



# *Rudi Mathematici*

*Rivista fondata nell'altro millennio*

Numero 294 – Luglio 2023 – Anno Venticinquesimo



---

**I'LL BE BACK  
IN 5 MINUTES.  
IF I'M NOT,  
READ THE  
SIGN AGAIN**

<b>1. Parole, parole, parole.....</b>	<b>3</b>
<b>2. Problemi.....</b>	<b>10</b>
2.1 Riciclo di dadi.....	10
2.2 Alice ha ragione.....	10
<b>3. Bungee Jumpers .....</b>	<b>11</b>
<b>4. Soluzioni e Note .....</b>	<b>11</b>
4.1 [293].....	11
4.1.1 ...tanti anni fa, in una rivista neanche troppo lontana... ..	11
4.1.2 Tutta colpa di una Curiosona.....	13
<b>5. Quick &amp; Dirty.....</b>	<b>13</b>
<b>6. Pagina 46.....</b>	<b>14</b>
<b>7. Paraphernalia Mathematica .....</b>	<b>15</b>
7.1 Math Globetrotters.....	15



	<p><b>Rudi Mathematici</b>                  Rivista fondata nell'altro millennio da  <i>Rudy d'Alembert</i> (A.d.S., G.C., B.S)  <a href="mailto:rudy.dalembert@rudimathematici.com">rudy.dalembert@rudimathematici.com</a></p>
	<p><i>Piotr Rezierovic Silverbrahms</i> (Doc)  <a href="mailto:piotr.silverbrahms@rudimathematici.com">piotr.silverbrahms@rudimathematici.com</a></p>
	<p><i>Alice Riddle</i> (Treccia)  <a href="mailto:alice.riddle@rudimathematici.com">alice.riddle@rudimathematici.com</a></p>
<p><a href="http://www.rudimathematici.com">www.rudimathematici.com</a></p>	
<p>RM289 ha diffuso 3'375 copie e il 26/04/2023 per  eravamo in 7'920 pagine.</p>	
<p>Tutto quanto pubblicato dalla rivista è soggetto al diritto d'autore e in base a tale diritto <i>concediamo il permesso di libera pubblicazione e ridistribuzione</i> alle condizioni indicate alla pagina <a href="#">diraut.html</a> del sito. In particolare, tutto quanto pubblicato sulla rivista è scritto compiendo ogni ragionevole sforzo per dare le informazioni corrette; tuttavia queste informazioni non vengono fornite con alcuna garanzia legale e quindi la loro ripubblicazione da parte vostra è sotto la vostra responsabilità. La pubblicazione delle informazioni da parte vostra costituisce accettazione di questa condizione.</p>	

Da un po' gira in rete questo bel cartello dal sapore ricorsivo in quasi tutte le lingue. Lo abbiamo visto anche in tedesco: "Bin in 10 Minuten wieder da. Wenn nicht, bitte nochmals lesen.". Secondo noi è comunque di poco superato dal sempre apprezzato "Torno quasi subito".

## 1. Parole, parole, parole

*“Quindi non mi sembrava il genere di cosa che richiedesse questo tipo di procedimento, specie contro un uomo che ha realizzato quello che ha realizzato il dottor Oppenheimer.*

*È un record, non vedete? Abbiamo costruito la bomba atomica e adesso ne abbiamo un'intera serie; abbiamo un'intera serie di super bombe, cosa volete di più, sirene?”*

(Atomic Energy Commission's security hearing, 1954)

È abbastanza curioso che nell'articolo di apertura di una rivista dedicata alla matematica capiti spesso di interessarsi più di parole che di numeri o forme geometriche. Forse dipende dal fatto che le parole, che hanno il compito istituzionale di veicolare un significato, assai spesso quel significato lo mutano con il passare del tempo e viaggiando di bocca in bocca, mentre i numeri e gli enti geometrici sono solitamente più costanti. Uno degli esempi migliori – peraltro assai adatto a rivestire il ruolo di tratto d'unione tra matematica e letteratura – è probabilmente il termine “infinito”.

In questa nostra epoca affamata di esagerazioni, “infinito” è una parola usatissima, quasi inflazionata: e lo è quasi sempre con una connotazione estremamente positiva. È infinito l'amore che si promettono gli innamorati, infinita la grandezza dei campioni sportivi, infinito il genio della regista di grido, infinita la capacità di sopportazione di chi è sottoposto a privazioni, infinito il fascino della star. Nella ricerca continua dei superlativi, dopo aver promosso l'aggettivo “esagerato” – che insegnanti, dizionari e buon senso continuano a ritenere connotato di negatività – ad attributo positivo e auspicabile, si arriva ad “infinito” come marchio (probabilmente) insuperabile di apprezzamento<sup>1</sup>. È abbastanza interessante provare ad analizzare le ragioni di questa traslazione di significato, soprattutto perché, per una volta, la parola in sé non nasconde un'etimologia particolarmente difficile o imprevedibile: “infinito” è banalmente la negazione di “finito”, e sia come aggettivo che come sostantivo dovrebbe limitarsi a segnalare qualcosa che non ha fine. Evidentemente, quando si vuole accentuare la grandezza di qualcosa di piacevole, definirla “infinita” mette rapidamente fine alla corsa delle esagerazioni, ed è probabilmente per questa ragione che la parola risulta inflazionata.

La curiosità maggiore però sta nel fatto che, così facendo, si è quasi scalzata la precedente detentrica del titolo di parola-simbolo della meraviglia nell'apprezzamento, e cioè “perfetto”. La perfezione sembrava insuperabile; anzi, a dire il vero, per lungo tempo non è neppure sembrata raggiungibile: “la perfezione spetta solo a Dio”, si sentiva ripetere spesso, e non solo in ambienti ecclesiastici. Non che il termine sia passato di moda, sia ben chiaro: resiste e convive serenamente anche in questi tempi in cui impera “infinito”, e non è affatto insolito sentire scambi di auguri che invocano “infinita e perfetta felicità”, e legioni di adolescenti che sentono di star vivendo “un amore perfetto e infinito”. Il guaio, piuttosto, sta proprio in questa convivenza, visto che – almeno etimologicamente – “infinito” e “perfetto” sono uno la negazione dell'altro.

Come tutti i dizionari seri riportano diligentemente, il primo significato di “perfetto” è infatti “compiuto”, “che non abbisogna ulteriori aggiustamenti”, ovvero, più semplicemente, “finito”. Se ne ritrova esplicita traccia nei nomi dei tempi verbali: in inglese come in latino (*perfect/perfectum*) e anche in italiano, che non per niente chiama “imperfetto” il tempo che indica un'azione già iniziata ma non ancora conclusa, insomma non finita. Una sorta di antica e modesta filosofia pensava che fosse difficile, anzi impossibile, per l'Uomo creare qualcosa che non fosse comunque migliorabile, magari in un futuro lontanissimo, e da qui

<sup>1</sup> Grazie al cielo, sopravvive ancora nel suo significato originale ancora in molte espressioni colloquiali: “*ho dovuto fare anticamera per un tempo infinito*” non è frase che trasmetta piacevole entusiasmo; ma che ci sia una spiccata deviazione nella connotazione positiva della parola ci pare comunque indubbio.

discendeva il detto che la perfezione poteva esistere solo come un carattere proprio della divinità: ma questo non fa altro che ribadire che “perfezione” e “finitzza” sono legittimi sinonimi. La perplessità nasce quindi inevitabile quando si nota che “perfetto” e “infinito” sono aggettivi che spessissimo sono congiuntamente utilizzati proprio per descrivere – o meglio lodare – il padreterno<sup>2</sup>.

Giocare con le parole, divertirsi osservando come il loro significato possa cambiare o perfino essere frainteso, è comunque solo un divertimento innocente. Diverso è quando le parole sembrano quasi assurgere a vita propria, rivestendosi di significato più emozionale che strettamente semantico: a quel punto serve a poco la ricerca etimologica, perché l’etimologia e la linguistica tutta sono pur sempre discipline assai razionali, e la razionalità ha quasi sempre la peggio, nel cuore degli esseri umani. Ci sono esempi estremamente istruttivi, come il termine “diavolo”: l’etimologia insegna che è una bella parola derivata da greco, e che in ultima analisi significa “separatore”<sup>3</sup>. In compenso, una delle parole che si imparano per prime, da bambini, è “cattivo” che, come si sa, viene dritto dritto da “*captivus diaboli*”, insomma si sta parlando di un prigioniero del diavolo. In buona sintesi, se uno è finito nelle grinfie del demonio i suoi simili, anziché muoversi a compassione, lo bollano una volta per tutte con un bel marchio di infamia, e a ben poco serve ricostruire la storia della parola: una volta che sei marchiato come cattivo, resti cattivo per sempre.

Se pensate che queste cose possano accadere solo in epoche profondamente mistiche e lontane dall’esercizio della razionalità, beh: vi sbagliate. Per dimostrarlo basta poco, pochissimo; basta sbirciare una ricetta che un qualsiasi medico scriverà diverse volte al giorno; quella di un esame diagnostico che non fa uso di radiazioni ionizzanti, ma solo di campi magnetici. Il medico scrive la semplice sigla RM, e tutti – non solo i professionisti del settore – capiscono che con quella prescrizione sta richiedendo una Risonanza Magnetica. Abbastanza curiosamente, la sigla identificativa è relativamente più giovane dell’esame diagnostico stesso, ed è probabile che qualcuno, tra i lettori meno giovani, ricordi che per diverso tempo quell’esame veniva abbreviato con una sigla appena più lunga, e un po’ più precisa dal punto di vista semantico: RMN, che si poteva facilmente leggere come Risonanza Magnetica Nucleare.

La caduta della “N” segue logicamente alla caduta dell’aggettivo che è ormai diventato una parolaccia: “nucleare”. E si tratta, con ogni probabilità, di una caduta per così dire necessaria: non sembra sia dovuta alla pigrizia dei medici – peraltro famosi per avere una brutta calligrafia quando scrivono le ricette – che aspirano a risparmiare una lettera, quanto ad una vera e propria necessità terapeutica. I pazienti ai quali si consigliava di sottoporsi a risonanza magnetica nucleare erano spaventati dalla parola “nucleare”, perché temevano che si trattasse di un esame pericoloso, appunto, più o meno quanto è pericolosa una bomba nucleare, e in gran numero lo rifiutavano nonostante le controassicurazioni dei medici. A quel punto, non c’erano poi troppe strade da seguire: o si lanciava a tappeto una costosa, capillare e probabilmente fallimentare campagna informativa volta a spiegare alla nazione tutta che “nucleare” non significa “pericoloso come una stanza buia piena di leoni affamati, cobra arrabbiati e vampiri assetati”, oppure si eliminava dalle conversazioni e dai documenti leggibili dai pazienti l’aggettivo incriminato, e amen. Per quanto questa seconda scelta sembri violare un po’ lo spirito veicolato dei dettami della policy del

<sup>2</sup> Antiche reminiscenze di catechismo ancora riemergono con l’espressione “*Dio è l’essere perfettissimo, Creatore e Signore del cielo e della terra*”, che veniva insegnata (e probabilmente è insegnata tuttora) secondo quanto stabilito dal catechismo della dottrina cristiana stabilito da papa Pio X nel 1889. D’altro canto, nel quarto di secolo di vita di *Rudi Mathematici* ci è capitato di moderare diversi forum, blog e più in generale scambi di opinione tra persone interessate a parlare di matematica: consideriamo un vanto (più dei frequentatori che di noi stessi) il fatto che in un quarto di secolo siamo stati costretti a bannare un numero di persone assai inferiore a quelle delle dita di una mano. Una delle eccezioni è stata dovuta a un signore peraltro assai educato e dal linguaggio corretto e forbito, che però impediva di fatto ogni discussione che chiamasse in causa l’infinito (ovviamente matematico, non mistico) perché non tollerava che si potesse attribuire l’aggettivo “infinito” a qualsiasi cosa che non fosse la divinità, e contestava ogni volta che si parlava, ad esempio, dell’infinità dei numeri naturali.

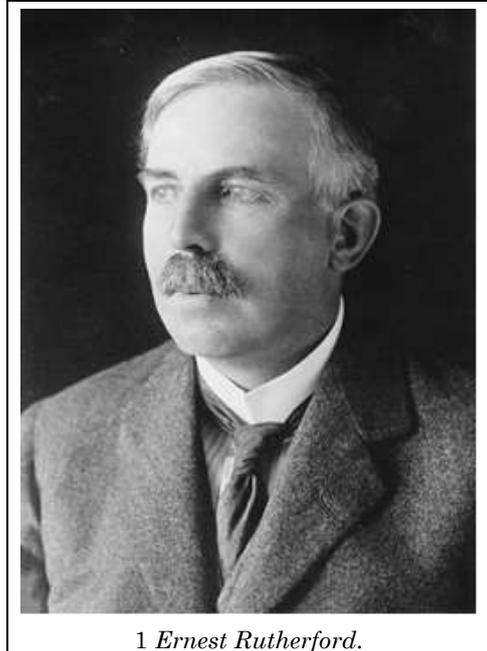
<sup>3</sup> Il verbo greco originale, poi transitato attraverso il latino, è “*διαβάλλω*” e, come capita quasi sempre con i greci, ha una mezza dozzina di significati, anche se abbastanza simili: nella versione più vicina al significato traslato che conosciamo, si può tentare la traduzione “mettere zizzania”.

“paziente informato”, non si può negare che fosse decisamente più economica da praticare, e con maggiori speranze di successo.

Dal punto di vista grammaticale, la cosa più sorprendente è forse il fatto che siamo di fronte ad un aggettivo che, oltre a sostantivarsi (“il nucleare”), si è ammantato di negatività mentre il sostantivo originario ha tutto sommato mantenuto la sua neutralità semantica. Eppure, dal punto di vista fisico, quando il nucleo comparve sulla scena delle accademie e dei laboratori fece un ingresso davvero trionfale e inaspettato. Non occorre neppure un grande sforzo di immaginazione per comprendere lo stupore generato in quel giorno del 1911, quando Ernest Rutherford compie il suo celeberrimo esperimento<sup>4</sup>.

Quel che si sapeva, a quel tempo, era solo che l'atomo è elettricamente neutro, che alcuni suoi componenti – gli elettroni – avevano carica negativa, e quindi che negli atomi dovevano trovar posto anche delle cariche positive. Come queste fossero sistemate nell'atomo non era chiaro, e siccome assai spesso l'ipotesi più semplice si rivela essere anche la migliore, è lo stesso J.J. Thomson (non il primo arrivato: è quello che ha scoperto l'elettrone) a suggerire il modello “a budino natalizio<sup>5</sup>”: un volume atomico connotato da carica positiva, neutralizzata dalle cariche degli elettroni ordinatamente disposti all'interno del medesimo volume.

Quando Rutherford si predispose a sparare un bel fascio di particelle alfa contro la sottilissima lamina d'oro, quello che cerca di ottenere è probabilmente solo qualche informazione sulla disposizione degli elettroni nel panettone positivo, misurando al meglio possibile i piccoli angoli di deviazione subiti dalle particelle alfa incidenti. Quello che invece scopre è un intero pezzo di universo: le deviazioni subite dalle particelle alfa sono abbastanza rare ma, quando ci sono, sono tutt'altro che trascurabili: a volte le particelle vengono addirittura respinte indietro. L'idea di un “panettone positivo” farcito di acini di uvetta negativa non si attaglia a quello che l'esperimento rivela. Se le particelle alfa subiscono rare deviazioni violente, significa che la parte positiva degli atomi è tutt'altro che diffusa, ma anzi assai concentrata in uno spazio piccolo, rispetto alle dimensioni atomiche. Ma soprattutto: se le cariche positive dell'atomo sono tutte strettamente aggregate in un piccolo volume, cosa diavolo è che le tiene insieme? La forza regina di tutta la fisica dell'Ottocento è quella elettromagnetica, ben più tosta della consorella maggiore, la gravitazionale: ma è proprio per le loro caratteristiche elettriche

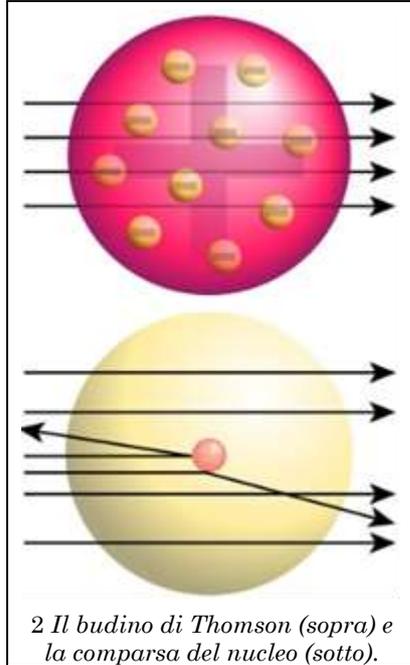


1 Ernest Rutherford.

<sup>4</sup> Quando si raccontano le storie un po' alla cialtrona, come facciamo noi di solito, si rischia sempre di incappare in qualche contestabilissima imprecisione. Prima che ciò accada, deleghiamo a questa nota il chiarimento di qualche dettaglio: l'esperimento in questione è noto in letteratura come “esperimento di Rutherford”; le “particelle alfa” usate alla grande nell'esperimento (anche se ancora non si sapeva bene cosa fossero, adesso tutti sanno che sono fatte da due protoni e due neutroni, insomma sono “nuclei” di He, elio) le aveva scoperte Rutherford; la supervisione dell'esperimento era di Rutherford; il modello atomico che ne seguì è noto come “modello di Rutherford”. Ciò nonostante, è giusto ricordare che in quei giorni, chiusi dentro i laboratori di Manchester a stirare le sottilissime veline d'oro e a sventagliare i rivelatori di particelle alfa per tutti i 360 gradi possibili c'erano Ernest Marsden (ancora studentello di primo pelo, neozelandese come il suo mentore) e Hans Wilhelm Geiger (il tedesco che grazie ai suoi rivelatori/contatori è noto ancor oggi anche al grande pubblico dei film di fantascienza).

<sup>5</sup> In inglese suona “*plum pudding model*”, ovvero “budino alle prugne”. Però: tradurre “pudding” con “budino” è già qualcosa che probabilmente farebbe arrabbiare molti inglesi; e soprattutto resta il fatto che il pudding alle prugne è un dolce tradizionale natalizio (e, come da regola universale, spudoratamente calorico). La migliore resa in italiano è forse proprio quella che si trova in molti libri di testo del liceo: “modello a panettone”, con uvette e canditi a rivestire il ruolo degli elettroni e tutto il resto a interpretare la carica positiva; si salva così sia la metafora che lo spirito natalizio.

che le particelle positive dell'atomo dovrebbero vedersi l'un l'altra come fumo negli occhi, e respingersi a più non posso, essendo di carica uguale. Da dove viene questa nuova, potentissima forza che tiene insieme quelli che, da lì a qualche anno, saranno battezzati protoni<sup>6</sup>, e anche i loro gemellini neutri, i neutroni?



È davvero qualcosa di totalmente nuovo: l'esistenza di una forza che fa cadere le mele inglesi dagli alberi è qualcosa di cui gli esseri umani fanno esperienza da sempre, e ne sono consapevoli non soltanto gli esseri umani. Che esistesse una forza misteriosa e difficilissima da comprendere alla base dei fulmini, degli aghi delle bussole, dallo strano comportamento attrattivo di alcuni materiali come l'ambra, era noto da tempo immemorabile, anche se forse ben pochi potevano immaginare che quei fenomeni fossero legati a doppio filo con la luce. Ma questa? Questa, che è così strana? Questa, che è più forte dell'interazione elettromagnetica, ma così timida da avere un raggio d'azione piccolissimo, microscopico, anzi di più: più piccolo delle dimensioni atomiche?

Quando Rutherford espone il suo nuovo modello dell'atomo<sup>7</sup>, e l'umanità intera che deve cambiare radicalmente paradigma sulla natura della materia. Dimenticate il panettone, dimenticate l'idea di una materia pastosa e continua, e immaginatela fatta di quasi niente: un atomo è quasi del tutto vuoto, con

elettroni leggerissimi che, da prepotenti, si prenotano tutto lo spazio per i loro volteggi (assai difficili da comprendere anche questi, peraltro); tutto il resto – la carica positiva, la quasi totalità della massa dell'atomo – è chiusa in uno spazio ristrettissimo, e reso inviolabile dalla più grande delle forze conosciute. È adesso che nasce la parola "nucleo", ed è comprensibilissimo – anzi inevitabile – che qualsiasi cosa si meriti l'aggettivo "nucleare" sia vista come misteriosissima. Ma un conto è il mistero, un altro conto è il timor panico che impone a un esame diagnostico di cambiare nome.

A scoprire la Risonanza Magnetica Nucleare, comunque, non è stato Rutherford, e neppure un medico radiologo lungimirante: l'esame diagnostico, alla fin fine, non è che l'applicazione di un particolare effetto fisico, e a scoprire quest'effetto è stato un signore che con le parole si inciampava spesso, a partire dal suo nome.

<sup>6</sup> L'esistenza di cariche positive negli atomi era stata provata fin dal 1885, da Eugen Goldstein. Tuttavia, la loro stabile esistenza – e soprattutto il loro nome – vengono dallo stesso Rutherford, che li battezza così nel 1919.

<sup>7</sup> Modello che peraltro ha vita abbastanza breve, superato nel giro di poco tempo da quelli sfornati dalle nuove teorie quantistiche. Ma lascia almeno due punti inalienabili destinati a rimanere costanti nel tempo: il primo, appunto, è il concetto di "nucleo"; il secondo, purtroppo, è l'immaginetta ripetuta in milioni di disegni didattici in cui si vede l'atomo stilizzato con un nucleo fatto di alcune palline attaccate fra loro e qualche altra pallina, di dimensioni (purtroppo) comparabili, che gli svolazza assai (purtroppo) vicino, seguendo delle (purtroppo) ben disegnate orbite ellittiche. Certo, è un disegno appunto didascalico, e in qualche maniera mette in evidenza proprio la differenza cruciale che c'è tra un atomo e un piccolo budino alle prugne; ma ormai, probabilmente, è più dannosa che istruttiva.

Isidor Isaac Rabi nasce il 29 Luglio 1898 nel piccolo villaggio di Rymanów, in Galizia, e già la regione di nascita può suscitare qualche perplessità: è possibile che, specie per lettori italiani, al nome “Galizia” si associ più facilmente l’angolo nordoccidentale della penisola iberica, insomma quel piccolo quadratino spagnolo che impedisce al Portogallo di estendersi lungo tutta la fascia della costa occidentale iberica. In realtà, la Galizia che ospita il borgo natale di Rabi è quella regione più travagliata e difficile da individuare a colpo sicuro sulle mappe d’Europa: lascia i Carpazi a farle da confine meridionale, e si stende da ovest ad est occupando quelle terre che, sulle cartine politiche odierne, sono marcate come parti di Polonia e d’Ucraina, tant’è che le due città più importanti della Galizia sono la polacca Cracovia e l’ucraina Leopoli<sup>8</sup>. Rymanów è comunque oggi parte della Polonia, e già quando vi nacque il piccolo Isidor Isaac l’etnia prevalente era quella polacca, ovvero quella della sua famiglia: polacchi di religione ebraica; ciò non di meno, nel 1898 la Polonia era temporaneamente scomparsa dalle carte geografiche, e la Galizia era parte del grande impero austroungarico.



3 Isidor Isaac Rabi.

Ma forse non valeva neppure la pena spendere tante parole sulla Galizia, visto che la famiglia Rabi emigra a New York quando il nostro protagonista è ancora in fasce: ed è qui, alla dogana americana, che si guadagna il primo nome. I suoi parlavano solo yiddish, e quando gli agenti dell’immigrazione chiedono il nome del bimbo, la mamma risponde semplicemente “Izzy”; l’impiegato pensa che sia il diminutivo di “Isidor” e così, di fatto, gli appone il suo primo nome ufficiale. In realtà, il primo nome assegnato al piccolo, al momento della sua nascita in Galizia, è Israel: un buon nome ebraico per il primogenito d’una ortodossa famiglia ebrea. Ma quanto scritto dall’impiegato dell’immigrazione è ufficiale, e così il nostro eroe deve rinunciare a “Israel” e ricevere in cambio un “Isidor”. Tutto sommato, la cosa non deve aver gettato nella disperazione neppure i suoi genitori: in famiglia si rivolgevano a lui chiamandolo direttamente con il solo cognome, “Rabi”, e amen.

Come detto e ripetuto, la famiglia di Isidor è ebrea ortodossa, osservante. Izzy cresce quindi in un ambiente attento alla religione, ma si ritrova presto a comportarsi come il giovane Sheldon Cooper<sup>9</sup>: divora libri di scienza, costruisce apparecchi radio, scrive articoli sulla radiofonia (uno dei quali viene pubblicato da una rivista specialistica quando Rabi frequenta ancora le elementari<sup>10</sup>) e, scoprendo cosa ne pensava Copernico in merito alla meccanica celeste, decide che tutto quello che racconta la Bibbia non può essere vero. Verosimilmente, la famiglia non sarà stata entusiasta della presa di posizione del pargolo, ma tutto sommato si mostra tollerante, se accetta che il tredicenne Isidor Isaac, nel momento cruciale della cerimonia del Bar Mitzvah, anziché leggere un passo della Torah

<sup>8</sup> E certo, se non bastasse la possibilità di confondere la Galizia iberica con quella centro-europea, c’è sempre la possibilità di sbagliare appena un po’ di più e finire nell’anatolica Galazia.

<sup>9</sup> Sheldon è il protagonista della premiatissima sitcom “*The Big Bang Theory*” e il suo personaggio ha avuto talmente successo di aver generato uno spin-off, intitolato “*Young Sheldon*” e giunto ormai alla sesta stagione. Una sorta di tormentone della serie è quello in cui il giovanissimo futuro fisico mette in imbarazzo il pastore della chiesa frequentata da lui (controvoglia) e dalla sua religiosissima mamma.

<sup>10</sup> Non si trattava di un “pezzo di colore”, pubblicato più per esaltare la giovane età dell’autore che per altro: era il progetto di un microfono a condensatore per trasmissioni radio. La rivista era ragionevolmente famosa nei primi anni del secolo: “*Modern Electrics*”, diretta da Hugo Gernsback, il cui nome è ben noto a chiunque abbia letto almeno un paio di romanzi di fantascienza. Del resto, se il massimo riconoscimento nel campo si chiama “Premio Hugo”, non dovrebbe essere necessario aggiungere altro.

possa tenere una breve conferenza su come funziona la luce elettrica. Insomma, quali siano i desideri e il carattere di Rabi è fin troppo chiaro già dai primi anni di vita; non si sa neppure se fosse per materna sollecitudine o per timido orgoglio che mamma Sheindel chiedesse al piccolo, quando rientrava da scuola, non se aveva preso un bel voto in qualche materia, ma direttamente: *“Hai fatto qualche buona domanda, oggi?”*.



4 *La Galizia a inizio XX secolo, estremo nord dell'Impero Austro-Ungarico.*

Rabi è un giovane ebreo senza molti mezzi in un tempo e luogo in cui essere povero e di religione ebraica non è facile. Studia prima in un istituto che insegna prevalentemente ai giovani come diventare operai specializzati, poi comincia a interessarsi di chimica, poi cerca di diventare ingegnere elettrotecnico, ma sempre in mezzo a un mare di difficoltà di ordine economico e razziale. Fa il servizio militare quando gli USA entrano in guerra nel 1917, studia in una scuola militare gestita dalla Cornell University, prende un primo grado di laurea in chimica, ma non riesce a trovare lavoro, e finisce a fare il bibliotecario per mettere insieme pranzo e cena. Poi, finalmente, qualcosa cambia: la Cornell lo riprende come studente laureato, comincia qui a studiare fisica e non smetterà più. Con Bragg comincerà ad interessarsi di suscettibilità magnetica, e i suoi contributi nella ricerca saranno subito significativi. Arriva al dottorato con una tesi sulla suscettibilità magnetica dei cristalli, e il giorno dopo la laurea si sposa con Helen, che corteggiava da tempo.

Poi, l'Europa: torna nel suo continente d'origine nel 1927, e ci resterà due anni interi, durante i quali viaggia da un laboratorio all'altro e conosce virtualmente tutto il gotha della grande fisica europea di quel periodo. Diventa uno dei fisici più esperti nel magnetismo delle particelle, e se si decide a tornare negli USA, nel 1929, è soprattutto perché Helen è incinta e lui ha bisogno di un reddito stabile e sicuro: non può rifiutare l'offerta che gli arriva dalla Columbia University, che gli ha offerto una cattedra su suggerimento esplicito di Werner Heisenberg. Alla Columbia resterà per sempre.

Come scienziato, la sua carriera sarà molto brillante: le sue ricerche sulle proprietà magnetiche (momento magnetico, spin nucleare, eccetera) lo porteranno, oltre che alla scoperta della risonanza magnetica, anche ad innumerevoli altri successi, uno dei quali è il Nobel per la Fisica nel 1944, e l'altro è presente in buona parte delle cucine italiane, dentro ai comuni forni a microonde. Come essere umano, non era scevro da difetti: un po' misogino, convinto che le donne non fossero portate per la fisica (possibile che non avesse mai sentito parlare di Marie Curie e di Lise Meitner? Mah...), pessimo insegnante, probabilmente troppo burbero ed esigente, con deboli capacità didattiche.

Come organizzatore e combattente, però, pochi riuscivano a stargli alla pari. Nel 1942, Robert Oppenheimer prova a reclutarlo per il Progetto Manhattan, ma Rabi non è convinto, e suggerisce a Oppenheimer di non fidarsi troppo dei militari, e di fare in modo che il progetto avesse anche una sezione di controllo civile. È così autorevole e convincente che Oppenheimer gli dà ascolto, e riesce a ottenere che un laboratorio del progetto sia governato dall'Università della California. Alla fine, pur senza andare a Los Alamos, Rabi accetta di fare da consulente per il progetto<sup>11</sup>. A guerra finita, il Progetto



5 Robert Oppenheimer, Isidor Rabi, H. M. Mott-Smith e Wolfgang Pauli sul Lago di Zurigo .

Manhattan si conclude, ma lascia attivi molti laboratori: nessuno però nella Costa Orientale. Rabi si industria affinché le nove maggiori università della costa atlantica possano investire in un grande laboratorio atomico, e il frutto del suo impegno sarà la nascita del Brookhaven Laboratory, a Long Island. Non contento del successo, comincia a sollecitare Edoardo Amaldi affinché anche gli europei seguano il modello che ha portato alla creazione di Brookhaven, ed è così insistente e convincente che, alla fine, anche forte della carica di Delegato dell'UNESCO, Amaldi, l'Italia e altri dieci stati europei si decidono a creare un laboratorio congiunto: lo tireranno su a Ginevra e lo chiameranno Centro Europeo di Ricerca Nucleare o, più brevemente, CERN.

Non aveva troppa fiducia nei militari: dopo la fine della Seconda Guerra Mondiale faceva parte dei “nove saggi” – nove come i giudici della Corte Suprema – che costituivano il GAC, ovvero il General Advisory Committee, l'organo che dava consigli al governo USA su tutte le questioni scientifiche e tecnologiche. Nel 1950, tutti i nove componenti del GAC votarono contro la realizzazione della bomba all'idrogeno, ma il presidente Truman fece orecchie da mercante e dette il via libera alla produzione della Bomba H. “Non lo perdonerò mai” commentò, anni dopo, Izzy Rabi.

Presidente del GAC, nel 1950, era Robert Oppenheimer, il direttore del Progetto Manhattan. Non fu riconfermato, perché sospettato di non essere un “buon americano”, come capitò a molti durante gli anni in cui negli USA trionfava la politica del famigerato senatore Joseph McCarthy. Nonostante il clima da caccia alle streghe, furono decine le voci che si alzarono in difesa di Oppenheimer, ma nessuna più vibrante di quella di Isidor Isaac Rabi: un estratto della sua deposizione durante l'audizione è riportata in testa a quest'articolo.

Si parla molto del film “Oppenheimer” che sta uscendo in questi giorni in America, e che arriverà in Italia verso la fine di Agosto 2023. Non lo abbiamo ancora visto e non cerchiamo anticipazioni, che gli spoiler non ci piacciono neppure nei biopic: ma ci auguriamo che ci sia qualcuno a interpretare anche Rabi, e che sia un buon attore.

<sup>11</sup> In realtà, Rabi un salto in New Mexico lo fece, per assistere al Trinity Test di Alamogordo, quando nel luglio 1945 scoppiò la prima bomba atomica della storia. E fece anche in tempo a partecipare alla “lotteria” organizzata dagli scienziati che assisterono a quel momento storico: ognuno scommetteva sulla potenza dell'esplosione, e le quote andavano da zero (completo disastro del test) a 45 kiloton. Rabi arrivò per ultimo, quando l'unica quota disponibile rimasta era quella da 18 Kton: la acquistò, e vinse la riffa (l'esplosione fu valutata pari a 18,6 kiloton).

## 2. Problemi

### 2.1 Riciclo di dadi

OK, è un gioco di dadi. Ma, almeno, ha una storia dietro.

Dovete sapere che uno dei VAdLdRM (Fred, nella fattispecie) ha deciso, con alcuni sodali, di iniziare una serie di partite ad un gioco piuttosto particolare<sup>12</sup>; la caratteristica che ci interessa, comunque, è che nella versione a cinque giocatori vi servono venti dadi (solo dodici in quella a tre); non solo ma, essendo un gioco non esattamente da “tutte le sere, per un anno di seguito”, abbiamo spesso dadi in giro per casa, e Rudy, come al solito, ha cominciato a pensare a strani usi.

Uno di quelli (per voi) probabilmente più interessanti richiede l’uso contemporaneo di *sei* dadi, che vengono lanciati sull’apposito panno: una volta tanto (ed è questo che piace molto a Rudy) non è richiesto di fare il punteggio massimo, ma è importante vedere *quanti diversi valori compaiono*: se i dadi a valore diverso tra loro sono *quattro* (...e solo quattro!) vincete un euro; in tutti gli altri casi, perdete un euro. Il gioco viene ripetuto sin quando non restate “puliti”, e quella sera vi eravate portati cento euro per giocare.

Evidentemente, trattandosi di un gioco inventato da Rudy, la fiducia della popolazione in merito è scarsissima; quello che vi si chiede, quindi, è di fare “un po’ di conti” per convincere i ~~poli~~ partecipanti che non è la solita fregatura di Rudy; quante mani vi aspettate di giocare in media, prima di perdere il gruzzolo?

L’espansione, una volta tanto, è evidente: e se il “sei dadi” cambia? E se cambia il “quattro”? ...e se cambiano i dadi?

### 2.2 Alice ha ragione

Fuori dalla matematica, questo è un fatto ovvio. Ma sappiamo tutti che “ovvio” è parola pericolosa, in matematica. E infatti, in matematica, molti non sono d’accordo con il suo disamore verso il calcolo delle probabilità.

Le (rare) volte che si degna di spiegare a qualcuno il perché, di solito la giustificazione è qualcosa del tipo “basta rigirare un minimo le parole, e viene un risultato diverso”.

La cosa non ci ha mai convinto molto, ma abbiamo trovato un caso che sembra darle ragione (sia detto *en passant*: darle ragione è anche l’unico modo per convincerla a leggere un problema di probabilità), almeno se rigiriamo opportunamente le parole della domanda.

L’ambientazione è unica, ed è la solita dei cento prigionieri con il cappello: a ciascuno di loro verrà posto (al buio) un cappello rosso o blu sulla testa e poi verrà accesa la luce: ogni prigioniero potrà vedere i cappelli sulle teste degli altri ma non potrà vedere il proprio.

A questo punto, scriverà su un biglietto il colore (presunto) del suo cappello.

Prima di ricevere il cappello, i prigionieri (cui il gioco è stato spiegato) possono accordarsi su una strategia.

La domanda che vi facciamo, adesso, non è “la strategia”, ma “le strategie”, nei casi:

1. vengono liberati tutti se e solo se *tutti* i prigionieri indovinano il proprio colore
2. vengono liberati tutti se *almeno la metà* dei prigionieri indovinano il proprio colore

...insomma, o tutti o nessuno, ma con una piccola differenza.

Come massimizzate le probabilità di successo nei due casi? E, più precisamente, quanto valgono queste probabilità?

...certe volte, ci viene il dubbio che Alice abbia ragione anche qui, non solo nel mondo reale...

---

<sup>12</sup> Nota per i curiosi: il gioco si chiama “Fiasco” e lo ha inventato Jason Morningstar (quindi, il nome si legge con accento americano). Il gioco è di tipo “costruttivo”, e non vince nessuno (o tutti, come preferite). No, non ci facciamo uno Z!. Cercate in giro, se vi interessa.

### 3. Bungee Jumpers

(Questa è la terza parte di un problema tripartito)

Per questo problema, dobbiamo presupporre l'esistenza di una moneta da tre euro (e l'inesistenza della moneta da due euro).

$n+m$  persone sono in attesa alla biglietteria;  $n$  di loro hanno solo una moneta da 1 euro, mentre i restanti  $m$  hanno solo una moneta da 3 euro. Il costo del biglietto di ingresso è 1 euro, e al momento dell'apertura la cassa è vuota.

Se ogni persona compra solo un biglietto, qual è la probabilità che non ci sia mai nessuna persona in attesa del resto?

La soluzione, a "Pagina 46"

### 4. Soluzioni e Note

Luglio! In ritardo accidenti.

#### 4.1 [293]

##### 4.1.1 ...tanti anni fa, in una rivista neanche troppo lontana...

I problemi del mese scorso erano simpaticamente numerici:

*Rudy pensa un numero intero tra uno e cento e Doc deve trovarlo. Può fare dei tentativi ripetuti, e ogni volta Rudy gli dirà se il numero è più grande o più piccolo. Doc vince quando lo indovina. Doc ha a disposizione una sola risposta "più grande": la seconda volta che sente rispondere che il suo tentativo è troppo grande, automaticamente perde. Esiste una strategia? E quanti tentativi dovrà fare Doc per vincere?*

Cominciamo con la soluzione di **Emanuele**:

14

Nel congratularmi per la bellezza dei problemi che proponete, in quanto oltre tutto stimolanti spunti di approfondimento, questa volta provo anche l'analisi.

Allora, si sa molto bene che la maggiore informazione di una risposta si ottiene da una domanda che equiripartisca al meglio l'insieme delle risposte. Ovvero l'informazione è tanto maggiore quanto più le probabilità delle possibili risposte sono uguali. Questo principio (che è circa il teorema di Shannon) dovrebbe essere equivalente a quello che nella peggiore delle ipotesi il numero massimo delle domande da porre per arrivare ad indovinare qualcosa dev'essere uguale qualunque sia l'oggetto da indovinare e qualunque sia la nostra sfiga.

Una volta che all'  $i$ -esimo tentativo sia stata data la risposta " $x_i$  è troppo grande" non resterà che enumerare tutti i numeri compresi fra  $x_{i-1}$ , che era più piccolo, e  $x_i$ .

Ovvero in questo caso arriveremo alla verità al massimo in  $M = x_i - x_{i-1} + i$  tentativi, dove  $x_i - x_{i-1}$  sono i tentativi finali e  $i$  i tentativi che avevamo fatto prima.

Ma dovendo essere  $M$  sempre uguale ad ogni  $i$  per quanto detto prima, lo sarà anche per  $i = 1$  quindi  $M = x_1$ .

Inoltre il meccanismo dovrà convergere a 100, ovvero se il numero da indovinare fosse 100 io dovrei trovarmi a 99 avendo fatto  $M-1$  tentativi. Quindi  $M$  è anche l'indice  $i$  massimo.

Ne consegue che la somma di tutti i numeri da 1 a  $M$  deve essere 100. Ovvero  $M(M+1)/2 = 100$  ovvero circa  $M = 14$  aggiustando con le noiose parti intere.

In generale  $M(M+1)/2 = n$ .

Non so. Ho fatto giusto?

Mah, lo sapete che non rispondiamo mai a questo tipo di domande. Sappiamo benissimo che la formulazione fumosa permette parecchi livelli di grigio e di soluzioni. Infatti **Emanuele** ci scrive una seconda volta:

ops dimenticavo di esplicitare il metodo

T = tentativo

A = range di possibili se T è troppo grande B = range di possibili se T è corretto C = range di possibili se T è troppo piccolo

Si noti che  $i +$  la potenza di A = sempre a 14

i	T	A	B	C
tentativo 1	14	[1-13]	14	[15-100]
tentativo 2	27	[15-26]	27	[28-100]
tentativo 3	39	[28-38]	39	[40-100]
tentativo 4	50	[39-49]	50	[51-100]
tentativo 5	60	[51-59]	60	[61-100]
tentativo 6	69	[61-68]	69	[70-100]
tentativo 7	77	[70-76]	77	[78-100]
tentativo 8	84	[78-83]	84	[85-100]
tentativo 9	90	[85-89]	90	[91-100]
tentativo 10	95	[91-94]	95	[96-100]
tentativo 11	99	[96-98]	99	[100]

A questo punto, se siete stati attenti, starete aspettando la soluzione di **Valter**, che arriva subito:

Farei così:

- risolvo in “ $n$ ” il sistema di equazioni:  $N = x^2/2 - x/2 + 2$ ,  $x > 0$ ,  $n = \text{Ceiling}[x]$
- dove “N” è il 100 in: “Rudy pensa un numero, tra 1 e cento, e Doc deve trovarlo.”
- “ $n$ ” sono i tentativi che, nel peggiore dei casi, dovrà fare Doc per poter vincere.

La strategia è la seguente:

- sottraggo ad N, nel nostro caso 100, “ $n$ ” – 1, che risulta essere 14, ed ottengo 86
- Doc parte con 86; se Rudy risponde “più grande”, scorre i 14 numeri da 100 sino 87
- altrimenti sottraggo a 86 “ $n$ ” – 2 e ottengo 73, nel caso di “più grande” come prima
- la sequenza di dichiarazioni di Doc sarà: 86 73 61 50 40 31 23 16 10 5 e infine 1.

Si nota che al massimo, i tentativi di Doc sono 15; al 5 si può variare la strategia (la cosa, mi pare, abbia poca importanza, in quanto con 14 tentativi non si riesce).

Abbiamo incontrato il numero 14 per la seconda volta come non soluzione, ma non ci preoccupiamo e andiamo alla soluzione di **Luigi**:

Se Doc parte scegliendo un numero “ $n$ ” è chiaro che se questo è più grande del numero pensato da Rudy allora Doc potrebbe avere bisogno di  $n$  tentativi per trovarlo (nel caso peggiore in cui il numero pensato fosse proprio  $n-1$ ). Detto ciò calcoliamo qual è il range dei numeri che possono essere indovinati con  $n$  tentativi.

La strategia è semplice: se  $n$  risulta minore del numero pensato potremmo, come secondo numero, tentare con  $n + n-1$ . Se questo numero fosse più grande potremmo usare così gli  $n-2$  tentativi rimasti per verificare i numeri da  $n+1$  a  $2n-2$ . In caso contrario nel passo successivo potremo scegliere il numero  $n + n-1 + n-2$  e così via.

In generale al passo  $p$  (se fino ad allora tutti i numeri sono risultati minori di quello pensato da Rudy) sceglieremo il numero  $n^*p - (p-1)^*p/2$  fino al passo  $p = n$  quando sceglieremo il numero  $(n^2+n)/2$  che sarà l'estremo superiore del range di numeri che possono essere trovati con al massimo  $n$  tentativi.

E questo è il caso generale. Nel caso numerico proposto, dove l'estremo superiore del range è 100, risolvendo l'equazione:

$$n^2 + n - 200 = 0$$

troveremo 13,65 che arrotondata per eccesso ci darà il numero massimo di tentativi necessari, cioè 14, numero necessario e sufficiente per un estremo superiore del range da 92 a 105.

Riecco il nostro 14. No, non siamo per niente preoccupati. Ci scrive **Camillo**, che è sempre un piacere sentire:

Comincio con affermare che “Paga almeno 101...” dovrebbe essere 99.

Nessun casinò paga di più dei numeri sulla ruota. A Las Vegas anche 2 di meno.

Io, in questo gioco così concepito, mi accontenterei anche di essere pagato 2 volte, si vince sempre. Vi sono tantissime strategie la più semplice è quella che partendo da 100 si scende di 1 ad ogni dichiarazione successiva e Doc si porta a casa la posta. Si può accorciare il gioco partendo da 99 ma scendendo di 2 e quando la risposta del Capo sarà negativa salire di 1 e la posta è vinta.

La ricerca binaria è anche possibile 50, 25, 12 o 13 ecc. e quindi ripartire all'indietro di 1 alla volta dall'ultimo numero valido. Vi sono molteplici strategie ad esempio arretrare di un certo valore (90, 80, 70 ecc.) o anche di numeri casuali diversi di volta in volta tipo: 89, 71, 53, 37 ecc. Quindi si vince sempre con qualunque strategia.

A mio parere una variazione interessante sul gioco sarebbe quella che i 2 giocatori mettessero nel piatto la stessa posta e poi ad ogni numero non azzeccato Rudy si prende i 2/100 del piatto iniziale. Cioché dalla XXVII<sup>a</sup> dichiarazione di Doc senza azzeccare il numero proposto Rudy comincia ad incassare ed al L<sup>o</sup> tentativo si è incamerato tutto ed il gioco finisce. Con i 2/100 del piatto iniziale Doc dovrebbe indovinare entro 26 "tiri". È vincente la strategia del meno 10 ogni volta ma anche con altre strategie. Aumentando i centesimi di piatto iniziale incamerati dal Capo si diminuisce la possibilità di Doc di vincere (Piotr non me ne volere).

Se qualcuno avesse voglia di trovare questa doppia strategia, sì, perché anche Rudy deve elaborare una strategia del numero da scrivere sotto il bigliettino che lascia ben visibile sotto il bicchiere del vino sul tavolo.

Si potrebbe anche utilizzare un mazzo di carte da 40 o da 52 assegnando ad ogni seme un valore moltiplicativo di 10 o di 13 più il valore di facciata. Comunque sarebbe bene togliere la carta col valore di 1.

Qui il Nostro si è concentrato sul gioco d'azzardo, che non è mai una brutta cosa quando si sa che cosa si sta facendo. Fermiamoci qui, che c'è un altro problema.

#### 4.1.2 Tutta colpa di una Curiosa...

Si gioca con le cifre:

*Prendete un numero, lo invertite, sottraete il minore dal maggiore e guardate il risultato. Per quanti numeri di due cifre questo è un quadrato perfetto? E tre cifre?*

Una sola soluzione, da **Camillo**:

Sparo subito il risultato che è 29. Però (c'è sempre un però) ma le cifre da 1 a 9 vanno considerate? Io non l'ho fatto difatti normalmente non si scrive 01 ecc. però (un altro però) nel caso 01, 02 ecc. validi sarebbe sufficiente fare i calcoli solo con le cifre dispari (o pari) e poi raddoppiare i risultati.

Quindi espandendo la risposta vi sono 17 numeri con risultato 9, 11 con risultato 36 ed 1 con 81 (il numero della paura). Vi sono anche 13 numeri che danno come risultato 27.

Iterando: vi sono 16 numeri e danno tutti come risultato 9, alla seconda iterazione 15 numeri con risultato 36, poi 16 con 9 ed infine 5 (18, 29, 70, 81 e 92) ancora con 9.

Ma se si usassero più di 2 cifre l'ordine crescente e decrescente delle cifre è d'obbligo oppure sarebbe sufficiente invertire le cifre?

Secondo me si può fare tutto quello che si vuole, si risolve una serie di altri problemi ed il Capo è soddisfatto di sé stesso per aver complicato la situazione ed ottenuto più estensioni del previsto. Qui comunque ci fermiamo, che il ritardo accumulato fa paura. Alla prossima!

## 5. Quick & Dirty

Sia  $O$  il centro del triangolo equilatero<sup>13</sup>  $ABC$ . Un altro punto  $P$  è scelto secondo distribuzione uniforme all'interno del triangolo. Trovate la probabilità che  $P$  sia più prossimo a  $O$  che a  $A$ ,  $B$  o  $C$ .

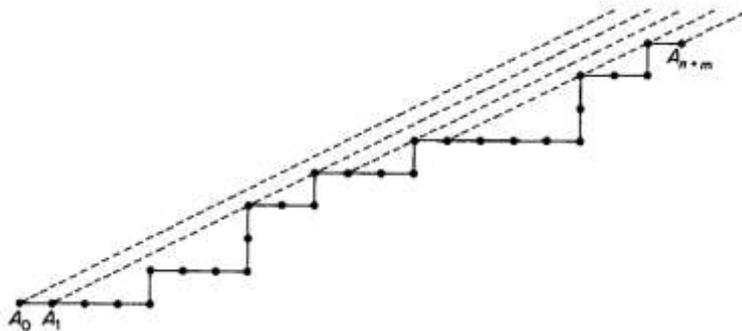
<sup>13</sup> Nella formulazione nello scorso numero ci è scappato l'equilatero, un grazie a **Valter** che vede tutto.

*I bisettori perpendicolari OA, OB e OC generano un esagono regolare all'interno del triangolo. Questo esagono ha area doppia rispetto alla somma delle aree dei tre piccoli triangoli all'esterno dell'esagono. Quindi, P ha una probabilità 2/3 di essere più vicino a O che a A, B o C.*

## 6. Pagina 46

Per garantire che nessuno dei clienti debba aspettare per il resto, è necessario e sufficiente che il numero delle persone in coda con una moneta da un euro sia *almeno il doppio* delle persone con monete da tre euro dietro di loro.

Per prima cosa, calcoliamo la probabilità che ad ogni punto della coda (inclusa l'ultima persona) ci siano *più* del doppio di persone con una moneta da un euro che persone con una moneta da tre euro davanti al punto dato.



Ad ognuno di queste realizzazioni del modello corrisponde una “scala”  $A_0A_1A_2\cdots A_{n+m}$  la cui base  $A_0$  non sia in ombra quando la scala è illuminata dall'alto da una serie di raggi paralleli tra di loro cadenti ad un angolo tale che l'ombra proiettata da qualsiasi segmento unitario verticale sia il doppio della lunghezza di questo segmento o, in altre parole, che la tangente dell'angolo tra i raggi e l'orizzontale sia pari a  $1/2$  (per una rappresentazione grafica di questo concetto, si veda la figura). Come visto nella prima parte di questo problema<sup>14</sup>, la probabilità che di fronte a ogni cliente ci siano il doppio di clienti con un euro rispetto a quelli con tre euro è pari a:

$$\frac{n - 2m}{n + 2m}$$

assumendo, evidentemente, che  $n > 2m$ ; in caso contrario, la probabilità viene ad essere zero.

Seguendo lo stesso ragionamento della prima parte del problema, si giunge alla conclusione seguente: consideriamo due code, la prima composta da  $n$  clienti con monete da tre euro e  $m$  clienti con monete da un euro (per un totale di  $n+m$  persone) e la seconda composta da  $n+1$  clienti con moneta da un euro e  $m$  clienti con moneta da tre euro (per un totale di  $n+m+1$  clienti). Allora la probabilità che nella prima linea vi siano *almeno* tante persone con un euro che persone con tre davanti ad un cliente dato è:

$$\frac{n + m + 1}{n + 1}$$

volte la probabilità che nella seconda linea ci siano *più* che il doppio delle persone con un euro che persone con tre euro davanti al nostro cliente.

Quindi (sempre sotto la condizione  $n \geq 2m$ ) la probabilità cercata è:

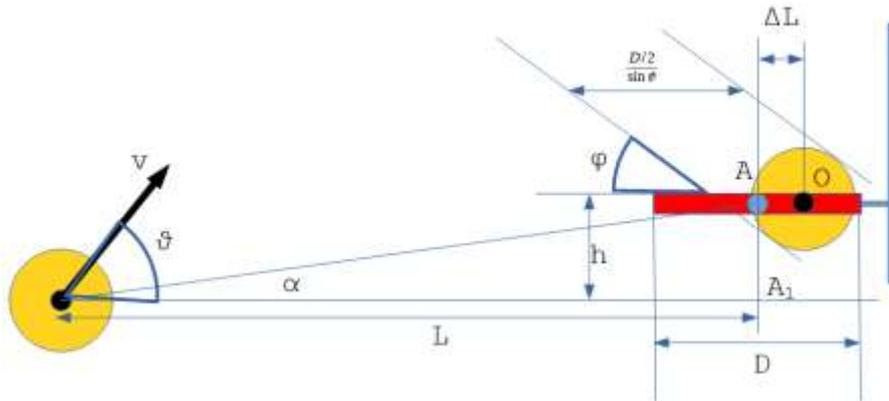
$$\frac{n - 2m + 1}{n + m + 1} \cdot \frac{n + m + 1}{n + 1} = \frac{n - 2m + 1}{n + 1}$$

---

<sup>14</sup> BJ&P46 su RM292, maggio 2023

## 7. Paraphernalia Mathematica

...allora, togliamoci subito il dente...



### 7.1 Math Globetrotters

Rudy ha il ricordo di un fumetto della sua infanzia (di *quanto* tempo fa, potreste capirlo da come va a finire: comunque, zona fine anni Sessanta. Dell'altro secolo, spiritosi). Velocemente, la trama con le parti interessanti.

Per una serie di motivi ormai persi nelle nebbie del tempo, un college veniva sfidato ad una partita di basket dagli Harlem Globetrotters. La squadra ufficiale si rifiutava, e gli unici ad accettare la sfida erano un gruppo di cinque secchioni (“nerd” non si diceva, all'epoca), i quali si chiudono in un stanza piena di lavagne e si limitano, la sera prima della partita, a chiedere all'allenatore a che altezza sia il cesto.

A un secondo dalla fine, i secchioni sono sotto di tre punti; il più sfigato di tutti si trova da solo, con il pallone, a centro campo. Compare il solito fumetto del pensiero con dentro una serie di formule (tutte sbagliate), tira e fa canestro. Gli HG vincono per un punto [e da qui potete dedurre quanto vecchio fosse il fumetto], ma la squadra dei secchioni viene portata in trionfo. Dagli Harlem.

Ecco, vorremmo mettere le formule giuste nel fumetto.

Per prima cosa, togliamoci di mezzo qualche numero: l'altezza del canestro da terra è di 3.05 metri, e il diametro del cerchio in alto 0.45 metri, con una palla di diametro circa la metà.

Ipotizziamo che la palla entri nel canestro ad un angolo  $\varphi$  rispetto all'orizzontale e che il centro della palla sia sullo stesso piano verticale passante per il centro del canestro; questo porta ad una semplificazione da parte nostra, in quanto gli errori possono essere dati solo da un tiro troppo lungo o da uno troppo corto: ignoreremo le deviazioni laterali della palla.

La condizione sotto la quale la palla passa nel cerchio senza toccarlo, con riferimento alle variabili in figura, può essere scritta come:

$$|(\Delta L)| \leq l = \frac{D}{2} \left( 1 - \frac{1}{2 \sin \varphi} \right)$$

Questa condizione ha un senso solo se  $\varphi > 30^\circ$ : in caso contrario la palla urterà il bordo e (in particolare se la palla è molto veloce) rimbalzerà fuori dal canestro.

Se aumentiamo l'angolo  $\varphi$  con il quale la palla arriva sul canestro, aumentano quindi le nostre probabilità di fare canestro, dato che il nostro parametro  $l$  (che, dimensionalmente, è una lunghezza) aumenta: a  $40^\circ$   $l=0.05$ , ma già anche solo a  $60^\circ$  abbiamo  $l=0.095$ . Evidentemente, il valore massimo si ha per un angolo di  $90^\circ$ , con  $l=0.112$ .

Incrementare l'angolo  $\varphi$  è possibile incrementando l'angolo  $\theta$ , ma se tirate ad un angolo molto vicino alla verticale (per  $\theta \geq 70^\circ$ , ad esempio) diventa piuttosto difficile fare canestro, visto che richiede uno sforzo molto maggiore, in particolare se siete lontani; in effetti, tra i

giocatori l'abitudine di tirare ad angoli molto alti non nasce da una qualche loro preferenza, ma dal fatto che di solito hanno davanti degli avversari con delle braccia molto lunghe.

Se ignoriamo la componente data dalla difesa avversaria e la resistenza dell'aria, possiamo fare qualche conto ulteriore.

Supponiamo la palla lasciata dalla mano del giocatore (parte sinistra del disegno iniziale) ad un tempo  $t_0$ ; raggiungerà il centro dell'anello di canestro ad un qualche tempo  $t$ . La velocità iniziale della palla sia  $v$  e la distanza (proiettata sul piano orizzontale) sia  $L$ ; un tiro "pulito" (insomma, che non sia di rimbalzo sul tabellone) seguirà le equazioni:

$$\begin{cases} L = (V \cos \theta) \cdot t \\ h = L \tan \alpha = (V \sin \theta) \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Quindi l'angolo  $\phi$  secondo cui la palla entra nel canestro è dato dall'equazione:

$$\tan \phi = \frac{|V_{yA}|}{V_{xA}} = \frac{|V \sin \theta - gt|}{V \cos \theta}$$

Dove nel termine centrale abbiamo esplicitato le due componenti (verticale e orizzontale) della velocità nel punto A, dove la palla lascia la mano del giocatore.

Eliminando  $t$  dalle due equazioni viste sopra, si arriva alle:

$$\begin{cases} L = \frac{V^2 \sin(2\theta - \alpha) - \sin \alpha}{g \cos \alpha} \\ \phi = \arctan(\tan \theta - 2 \tan \alpha) \end{cases}$$

Che possiamo studiare per trarne utili conseguenze.

Dalla prima, vediamo che se  $2\theta - \alpha = 90^\circ$ , la distanza per il canestro è ottenuta con la velocità minima, e quindi con il minimo sforzo; quindi, l'angolo ottimale per il tiro vale

$$\theta_{opt} = 45^\circ + \alpha/2 \text{ con } \alpha = \arctan(h/L)$$

ossia  $\alpha$  dipende dall'altezza del giocatore (o se salta...); ma dipende anche da  $L$  e, nel caso di un tiro da molto lontano (quindi con  $h \gg L$ ), l'angolo ottimale sarà con buona approssimazione  $45^\circ$ .

Effettuando alcune prove con valori numerici, si vede che queste formule richiedono velocità iniziali molto alte. Il che non è bene, in quanto maggiore la velocità iniziale, maggiore la probabilità che la palla batta contro il bordo del canestro: si vede però anche che quando l'angolo di tiro è ottimale, la velocità iniziale richiesta è minima.

Ma il vantaggio principale dell'utilizzare l'angolo ottimale è il fatto (abbastanza sorprendente) che la lunghezza del tiro dipende molto debolmente da piccole deviazioni dell'angolo ottimale; e siccome in quanto umani non riusciamo a misurare questo angolo con precisione, questo è bene.

Per convincerci di questo, consideriamo un tiro all'angolo  $\theta$  (non necessariamente ottimale) e velocità iniziale  $V$  tali che il pallone passa esattamente per il centro del cerchio. Se il tiro è effettuato ad un angolo  $\theta + \Delta\theta$ , ossia con una leggera deviazione rispetto all'originale, il centro della palla incrocerà il piano che contiene l'anello non al centro dell'anello ma da qualche altra parte; questo significa che il nostro tiro, come indicato in figura, sarà di lunghezza  $L + \Delta L$ . Con calcoli piuttosto noiosi, si ottiene:

$$\Delta L = \frac{L \cdot 2 \cdot \Delta\theta \cos(2\theta - \alpha) - (\Delta\theta)^2 \sin(2\theta - \alpha)}{\sin(2\theta - \alpha) - \sin \alpha}$$

che, anche se non sembra, sono buone notizie. Infatti, da questa espressione segue che l'errore nel tiro dipende sostanzialmente da  $\Delta\theta$ , ma molto debolmente (è al quadrato, ed è piccola): se, ad esempio, prendiamo  $L=6m$ ,  $\alpha=0$ ,  $\phi=45^\circ$ , otteniamo  $|\Delta\theta| \leq 4.2^\circ$ . Che sembrerà poco, ma è quasi il 10% dell'angolo "giusto".

Supponiamo ora la nostra palla sia lanciata ad un angolo ottimale  $\theta = \theta_{opt} = 45^\circ + \alpha/2$ . Si verifica facilmente che:

$$\phi(\theta_{opt}) = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

Questa però non è una bella notizia: infatti, significa che per  $\alpha > 30^\circ$  un tiro all'angolo ottimale non sarà accurato, in quanto in questo caso avremmo  $\phi < 30^\circ$  e la palla non entrerà nel canestro in modo "pulito". Situazioni di questo genere (ossia, con un piccolo angolo  $\alpha$ ) sono tipiche, come suol dirsi, "sotto canestro"; ma siccome da quella distanza è più facile fare canestro, non è così importante raggiungere l'angolo ottimale, e possiamo lanciare ad angoli maggiori; non solo, ma se saltiamo miglioriamo le condizioni di tiro e, seccaso, superiamo anche le braccia tese della difesa avversaria.

Un modo abbastanza creativo per diminuire l'angolo dei tiri ravvicinati è quello di aumentare la distanza: non allontanandosi dal canestro, ma "tirare nel canestro allo specchio": se considerate il tabellone di fondo come uno specchio e fate un tiro perfetto per il "canestro riflesso", la palla rimbalzerà sul tabellone e entrerà perfettamente nel "canestro di qua dello specchio".

Quindi, la prossima volta che manca un secondo alla fine, la vostra squadra è sotto di un punto e vi arriva la palla, una attenta rilettura di questo pezzo e qualche calcolo (consigliamo il regolo calcolatore, per non aver problemi di pile scariche) possono trasformarvi nell'eroe della giornata.

*Rudy d'Alembert*  
*Alice Riddle*  
*Piotr R. Silverbrahms*