parte anche Paul Erdős, Leó Szilárd, John von Neumann e Edward Teller ma, a differenza di questi ultimi due, Wigner era anche caratterizzato da un'indole assai placida e da una gentilezza divenuta proverbiale. Passa alla storia per essere forse il maggior esperto del nucleo atomico, da lui trionfalmente indagato tramite principi di simmetria, cosa che in fondo denuncia una sua sacra fiducia non solo nella matematica, ma anche nell'estetica delle leggi naturali. Conosce tutti – davvero tutti – i grandi protagonisti della fisica e della matematica del ventesimo secolo: di molti è amico anche al di fuori dell'ambito professionale, e di Paul Dirac diventa addirittura parente quando sua sorella Manci convola a nozze con il genio inglese. Soprattutto, conosce dall'interno tutta la fisica: si è formato studiando sui banchi di scuola la magia della meccanica analitica di Laplace, Lagrange e cento altri; è nato proprio negli anni in cui era imperante l'entusiasmo causato dalla grande unificazione di luce, elettricità e magnetismo che Maxwell sintetizza in sole quattro equazioni, semplici e bellissime; è quasi coetaneo delle grandi rivoluzioni del Novecento, dalla Relatività di Einstein, di cui diviene amico, alla Meccanica Quantistica, che lo vede tra i protagonisti indiscussi. La sua vita attraversa insomma pienamente il momento del trionfo della fisica moderna, quando sembra proprio che la matematica possa spiegare – e spiegare bene, con grande sintesi e bellezza – ogni aspetto dell'universo, anche il più strano e misterioso. È forse proprio in questo momento che tra i fisici si forma la convinzione che per spiegare la Natura tutto quello che serve è una teoria matematica: una teoria ragionevolmente semplice, necessariamente elegante, e preferibilmente riassumibile in una sola formula.

Wigner ha uno spirito assai incline alla filosofia e non si lascia sfuggire la stupefacente – o meglio, come lui stesso dice – "irragionevole" efficacia della matematica nel descrivere le scoperte della fisica: e infatti scrive sul tema quella che con ogni probabilità resta l'unica pubblicazione che abbia suscitato un interesse in grado di travalicare quello solitamente ristretto ai soli addetti ai lavori, ovvero il celebre articolo (poi diventato un libro) "La irragionevole efficacia della matematica nelle scienze naturali" (*The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences)*. In questo, Wigner usa il termine "miracoloso" per descrivere il fatto che una stessa teoria matematica, cercata per spiegare una determinata classe di fenomeni si dimostri poi così efficace da spiegarne altri del tutto imprevisti, o che la matematica sia così duttile da potersi adattare e generalizzare in forme di volta in volta più acconce alla bisogna, come accadde nell'evoluzione dal calcolo vettoriale a quello tensoriale per poter matematizzare la Relatività Generale. In fondo il suo articolo non faceva altro che ribadire quello in cui quasi tutti i suoi colleghi, i fisici del XX secolo, credevano fermamente: e, anche se inevitabilmente ci furono critiche ragionate (le più celebri furono quelle di Hilary Putnam e di Richard Hamming), la conclusione inevitabile sembrava essere che la Natura, l'intero Universo era leggibile (se non addirittura governabile) dalla matematica. Una conclusione, come si è detto, largamente condivisa; forse fin troppo, come mostra l'impasse della fisica contemporanea.

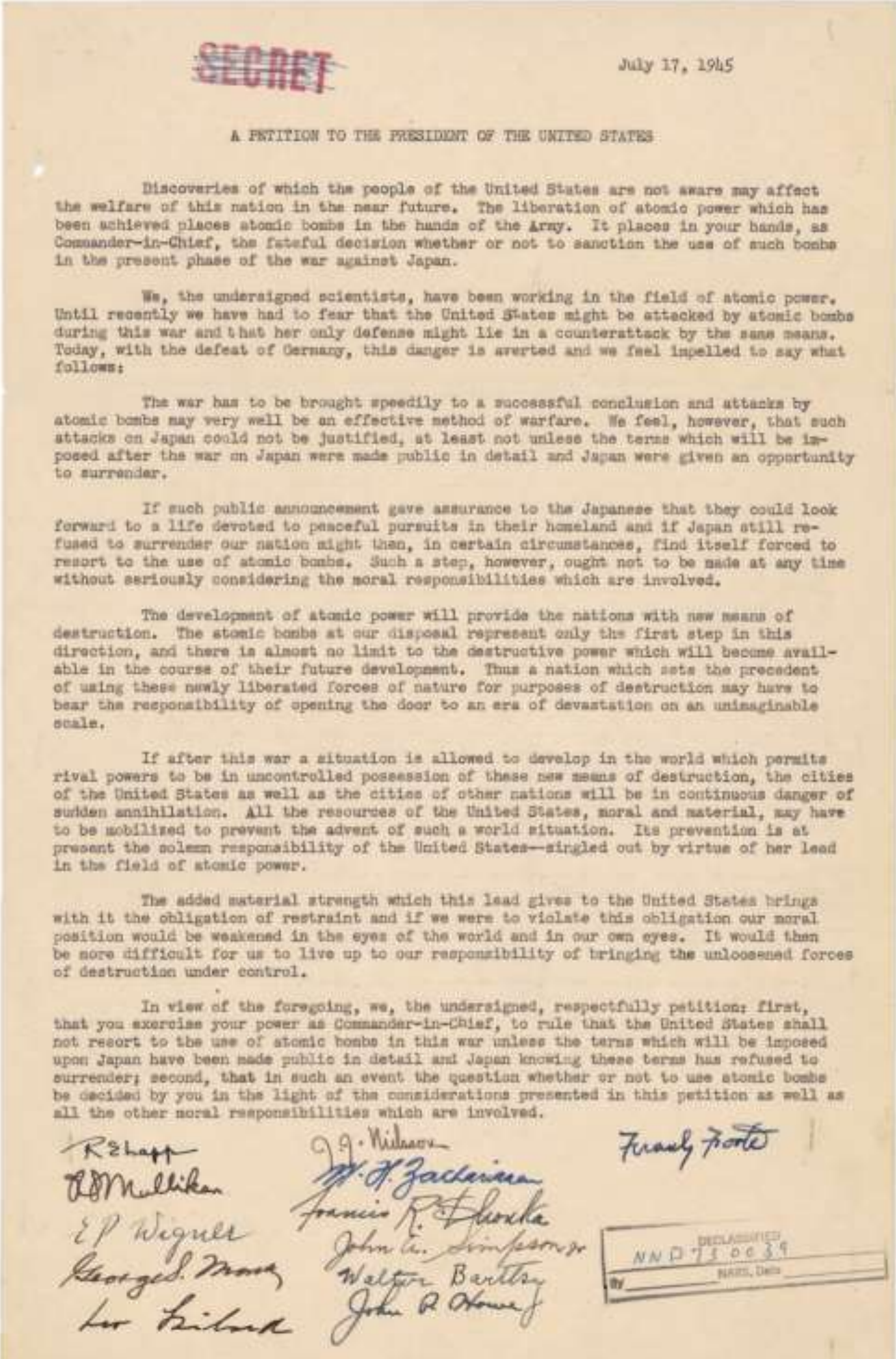
5 *Budapest ricorda Wigner e altri suoi figli illustri in una targa.*

Nonostante la fama riscossa da questo celebre articolo, sarebbe incredibilmente riduttivo lasciare che il nome di Eugene Wigner fosse ricordato solo per esso: il premio Nobel per la Fisica gli fu attribuito nel 1963 soprattutto per aver spiegato, usando principi di simmetria, alcune proprietà fondamentali del nucleo atomico, di cui con ogni probabilità è stato a lungo il maggior esperto al mondo. Il suo cognome ricorre in una quantità di leggi e teoremi (Effetto Wigner, Distribuzione di Wigner, Teorema di Wigner-Eckart, Teorema di Wigner, Cristallo di Wigner, Paradosso dell'amico di Wigner[3]), e il suo impegno per il corretto uso della conoscenza scientifica è stato di rilevanza certo non inferiore: è stato un accorato sostenitore del Progetto Manhattan e della necessità di "liberare l'interazione forte", di cui era il massimo esperto, per impedire che il nazismo trionfasse, ma è stato anche uno dei pochi a levare alta la protesta quando, a minaccia nazista ormai superata, gli USA stavano per usare le bombe atomiche su Hiroshima e Nagasaki.

6 *Wigner (a sinistra) presenzia alla consegna del "Fermi Prize" ad Hans Bethe nel 1961. Il premio è istituito e consegnato dal presidente USA, in questo caso J. F. Kennedy. Wigner lo aveva vinto tre anni prima, nel 1958.*

Protesterà a lungo anche contro la persecuzione maccartista di cui fu vittima Oppenheimer. Come mostra l'aneddoto delle formiche, il suo "paradosso dell'amico", la sua meraviglia sul potere della matematica e cento altri dettagli, il suo animo era forse più quello del filosofo che dello scienziato. Ma era comunque uno scienziato davvero straordinario.

[3] In questo complicato esperimento mentale, il gatto di Schrödinger si trova nella solita scatola, che è osservata in un laboratorio dall'amico di Wigner. Wigner arriva poi e in questo modo aprirebbe la scatola con i possibili stati "gatto morto/amico triste" e "gatto vivo/amico felice". L'esperimento vuole dimostrare che la presenza dell'amico elimina il collassamento dello stato all'arrivo di Wigner, visto che era già collassato all'apertura della scatola e nella coscienza (empatica) dell'amico. E adesso ricordatevi di scegliere i vostri amici con cautela e non metterli di fronte ad esperimenti mentali in cui simpatiche bestioline rischiano di lasciarci le penne.



SECRET

July 17, 1945

A PETITION TO THE PRESIDENT OF THE UNITED STATES

Discoveries of which the people of the United States are not aware may affect the welfare of this nation in the near future. The liberation of atomic power which has been achieved places atomic bombs in the hands of the Army. It places in your hands, as Commander-in-Chief, the fateful decision whether or not to sanction the use of such bombs in the present phase of the war against Japan.

We, the undersigned scientists, have been working in the field of atomic power. Until recently we have had to fear that the United States might be attacked by atomic bombs during this war and that her only defense might lie in a counterattack by the same means. Today, with the defeat of Germany, this danger is averted and we feel impelled to say what follows:

The war has to be brought speedily to a successful conclusion and attacks by atomic bombs may very well be an effective method of warfare. We feel, however, that such attacks on Japan could not be justified, at least not unless the terms which will be imposed after the war on Japan were made public in detail and Japan were given an opportunity to surrender.

If such public announcement gave assurance to the Japanese that they could look forward to a life devoted to peaceful pursuits in their homeland and if Japan still refused to surrender our nation might then, in certain circumstances, find itself forced to resort to the use of atomic bombs. Such a step, however, ought not to be made at any time without seriously considering the moral responsibilities which are involved.

The development of atomic power will provide the nations with new means of destruction. The atomic bombs at our disposal represent only the first step in this direction, and there is almost no limit to the destructive power which will become available in the course of their future development. Thus a nation which sets the precedent of using these newly liberated forces of nature for purposes of destruction may have to bear the responsibility of opening the door to an era of devastation on an unimaginable scale.

If after this war a situation is allowed to develop in the world which permits rival powers to be in uncontrolled possession of these new means of destruction, the cities of the United States as well as the cities of other nations will be in continuous danger of sudden annihilation. All the resources of the United States, moral and material, may have to be mobilized to prevent the advent of such a world situation. Its prevention is at present the solemn responsibility of the United States—singled out by virtue of her lead in the field of atomic power.

The added material strength which this lead gives to the United States brings with it the obligation of restraint and if we were to violate this obligation our moral position would be weakened in the eyes of the world and in our own eyes. It would then be more difficult for us to live up to our responsibility of bringing the unloosened forces of destruction under control.

In view of the foregoing, we, the undersigned, respectfully petition: first, that you exercise your power as Commander-in-Chief, to rule that the United States shall not resort to the use of atomic bombs in this war unless the terms which will be imposed upon Japan have been made public in detail and Japan knowing these terms has refused to surrender; second, that in such an event the question whether or not to use atomic bombs be decided by you in the light of the considerations presented in this petition as well as all the other moral responsibilities which are involved.

E P Wigner

Walter Bartky

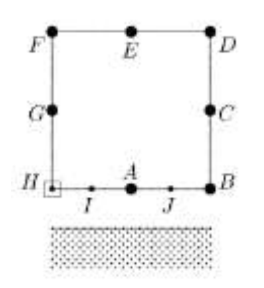
DECLASSIFIED

7 *Petizione di alcuni scienziati al presidente Harry Truman contro l'utilizzo della bomba atomica contro il Giappone: Hiroshima sarà comunque distrutta venti giorni dopo. La firma di Wigner è la terza nella colonna di sinistra.*

2. Problemi

2.1 I problemi di Hard Haid Moe

...che sarebbe ***Dinamite Bla***, per chi se lo fosse perso[4]. Questo simpatico, affabile e socievole vecchietto ci è tornato in mente qualche giorno fa, alla vista dell'immagine (falsa, speriamo) di un cartello recitante: "*Forbidden Access – Trespassers will be shot – Survivors will be shot again*"[5]. Che ci immaginiamo come massimo parto letterario da parte del nostro soggetto. Data l'indole del Nostro, vi mettiamo subito qui la cartina della proprietà, che vale per entrambi i problemi (sì, sono due, anche se il titolo è uno solo).



8 *Casa di HHM.*

La "Bla Mansion" è in H, tutto il terreno è in piano e calpestabile, l'appezzamento è quadrato di lato 4 chilometri; i punti medi dei lati sono proprio i punti medi e (ma questo servirà nella seconda parte) il fiume in basso scorre perfettamente rettilineo, parallelo al lato HB e alla distanza di un chilometro da quest'ultimo.

Dinamite ha appena finito di preparare sette cartelli del tipo visto poco sopra, e vorrebbe piantarli nei punti A, B, C, D, E, F, G; al momento i cartelli sono in H, assieme alla pesante mazza ferrata necessaria per piantarli.

Vuoi per l'ingombro, vuoi per il peso, il Nostro riesce a portare, a scelta, tre cartelli o due cartelli e la mazza; questi oggetti sono tranquillamente abbandonabili in uno qualsiasi dei punti indicati[6].

Sotto la minaccia del mitico fucile caricato a sale, la gentile domanda alla quale siete chiamati a rispondere è: partendo dalla casa, volendo piantare tutti i cartelli e volendo poi riportare la mazza a casa, qual è la distanza *minima* che dovete percorrere?

Siccome adesso Dinamite è occupato a controllare la vostra risposta, ardite a chiedergli a cosa servano i punti I e J. Sovrappensiero (mai stato un fulmine, con la matematica), vi risponde che nei punti H, I, A, J e B sono presenti dei barili, uno per punto; lui ha una bellissima carriola che gli permette di trasportare, con lo stesso sforzo, un barile pieno o vuoto (ma non di più); quello che sta diventando una notevole rottura di scatole è che tutte le mattine deve fare il giro dei barili per portarli al fiume, riempirli e portarli negli stessi punti, per garantire l'irrigazione dell'appezzamento. E gli farebbe molto piacere minimizzare il percorso totale, partendo da un qualsiasi punto e terminando in un qualsiasi punto.

Ecco, se riusciste a risolvere anche questo, potrebbe darvi anche una cinquantina di metri di vantaggio sui grani di sale...

2.2 Salti "lunghi"

Abbiamo un problema.

No, non questo problema, ma con questo problema.

Nel senso che a noi il problema pareva carino, ma la soluzione che abbiamo trovato era basata sul calcolo di una serie di casi particolari seguita dalla ipotesi di soluzione, e la cosa non ci è proprio piaciuta; insomma, contrariamente al solito abbiamo un bel problema con una brutta soluzione, e ve lo passiamo nella speranza che riusciate a farci qualcosa, ricavando una soluzione generica.

Abbiamo una serie di sassi in linea retta, indicati con P_1, P_2, …, P_n, ma *non necessariamente in quest'ordine*. Inoltre, abbiamo un punto O da qualche parte sulla linea, nel quale posizioniamo la nostra fida ranocchia (nello stagno della vostra infanzia, c'era di sicuro una rana più affidabile delle sue colleghe. Anche solo perché l'insieme delle rane era un insieme

[4] Questa nota serve solo ad attirare la vostra attenzione sulla nostra transfinita cultura.

[5] "Accesso vietato. I trasgressori verranno fucilati, i sopravvissuti verranno fucilati di nuovo". Traduzione di Alice.

[6] Eh? Rubare la mazza a Dinamite Bla? Volete scherzare, vero?

finito... Ma questa è un'altra storia). Seguendo le vostre istruzioni, la rana salta dal punto O al punto Q_1, tale che $OP_1=P_1Q_1$; insomma, il primo sasso è a metà strada tra il punto di partenza e il punto di arrivo. A questo punto, felice di aver trovato un giochino nuovo, il batrace salta oltre il sasso P_2 atterrando nel punto Q_2, tale che $Q_1P_2=P_2Q_2$ (insomma, la stessa cosa di prima: il sasso P_2 è a metà strada tra il punto di partenza e l'arrivo).

Siccome la rana ha perfettamente presente il principio di induzione, procede in questo modo sino a saltare il sasso P_n in modo tale che $Q_{n-1}P_n=P_nQ_n$; arrivata a questo punto, si accorge che $Q_n \neq O$. Assolutamente non scoraggiata da questo fatto, la nostra ranocchia salta nei punti R_1, R_2, …, R_n con, al primo salto, $Q_nP_1=P_1R_1$, e avanti in questo modo: in pratica, dal punto nel quale si trova salta di nuovo il primo sasso con la stessa regola già applicata, per tutti i sassi della linea.

Siccome il gioco è divertente, ma dopo un po' stufa, la nostra rana è piuttosto felice di scoprire che $R_n=O$.

La domanda è: per quali valori di n la nostra rana, stanca ma felice, si ferma dopo il "giro delle R", ossia torna nel punto O di partenza?

Come dicevamo, abbiamo alcune dimostrazioni per particolari valori di n, ma non una dimostrazione generale. E ci viene in mente anche un'altra domanda (per la quale non abbiamo la più pallida idea della risposta); per gli n per cui "non funzionano le R" (insomma, quelle per cui $R_n \neq O$), si torna, iterando la cosa, al punto O? E quanti giri bisogna fare? È una funzione di n?

3. Bungee Jumpers

Sia N un intero positivo, e sia s_N la probabilità che due interi a e b, scelti casualmente nell'intervallo $(1, N)$ siano primi tra loro. Provate che:

$$\lim_{N\to\infty} s_N = s.$$

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Novembre! Lo sappiamo benissimo, che aspettate anche questa rubrica e non solo le altre. Ma siamo talmente in ritardo che abbiamo deciso di rimandare al mese prossimo. Perdonateci, o meglio perdonate Alice, che non ha fatto il suo lavoro.

5. Quick & Dirty

Voi e il vostro partner siete stati ammessi al prestigioso torneo di Gioco della Pulce, al quale sono invitati solo i 64 migliori giocatori del Braccio di Orione, che sono suppergiù tutti dello stesso livello agonistico.

Il torneo si svolgerà in forma di eliminazione diretta (alla prima partita che perdete, siete fuori), e sapete benissimo che, se vi capitasse di giocare contro l'altra metà del vostro cielo e putacaso commetteste l'imperdonabile errore di vincere, la cosa causerebbe lo spargimento di vostri importanti fluidi corporei.

I partecipanti ad ogni partita saranno abbinati casualmente.

Qual è la probabilità che ci sia uno scontro diretto tra voi due?

> *Su* 64 *giocatori, il numero delle partite possibili è:* $\binom{64}{2} = \frac{64\cdot 63}{2}$. *Ma per avere un vincitore devono essere eliminati gli altri* 63, *quindi necessitano* 63 *partite. Quindi la probabilità che incrociate chi-non-dovete-incrociare è:*
>
> $$\frac{63}{\frac{64\cdot 63}{2}} = \frac{2}{64} = \frac{1}{32}.$$

6. Pagina 46

L'esperimento consistente nello scegliere casualmente due interi a, b per cui $1 \leq a, b \leq N$ ha N^2 possibili risultati, visto che esistono N possibili valori di a e N possibili valori di b. Dobbiamo calcolare il numero $f(N)$ dei possibili risultati favorevoli, ossia quelli nei quali a e b sono primi tra loro. Per fare questo, per prima cosa calcoliamo il numero dei casi sfavorevoli $g(N)$, in modo tale che il risultato cercato sia $f(N)=N^2-g(n)$.

Siano $p_1, p_2, \ldots p_m$ i primi minori o pari a N, in ordine crescente; se a e b non sono primi tra loro, sono entrambi divisibili per un qualche p_i, e viceversa; sia A_i l'insieme delle coppie ordinate a, b tali che sia a che b sino divisibili per p_i; allora, $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_m$ è il numero dei casi sfavorevoli, e quindi[7] $g(N) = NUM(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_m)$. Possiamo calcolare questo valore attraverso il principio di inclusione-esclusione, e per fare questo dobbiamo calcolare le quantità $NUM(A_i), NUM(A_i \cap A_j), NUM(A_i \cap A_j \cap A_k)$, eccetera.

Per definizione, $NUM(A_i)$ è il numero delle coppie ordinate a, b tali che sia a che b sono divisibili per p_i e il numero dei multipli di p_i tra 1 e N è $[N/p_i]$, e quindi $NUM(A_i)=[N/p_i]^2$. Inoltre, si noti che $A_i \cap A_j$ sono le coppie ordinate a ,b tali che a e b sono multipli di p_i e di p_j; se queste coppie tra 1 e N sono in numero di $[N/p_ip_j]$, allora deve essere $NUM(A_i \cap A_j) = [N/(p_ip_j)]^2$ e, attraverso ragionamenti sostanzialmente identici, $NUM(A_i \cap A_j \cap A_k) = [(p_ip_jp_k)]^2$. Quindi, dal principio di inclusione-esclusione:

$$g(N) = \left[\frac{N}{p_1}\right]^2 + \left[\frac{N}{p_2}\right]^2 + \cdots + \left[\frac{N}{p_m}\right]^2 - \left[\frac{N}{p_1p_2}\right]^2 - \left[\frac{N}{p_2p_3}\right]^2 - \cdots - \left[\frac{N}{p_{m-1}p_m}\right]^2 + \left[\frac{N}{p_1p_2p_3}\right]^2 + \cdots + (-1)^{m-1}\left[\frac{N}{p_1p_2 \ldots p_m}\right]^2$$

E quindi, per la nostra definizione di $f(n)$:

$$f(N) = N^2 - \left[\frac{N}{p_1}\right]^2 - \left[\frac{N}{p_2}\right]^2 - \cdots - \left[\frac{N}{p_m}\right]^2 - \left[\frac{N}{p_1p_2}\right]^2 + \left[\frac{N}{p_2p_3}\right]^2 + \cdots + \left[\frac{N}{p_{m-1}p_m}\right]^2 - \left[\frac{N}{p_1p_2p_3}\right]^2 - \cdots + (-1)^m\left[\frac{N}{p_1p_2 \ldots p_m}\right]^2$$

Dobbiamo ora provare che $S_N=[f(N)]/N^2$ tende a un qualche limite per $N \to \infty$: la maggior difficoltà nel provare questo nasce dalla presenza delle parentesi di Gauss nella nostra espressione di $f(N)$. Per superare questo ostacolo, definiamo la funzione $h(N)$ come l'espressione di $f(N)$ senza parentesi di Gauss, ossia:

$$h(N) = N^2 - \left(\frac{N}{p_1}\right)^2 - \cdots - \left(\frac{N}{p_m}\right)^2 - \left(\frac{N}{p_1p_2}\right)^2 + \cdots + (-1)^m\left(\frac{N}{p_1p_2 \ldots p_m}\right)^2$$

Possiamo dividere entrambi i membri per N^2 e quindi fattorizzare il secondo membro, ottenendo:

$$\frac{h(N)}{N^2} = \left(1 - \frac{1}{{p_1}^2}\right)\left(1 - \frac{1}{{p_2}^2}\right) \ldots \left(1 - \frac{1}{{p_m}^2}\right) = c_m$$

Al crescere di N, il numero dei fattori nel prodotto aumenta ma, essendo tutti questi fattori minori di 1, c_m decresce. Essendo $c_m>0$, tende al limite:

$$s = \lim_{m \to \infty}\left(1 - \frac{1}{{p_1}^2}\right)\left(1 - \frac{1}{{p_2}^2}\right) \ldots \left(1 - \frac{1}{{p_m}^2}\right)$$

Abbiamo quindi dimostrato l'esistenza del limite per $N \to \infty$ di $h(N)/N^2$; dobbiamo ora però provare che è:

$$\lim_{N \to \infty} \frac{[f(N) - h(N)]}{N^2} = 0$$

[7] Per chiarezza utilizziamo, in luogo di "#", la funzione NUM(A) per indicare la cardinalità dell'insieme A.

Dimostrato questo e sommando a questo il limite ottenuto qui sopra, otterremo che il limite di $f(N)/N^2$ per $N\to\infty$ tende a s.

Abbiamo che è:

$$f(N)-h(N)=\left[\frac{N}{p_1}\right]^2-\left(\frac{N}{p_1}\right)^2+\cdots+\left[\frac{N}{p_m}\right]^2-\left(\frac{N}{p_m}\right)^2-\left[\frac{N}{p_1p_2}\right]^2+\left(\frac{N}{p_1p_2}\right)^2-\cdots$$
$$+(-1)^m\left[\frac{N}{p_1\dots p_m}\right]^2-\left(\frac{N}{p_1\dots p_m}\right)^2$$

da cui:

$$|f(N)-h(N)|\leqslant\left(\frac{N}{p_1}\right)^2-\left[\frac{N}{p_1}\right]^2+\cdots+\left(\frac{N}{p_m}\right)^2-\left[\frac{N}{p_m}\right]^2+\left(\frac{N}{p_1p_2}\right)^2-\left[\frac{N}{p_1p_2}\right]^2+\cdots$$
$$+\left(\frac{N}{p_1\dots p_m}\right)^2-\left[\frac{N}{p_1\dots p_m}\right]^2$$

Il secondo membro di questa espressione è la somma di quantità non negative della forma $(N/r)^2-[N/r]^2$, dove r spazia sul prodotto dei primi $p_1 \dots p_m$; il massimo valore di r è quindi $p_1p_2 \dots p_m \leq N^m$, visto che ognuno dei primi coinvolti è minore di N. Possiamo quindi massimizzare il secondo membro dell'espressione qui sopra facendo spaziare r su tutti gli interi tra 1 e N^m, e quindi:

$$|f(N)-h(N)|\leqslant\left(\frac{N}{2}\right)^2-\left[\frac{N}{2}\right]^2+\left(\frac{N}{3}\right)^2-\left[\frac{N}{3}\right]^2-\left(\frac{N}{4}\right)^2-\left[\frac{N}{4}\right]^2-\cdots+\left(\frac{N}{N^m}\right)^2-\left[\frac{N}{N^m}\right]^2$$

Se $r>N$, abbiamo $N/r<1$, e quindi $[N/r]=0$. Se $r\leq N$ possiamo elevare a quadrato entrambi i termini della diseguaglianza $[N/r]>N/r-1$, visto che entrambi i termini sono sicuramente maggiori di zero. Questo ci dà $[N/r]^2>(N/r)^2-2(N/r)+1$, da cui si ottiene che è $(N/r)^2-[N/r]^2<2N/r-1<2N/r$. Applicando questi risultati all'espressione qui sopra si ha:

$$|f(N)-h(N)|\leqslant\frac{2N}{1}-\frac{2N}{2}+\frac{2N}{3}-\frac{2N}{4}+\cdots+\frac{2N}{N}+\left(\frac{N}{N+1}\right)^2+\left(\frac{N}{N+2}\right)^2+\cdots+\left(\frac{N}{N^m}\right)^2$$

e quindi

$$\frac{|f(N)-h(N)|}{N^2}<\frac{2}{N}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\frac{1}{N}\right)+\frac{1}{(N+1)^2}+\frac{1}{(N+2)^2}+\cdots+\frac{1}{(N^m)^2}\ [1]$$

Spezzando la (parziale) serie armonica come:

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{N}=\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{[\sqrt{N}]}\right)+\left(\frac{1}{[\sqrt{N}]+1}+\cdots+\frac{1}{N}\right)$$

notiamo che la prima parentesi è composta di $[\sqrt{N}]$ termini, tutti minori o uguali a 1, e quindi il suo valore è minore o uguale a $[\sqrt{N}]$, che è minore o uguale a $\sqrt{N}$; la seconda parentesi ha $N-[\sqrt{N}]$ termini, tutti minori di $1/\sqrt{N}$, e quindi il suo valore è minore di $(N-[\sqrt{N}])/\sqrt{N}<N/\sqrt{N}$, ma questo ultimo valore è pari a $\sqrt{N}$. Combinando queste stime, abbiamo:

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{N}<2\sqrt{N}$$

Inoltre, notiamo che:

$$\frac{1}{(N+1)^2}+\frac{1}{(N+2)^2}+\cdots+\frac{1}{(N^m)^2}<\frac{1}{N(N+1)}+\frac{1}{(N+1)(N+2)}+\cdots+\frac{1}{(N^m-1)N^m}$$

il secondo membro di questa espressione è uguale a:

$$\left(\frac{1}{N}-\frac{1}{(N+1)}\right)-\left(\frac{1}{(N+1)}-\frac{1}{(N+2)}\right)-\cdots-\left(\frac{1}{(N^m-1)}-\frac{1}{N^m}\right)=\frac{1}{N}-\frac{1}{N^m}$$

e quest'ultima espressione è minore di $1/N$.

Applicando questa proprietà al secondo membro della [1], si ha:

$$\frac{|f(N)-h(N)|}{N^2}<\frac{2}{N}\cdot 2\sqrt{N}+\frac{1}{N}=\frac{4}{\sqrt{N}}+\frac{1}{N}$$

E dato che l'ultimo membro di questa espressione tende a zero al tendere di N all'infinito, si ha che:

$$\lim_{N \to \infty} \frac{f(N) - h(N)}{N^2} = 0$$

Il che completa la nostra dimostrazione.

7. Paraphernalia Mathematica

Una volta tanto, cominciamo con i *credits*, visto che è qualcuno che conoscete.

Una delle prime cose che segue la quotidiana ricapitolazione della filogenesi (sarebbe il primo caffè. Sì, è una citazione) è la lettura del blog di ***.mau.***; l'argomento di oggi ("oggi" per chi scrive, lo trovate qui[8]) aveva l'aria interessante ma, nell'abituale, stringato e corretto stile delle *notiziole* del Nostro il tutto era trattato in poco più di 400 parole; anche se, ad un primo sguardo, il materiale pareva meritare un PM. Necessitavano ulteriori ricerche. Qui di seguito, trovate il frutto di tutto ciò.

7.1 "Spiritose invenzioni"

Il 97.3498576854329285*% delle statistiche dichiara una precisione che in realtà non ha.*

Anonimo

I più vetusti lettori di queste note potrebbero ricordare che, nel numero 34 di questa rivista (Novembre 2001) avevamo chiacchierato della distribuzione di Benford, e come questa permettesse, in alcuni casi, di rilevare frodi numeriche; sapendo che ben difficilmente andrete a spulciare il vostro polveroso archivio, segue un veloce riassunto.

Nei primi del '900, Newcomb si era accorto di uno strano fenomeno: le sue tavole dei logaritmi avevano le prime pagine sporche e malconce, mentre le ultime erano come nuove. Nel 1938, Benford ha cominciato a studiare il fenomeno, arrivando alla conclusione che la *prima cifra* dei numeri in ambiti anche molto diversi tra loro non era distribuita uniformemente, ma seguiva una legge suppergiù esponenziale negativa: ci sono, nella realtà, molti più numeri che cominciano per 1 di quanti ce ne siano che cominciano per 9. Pickman, nel 1961, aveva formalizzato il tutto e la cosa funziona(va) talmente bene che, controllando le prime cifre dei numeri, l'IRS (agenzia delle entrate americana) si era accorta che Bill Clinton aveva molto probabilmente "inventato" alcuni numeri nella sua dichiarazione dei redditi, visto che non era rispettata la distribuzione di Benford.

Insomma, con questo metodo si riescono a scoprire (o almeno a supporre) le manipolazioni dei dati: e per molto tempo, a parte complessi metodi statistici non sempre applicabili (rifacendo i conti, sostanzialmente), questo è stato l'unico strumento per rilevare le frodi scientifiche. Almeno, sin quando non sono arrivati ***Brown*** e ***Heaters***. Per spiegarvi velocemente come funziona, riportiamo l'esempio (inventato) dal loro articolo, ma prima ci serve chiarire un concetto che sicuramente conoscete (anche se non lo chiamate così). Si definisce ***Scala di Lickert*** l'insieme dei valori interi delle possibili risposte di valutazione ad una domanda: ad esempio: "Ti è piaciuto questo numero di RM? (1=proprio per niente, 10=gli ho costruito un altarino e ci brucio incenso davanti tutte le mattine)". Adesso, l'esempio: è un (falso) articolo, tratto da un recente numero del *Giornale di Avionica Porcina Potenziale*:

> *I partecipanti (N=55) hanno bevuto* 200 *ml di acqua che conteneva (gruppo sperimentale, N=28) o non conteneva (gruppo di controllo, N=27)* 17 *grammi di Kool-Aid® in polvere al gusto di ciliegia. Quindici minuti dopo il consumo della bevanda, ai partecipanti è stata posta la domanda "Quanto siete convinti che i maiali possano volare?", da valutare su una scala di Lickert tra* 1 *(Assolutamente non convinto) a* 7 *(Totalmente convinto). I partecipanti del gruppo sperimentale hanno mostrato una convinzione molto più forte nella capacità di volo dei maiali (M=5.19, SD=1.41) rispetto al gruppo di controllo (M=3.86, SD=1.41), $t(53)=3.59$, $p<.001$.*

….ci credete? E perché no? Semplicemente perché non avete mai visto un maiale volare? Ma avete mai bevuto il Kool-Aid alla ciliegia? Ammetterete comunque che, a prescindere dalla nostra traduzione, il pezzo ha una certa qual parvenza di linguaggio scientifico.

[8] https://xmau.com/wp/notiziole/2023/10/25/il-grim-test/

In realtà, il dubbio avrebbe dovuto cogliervi per motivi completamente diversi: quei risultati sono matematicamente impossibili.

Con calma. Essendo una scala di Lickert, questa può dare solo risultati interi; se tutti i partecipanti del gruppo sperimentale (N=28) fossero stati totalmente scettici sul fatto che i maiali volano, sommando i valori della votazione avremmo ottenuto il risultato 28·1=28; al contrario, se tutti fossero stati entusiasti sostenitori del fenomeno il risultato ottenuto sarebbe stato 28·7=196. Questo significa che la *somma dei risultati ottenuti deve essere un intero nell'intervallo* [28–196].

I due interi in questo intervallo che, dopo essere stati divisi per 28, danno il risultato più vicino a 5.19 sono 145 e 146, ma effettuando i conti e arrotondando al secondo decimale (come nell'articolo) si ha:

$$\frac{145}{28} = 5.17\overline{857142} \approx 5.18$$
$$\frac{146}{28} = 5.21\overline{428571} \approx 5.21$$

Insomma, *non è possibile ottenere la media* 5.19 *in questo esperimento*. Quindi o c'è un errore di calcolo, o un errore di stampa, o qualcuno si è inventato qualcosa. La verifica che anche la media del gruppo di controllo è farlocca (sì, anche lei), è lasciato come facile esercizio al lettore.

Le scale di Lickert vengono utilizzate quando le risposte possibili sono dati "ordinali": i valori ("Assolutamente non convinto", …, "Totalmente convinto") hanno significato solo in base al loro ordinamento, mentre i valori numerici attribuiti sono arbitrari[9]; queste forme, in particolare, sono particolarmente utilizzate durante gli esperimenti di psicologia; la letteratura in merito è piena di discussioni su quale sia la scala migliore da utilizzare, visto che l'esperimento dei maiali volanti poteva anche essere effettuato utilizzando una scala da 0 a 6, o da 10 a 70 in passi di 10, o quel che vi pare[10]. Nonostante questo, è invalsa l'abitudine di avere strette associazioni al valore numerico, calcolandone poi media e deviazione standard: un'opinione di 5.19 non può essere espressa a parole come la scelta che veniva imposta in fase di compilazione del test. Questo non vuol dire che tutto sia sempre da buttare, in questi test: se quello che si misura dal test è effettivamente un numero (numero di problemi risolti in un dato arco di tempo, ad esempio, o i test del Q.I.) siamo autorizzati ad effettuare la media sull'insieme.

Una caratteristica spesso ignorata di queste misure basate su insiemi discontinui è la loro *granularità*, ossia la separazione numerica tra i valori ottenibili nella statistica che avete deciso di utilizzare: i Nostri autori usano il termine ***inconsistenti*** per definire quei valori che non possono apparire come risultato. In generale, se il numero delle cifre decimali riportato nella media è D (2, nel nostro caso), allora alcune combinazioni di cifre come parte decimale sono inconsistenti se $N<10^D$ ($28<10^2$, nel caso che abbiamo esaminato, avendo arrotondato alla seconda cifra decimale con la "regola del cinque").

La media che otteniamo alla fine è molto raramente un intero; deve comunque sempre essere un multiplo di $1/L$, dove L è il numero di soggetti misurato; nel nostro esempio sopra, qualsiasi media si ottenga[11] deve essere pari a 1/28 moltiplicato per un intero. Volendo anche qui generalizzare nel caso vi siano L domande che contribuiscano tutte al risultato (o, equivalentemente, una scala con granularità implicita $1/L$) e un campione di N risposte, allora questo è equivalente ad una misura a domanda unica effettuata su un campione $L·N$,

[9] Notiamo a margine che se esiste l'opzione "Non lo so/Non mi interessa", *non si tratta di una scala di Lickert*, che esige da parte di chi risponde una risposta significativa; a meno che non buttiate via i risultati di questo tipo, ma in questo caso cambiano i valori di N presenti, e dovete fare il calcolo sui valori restanti (e dirlo ai lettori, nell'articolo che scriverete!).

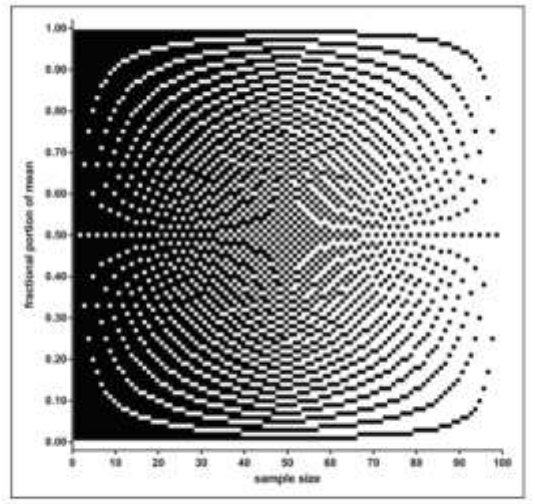
[10] Una delle poche certezze pare essere quella di evitare il *numero dispari di scelte*, per evitare quello che gli inglesi chiamano effetto "*safe in the middle*": avendo dei dubbi, meglio mantenersi su un'opinione "nel mezzo".

[11] Attenzione: abbiamo detto *ottenga*, non "scritta nell'articolo", ricordatevi l'arrotondamento. Questo è il punto che rende fiduciosi i bari.

e quindi anche un insieme di 5 domande poste a 25 persone diventa ***GRIM-testabile***, essendo equivalente ad una domanda posta a 125 persone, con granularità pari a 1/125=0.008.

"Un momento: cosa vuol dire GRIM-testabile?" Vuol semplicemente dire che possiamo applicare il test GRIM, che è questo, e che sta per ***Granularity-Related Inconsistency of Means***.

Una domanda che potreste porvi, ora, è "come siano messi" i valori inconsistenti; non è difficile effettuare la tabulazione, e l'immagine risultante ci è piaciuta talmente che non solo l'abbiamo messa in copertina, ma la riproduciamo anche qui di fianco. E adesso proviamo a spiegarla.



9 *"… e ancora bugiardo!"*.

In nero sono rappresentate le parti decimali dei valori *inconsistenti* della media (sull'asse delle ordinate) per dei dati valori della popolazione del campione (sull'asse delle ascisse); man mano che ci si avvicina al valore 100 della dimensione del campione, il numero dei valori inconsistenti decresce. Da questo si deduce che il GRIM Test funziona meglio con piccoli campioni (come sono, di solito, quelli nell'ambito della psicologia). Notiamo, inoltre, che l'asse dele ordinate rappresenta unicamente la parte decimale della media, visto che la parte intera non è significativa.

E sin qui, la teoria.

Ma Brown e Heaters sono andati oltre; in una serie di *Journal* di psicologia, hanno isolato una serie di articoli che contenevano la parola chiave "Lickert", e hanno provato ad analizzare i dati: *quasi il* 25% *degli articoli* non passavano il GRIM Test per "motivi sostanziali", ossia si ottenevano dei valori inconsistenti. Va notato che buona parte (più della metà) degli articoli non fornivano i dati grezzi e, alla richiesta dei Nostri di accedere ai dati, molti hanno ritenuto opportuno non rispondere.

Torniamo ai porci con le ali, modificando la frase finale nel modo corretto (e coerente con i dati):

> *I partecipanti del gruppo sperimentale* **non** *hanno mostrato una convinzione molto più forte nella capacità di volo dei maiali (M*=4.79*, SD*=1.34*) rispetto al gruppo di controllo (M*=4.26*, SD*=1.41*), t*(53)=1,43*, p*=.16.

Dove avevano barato, i Nostri? Semplicemente, avevano aggiunto 0.40 alla media del gruppo sperimentale e sottratto 0.40 alla media del gruppo di controllo; con i valori originali, però, il ***p-value*** mostra che la differenza tra i due dataset è insignificante, mentre con i valori "ritoccati" otteniamo un valore che indica un'alta significatività dell'esperimento.

Nelle immortali parole di uno degli estensori dell'articolo: "...ma figurati se non ci ha pensato qualcuno prima!" Eh, no, sembra proprio di no... Quindi, quando leggiamo un articolo con dentro delle statistiche, questa è una domanda da porci (scusate, non abbiamo resistito).

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms