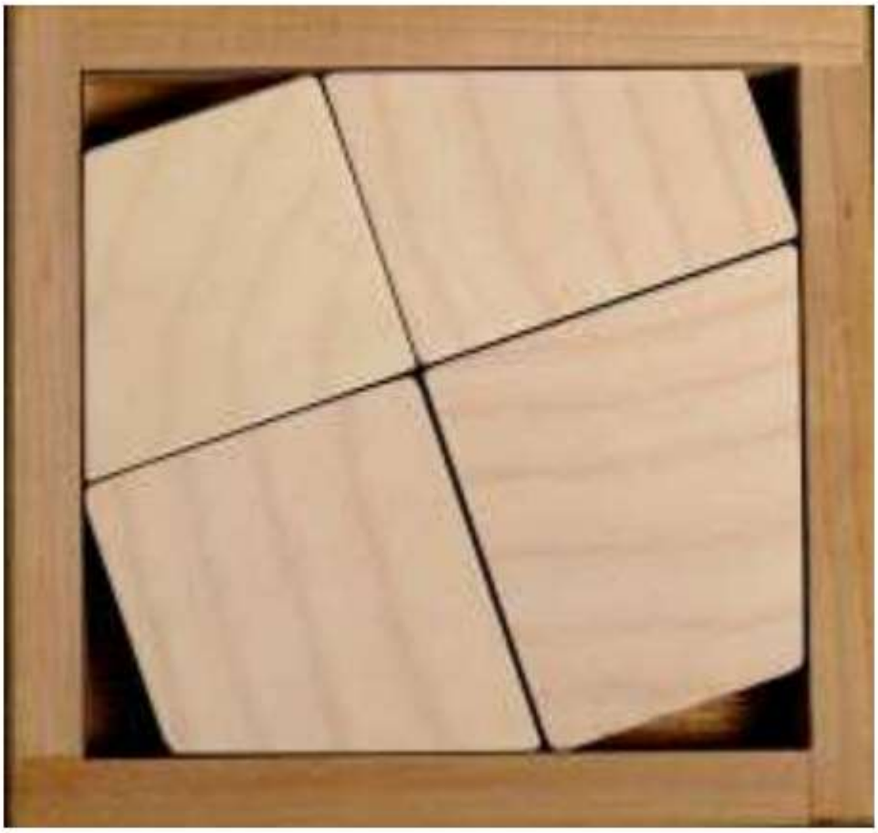
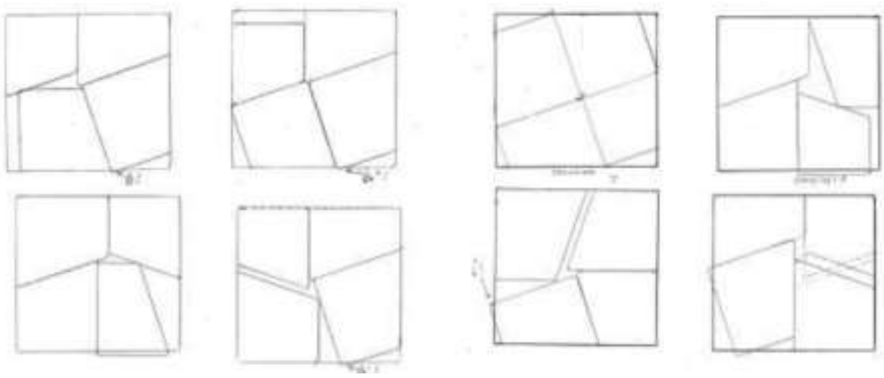
Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 290 – Marzo 2023 – Anno Venticinquesimo





Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da

Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM289 ha diffuso 3'375 copie e il 10/03/2023 per Google eravamo in 47'400 pagine.

Forse per la sua completa mancanza di senso delle proporzioni, Rudy è sempre stato lentissimo nella soluzione dei puzzle geometrici "a incastro". Quello in copertina (*The Trap*, di ***Stewart Coffin***) ha l'aria ingannevolmente semplice, ma ha richiesto un grande lavoro al suo creatore per rendere impossibili le sette soluzioni spurie indicate in basso.

1. Ad salvanda phaenomena

"Stando così le cose, gli astronomi dovrebbero considerare come possano essere disposte le orbite celesti per salvare questi fenomeni."

Da qualche tempo si trova in rete una curiosa infografica, intitolata "*Dream Jobs around the World – The career each country desires the most, according to Google search Data*" che, come dice l'eloquente titolo[1], visualizza un planisfero che indica il "lavoro più desiderato in ogni nazione". Naturalmente non abbiamo la minima idea se l'infografica sia oggettivamente quel che dice di essere, quanto i dati siano più o meno affidabili, se davvero provengano davvero dalle ricerche fatte su Google da parte degli utenti, e men che mai se – ammesso e non concesso che si tratti di un'infografica onesta – i campioni originali abbiano o meno qualche validità statistica. Pur con tutte queste premesse, è divertente e forse anche indicativo curiosare tra i contenuti riportati: tanto più che lo scopo (almeno il nostro) è solo quello di divertirsi, e anche perché ormai, con le enormi moli di dati disponibili virtualmente in ogni campo, è probabilmente più facile fare un'infografica con dei dati reali piuttosto che inventarseli di sana pianta.

1 *Lavori preferiti nell'Europa occidentale.*

Per esemplificare l'aspetto della grafica, può bastare il dettaglio della parte occidentale d'Europa riportato qui a fianco. Sembra che in Italia la carriera preferita sia quella dell'imprenditore, mentre francesi e svizzeri ambiscono a diventare avvocati e i polacchi informatici, al pari di croati e bosniaci. A colore uguale corrispondono naturalmente uguali professioni, e le molte macchie rosso pallido che spuntano a est (Slovenia, Ungheria, Serbia, Romania, Bulgaria, Grecia), come pure nei paesi del nord (Repubbliche Baltiche, Danimarca, Svezia), senza dimenticare Belgio e Paesi Bassi, stanno ad evidenziare come la professione di scrittore sia senz'altro una delle più ambite in assoluto, perché il potere di attrazione del successo letterario permane anche in gran parte del resto del mondo. Riuscire a pagarsi pranzi e cene scrivendo è cosa che riesce davvero a pochi eletti, ma non per niente l'indagine è centrata sui "lavori da sogno", insomma quelli che in fondo si sa che sarà difficile riuscire a praticare. In questo senso, si riconosce una sorta di solidità tedesca in quell'isolato "*professor*" che, beninteso, va letto come "professore universitario" e non generico insegnante (per questa professione, che peraltro è il *dream job* dei malesi, il termine usato è "*teacher*"), mentre non può non accendere un solidale sorriso di apprezzamento il desiderio – a un tempo etico, romantico e modesto – dei giovani portoghesi che sognano di diventare vigili del fuoco[2].

[1] "*I lavori da sogno nel mondo: la carriera che ogni paese desidera di più secondo i dati di ricerca su Google*". Non trascriviamo qui il link esatto per pura pigrizia: la mappa è comunque facilissimamente rintracciabile mettendo nella barra di ricerca il titolo dell'infografica riportato nel testo, e probabilmente bastano anche solo due o tre delle parole chiave in esso contenute.

[2] Tali e quali a Grisù, il draghetto. Ma probabilmente questa nota avrà senso solo per i *boomer*.

Sono rappresentate anche professioni-sogno che avrebbero fatto furore ovunque qualche tempo fa, come la carriera da attore sognata dagli austriaci e quella, già mitica ai tempi dei romanzi di Liala, di pilota d'aerei; la si vede registrata in corrispondenza del Regno Unito, ma allargando l'orizzonte alla dimensione globale si nota assai bene come saper guidare un aeroplano sia il sogno segreto di gran parte dei paesi in cui la cultura d'oltremanica è penetrata più profondamente: Stati Uniti, Australia e Canada condividono in pieno la scelta inglese.

A sorprendere maggiormente i lettori non più giovanissimi saranno probabilmente le professioni che i "boomer" fanno ancora una seria fatica a riconoscere come tali: ovvero la celeste carriera da "youtuber", desiata unitamente da boemi, moravi e slovacchi, e soprattutto l'arancione che tinge la Spagna in onore del mestiere di "influencer".

2 *Lavori preferiti in Centro-Sud-America*

Lo abbiamo già ammesso: è verosimile che la cosa stupisca soprattutto le persone ormai anzianotte, quelle che, nel secolo precedente, erano solite considerare normale lavorare otto ore al giorno per una abbondante trentina d'anni in cambio di un ragionevole stipendio e correlata pensione; insomma, coloro che ancora non hanno preso coscienza di come le generazioni più giovani vedano un simile programma realizzabile, più o meno, quanto l'acquisto di un biglietto di andata e ritorno per Marte. È invece forse più interessante notare come le radici culturali – anche se, purtroppo, frutto evidenti delle trascorse politiche colonialistiche – si riconoscano ancora persino in questa mappa dei desideri: così come gli stati nati dal colonialismo inglese condividono con l'Inghilterra il fascino dell'aviatore, l'America che fu tormentata da Cortés e Pizarro tracima della stessa voglia spagnola di emergere come stella di Internet. Youtuber e influencer dilagano in tutti gli stati che parlano spagnolo, dall'Argentina al Messico: i brasiliani, forse perché conservano la lingua e la cultura degli aspiranti pompieri, indirizzano i loro sogni verso un più tradizionale "uomo d'affari".

Probabilmente per leggere in maniera corretta questa mappa occorrerebbe avere anche un'idea più chiara e precisa di quali siano le condizioni di vita e le reali possibilità di ottenere un lavoro dignitoso in ogni singolo stato, prima di tirare delle conclusioni generali. Un giovane adulto italiano, una volta finite le scuole superiori, ha un certo ventaglio di possibilità, a cominciare dalla scelta cruciale se continuare a studiare iscrivendosi all'università o cercare di trovare un lavoro. Eppure, anche solo qualche decennio fa, questa scelta nel nostro paese era molto più facile da affrontare di quanto lo sia oggi: restava una decisione assai tormentata e complicata, influenzata serissimamente dalle disponibilità economiche delle famiglie e da mille altre considerazioni, ma tutto sommato era scelta chiara e possibile, che in estrema sintesi si riduceva a risolvere il dubbio tra un lavoro immediato di minore gratificazione – che un tempo era facilmente ottenibile anche con un diploma di scuola superiore – e un ulteriore, costoso e faticoso ciclo di studi in cambio di un futuro più gratificante sia dal punto di vista economico che personale. Oggi la scelta è drammaticamente meno semplice, meno delineata e prevedibile, e questo è uno dei maggiori problemi della nazione. È quindi facile immaginare come sia indispensabile conoscere almeno in parte la situazione generale di uno stato, prima di stupirsi di un risultato inaspettato: voler fare l'avvocato o lo scrittore è scelta che dipende non solo dalle passioni individuali, ma anche – forse soprattutto – da una enorme quantità di diverse condizioni al contorno.

Anche perché già in questa mappa sono evidenti situazioni davvero inspiegabili, agli occhi europei e occidentali. Si può restare forse stupiti dell'assenza nei primi posti delle professioni più strettamente legati alle arti, alla tecnologia e alla ricerca scientifica, nonostante quasi tutti i sistemi scolastici del pianeta si incarichino di formare i giovani proprio in questi settori; potrebbe risultare ancora più sorprendente la quasi totale mancanza delle carriere nello spettacolo o nello sport professionistico, che pure sfornano la quasi totalità degli idoli giovanili; ma in questa duplice contraddizione potrebbe giocare un ruolo importante la sensazione che le prime (arti e scienze) sono troppo "professioni" e troppo poco "sogno", mentre per le seconde (sport e spettacolo) potrebbe valere esattamente il contrario. Ma, anche ammettendo queste remore, come riuscire a comprendere il trionfale successo della professione "poeta" in tutta la penisola arabica? Non ci sono vie d'uscita: la differenza culturale è troppo marcata, in questo caso. L'occidente non tiene i poeti in buona reputazione, a meno che non siano già morti e sepolti; non si scandalizza più di tanto se qualche letterato (che immagina al più come romanziere o giornalista, se non più esplicitamente cantante) ogni tanto si diletta a scriver poesie, ma senza dubbio non qualifica in nessun caso quella di poeta una "professione", tantomeno da sogno. L'unica possibile spiegazione sta nel diverso significato che si dà alla parola: forse sia i poeti occidentali che quelli arabici scrivono poesie, ma certamente "essere un poeta" significa cose diverse nei due contesti.

3 *Lavori preferiti in area musulmana*

La poesia arabica è così sorprendente da rendere forse meno stupefacente quella che, a prima vista sembra essere la sorpresa più grande di tutta la mappa globale. Uno sguardo all'Asia più lontana conferma innanzitutto il grande successo della professione di scrittore, registra la presenza di aspiranti youtuber in Giappone e Indonesia, stupisce per professioni insolite come regista (Thailandia), cantante (Vietnam) e poliziotto (Corea del Sud), rallegra per la citata presenza dell'insegnante (Malaysia e Brunei), ma lascia davvero a bocca aperta la professione sognata dalla nazione più popolosa del mondo intero[3]: i cinesi vogliono diventare dietisti.

4 *Lavori preferiti in Cina e Sudest Asiatico*

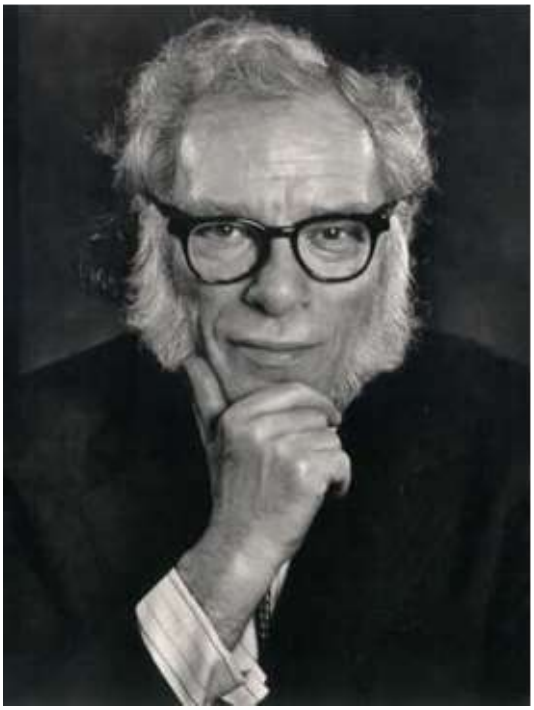
Quelle di dietologo, dietista, nutrizionista sono tutte professioni serie e verosimilmente in grado di assicurare un reddito dignitoso e soddisfazioni professionali anche nel nostro

[3] Affermazione, questa, che pur essendo diventata da tempo quasi un luogo comune, rischia fortemente di diventare falsa da un giorno all'altro. Secondo le previsioni dell'ONU i due paesi sono ormai quasi alla pari (1,38 miliardi di individui per l'India nel 2022, mentre la Cina ne conta 1,4) ma l'India continua a crescere e la Cina continua a diminuire la popolazione. Il sorpasso è previsto attorno a quota 1,413, e si prevede che si abbia già nel corso di questo anno di grazia 2023.

angolo d'Europa, ma questo ci pare insufficiente a spiegare come possano essere lavori così fortemente ambiti da una nazione gigantesca come la Cina.

È sorprendente; ma a sorprendere non è tanto il dato in sé, insomma la natura stessa della professione ambita dalla popolazione cinese, quanto la totale incapacità di trovarne una ragione. Pur con tutte le cautele esposte fin dall'inizio sulla credibilità e validità della mappa, resta il fatto che il bagaglio culturale – in un certo senso l'intera conoscenza del mondo posseduta da chi scrive – è totalmente incapace di immaginare una qualsivoglia ipotesi che possa giustificare questa cinese ambizione alla dietologia. In altre parole, il piacevole senso di onnipotenza esplorativa che la Rete garantisce a chiunque abbia voglia di navigare verso lidi lontani ed esotici viene rapidamente messo in crisi dall'evidente consapevolezza che è comunque difficilissimo comprendere davvero le culture altrui, anche se abbiamo la libertà di curiosare tra le foto dei loro paesaggi e tra i post dei loro blog.

Anche questa è verosimilmente cosa che stupisce assai meno le giovani generazioni, quelle per cui Internet è sempre esistita; è solo con il senno di poi che i meno giovani finalmente realizzano come fosse diversa la formazione della cultura solo mezzo secolo fa. Scuole, libri, insegnanti, giornali, mass-media e controcultura abbondavano anche allora, ma su una scala radicalmente diversa. Il cambio di scala è davvero epocale, ed è ancora assai difficile rendersene pienamente conto: e probabilmente lo si nota meglio nelle cose apparentemente effimere, poco importanti, piuttosto che nelle visioni generali e globali.


5 *Isaac Asimov*

Qualunque adolescente italiano degli Anni Sessanta o Settanta, se aveva un interesse specifico o comunque un po' insolito – per intenderci qualcosa che non fosse la passione per il calcio o non fosse direttamente coinvolto nella tempesta ormonale propria di quell'età – aveva forse qualche problema iniziale a trovare con chi condividere le proprie passioni, ma una volta trovatolo aveva totale certezza di una base culturale specifica in comune. Non era quasi possibile condividere una passione in maniera non integrale, per il semplice fatto che le possibilità erano ridotte: se a qualcuno piacevano gli enigmi matematici, non poteva non conoscere la rubrica di Martin Gardner; se ti piaceva la fantascienza, non potevi non conoscere Isaac Asimov. Sia ben chiaro, non è che quello fosse un mondo migliore, tutt'altro: un nerd ante-litteram di quei tempi vedrebbe la Rete di oggi e tutto quello che essa comporta semplicemente come il paradiso in terra.

È solo che, essendoci scarsità di ciò che alimentava quelle insane passioni, era certo che il solo condividerle implicava una conoscenza condivisa nella sua totalità, o quasi. Alla fin fine, persone come Gardner o Asimov non erano altro che gli influencer di quei tempi, per quei tipi di ragazzi: ogni disciplina, ogni passione aveva i propri punti di riferimento, ma la quantità e la velocità con cui arrivavano i nuovi nutrimenti per gli appassionati erano terribilmente inferiori di quanto siano oggigiorno, perché non c'è influencer o youtuber che si rispetti che non sia in grado, volendo, di produrre almeno quattro o cinque video alla settimana, se non di più. Così, si finiva con il leggere tutto: ogni romanzo, racconto, rubrica, ogni articolo che portasse in calce la firma agognata; si dava per scontato che subito, appena finito di leggerlo, i due o tre sparuti amici che condividevano la malsana passione (se si era stati abbastanza fortunati da trovarne) avessero fatto altrettanto.

Di Asimov, ad esempio, si finiva per cercare di procurarsi anche i libri di saggistica che sfornava in gran quantità negli USA, ma che erano quasi sempre irreperibili in italiano. E oltre ai grandi e celebratissimi cicli come quello della Fondazione o dei Robot si divoravano anche antologie di minor spessore, come i racconti dei Vedovi Neri o quelli che hanno come protagonista Wendell Urth. Quest'ultimo era (o meglio "è", visto che i personaggi non muoiono mai, a differenza degli autori) una sorta di geniale investigatore che, al pari di Nero Wolfe e dello stesso Asimov[4], odia uscire di casa, viaggiare, insomma qualsiasi cosa che lo costringa a rinunciare alle sue placide e pigre abitudini. In qualità di investigatore, costringe la trama dei racconti su un binario che, pur non abbandonando la fantascienza, vira verso le tinte del racconto giallo. In più, essendo tutto sommato dei racconti brevi e certo meno impegnativi di un romanzo, consentivano ad Asimov di infarcire come elemento determinante della trama degli spudorati giochi di parole, che per lui erano una vera passione.

6 *"La Chiave" edizione 1967 o giù di lì*

I giochi di parole, specie quando sono cruciali ai fini della trama, sono un bel guaio per i poveri traduttori, che devono affannarsi a renderli in una lingua in cui magari il gioco di parole non funziona affatto[5], e comunque è necessario inventarsi qualcosa per condurre il lettore alla fine della lettura senza che questi si imbufalisca troppo. Curiosamente, in uno di questi racconti il gioco di parole è fin troppo facilmente traducibile, al punto che per i lettori italiani può verosimilmente risultare un po' deludente, mentre per gli anglofoni la sorpresa è forse più autentica. Si tratta del racconto "*La chiave* (The Key)": il punto essenziale del mistero – sempre che non vogliate leggerlo, nel qual caso suggeriamo di interrompere la lettura di questo articolo perché stiamo per fare un brutale spoiler – sta nel fatto che occorre decifrare un complicato messaggio che dovrebbe indicare il luogo dove si trova un artefatto alieno sulla superficie della Luna. Il messaggio è però davvero complicato, sfugge alle decifrazioni, sembra anche essere contraddittorio e, naturalmente, c'è anche una certa urgenza perché anche i cattivi del caso stanno cercando di impadronirsene. Alla fine, Wendell Urth si rende conto che la chiave del messaggio è proprio il messaggio stesso o, se si preferisce, che il fatto di essere una "chiave" per individuare il luogo cercato è il contenuto del messaggio stesso. In buona sostanza, la decifrazione si snoda attraverso la sequenza *key* → *clavis* → *Clavius*, perché "clavis" è il termine latino per "chiave" e il più maestoso dei luoghi lunari è il cratere Clavius, ed era proprio lì che bisogna andare a cercare il prezioso oggetto.

I lettori italiani si trovarono così persino un po' avvantaggiati, perché il passaggio iniziale da "key" a "clavis" può risultare abbastanza complicato per un anglofono, mentre è palesemente più diretto per chi parla italiano. Certo, la semplificazione valeva solo se si conosceva la geografia lunare quel minimo che serviva a riconoscere in "Clavius" il nome del cratere più spettacolare del nostro satellite, ma anche in questo caso, se non altro, risvegliava nel lettore anche una curiosità più antica e precedente al racconto stesso: chi diamine era questo "Clavius" e che cosa aveva mai fatto per meritarsi di dare il nome a un

[4] In realtà, a detta dello stesso Asimov, per disegnare il personaggio di Wendell Urth si era ispirato a Norbert Wiener: a lui abbiamo dedicato il compleanno "*Voli di falena e fughe di scarafaggio*" in RM172, Maggio 2013.

[5] Ad esempio, proprio nel racconto di cui parliamo più avanti, con Wendell Urth protagonista, si trova un indizio che sembra suggerire la frase "andate sulla Terra"; in realtà, l'indizio esortava in realtà ad andare proprio a consultare Wendell Urth, perché in inglese "Earth (Terra)" e "Urth" hanno lo stesso suono.

cratere tra i più grandi e riconoscibili, persino più evidente di quello accanto che è dedicato al grande Tycho Brahe?

7 *Cristoforo Clavio (a volerlo dire in italiano)*

Di colui che ormai tutti chiamano Christophorus Clavius non si ha piena certezza di quale fosse il vero nome prima della latinizzazione. Con ogni probabilità, quando vide la luce il 25 Marzo 1538 a Bamberg, nella Baviera settentrionale[6], i suoi genitori lo battezzarono Cristoph e si pensa che il nome di famiglia fosse Klau o Clau; ma c'è chi sospetta che il suo cognome abbia subito una latinizzazione anche più radicale, e fosse originariamente *Schlüssel*, che è la parola tedesca per "chiave"[7].

Non si sa molto neppure della sua famiglia d'origine: ma quelli erano tempi e luoghi complicati, come quasi sempre sono quelli della storia d'Europa. A volersi riagganciare con quanto si raccontava all'inizio sui "lavori da sogno" nelle varie nazioni, la consolazione più grande è forse proprio notare che oggi, in gran parte del mondo, è lecito perlomeno sognare di arrivare a una certa professione. In quasi tutti i luoghi e i tempi della storia questo è rimasto un desiderio proibito, forse addirittura incomprensibile per quasi tutti gli esseri umani. I figli di chi lavorava la terra erano legati alla terra tanto quanto lo erano i campi e gli alberi, e perfino i più fortunati non avevano poi troppa scelta, pur se godevano di una qualità della vita migliore: a parte pochi artigiani – in piccole parti del mondo – i contadini facevano i contadini, i nobili facevano i nobili e l'unica alternativa, per entrambi, era la vita ecclesiastica; sia gli aristocratici cadetti che i poveri dotati di una mente particolarmente brillante non avevano praticamente altre carriere possibili, seppur per ragioni opposte. Dai primi era vissuta come triste ripiego, dai secondi come insperata via di fuga.

Christophorus Clavius entra nei Gesuiti attorno ai diciassette anni di età, e ha così la possibilità di studiare: prima all'Università di Coimbra, in Portogallo, poi inevitabilmente in Italia, a Roma, dove si trova il Collegio Romano dei Gesuiti. Prende gli ordini religiosi a ventisei anni, ma non lascia il Collegio Romano: fin dai tempi portoghesi aveva compreso di essere molto dotato per la matematica e affascinato dall'astronomia, anche a causa di una spettacolare eclisse di sole osservata a Coimbra: "*la Luna si posizionò tra il mio sguardo e il Sole […] e arrivarono le tenebre, in un certo senso ancor più scure di quella della notte*" scrisse anni dopo, ricordando l'episodio. È un evento importante, e segnerà tutta la sua vita: nato in Germania, educato in Portogallo, resterà così per tutta la vita a

[6] Bamberg (che in italiano viene spesso chiamata gradevolmente Bamberga) fa parte del Land della Baviera, ma è forse opportuno precisare che la regione storica a cui appartiene è la Franconia, che attualmente è parcellizzata in tre Land diversi: Assia, Baden-Württemberg e, appunto, Baviera.

[7] In realtà, non si è neppure troppo sicuri riguardo all'anno di nascita: il dubbio è tra il 1538 (come riportiamo) o 1537, ma in realtà si tratta di un dubbio dovuto solo al fatto che in non tutti i paesi, a quel tempo, si considerava che l'anno cominciasse il primo gennaio. Per il nostro computo attuale, è giusto considerare il suo mese di nascita quello di Marzo 1538; ma se a Bamberg si preferiva far cominciare l'anno con l'equinozio di primavera (e tenendo conto che nel 1538 non c'era ancora stata la riforma del calendario gregoriano), ecco che il nostro eroe finisce con l'essere uno degli ultimi nati del 1537. Succede qualcosa di analogo anche per il giorno di nascita di Newton che, oltre che essere protagonista della celebre diatriba se sia (giulianamente) il giorno di Natale del 1642 o (gregorianamente) il 4 gennaio 1643, è considerato da alcuni fissato al 4 gennaio 1642, per le stesse ragioni di definizione della data del cambio d'anno.

Roma, con rarissime e brevi interruzioni per rapidi soggiorni a Napoli e in Spagna. Si interesserà sempre di astronomia, e avrà la ventura di farlo in un periodo storico che testimonierà, di fatto, il passaggio tra l'astronomia antica e quella moderna.

La sua fama principale è data per aver diretto la parte scientifica del grande riforma del calendario di papa Gregorio XIII, entrata in vigore nell'ottobre del 1582[8]. Se la base matematica della riforma fu opera generata soprattutto dai calcoli del calabrese Luigi Lilio, è attraverso l'opera di Clavius che la riforma riesce effettivamente a prendere forma: anche perché Lilio muore sei anni prima che il nuovo calendario entri in vigore. Inoltre, Clavius è ormai diventato forse l'astronomo più eminente d'Europa, oltre che una figura di alto rilievo della Chiesa: è lui la maggiore autorità scientifica vaticana, lui il più convinto sostenitore e difensore del Calendario Gregoriano; ed è proprio lui che decide alcuni particolari cruciali e significativi della riforma, seppur essenzialmente convenzionali, quali la scelta dei dieci giorni da abolire (dal 5 al 14 ottobre), e che l'eliminazione di tre giorni bisestili ogni 400 anni si sarebbe dovuta attuare rendendo non-bisestili gli anni secolari che non erano multipli di 100.

8 *I "Commentari" di Clavius sul testo "In Sphaeram" di Sacrobosco (Johannes Holywood).*

Ma non era solo un burocrate della Curia, tutt'altro: insegnò per tutta la vita al Collegio Romano, e il suo libro di testo sull'astronomia è rimasto il più autorevole disponibile per più di mezzo secolo; nelle sue tavole goniometriche usa, primo nel mondo occidentale, il punto decimale, e la sua onesta natura di scienziato traspare da innumerevoli episodi della sua carriera scientifica. È significativo che, pur essendo un fedele sostenitore del sistema tolemaico geocentrico, registrò indipendentemente da Tycho la nova del 1572 in Cassiopea, notando che, essendo nella stessa posizione nel cielo secondo tutti gli osservatori, questa non poteva che essere che nel "cielo delle stelle fisse", ben oltre il "cielo della Luna" del sistema tolemaico, e che questo contraddiceva pertanto la convinzione che i cieli fossero eternamente immutabili.

Clavius è un autorevolissimo astronomo tolemaico, e questa sua caratteristica lo cristallizza nel giudizio della storia: anche perché è contemporaneo di Galileo, e questo implica che è un difensore del "sistema" che gode dei favori del potere proprio quando quel sistema denuncia fragorosamente la sua fragilità. Certo, non fragile quanto quella di Galileo, visto com'è andata a finire, con il padre della fisica costretto all'abiura; ma comunque difficile, se si è intellettualmente onesti, e Clavius certamente lo era. Il *Sidereus Nuncius* viene dato alle stampe nel 1610, quando Clavius ha ormai 72 anni, che è anche oggi un'età di tutto rispetto, ed era certo più pesante all'inizio del diciassettesimo secolo. Non è facile capire quanto il vecchio gesuita tedesco potesse assorbire delle nuove scoperte galileiane, dopo una vita passata seguendo una precisa e rigorosa idea sui meccanismi del cielo. Eppure, Clavius sembra mantenere un rapporto corretto, quasi amichevole, con Galileo, e ogni volta che Clavius pubblicava un libro non dimenticava di mandarne una copia allo scienziato pisano.

[8] "Entrata in vigore nel 1582", ma solo nei paesi di stretta osservanza cattolica. Il resto d'Europa e del mondo lo hanno fatto in tempi assai diversi, con diverse nazioni che si sono adeguate solo nel XX secolo e con il calendario liturgico ortodosso che ancora si rifiuta di accettarla.

I due si erano conosciuti a Roma nel 1587, e da allora avevano stabilito una costante corrispondenza; e quando, più di trent'anni dopo il loro primo incontro, a Clavius viene richiesto, in qualità di decano degli astronomi del Collegio Romani, di dare un giudizio sulle affermazioni di Galileo, le sue conclusioni sono le degne risposte di uno scienziato onesto, più che quelle di un alto dignitario della curia romana. Dice che aveva sentito parlare del cannocchiale, quello strano tubo che era stato inventato in Belgio, e che consentiva di vedere gli oggetti lontani come se fossero vicini. Dice che aveva ripetuto le osservazioni descritte nel *Sidereus Nuncius*, che anche lui aveva potuto vedere molte più stelle; che guardando la prima falce di luna la si poteva davvero vedere piena di dettagli e di misteriose fratture; che Venere davvero mostrava le fasi al pari della Luna, che Saturno era strettamente legato a due altre stelle, e che Giove era sempre accompagnato da quattro piccole stelline che sembravano danzargli intorno.

Era un fedele tolemaico, e non sappiamo se si rese pienamente conto di ciò che tutto questo significasse per la sua cosmogonia; era ormai anziano, e non vi vide probabilmente tutto quello che sembrava implicare. Ma il suo suggerimento finale fu comunque il migliore che poteva dare un tolemaico non ancora pronto a rinnegare le convinzioni di una vita e, al tempo stesso, mantenere la correttezza che è sempre richiesta a un vero uomo di scienza. Disse che era opportuno che gli astronomi rivedessero tutti i loro calcoli sulle orbite dei "cieli", in modo che potessero accordarsi con queste evidenze. "*Ad salvanda phaenomena*", scrisse nel suoi rapporto: per salvare i fenomeni osservati.

Clavius morì poco più di un anno dopo, nel febbraio del 1612: il dibattito tra sistema tolemaico e copernicano – senza dimenticare il ticonico, una sorta di compromesso tra i due proposto da Tycho Brahe – durò ancora a lungo. Giovanni Riccioli era ancora un ragazzino che correva per le campagne ferraresi, quando il *Sidereus Nuncius* veniva pubblicato: al pari di Clavius, entrò presto tra i Gesuiti e cominciò a studiare astronomia. Seguiva ancora il sistema tolemaico, anche se arrivò addirittura a immaginare un quarto "massimo sistema" oltre ai tre più famosi; più che tolemaico, era strenuamente anti-copernicano, probabilmente per ragioni di fede religiosa più che questioni di scienza. Nel 1651 pubblicò l'opera per cui è conosciuto, l'"*Almagestum novum, astronomiam veterem novamque complectens"*, celebre per essere la prima pubblicazione con una vera e propria mappa lunare. Riccioli assegnò i nomi ai crateri riportati nella mappa, nomi che non sono cambiati e si usano tutt'ora: seguì il criterio – tutto sommato meritevole – di dedicare i crateri ai famosi astronomi del passato. Certo, era un tolemaico, e riteneva più meritevoli gli astronomi tolemaici; certo, era un gesuita, e certamente ammirava gli astronomi confratelli. Così, non è difficile capire perché il cratere forse più spettacolare della Luna porti ancora il nome di Clavius, portabandiera di una teoria sconfitta dalla storia: ma tutto sommato, in fondo, il vecchio gesuita tedesco poteva anche esserselo meritato, questo onore.

2. Problemi

2.1 Un (altro) brutto problema

...a meno che qualcuno di voi riesca a trovare un'ambientazione, ma ci pare piuttosto difficile. *Molto tempo* dopo averlo incontrato, però, ci è venuta l'idea per una soluzione carina. Vediamo se riuscite a fare di meglio.

Abbiamo un numero di tredici cifre, scritto in base dieci: 16926Z8244483, e ci aspettiamo che il solito saputello venga a dirci che "Z" non è una cifra del sistema decimale, e che quindi deve esserci qualcosa di sbagliato.

In realtà, abbiamo nascosto una cifra, e vorremmo voi la trovaste: come unico indizio, avete il fatto che il numero "originale" è il prodotto di due primi gemelli; ecco, siccome abbiamo perso il foglietto dove lo avevamo scritto, vorremmo giustappunto recuperare "Z".

Ci date una mano?

2.2 Un (altro) rotolo

Sì, dai, quelli di calcolatrice, che ormai stanno diventando un tormentone peggio del giardino. Come problema ausiliario, poteste calcolare in che anno ci è stato proposto e generalizzarlo. Così potremo rompere le scatole ad amici e parenti ancora per molti anni a venire.

Questa volta, vi serve anche un *lungo* corridoio; infatti, per prima cosa ci mettiamo davanti al rotolo completamente svolto "per largo" (nel senso che un estremo è alla nostra destra e l'altro alla nostra sinistra); a questo punto, prendiamo l'estremo destro e lo portiamo sull'estremo alla nostra sinistra (insomma, lo pieghiamo a metà), e schiacciamo la piega; se riapriamo la striscia, vediamo una piega a "V".

Adesso, rimettiamo a posto il nastro (nel senso che lo richiudiamo) e ripetiamo l'operazione, prendendo il lato destro della striscia (che è la nostra prima piega) e portandolo sull'estremo sinistro; se riapriamo, a questo punto, dovremmo avere, da sinistra verso destra, prima due pieghe a "V", e poi una piega al contrario che chiameremo "A" (no, non abbiamo voglia di andare a cercare la "Λ"). Insomma, facendo una piega abbiamo ottenuto "V", facendo due pieghe abbiamo ottenuto "VVA".

Bene, adesso supponete di partire con un rotolo nuovo e di ripetere l'operazione 2016 (indovinato!) volte. Otterrete un certo numero di pieghe, in un qualche ordine. La domanda che ci poniamo è: la duemila-sedicesima piega (da sinistra), sarà una "V" o una "A"?

L'espansione ci pare evidente, ma non altrettanto la soluzione: come faremo l'anno prossimo? E in un anno generico? E se, per un numero x di pieghe, volessimo sapere il tipo della piega nella posizione y? Esiste un modo non ricorsivo per calcolarlo?

Come dicevamo, ci serve entro dicembre, quindi prendetela calma.

3. Bungee Jumpers

Un'urna contiene $2n$ biglie ben mescolate, n bianche e n nere, e n persone estraggono da essa, bendati, due biglie ciascuna.

1. Qual è la probabilità che tutti estraggano due biglie di colore diverso?
2. Qual è la probabilità che tutti estraggano due biglie dello stesso colore?

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Era Una Notte Buia e Tempestosa

Pensavamo di averle pensate tutte, ma pensarle tutte è davvero impossibile. Prendete questa rubrichetta di recensioni, ad esempio: siccome sapevamo bene di non riuscire a garantirne l'uscita regolare – fosse anche a cadenza quadrimestrale – abbiamo subito chiarito che era del tutto asincrona, volatile, saltapicchiante: e abbiamo fatto bene, tant'è che, prima di questo, l'ultimo numero della Prestigiosa Rivista che l'ha ospitata è stato RM273, roba di un anno e mezzo fa. Ma la cautela principale è stata soprattutto quella di dichiarare, fin dalla prima recensione, che non ci piacciono le stroncature: per carità, le stroncature sono spesso utili e talvolta perfino necessarie, ma a noi non piace scriverle. Come cautelarsi da una simile eventualità, dacché di libri brutti e immeritevoli è pieno il mondo? Facile: abbiamo dichiarato subito di rinunciare al sacro vincolo giornalistico dell'imparzialità, e lo stratagemma applicato è stato quello di decidere di recensire soltanto opere alle quali hanno messo mani degli amici di Rudi Mathematici. Semplice, no? Agli amici si vuol bene, e se si è amici significa che almeno qualche punto di interesse in comune c'è, e che difficilmente potranno scrivere delle bestialità (non per niente sono nostri amici) e insomma, per non tirarla troppo a lungo: fare un po' di spudorata e gratuita pubblicità agli amici è cosa accettabile e perdonabile, se non proprio buona e giusta. Poi, ovviamente, in questo mondo ormai più telematico che fisico la parola "amico" ha tutta una varietà di gradazioni e sfumature, ed è finita che abbiamo anche recensito libri di "amici" nel senso ampio del XXI secolo, insomma persone che magari non si è mai incontrate di persona, ma anche la conoscenza solo virtuale è una gran bella cartina al tornasole, quindi che problema c'è?

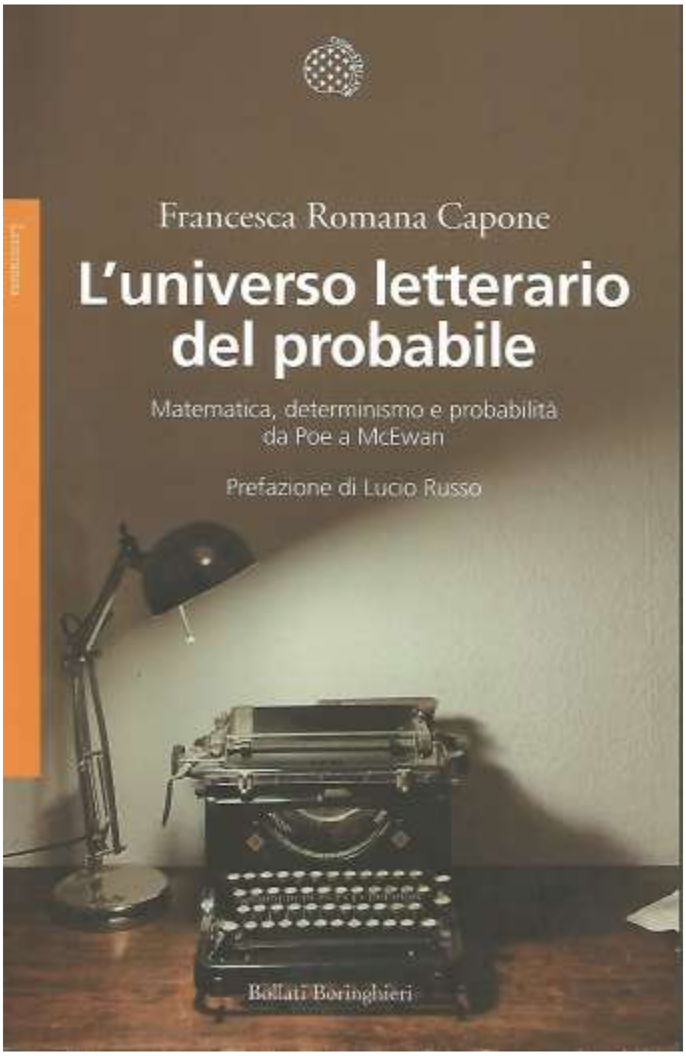
Invece il problema c'è. C'è, perché alla fine, è innegabile la differenza di gradazione tra un amico che conosci solo tramite uno scambio di battute su un social e uno con il quale, invece, non parli solo dell'Ipotesi di Riemann o quanto ti piaccia David Foster Wallace, ma ti capita anche di andarlo a trovare per prendere un tè insieme, e parlare di come va il lavoro o se i rispettivi figli vanno bene a scuola. Ma, a dire il vero, questa differenza è tutto sommato possibile gestirla, riconoscerla, attenuarla. È l'altro problema che è più difficile da gestire: perché se questo amico scrive un libro che è davvero interessante, originale, insolito, accurato, che esplora un tema davvero intrigante e probabilmente mai trattato in precedenza, come fai a fargli capire che la recensione entusiasta che hai scritto l'hai scritta perché il libro ti ha entusiasmato davvero, e non solo perché gli vuoi bene e gli vuoi fare un piacere?

Da questo problema non c'è praticamente via di scampo: sarà contento della recensione, probabilmente, ma probabilmente (e sì, la ripetizione dell'avverbio è voluta) rimarrà con il dubbio. Per fortuna, la musa della matematica è pietosa con gli affanni dei suoi cuccioli, i piccoli accoliti che giocano con la matematica ricreativa: e il problema si risolve *ex machina*, perché il libro in questione, il protagonista di quest'articolo, non ha proprio bisogno di questa nostra piccola recensione. È uscito dalle tipografie di una delle più prestigiose case editrici scientifiche d'Italia, ha la prefazione di un grande storico della matematica, e ha già avuto recensioni ben più importanti di questa. E si tratta di recensioni che, prima ancora che positive, si palesano interessate e incuriosite, tanto per ribadire l'originalità del testo. Tanto per dire, non solo il libro è stato presentato a Fahrenheit, il tempio libresco di RadioTre, ma l'autrice si è fatta notare al punto che, qualche giorno dopo, è stata reinvitata per partecipare a un dibattito sulle relazioni tra scienza e letteratura.

Insomma, questa nostra recensione non serve nulla, per fortuna.

4.1 L'universo letterario del probabile

«Le difficoltà di comprensione del pensiero scientifico riscontrabili tra gli scrittori e nel loro pubblico, però, stanno anche a segnalare un problema interno alla scienza. Nel momento in cui essa si concentra in ambiti in cui la fenomenologia è estranea a qualunque tipo di esperienza, perde contatto con il mondo.»



L'espressione "due culture" nasce ufficialmente nel 1959, quando viene coniata da Charles Percy Snow nel suo libro omonimo[9], ma il dibattito sull'argomento è ben più vecchio e – soprattutto in Italia – ancora in grado di accendere vivaci polemiche. Quasi sempre il dibattito si riduce a scontri verbali tanto sterili quanto sciocchi, come se il punto cruciale fosse quello di appurare se sia più nobile scrivere un romanzo o dimostrare un teorema; e sì che fin dall'inizio lo stesso Snow aveva scritto che la cosa veramente importante è che le "due culture", se davvero esistono, facciano il possibile per diventare una cultura sola. Non era un cattivo suggerimento: del resto, Snow era sia romanziere che scienziato, e parlava con cognizione di causa.

Nel bel mezzo semideserto della terra di nessuno tra scienza e letteratura abita anche Francesca Romana Capone. A leggerne il curriculum, si capisce che il fronte da cui proviene è quello letterario: è cultore di Letterature Comparate all'Università di Torino, in qualche cassetto della sua casa sarà conservata la laurea in Storia dell'Arte e anche una pergamena che attesta il suo dottorato di ricerca in Culture Classiche e moderne, ma l'indizio più significativo sono verosimilmente i diversi romanzi e racconti che ha già pubblicato. Fatto sta che FRC[10] è ben lontana da avere titoli e frequentazioni solo letterarie: oltre all'ennesimo pezzo di carta (un Master in Comunicazione della Scienza), a testimoniarlo ci sono diversi articoli strettamente accademici, e un decennale interesse alla storia della scienza e della matematica in particolare, tant'è vero che Lucio Russo è stato certamente ben lieto di scrivere la prefazione a "*L'Universo letterario del probabile*".

Il titolo può sembrare fin troppo evocativo e impegnativo, ma va preso alla lettera: il campo dell'indagine è proprio quello delle probabilità, che sono un anello di congiunzione formidabile tra la matematica, con il Calcolo delle Probabilità (e con il suo utilizzo sempre più esteso e diffuso in ogni disciplina scientifica) e la letteratura, che per propria natura, fin dai tempi dell'Odissea, tende a raccontare le storie che stupiscono, e stupiscono perché poco familiari e comuni: insomma, improbabili. È una connessione tanto sorprendente

[9] Difficile da trovare in italiano, il testo nasce originariamente da lezioni universitarie, poi pubblicate da Snow con il titolo "*The two cultures and the scientific revolution*". In inglese si trova ancora abbastanza facilmente, anche se non sempre a prezzi decenti.

[10] "Francesca Romana" è nome bellissimo e molto collocabile in quella Roma che è la città d'origine della nostra protagonista, ma resta lungo: del resto, se David Foster Wallace accettava di essere sintetizzato in DFW, ci auspichiamo che l'interessata non se la prenda troppo se riduciamo le 21 lettere del suo nome e cognome di 6/7.

quanto ovvia: e non c'è contraddizione tra i due aggettivi, perché le cose veramente sorprendenti sono quelle che non si notano finché non ci urlano addosso la loro ovvietà.

Il passo successivo è altrettanto lineare e stupefacente; anziché soffermarsi a cercare se gli autori di romanzi palesino incompetenza scientifica o se gli scienziati si ostinino a rifuggire dalle belle lettere, Capone si interroga se l'evoluzione della scienza, con le grandi rivoluzioni epistemologiche che hanno attraversato gli ultimi due secoli, sia leggibile, riconoscibile in alcuni dei maggiori scrittori contemporanei a quelle medesime rivoluzioni; e la risposta che trova è sorprendente.

9 *Francesca Romana Capone*

È un po' come iniziare un viaggio: che Edgar Allan Poe e Arthur Conan Doyle abbiano di fatto inventato il romanzo giallo è cosa nota, ma è un po' meno facile ricordare che lo fanno anche perché figli del loro tempo, di quel XIX secolo che è il trionfo dell'ideale positivista e della convinzione che il mondo sia integralmente meccanicistico, pienamente deterministico (come del resto è ancora dipinto dalle migliaia di telefilm in cui il detective mette insieme tutti gli indizi e ne tira fuori una ricostruzione logica e inappuntabile). Ma il XIX secolo cede al passo al XX nel bel mezzo di una crisi scientifica niente male: prima ancora delle rivoluzioni causate dalla Teoria della Relatività e della Meccanica Quantistica c'è già Poincaré che denuncia il "caos deterministico", l'impossibilità di orizzontarsi tra le miriadi di variabili anche se queste fossero pienamente regolamentate solo dalle leggi della meccanica, ed è sorprendente notare – dopo che FRC ce lo fa notare – come questo allarme sia ben palesato dalle opere di Paul Valery, Friedrich Dürrenmatt e Carlo Emilio Gadda. E il viaggio continua, e così si scoprono le relazioni strettissime tra il teatro di Luigi Pirandello e la matematica di Bruno De Finetti; e si arriva poi davvero alla rivoluzione quantistica, quando la parola stessa "probabilità" assume un significato decisamente più cruciale nella fisica: non è più un artificio matematico, ma sembra quasi la caratteristica ontologica più significativa dell'universo, se hanno ragione i fisici che seguono l'interpretazione di Copenaghen. C'è davvero traccia in letteratura di uno sconvolgimento scientifico così forte, devastante al punto che gli stessi scienziati che l'hanno generato fanno una fatica del diavolo anche solo per provare a spiegare a grandissime linee ciò che celano le loro equazioni e le loro funzioni d'onda? Sì, c'è: Robert Musil, Hermann Broch, Daniele Del Giudice stanno lì a testimoniarlo con i loro libri più famosi.

Il viaggio è ancora in corso, ovviamente, non ci si può aspettare che finisca; e il libro di Capone ricorda anche i segnali che arrivano dai nostri grandi contemporanei, come Ian McEwan e lo stesso David Foster Wallace: ma è evidente che "*L'universo letterario del probabile*" non è poi, in realtà, un testo che abbia semplicemente l'intenzione di pacificare gli sciocchi belligeranti delle due culture, quanto quello di lanciare delle grida di allarme. Lo si capisce fin dalle prime pagine, in fondo: quando racconta di come uno scrittore di enorme valore e successo come Edgar Allan Poe sbagli l'interpretazione di una delle leggi elementari del calcolo delle probabilità. L'errore in sé è grave, ma rimane pur sempre un errore, accidente in cui gli esseri umani cadono spesso; però inevitabilmente genera conseguenze maggiori, se scritto in un romanzo di successo. È insomma un caveat importante per tutti coloro che si occupano di comunicazione della scienza: i giocatori del lotto continueranno ad inseguire i "numeri ritardatari", ma se lo fanno perché confortati da un libro famoso[11], sarà molto più difficile convincerli dell'errore.

Ma l'allarme maggiore non è questo: è piuttosto quello, assai più significativo, con il quale il libro si conclude. La scienza contemporanea è palesemente misteriosa per il grande pubblico, e gli scrittori che riescono a trasmettere nei loro romanzi e racconti la sua immanenza nella realtà sono sempre di meno. Forse la scienza contemporanea è troppo difficile, forse gli scrittori contemporanei sono troppo poco preparati scientificamente, forse gli scienziati non sono abbastanza capaci di trasmettere il loro entusiasmo, forse i letterati non hanno voglia di raccontarlo. Ma il punto non è quello di scoprire il colpevole, come farebbe Sherlock Holmes; il punto è quello di fare in modo che le "due culture", ammesso e non concesso che siano davvero separate e diverse, imparino a conoscersi, a dialogare. È soltanto così che, alla fine, potranno capire di essere una cosa sola.

Titolo	L'universo letterario del probabile
Sottotitolo	Matematica, determinismo e probabilità da Poe a McEwan
Autore	Francesca Romana Capone
Editore	Bollati Boringhieri
Collana	Saggi Letteratura
Data Pubblicazione	Settembre 2022
Pagine	152+10
Prezzo	18,00 euro

5. Soluzioni e Note

Marzo!

5.1 [289]

5.1.1 Non finiscono mai...

Il Capo si è messo a piegare strisce di carta, non si sa mai che cosa si possa inventare:

> *Abbiamo un rotolo per calcolatrici della larghezza di un'unità e della lunghezza di* 1024 *unità; i quadratini sono numerati da sinistra a destra da* 1 *a* 1024. *Preso l'estremo destro e portato a sinistra, piegando la striscia a metà e poi ripetuto il processo, piegando sempre da destra verso sinistra, si ottiene una colonna di quadrati unitari. Quanti quadrati ci sono sotto il quadrato con scritto sopra il numero* 942 *o qualsiasi n? E cosa succede per un qualsiasi nastro di calcolatrice lungo una qualsiasi potenza di due? E a piegarlo una volta da una parte e una volta dall'altra?*

La difficoltà delle piegature in un mondo non teorico non ci tange, perché, come ben sanno tutti i lettori di RM, la Redazione esiste solo in modo virtuale e persino in un multiverso popolato da alter-ego generati per diverse funzioni. Quindi andiamo a vedere subito che cosa ha fatto ***Valter***:

[11] Poe fraintende il concetto di "evento indipendente" e sostiene che se si lancia una moneta e per due volte di seguito il risultato è "testa", la probabilità che al lancio successivo venga nuovamente "testa" è minore dell'uscita di "croce". È la comune fallacia dei giocatori del lotto che ritengono che un numero che non esce da molte estrazioni abbia più probabilità di essere estratto degli altri numeri nell'urna.

Non ho trovato di meglio di questo metodo; provo a esporlo senza scendere troppo nei dettagli. Dispongo la sequenza dei numeri impilati a partire dal numero "1", e a seguire, in questo modo:

- preparo una tabella di 2^5x2^5=1'024 celle dove inserisco la sequenza con una regola che spiego

- segno righe e colonne con la sequenza dei numeri impilati su di una striscia di 2^5=32 quadrati

- cioè: 1 32 17 16 9 24 25 8 5 28 21 12 13 20 29 4 3 30 19 14 11 22 27 6 7 26 23 10 15 18 31 2

- è breve, la si può calcolare ma, volendo, basta utilizzare ricorsivamente il metodo a ritroso

- inizio da sinistra con la riga segnata con "1" e inserisco nelle sue celle i numeri da 1 a 32

- proseguo da destra con la "2" e i numeri da 33 a 64; quindi a seguire sempre avanti e indietro

- la sequenza dei numeri impilati si ricava con questo stesso sistema …ma percorrendo le colonne

- quindi, sulle righe pari, i numeri si inserisco iniziando da sinistra, sulle dispari da destra

- allo stesso modo sulle colonne dispari si leggono partendo dall'alto, su quelle pari dal basso

- il numero 942 si trova alla riga segnata con $\lceil 942/32 \rceil$=30, nella cella in posizione 942-29*32=14

- devo verificare come è segnata la 14.mo colonna, partendo da destra, essendo 30 un numero pari

- nella sequenza dei 32 numeri impilati elenca più sopra, nel 14.mo quadrato da destra c'è il 19

- la riga segnata con 30 è la 18.ma in tabella; il numero 942 quindi è in posizione 32*18+18=594

- spiego il calcolo: siccome la colonna è segnata con "19", ci sono 19-1=18 colonne, di 32 celle

- quindi 32 per 18 righe di numeri impilati precedono 942, più quelli prima di lui in colonna 19

- la riga segnata con il 30, è la 18.ma dall'alto nella sequenza elencata dei 32 numeri impilati

- 19, numero assegnato alla colonna, è dispari, quindi, conteggio 14 partendo proprio dall'alto.

Ce l'ho messa tutta per spiegarmi, sempre che non stia farneticando; temo però di non riuscirci. Trovo quasi sempre molto più facile risolve che spiegare anche quando fatico un po' ad arrivarci. Ho scritto, come spesso mi capita, un programma che vi allego per verificare i miei ragionamenti.

… e come spesso capita a noi, il programma ce lo teniamo con piacere. La prossima soluzione è di ***trentatre***:

Nel caso generale $N = 2^m$ le rotazioni trasformano la riga iniziale di caselle numerate da 1 a N nella riga finale (letta a partire dal basso) $S_m = a_1, a_2, \dots a_N$.

Ho risolto il problema (la posizione del numero 942 con m =10) disponendo i diversi strati di foglietti in una scacchiera e applicando i 10 piegamenti necessari come trasformazioni geometriche.

Però alla fine ho notato che le righe finali per i primi m

> 1
> 1,2
> 1,4,3,2
> 1,8,5,4,3,6,7,2
> 1,16,9,8,5,12,13,4,3,14,11,6,7,10,15,2 ecc.
>
> scritte di seguito coincidono con la sequenza A281589 in *OEIS*, definita proprio con la piegatura di caselle numerate descritta nel problema.
>
> Viene fornita una lista (*righe n*... 14) che include il caso $N = 2^{10} = 1024$ compreso nell'intervallo $a(1024) = 1 \ldots a(2047) = 2$. Il numero cercato si trova in $a(1617)$=**942**, quindi il numero di foglietti al di sotto di questo è 1617 – 1024 = **593**.
>
> Il problema è affrontato in modo esauriente e generale nelle formule e programmi inclusi, quindi non riporto la mia soluzione, limitata a un singolo caso.

Il nostro ***trentatre*** ha trovato alcune nostre sorgenti di problemi: anche se non abbiamo mai nascosto che i nostri problemi sono trovati in rete o in giro per libri, e trasformati con ambientazione… rudesca, ribadiamo che i problemi qui riportati sono raramente originali. Chiedendo al Capo e portando pazienza finché non risponde si possono ottenere più dettagli dei libri o dei siti da cui derivano. Ma vediamo come ha affrontato la soluzione ***Galluto***:

> Tanto per cambiare, non trovo una formula. Però ho pensato ad un procedimento che funziona per qualsiasi numero e per qualsiasi lunghezza del nastro (a patto che sia una potenza di 2), se la piega avviene sempre da destra verso sinistra (o sempre da sinistra verso destra, ma allora alla fine bisogna rovesciare la pila).
>
> Qualche considerazione iniziale:
>
> - Nella pila finale, i numeri dispari e pari si alternano sempre; numerando con 1 il quadrato più in basso (e che contiene l'"1") e man mano a crescere mentre si va verso l'alto, i dispari sono tutti in posizione dispari e i pari tutti in posizione pari.
> - La somma di un dispari e del pari che gli sta immediatamente sopra è costante ed uguale a 2^n+1 (per un nastro lungo 2^n); cioè, per n = 10, subito sopra l'"1" c'è il "1024"), e subito sotto il "2" c'è il "1023", …
> - Passando da un n al successivo, i numeri che si aggiungono si vanno a mettere tra quelli già esistenti, in modo da rispettare la regola del punto precedente; ad esempio, per n = 1, 2, 3, la pila cambia così:
>
> | n = 1 | | n = 2 | | n = 3 | |
> |---|---|---|---|---|---|
> | posizione | numero | posizione | numero | posizione | numero |
> | | | | | 8 | 2 |
> | | | | | 7 | 7 |
> | | | 4 | 2 | 6 | 6 |
> | 2 | 2 | 3 | 3 | 5 | 3 |
> | 1 | 1 | 2 | 4 | 4 | 4 |
> | | | 1 | 1 | 3 | 5 |
> | | | | | 2 | 8 |
> | | | | | 1 | 1 |
>
> In pratica, man mano si costruisce il gigantesco tabellone di un torneo di tennis con la testa di serie n.1 che gioca con l'ultimo in graduatoria, la testa di serie n. 2 col penultimo, … e, salvo sorprese, l'1 ed il 2 si sfideranno in finale.
>
> - Quando n aumenta di 1, la posizione dei numeri già esistenti cambia nel modo seguente: se il numero è dispari, la sua posizione diventa il doppio della posizione precedente, meno 1; se è pari, diventa il doppio; per i numeri che vengono aggiunti la regola è la seguente: se il numero aggiunto è pari, prende la posizione pari al doppio di quella che aveva il numero dispari sopra al quale si è posizionato; se è dispari, prende la posizione del numero pari sotto al quale si posiziona, moltiplicata per 2 e, ancora, meno 1.
>
> E, forte di tutti questi elementi, uso il numero richiesto (942) come esempio:

- Il 942 sta esattamente sopra all'83, che è il suo complemento a $2^{10} + 1 = 1025$; quindi basta sapere in che posizione sta l'83; non sembra un gran passo avanti, ma il punto è che 83 è il più piccolo dei due, e quindi è minore (o uguale, se il numero di partenza fosse 513) a 512, e perciò già stava nello schema con $n = 9$
- Quindi, cerco il complemento ad 83 di 513 ($2^9 + 1$), che è 430;
- Ma 83 è ancora il più piccolo dei due, quindi itero il processo per $n = 8$, …
- Quando finalmente il complemento ad 83 è più piccolo di 83 (per $n = 7$, e quindi cerco il complemento a 129, che è 46), lascio il buon 83 e continuo il lavoro con 46, …
- Vado avanti e costruisco un "percorso", finché non sono arrivato ad avere come numero minore tra i due complementari l'1:

potenza di 2	numero	complemento	posizione
10	942	83	594
9	83	430	297
8	83	174	149
7	83	46	75
6	46	19	38
5	19	14	19
4	14	3	10
3	3	6	5
2	3	2	3
1	2	1	2
0	1		1

- L'1 sta ovviamente in posizione 1; da qui risalgo applicando l'ultimo principio delle mie considerazioni iniziali (se il numero è pari moltiplico la posizione per 2, se è dispari la moltiplico per 2 e tolgo 1) e posso dire che il nostro 942 sta in posizione 594, e quindi ne ha **593** sotto di sé.

Concludiamo con la proposta di ***Franco57***:

Questa volta ho voluto scrivere anche le varie strade intraprese per risolvere il quesito e non solo la più fruttuosa che è l'ultima, perché comunque tutte quante hanno dei motivi di interesse, in particolare la prima.

Per semplicità, e soprattutto per afferrare il meccanismo, parto da una striscia più piccola di 16 quadratini, ma nella grafica dopo la piega a metà porto la striscia sotto anziché sopra, perché mi è più comodo.

Spess \ Posiz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	16	15	14	13	12	11	10	9								
3	9	10	11	12												
4	8	7	6	5												
5	5	6														
6	12	11														
7	13	14														
8	4	3														
9	3															
10	14															
11	11															
12	6															
13	7															
14	10															
15	15															
16	2															

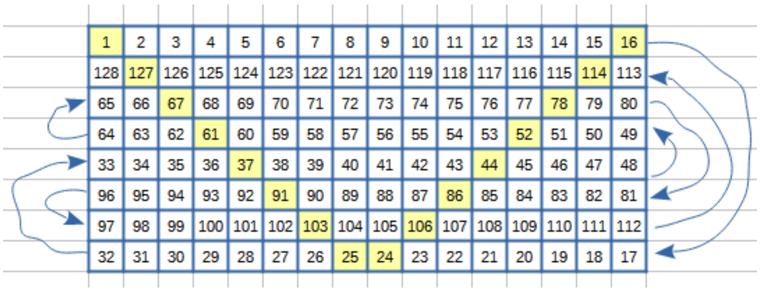
Ottengo una rappresentazione della posizione orizzontale (Posiz) e dello spessore (Spess) di ogni quadratino dopo ogni piega, compresa la situazione finale in cui tutti i quadratini sono in verticale sotto la posizione orizzontale 1.

Si può già osservare una proprietà notevolissima: proprio per costruzione la funzione che associa la posizione orizzontale che un quadratino ha all'inizio allo spessore che assume alla fine è la stessa che, partendo dalla striscia arrotolata, associa lo spessore di un quadrato alla sua posizione orizzontale una volta srotolato. Ad esempio il quadrato 10 alla fine avrà spessore 14 e analogamente il quadrato che ha spessore 10 è quello che all'inizio era in posizione 14. Di conseguenza nel quadrato centrale 4×4 il 10 e il 14 sono simmetrici rispetto alla diagonale.

Nella seguente figura ho messo il quadrato centrale, quindi la situazione di mezzo tra la striscia srotolata e quella arrotolata, di un caso più complesso, quello con una striscia da 256 quadratini, poiché quello con 1024 sarebbe stato quasi illeggibile.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
256	255	254	253	252	251	250	249	248	247	246	245	244	243	242	241
129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144
128	127	126	125	124	123	122	121	120	119	118	117	116	115	114	113
65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
192	191	190	189	188	187	186	185	184	183	182	181	180	179	178	177
193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208
64	63	62	61	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49
33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
224	223	222	221	220	219	218	217	216	215	214	213	212	211	210	209
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176
96	95	94	93	92	91	90	89	88	87	86	85	84	83	82	81
97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
160	159	158	157	156	155	154	153	152	151	150	149	148	147	146	145
225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17

Anche qui i numeri sono le posizioni orizzontali iniziali. Il valore rispetto alla diagonale dà quindi lo spessore finale e viceversa. Ad esempio il quadratino inizialmente in posizione 70 alla fine sarà quello di spessore 188 e viceversa quello di posizione iniziale 188 avrà alla fine spessore 70. La diagonale dà quei 16 casi per i quali la posizione iniziale è identica allo spessore finale.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
128	127	126	125	124	123	122	121	120	119	118	117	116	115	114	113
65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
64	63	62	61	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49
33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
96	95	94	93	92	91	90	89	88	87	86	85	84	83	82	81
97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17

Il gioco è replicabile per una striscia lunga 2^ncon n pari, ma sostanzialmente la stessa proprietà si ha anche per le strisce di 2^n con n dispari, con un rettangolo $2^k \times 2^{k+1}$ per $n = 2 \cdot k + 1$. In questo caso si hanno $2 \cdot k$ casi per i quali lo spessore è identico alla posizione.

Esempio a fianco per un rotolo lungo 128.

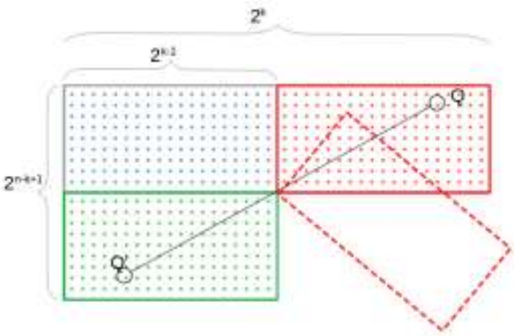
Ho sviluppato il quadrato centrale per una striscia di 1024 quadratini, di cui qui a fianco fornisco un estratto.

81	82	83	84
944	943	942	941
593	594	595	596
432	431	430	429

Come si vede lo spessore finale del quadratino in posizione 942 mi viene 594, il suo simmetrico, quindi ci saranno 593 livelli sotto dopo tutte le pieghe.

Il quadrato (o il rettangolo) centrale può essere costruito direttamente tenendo conto delle frecce in blu che seguono regole precise (la prima riga prosegue sull'ultima in ordine inverso, ecc). Queste regole che sono intuitive e non mi ci dilungo, ma ho visto che si possono dimostrare per indizione senza particolari problemi. Tuttavia non sono riuscito sulla base di queste a costruire una formula classica. Mi chiedo se esista.

Un altro approccio consiste nel calcolare la posizione orizzontale p e lo spessore s dopo ogni piega. Il nostro quadratino Q di coordinate (p, s) subisce la piega se $2^{k-1} < p \leqslant 2^k$ e in questo caso, come si evince dalla figura assume le nuove coordinate:



$Q' = (p', s') = (2^k - p + 1, 2^{n-k+1} - s + 1)$ poiché si ruota la metà rossa su perno. Partendo da $(p, 1)$ possiamo quindi iterare la procedura fino a raggiungere una posizione $(1, s)$ che dà lo spessore in funzione della posizione orizzontale di partenza. Ad esempio per $p = 942$ si ha che lo spessore finale risulta $s = 594$

$$2^9 < 942 \leqslant 2^{10} \Rightarrow (942{,}1) \to (2^{10} - 942 + 1{,}2^1 - 1 + 1) = (83{,}2)$$
$$2^6 < 83 \leqslant 2^7 \Rightarrow (83{,}2) \to (2^7 - 83 + 1{,}2^4 - 2 + 1) = (46{,}15)$$
$$2^5 < 46 \leqslant 2^6 \Rightarrow (46{,}15) \to (2^6 - 46 + 1{,}2^5 - 15 + 1) = (19{,}18)$$
$$2^4 < 19 \leqslant 2^5 \Rightarrow (19{,}18) \to (2^5 - 19 + 1, 2^6 - 18 + 1) = (14{,}47)$$
$$2^3 < 14 \leqslant 2^4 \Rightarrow (14{,}47) \to (2^4 - 14 + 1, 2^7 - 47 + 1) = (3{,}82)$$
$$2^1 < 3 \leqslant 2^2 \Rightarrow (3{,}82) \to (2^2 - 3 + 1, 2^9 - 82 + 1) = (2{,}431)$$
$$2^0 < 2 \leqslant 2^1 \Rightarrow (2{,}431) \to (2^1 - 2 + 1, 2^{10} - 431 + 1) = (1{,}594)$$

Questo metodo è generale ma è un algoritmo, non una formula. Usandolo per casi particolari sono riuscito ad ottenere delle formule per posizioni particolari una striscia di 2^n, che sembravano promettere una formula generale, che però mi è sfuggita, ad esempio:

$$2^k \to 2^{n-k+1},\ 2^k + 1 \to 2^{n-k} + 1,\ 2^k + 2^h \to 2^{n-h+1} - 2^{n-k}, 1 \leqslant h < k < n$$

Un terzo approccio, basato sui bit della rappresentazione binaria, finalmente ha dato i suoi frutti generando una sorta di formule generali e comunque consentendo di entrare meglio nella logica di questo giochino. Trattandosi di bit qui conviene contare da 0, quindi ogni posizione orizzontale p e ogni spessore s è rappresentato da una stringa di n bit, per la nostra striscia di 2^nquadretti. La condizione per essere piegato di un quadretto (p, s) nel mezzo del processo diventa allora

$(p, s) \to (2^k - 1 - p, 2^{n-k+1} - 1 - s)$ se $2^{k-1} \leqslant p < 2^k$cioè se ha il bit $k - 1$ alzato. Ma ciò significa che nella nuova configurazione inverte tutti i bit tra 0 e $k - 1$ poiché $2^k - 1$ è composto solo di bit a 1. La volta successiva che verrà piegato corrisponderà quindi al primo 1 della nuova configurazione, che è anche il primo 0 successivo dopo il bit alzato $k - 1$ e così via. In pratica se si guarda alla rappresentazione binaria di p come a una sequenza di gruppi contigui di bit uguali scandendolo dal primo 1 più significativo, questo viene ribaltato esattamente in corrispondenza di ogni inizio del gruppo. Senza formalizzare troppo ecco un esempio:

bit	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
941 in binario	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1
Inizio gruppi	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1

Quindi viene ribaltato 7 volte, come si era già visto, in corrispondenza di $2^9, 2^6, 2^5, 2^4, 2^3, 2^1, 2^0$.

La configurazione binaria di inizio gruppi è una funzione di p che chiamo C, per Cambio.

Quando ho terminato tutti i piegamenti e ho la striscia verticale e il quadratino è finito in $(1, s)$, se la srotolo farò esattamente tutto al contrario, e poiché come già visto il procedimento che da una posizione orizzontale porta a uno spessore è il medesimo che porta uno spessore a una posizione orizzontale, è vera (punto delicatissimo) la relazione $C(s) = R\big(C(p)\big)$ avendo chiamato con R la funzione che inverte la posizione dei bit dal più significativo al meno significativo. La funzione C è invertibile infatti se sappiamo dove si trova il primo 1 e inoltre ogni volta quando il valore del bit cambia, possiamo ricostruire la rappresentazione binaria di qualsiasi numero. Calcoliamo usando lo *XOR* sui bit (che indico con$a \otimes b \cdots \otimes c$dove a, b, c sono bit e che vale 1 se e solo se ci sono un numero dispari di bit a 1), tenendo conto che C^{-1}può essere calcolata così:

$$\begin{array}{cccccc} x & x_{n-1} & x_{n-2} & x_{n-3} & \cdots & x_1 & x_0 \\ C^{-1}(x) & y_{n-1} & y_{n-2} & y_{n-3} & \cdots & y_1 & y_0 \\ C^{-1}(x) & x_{n-1} & y_{n-1} \otimes x_{n-2} & y_{n-2} \otimes x_{n-3} & \cdots & y_2 \otimes x_1 & y_1 \otimes x_0 \end{array}$$

Possiamo calcolare $s = C^{-1}\left(R\big(C(p)\big)\right)$nell'ultima riga

$$\begin{array}{ccccccc}
p & p_{n-1} & p_{n-2} & \cdots & p_2 & p_1 & p_0 \\
C(p) & p_{n-1} & p_{n-1} \otimes p_{n-2} & \cdots & p_3 \otimes p_2 & p_2 \otimes p_1 & p_1 \otimes p_0 \\
R\big(C(p)\big) & p_0 \otimes p_1 & p_1 \otimes p_2 & \cdots & p_{n-3} \otimes p_{n-2} & p_{n-2} \otimes p_{n-1} & p_{n-1} \\
C^{-1}\Big(R\big(C(p)\big)\Big) & p_0 \otimes p_1 & p_0 \otimes p_2 & \cdots & p_0 \otimes p_{n-2} & p_0 \otimes p_{n-1} & p_0
\end{array}$$

insomma alla fine conviene dividere tra p pari $p_0 = 0$e p dispari $p_0 = 1$. La funzione $p \to s$nella rappresentazione binaria diventa

$$(p_{n-1}\ \ p_{n-2}\ \ \cdots\ \ p_2\ \ p_1\ \ 0) \to (p_1\ \ p_2\ \ \cdots\ \ p_{n-2}\ \ p_{n-1}\ \ 0)$$
$$(p_{n-1}\ \ p_{n-2}\ \ \cdots\ \ p_2\ \ p_1\ \ 1) \to (\overline{p_1}\ \ \overline{p_2}\ \ \cdots\ \ \overline{p_{n-2}}\ \ \overline{p_{n-1}}\ \ 1)$$

Nel nostro caso prova 941 (1 meno di 942 perché si conta da zero abbiamo

$$941 = (1\ \ 1\ \ 1\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ \ 1\ \ 1\ \ 0\ \ 1) \to (\overline{0}\ \ \overline{1}\ \ \overline{1}\ \ \overline{0}\ \ \overline{1}\ \ \overline{0}\ \ \overline{1}\ \ \overline{1}\ \ \overline{1}\ \ 1)$$
$$= (1\ \ 0\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 1)$$

che come aspettato è la configurazione binaria di 593.

Esprimendo p come somma di potenze del 2 l'espressione diventa più classica:

poste le potenze di 2 $0 < r_1 < r_2 < \cdots < r_k < n$

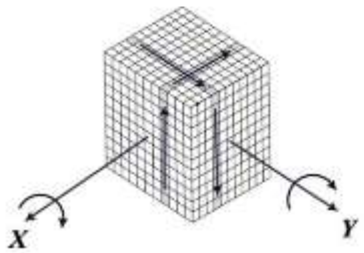
$$p = 2^{r_1} + 2^{r_2} + \cdots + 2^{r_k} \quad \to \quad s = 2^{n-r_1} + 2^{n-r_2} + \cdots + 2^{n-r_k}$$
$$p = 1 + 2^{r_1} + 2^{r_2} + \cdots + 2^{r_k} \quad \to \quad s = 2^n - 1 - 2^{n-r_1} - 2^{n-r_2} - \cdots - 2^{n-r_k}$$

Bene, qui chiudiamo con le soluzioni del primo problema, sperando di non averne dimenticata nessuna.

5.1.2 L'amico di due vecchi amici

Un vecchio amore dei nostri redattori, il cubo di Rubik, era protagonista del secondo problema di febbraio:

> *Consideriamo un cubo* 11×11×11 *e definiamo la "mossa fetta n su X" come l'impugnare la faccia da cui esce l'asse X (e l'opposta) ed effettuare una mossa fetta che porti a ruotare di* 90° *in avanti solo l'n-esima fetta; in figura, vedete indicato il risultato. Analogamente, definiamo la "mossa fetta m su Y", e anche questa la trovate indicata.*



> *Partiamo da un cubo risolto, e applichiamo ripetutamente e ordinatamente queste mosse: prima la fetta n su X, poi la fetta m su Y, poi la fetta n su X, eccetera. Quante "coppie di mosse" dovete fare, per ritornare allo stato risolto?*

Ringraziamo ***Valter*** e ***Galluto*** per aver inviato link sul meccanismo, anche se non sappiamo in che modo il Capo li userà per torturare il resto della Redazione. E proprio di ***Valter*** e ***Galluto*** sono le soluzioni che abbiamo ricevuto. Cominciamo, al solito, con ***Valter***, la cui risposta richiede pochissimo spazio:

> 3*5*7=105?

Il punto interrogativo alla fine la dice tutta. ***Galluto*** spende qualche parola in più:

> Ogni volta che effettuo la coppia di mosse muovo alcune delle faccette del cubo e lascio tutte le altre ferme al loro posto (ed orientamento); i gruppi di faccette che si muovono hanno un ciclo per tornare al loro posto e orientamento; ahimè, la lunghezza del ciclo non è uguale per tutti i gruppi; quindi, il numero di volte che bisogna effettuare la coppia di mosse è pari al mcm delle lunghezze dei vari cicli.
>
> Però non tutte le coppie di mosse sono uguali; secondo me ce ne sono di 6 tipi diversi; la fetta m può essere la prima o l'ultima e cioè essere un Bordo, può essere la fetta Centrale (cioè la sesta) o può essere una fetta Intermedia; ovviamente questo vale anche per la fetta n, e quindi i sei tipi sono:
>
> 1. Centro-Centro
> 2. Intermedio-Intermedio
> 3. Bordo-Bordo

4. Centro-Intermedio
5. Centro-Bordo
6. Bordo-Intermedio

Mi sembra che, per fortuna, non ci sia differenza tra un Intermedia e l'altra, e, per i casi 4-6, non sia rilevante quale delle due mosse eseguo per prima.

Per cui, vado a risolvere ciascuno dei sei casi.

1. Centro-Centro

   Ci sono due gruppi: i 6 centri, che tornano al loro posto ogni 3 coppie di mosse, e tutte le altre 9 faccette (sia gli spigoli che le faccette laterali) della riga o colonna (di ciascuna faccia) che viene mossa, che tornano a posto ogni 4 coppie di mosse; la risposta, quindi, è **3 * 4 = 12**

2. Intermedio-Intermedio

   Anche qui ci sono due gruppi: le righe/colonne che vengono mosse, e che come prima tornano a posto dopo 4 coppie di mosse; fanno eccezione le faccette laterali alle intersezioni delle righe e colonne (quelle che prima erano i 6 centri) e che sono 14: 2 per ogni faccia ma 3 per le due facce il cui asse non è stato usato per la rotazione; il ciclo di queste 14 faccette è lungo 7 coppie di mosse e quindi la risposta è **4 * 7 = 28**

3. Bordo-Bordo

   Ancora, ci sono due gruppi: il primo è formato dai 6 angoli che vengono movimentati; questi tornano al loro posto ogni 3 coppie di mosse, ma con un orientamento diverso delle loro tre faccette; per tornare con anche l'orientamento giusto servono 9 coppie di mosse.

   Il secondo gruppo è costituito dalle "barre" di 9 spigoli tra un angolo e l'altro, che tornano al loro posto ogni 7 coppie di mosse; la risposta è quindi **7 * 9 = 63.**

   Qui però serve una considerazione: alla fine delle 63 coppie di mosse il cubo è risolto, ma non è ritornato proprio nella stessa situazione iniziale perché tutta la parte centrale delle due facce che vengono movimentate ha ruotato 63 volte: se le faccette laterali, oltre al colore, avessero una freccia che indica un verso, si vedrebbe che le frecce sono tutte girate di 90° rispetto all'inizio; se bisogna anche rispettare questo verso, occorre aggiungere al mcm un fattore 4, che porta ad un totale di 252.

4. Centro-Intermedio

   Sempre due gruppi: righe e colonne che ruotano, e che continuano a tornare al loro posto ogni 4 coppie di mosse, tranne le intersezioni che in questo caso sono 10: due per ogni faccia ma soltanto una per le due facce dell'asse dove si muove la fetta centrale; le intersezioni hanno un ciclo di 5 coppie di mosse e quindi il risultato è **4 * 5 = 20**

5. Centro-Bordo

   Stavolta ci sono quattro gruppi: i 4 centri coinvolti, che hanno ciclo lungo 4; i 4 angoli coinvolti, anch'essi con ciclo di 4; gli spigoli che hanno ciclo lungo 8 (che quindi ricomprende il ciclo di centri ed angoli), e le faccette laterali, che hanno ciclo lungo 5; quindi la soluzione è **8 * 5 = 40**

6. Bordo-Intermedio

   E finiamo con il più complicato. 4 gruppi: i 4 angoli, con ciclo lungo 4; 10 spigoli con ciclo = 10; 10 faccette laterali (di cui 4 della faccia di bordo che viene mossa, 2 ciascuna delle altre tre facce convolte nella rotazione della faccia intermedia, e nessuna delle ultime due facce), ancora con ciclo = 10, e i "blocchetti" delle altre faccette laterali movimentate (sono 7, 4 della faccia di bordo e uno ciascuno delle altre tre facce coinvolte nella rotazione della faccia intermedia) con ciclo = 7. Il mcm è quindi **4 * 5 * 7 = 140**

Ci sembra non ci sia più molto da dire, preparatevi a ripercussioni cubesche. Alla prossima!

6. Quick & Dirty

Definiamo come 4-*palindromo* un numero di quattro cifre in base 10 (eventualmente con zeri come cifre più significative) che assume lo stesso valore se letto da destra a sinistra. Qual è la somma di tutti i numeri 4-palindromi?

> *Ogni numero* 4*-palindromo ha la forma abba (eventualmente con a=b), quindi esiste un palindromo per ogni ab pari a* 00, 01, …, 99. *La somma di questi numeri vale* 4950*, ed è pari alla somma della parte ba in abba. A questo dobbiamo sommare* 100 *volte lo stesso valore (a rappresentare la parte ab in abba) ottenendo* 495000 + 4950 = 499950.
>
> *...e nelle altre basi? E per altre lunghezze? (No, non lo sappiamo).*

7. Pagina 46

Calcoliamo, per prima cosa, il numero totale di possibili risultati equiprobabili.

La prima persona può estrarre una qualsiasi delle $\binom{2n}{2} = \frac{2n(2n-1)}{2}$ coppie di biglie.

La seconda persona può estrarre una qualsiasi delle $\binom{2n-2}{2} = \frac{(2n-2)(2n-3)}{2}$ coppie che possono essere formate con le biglie restanti.

Procedendo in questo modo, si arriva alla (n–1)-esima persona che può estrarre uno qualsiasi delle possibili $\binom{4}{2} = 6$ coppie, mentre l'ultima persona non ha scelta e prende le due biglie restanti. Combinando tutti questi possibili risultati tra di loro, otteniamo la dimensione dello spazio dei risultati:

$$\binom{2n}{2}\binom{2n-2}{2}\dots\binom{4}{2}\binom{2}{2} = \frac{2n(2n-1)}{2}\cdot\frac{(2n-2)(2n-1)}{2}\dots\frac{4\cdot 3}{2}\cdot\frac{2\cdot 1}{2} = \frac{(2n)!}{2^n}$$

Prima parte

Dobbiamo ora calcolare quanti di questi risultati sono favorevoli.

I risultati favorevoli, nella prima parte, sono quelli nei quali ogni persona estrae una biglia nera e una bianca; la prima persona può prendere una qualsiasi delle n palline bianche e una qualsiasi delle n palline nere, ossia può estrarre una qualsiasi delle n^2 coppie formate da una biglia bianca e una nera. La seconda persona può prendere una qualsiasi tra le $(n-1)^2$, visto che dopo che la prima persona ha estratto una biglia bianca e una nera, restano (n–1) biglie bianche e (n–1) biglie nere. Allora, la terza persona può scegliere una qualsiasi di queste $(n-1)^2$ coppie... e il penultimo potrà scegliere tra $2^2 = 4$ coppie, mentre l'ultima persona dovrà prendere la coppia restante.

Combinando queste possibilità, otteniamo un totale di risultati favorevoli:

$$n^2(n-1)^2(n-2)^2\dots 2^2\cdot 1^2 = (n!)^2$$

Quindi, la probabilità richiesta è:

$$p_n = \frac{(n!)^2}{\frac{(2n)!}{2^n}} = \frac{2^n(n!)^2}{(2n)!}$$

Seconda parte:

Ci sono un totale di $\frac{(2n)!}{2^n}$ possibilità equiprobabili di risultato, come visto nella parte precedente; dobbiamo quindi trovare quante tra queste sono favorevoli.

È chiaro che, nel caso n sia *dispari*, le probabilità di riuscita sono zero; se il numero delle biglie (ad esempio) bianche è dispari, almeno una persona dovrà estrarre due biglie di colore diverso. Dovremo quindi considerare solo il caso nel quale n=2k, e quindi il numero delle possibilità equiprobabili diventa $\frac{(4k)!}{2^{2k}}$.

Calcoliamo ora il numero dei risultati favorevoli nei quali k persone en definite tra i $2k$ partecipanti estraggono una copia di biglie bianche (e quindi di conseguenza gli altri k partecipanti estraggono una coppia di biglie nere). Sostituendo n con k nella formula precedentemente trovata, vediamo che questi possono estrarre una copia di biglie bianche tra le $2k$ biglie bianche in $\frac{(2k)!}{2^k}$ diversi modi; nello stesso modo, le restanti k persone possono estrarre una coppia di biglie nere in $\frac{(2k)!}{2^k}$ modi. Combinando queste possibilità, vediamo che il numero di risultati nei quali le date k persone estraggono ognuna una coppia di biglie bianche è $\frac{[(2k)!]^2}{2^{2k}}$. Ma queste k persone che scelgono una coppia di biglie bianche possono essere scelte dal totale di $2k$ persone in $\binom{2k}{2} = \frac{(2k)!}{(k!)^2}$ modi differenti.

Quindi, il numero totale dei risultati favorevoli risulta:

$$\frac{\left((2k)!\right)^2}{2^{2k}} \cdot \frac{(2k)!}{k!^2} = \frac{\left((2k)!\right)^3}{2^{2k}(k!)^2}$$

e quindi la probabilità richiesta è:

$$p_{2k} = \frac{\frac{(2k)!^3}{2^{2k}(k)!^2}}{\frac{(4k)!}{2^{2k}}} = \frac{(2k)!^3}{(4k)! \cdot (k!)^2}$$

è interessante notare che, attraverso la formula di Stirling, questa espressione piuttosto ostica è ben approssimata dal valore $\frac{\sqrt{2}}{2^{2k}}$ e, per quanto riguarda la prima parte, la medesima strada porta ad un valore approssimativamente pari a $\frac{\sqrt{\pi n}}{2^n}$.

8. Paraphernalia Mathematica

Non lasciatevi fuorviare dal titolo; in realtà la seconda parte c'entra molto poco, anche se Rudy sta facendo qualche esperimento. Ne parleremo, se va bene, nelle ultime righe...

8.1 La musica delle rotative

Ut *queant laxis*
Re*sonare fibris*
Mi*ra gestorum*
Fa*muli tuorum*
Sol*ve polluti*
La*bii reatum*
S*ancte* ***I****oannes*
Guido d'Arezzo

Sapete tutti benissimo che Rudy è stonato come una campana rotta; per lui, una serie di note flautate e lo stridìo di un'unghia sulla lavagna sono distinguibili solo guardando qualcun altro: se all'osservato si accappona la pelle, allora è l'unghia sulla lavagna (o Rudy che sta suonando il flauto). Quindi, partiremo da una serie di osservazioni con l'aria di chi sta parlando di cose scontate; se avete voglia di approfondire, specificare, aggiungere o in genere metterci dentro un po' di logica, avrete la nostra eterna gratitudine. Sì, torniamo a parlare di musica. Ma questa volta senza conti troppo complicati, visto che dovrebbero bastarci le frazioni.

10 *Il monocordo si dà da fare.*

Se prendete un *monocordo* (si trovano, di solito, in ogni laboratorio di fisica delle superiori: garantite che non romperete niente e potrebbero anche lasciarvi sperimentare) o, in mancanza di questo, una chitarra e un metro da sarto, possiamo cominciare; la corda "libera", suonata, emette una nota (sì, va bene, un inviluppo... lasciamo perdere, prendiamo quella che si "sente di più"); se dimezzate la lunghezza della corda (per la chitarra dodicesimo capotasto; se misurate con il metro da sarto, viene a metà della corda), ottenete un'altra nota che, secondo quelli intonati, è "imparentata" con la prima; al nostro orecchio non è chiaro cosa questo significhi, ma qui ci aiuta la fisica; la seconda nota che abbiamo ottenuto è un ulteriore *modo di vibrazione* della corda libera; come dicevamo prima, la nostra corda suonata libera è un *inviluppo* di oscillazioni che coinvolgono l'intera corda, le due metà, i quattro quarti... con i nodi nelle posizioni giuste. In figura, vedete la *fondamentale* (in blu), le armoniche successive (nell'ordine in arancione, giallo e verde) e, in marrone, il risultato della loro somma (non pesata).

Dovrebbe quindi risultare chiara la *parentela* tra le due note: la frequenza della nota *parente* è il doppio (o quadruplo, o ottuplo) di quella originale; di solito, a questo punto, i prof di scienze giustificano il fatto che si chiami *ottava* l'intervallo tra queste due note con il fatto che le note sono sette e quindi l'altra nota è l'ottava dopo la prima... e alla domanda del perché le note sono sette suonava il campanello di fine ora, e quindi non sentivamo il robusto sospiro di sollievo dell'insegnante che era riuscito ad evitare la domanda. Se qualcuno di voi sa la risposta a questa domanda (o anche del perché se ci mettete i semitoni siano dodici), fatecelo sapere[12].

Beh, no. In realtà, abbiamo un aiutino, e ne abbiamo già parlato. Se vi ricordate, Pitagora aveva deciso che era "particolarmente gradevole" (in rapporto alla nota fondamentale) quella che riduceva a 2/3 la lunghezza della corda (e quindi moltiplicava per 3/2 la sua frequenza); cerchiamo la "nota gradevole" rispetto alla nostra fondamentale (che, per

[12] Non tirate in ballo musica pentatonica e cose del genere. Lo sappiamo che ci sono, ma a noi interessa sapere perché Pitagora ha deciso così. "Casualmente", le note diventano sette, come i "pianeti" noti all'epoca. Vorremmo sperare che la ragione non sia questa.

comodità, poniamo pari a 1), e otteniamo 1.5. Ora, nulla ci vieta di costruire la "gradevole della gradevole", moltiplicando per 3/2 il valore appena ottenuto. Nasce però un problema: a noi interessano i suoni tra 1 (la fondamentale) e 2 (la "corda dimezzata"), e già con il terzo passaggio si sfora; nel caso, riduciamo a più miti consigli il valore dividendo per due.

Diamo un po' di nomi alle cose, in particolare agli intervalli. Uno l'abbiamo già visto: 12 semitoni sono un'ottava. Per i nomi degli altri forse è meglio costruirci una tabella: la trovate qui di fianco.

Semitoni	Nome	Base=Do
0	Unisono	Do
1	Seconda minore	Do#
2	Seconda maggiore	Re
3	Terza minore	Re#
4	Terza maggiore	Mi
5	Quarta	Fa
6		Fa#
7	Quinta	Sol
8	Sesta minore	Sol#
9	Sesta maggiore	La
10		La#
11	Settima	Si
12	Ottava	Do (sup)

11 ...*manca niente?*

Adesso, sinché abbiamo una scala scritta vicino, cominciamo a fare qualche conto; il nostro "3/2" di cui sopra è l'***intervallo di quinta***[13], quindi sette semitoni. Quindi, il giochino che stavamo facendo diventa, con le note: (Do)-Sol-Re-La-Mi-Si-Fa#-Do#-Sol#-Re#-La#-Fa. E le abbiamo trovate tutte!

Quasi. Ma di questo ne parliamo dopo.

Va notato che qualcuno, con una weltanschauung più ampia di quella di Pitagora, aveva fatto più o meno gli stessi tentativi; infatti ***Ling Lun***, dietro ordine dell'imperatore ***Huang Ti***, dalle parti del 200 AC, inizia a sperimentare con i bambù[14] della valle di Hia Hi. Quando ne trova uno che "suona bene" (leggenda vuole che avesse lo stesso tono di Ling Lun quando parlava "senza passione": sottinteso, di quando era noioso?), lo chiama "Huang Chung" (campana gialla) e comincia a sperimentare. Per *due* strade.

Infatti, una delle strade è quella Pitagorica, di ridurre di due terzi la lunghezza del vibrante, ottenendo il ***generatore inferiore***; ma a questo punto, prendiamo il generatore inferiore, dividiamolo in tre parti e *aggiungiamo un terzo*; procediamo in questo modo, alternando riduzioni di un terzo e aumenti di un terzo, e otteniamo la nostra scala, della quale vi risparmiamo la nomenclatura.

Torniamo a Pitagora: semplifichiamoci la scala, e limitiamoci alle *cinque note* Do, Re, Fa, Sol, La (solita nota per i saputelli: sì, è la ***scala pentatonica***).

Per generarle, usiamo il metodo già visto delle quinte, ma riportiamo tutto alla prima ottava, quindi se "sforiamo" ricordiamoci di dividere per due; in questo modo, otteniamo che la frequenza del Re è 9/8 quella del Do, per il Fa sono 4/3, per il Sol 3/2 (...è la quinta! Nel senso di intervallo) e per il La 27/16. Se fate le *differenze* (insomma, se calcolate l'intervallo) tra una nota e l'altra, vedete che sono tutti 9/8, tranne tra il Re e il Fa che sono 32/27.

Per fare le cose per bene, vediamole con ordine:

- Tono intero (Do-Re): 9/8
- Terza minore (Re-Fa): 32/27
- Terza maggiore (Fa-La): 81/64
- Quarta (Do-Fa): 4/3
- Sesta maggiore (Do-La): 27/16

Come sapete, a Pitagora (e, a quanto pare, anche al nostro orecchio) piacevano le proporzioni con numeri piccoli; quindi, i due intervalli di terza (maggiore e minore) non erano e non sono particolarmente apprezzati. *Attenzione* che stiamo parlando di terze nella scala *pentatonica*: altrove, fanno una gran bella figura, come stiamo per vedere.

Nella musica occidentale, viene stabilita una *priorità* relativamente alle frazioni composte da numeri piccoli, preferendo la quinta (3/2) e la terza maggiore (5/4); in questo modo, è

[13] Se qualche pignolo vuole aggiungere "giusta", faccia pure. E vada pure a giocare in cortile, che queste cose le sa già.

[14] Non abbiamo la minima intenzione di metterci a parlare di canne aperte o canne chiuse: se vi siete posti la domanda, sapete già che basta moltiplicare/dividere per due.

possibile costruire quella che (con indubbio egocentrismo) viene chiamata la scala (o il temperamento) ***giusto***.

Partiamo, come sopra, dal Do; possiamo ottenere il Mi e il Sol direttamente, visto che il primo intervallo è un terza maggiore e il secondo una quinta; per il La possiamo partire dal Mi, scendere di una quinta e riportare il tutto all'ottava originale ("scendendo", siamo finiti nell'ottava sotto) moltiplicando per 2; ricordando come abbiamo generato il Re, il nostro La avrà una frequenza, rispetto al Do di partenza, pari a 2(2/3)(5/4)=2(5/6)=5/3.

E avanti in questo modo; Fa si ottiene scendendo da La di una terza maggiore, e quindi la sua frequenza rispetto al Do sarà (4/5)(5/3)=4/3. Re si ottiene da Sol salendo di una quinta e scendendo di un'ottava, e quindi (1/2)(3/2)(3/2)=9/8.

Manca il Si, ma se saliamo da Mi di una quinta, ottenendo (3/2)(5/4)=15/8, lo abbiamo pronto[15]. Risultato?

nota	Do		Re		Mi		Fa		Sol		La		Si		Do'
"Do"	1		9/8		5/4		4/3		3/2		5/3		15/8		2
Int.		9/8		10/9		16/15		9/8		10/9		9/8		16/15	

Dove "nota" è la nota, la riga "Do" indica il moltiplicatore per ottenere la nota dal "Do" iniziale e "Int" indica l'intervallo tra una nota e l'altra (insomma, il moltiplicatore per ottenerla dalla frequenza precedente.

E i nostri intervalli diventano quelli della tabella qui di fianco, dove ne abbiamo aggiunto uno (applicazione di due intervalli di quarta di seguito) e li abbiamo anche scritti "al contrario". E potremmo anche finire qui, se non fosse che probabilmente tutti voi vi state ponendo una domanda.

Nome	Int.	Int.Inv.
Unisono	1/1	1
Seconda minore	16/15	15/16
Seconda maggiore	9/8	8/9
Terza minore	6/5	5/6
Terza maggiore	5/4	4/5
Quarta	4/3	3/4
Quinta	3/2	2/3
Sesta minore	8/5	5/8
Sesta maggiore	5/3	3/5
Settima minore	16/9	9/16
Settima *(maggiore)*	15/8	8/15
Ottava	2	1/2

12 *Uno in più, ma forse manca ancora qualcosa.*

"Rudy, ma che cosa c'entrano le rotative?"

Semplicemente, qualcuno (probabilmente stonato quanto Rudy) si è chiesto perché dovessimo limitarci alla musica, nella ricerca delle proporzioni "gradevoli". E ha deciso che poteva valere la pena di provare a utilizzare *questi rapporti per definire le dimensioni di una pagina*; definito il lato minore (o maggiore, come preferite: motivo per il quale vi abbiamo dato anche l'inverso, contenti?), potete calcolare la dimensione "dell'altro lato", e costruirvi il libro (e/o i margini del testo, come preferite) nel vostro formato preferito.

E tutto questo, probabilmente, scatena un'altra domanda, ossia perché continui ad esserci una riga vuota tra la quarta e la quinta. Semplicemente, lì in mezzo c'è quella che viene chiamata la "quinta eccedente", il cui rapporto sarebbe piaciuto molto poco a Pitagora, visto che è pari alla radice di due; mette un po' di tristezza il pensare che in realtà si tratta del formato più comune, visto che è il rapporto dei normali fogli A4.

Infine, rispondiamo alla domanda che nessuno di voi farà mai: al momento, Rudy sta sperimentando agenda e notes basati sulla sesta maggiore, e pare abbastanza soddisfatto.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms

[15] Se "15" vi sembra un numero grande, avete la rumorosa approvazione di Rudy: quando suonava la chitarra, il Si gli era particolarmente antipatico (l'accordo, non la nota...).