# Rudi Mathematici

*Rivista fondata nell'altro millennio*

Numero 283 – Agosto 2022 – Anno Ventiquattresimo

Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

***Rudi Mathematici***

Rivista fondata nell'altro millennio da

*Rudy d'Alembert* (A.d.S., G.C., B.S)
rudy.dalembert@rudimathematici.com

*Piotr Rezierovic Silverbrahms* (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

*Alice Riddle* (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM277 ha diffuso 3356 copie e il 18/08/2022 per Google eravamo in 6'000 pagine.



L'orologio solare azimutale analemmatico della piazza della Borsa di Trieste, è qui fotografato dal redattore con meno talento del gruppo. Il Capo ha ormai raccolto talmente tanti orologi in forme diverse, che prima o poi ci aspettiamo scriva qualcosa sull'argomento, ma no.

# 1. Un diavolo per capello

*"Ninna nanna, nanna ninna,*
*er pupetto vò la zinna:*
*dormi, dormi, cocco bello,*
*sennò chiamo Farfarello*
*Farfarello e Gujermone*
*che se mette a pecorone,*
*Gujermone e Ceccopeppe*
*che se regge co le zeppe,*
*co le zeppe d'un impero*
*mezzo giallo e mezzo nero…"*
("Ninna nanna della guerra",
Trilussa, 1914)

La "*Ninna nanna della guerra*[1]" è abbastanza insolita nel panorama delle poesie di Carlo Alberto Camillo Mariano Salustri, più noto al pubblico con lo pseudonimo che adottò anagrammando il suo cognome, Trilussa. Insolita perché lunga, ben più lunga dei quattordici versi che delimitano i sonetti, una delle sue forme preferite, e diversa anche per lo spirito: pur non essendo certo priva della tagliente ironia che caratterizza il poeta, la poesia sembra un po' più triste e stanca del solito. Insomma, non sembra che Trilussa abbia tanta voglia di scherzare, mentre la compone.

In parte la cosa è spiegabile anche solo pensando al periodo in cui è stata composta: era l'autunno del 1914; alcuni dicono nel mese di Ottobre, altri Dicembre. In ogni caso, si tratta di quel periodo in cui la Grande Guerra è già scoppiata anche se l'Italia, ancora formalmente neutrale, deve ancora decidere con quale schieramento allearsi. Trilussa è probabilmente tra coloro che la guerra non vorrebbero proprio farla da nessuna parte, a giudicare dal contenuto dei versi che compone: ma sembra anche che, se proprio dovesse scegliere un campo, quello preferito non sarebbe quello degli Imperi Centrali. Lo si capisce soprattutto dal fatto che l'invettiva nomina esplicitamente (e con evidente poca simpatia) "Gujermone" e "Ceccopeppe" ovvero il Kaiser Guglielmo II di Germania e Francesco Giuseppe, imperatore dell'Austria-Ungheria. Poi, qualche mese dopo, l'Italia scenderà davvero in guerra, alla fine della quale si ritroverà con più di seicentomila soldati morti sui fronti e mezzo milione di civili caduti presso le loro case. Nel frattempo la "*Ninna nanna della guerra*" sarà diventata una canzone: non si sa chi ne ha composto la musica, ma a Torino diventa un canto di protesta prima ancora del fatidico Maggio 1915, e durante il conflitto la si sentirà spesso cantare, con buona pace degli alti ufficiali, nelle trincee lungo il corso dell'Isonzo e sull'altipiano di Asiago.

1 *Carlo Salustri, il Trilussa*

Nel testo, abbastanza sconsolato, Trilussa se la prende soprattutto con i sovrani: nomina anche un "sovrano macellaro" che, più che come riferimento al re d'Italia, va inteso

[1] Il testo completo si trova facilmente in rete, anche direttamente su Wikipedia.

probabilmente come un monarca generico: i regnanti ricorrono facilmente ai bagni di sangue e sono tutti parenti, spesso di fatto ma certo sempre nello spirito, e di sicuro preferiscono la compagnia dei loro pari a quella del "popolo cojone" a cui sono malinconicamente riservati gli ultimi versi della ninna nanna.

Il solo altro nome proprio citato nella poesia, oltre a quelli degli imperatori Guglielmo e Francesco Giuseppe, è quello di un personaggio tutt'altro che imperiale, e a ben vedere anche tutt'altro che reale: Farfarello. Nonostante il nome suoni innocuo, persino adatto ad un personaggio di fiabe per bambini (non per niente trova posto in una ninna nanna), Farfarello è tutt'altro che simpatico e gentile: è infatti un diavolo, ed è evidente che nell'invettiva di Trilussa rivesta il ruolo di personificatore della guerra. Non è certo un diavolo terrificante come Satana, Lucifero, Woland o Mefistofele: demoni e satanassi hanno nel nome gran parte del loro potere terrificante, e Farfarello, da questo punto di vista, è un po' carente. Restando in campo letterario, potrebbe forse ricordare Azazello, il diavoletto che imperversa per Mosca ne "*Il maestro e Margherita*" di Bulgakov. Entrambi portano nomi simpatici e dal suono poco pericoloso, ma sono pur sempre esseri pregni della loro natura maligna e demoniaca, fedeli al loro mandato istituzionale di crudeli servitori e adoratori del Male.

Viene da chiedersi per quale ragione Trilussa abbia scelto proprio Farfarello per la sua poesia, oltre che per le naturali esigenze di metrica e di rima. In parte, come si è detto, forse proprio perché Farfarello è un nome adatto ad una cantilena infantile, e quindi consente di mantenere vivo il gioco di spacciare per ninna nanna destinata ai lattanti un'invettiva che ha ben altre intenzioni. O forse no, è solo una questione di gusto poetico; di certo non è per carenza di nomi demoniaci, perché di quelli ce ne è abbondanza: anche perché, quando compare per la prima volta in letteratura, Farfarello è accompagnato da un'intera squadra di compagni di cattiverie. E a portarlo in vita (e in rima) sulle antologie della lingua patria è proprio il padre della lingua stessa, Dante:

*Tutti gridaron: "Vada* **Malacoda***!";*
*per ch'un si mosse - e li altri stetter fermi -*
*e venne a lui dicendo: "Che li approda?".*

(…)

*Ma quel demonio che tenea sermone*
*col duca mio, si volse tutto presto*
*e disse: "Posa, posa,* **Scarmiglione***!".*

(…)

*"Tra' ti avante,* **Alichino***, e* **Calcabrina***",*
*cominciò elli a dire, "e tu,* **Cagnazzo***;*
*e* **Barbariccia** *guidi la decina.*
**Libicocco** *vegn'oltre e* **Draghignazzo***,*
**Cirïatto** *sannuto e* **Graffiacane**
*e* **Farfarello** *e* **Rubicante** *pazzo.*[2]

Come si vede, di diavoli ce ne è abbastanza per fare un'intera squadra di calcio, perfino con qualche riserva in panchina. Dante pesca alcuni nomi dalla tradizione medievale, che di demoni abbondava, e altri ne inventa di sana pianta: ma è abbastanza curioso notare come alcuni nomi siano effettivamente tali da rappresentare degnamente la natura malandrina dei possessori (come Malacoda, Scarmiglione, Cagnazzo, Draghignazzo e Graffiacane), mentre altri sono assai meno caratterizzati. Rubicante forse è rosso, o in grado di far arrossire chiunque: ma il nome resta affascinate, e starebbe bene a un pittore o a un trovatore; Barbariccia è nome neutro, solo descrittivo; Ciriatto mantiene l'etimologico mistero del suo significato (come del resto fanno una gran quantità di nomi

[2] Dante Alighieri, "*Divina Commedia*", Inferno, canto XXI. Versi 76-78, 103-105 e 118-123.

di persona) mentre Libicocco ha un sentore quasi esotico. Ma Alichino e – soprattutto – Calcabrina sembrano addirittura più adatti a personaggi positivi: Alichino suggerisce un diminutivo, è difficile immaginarselo diverso da un bambino; e Calcabrina è così poetico che starebbe bene più ad una fata che a un satanasso: non la vedete, leggera e sorridente, mentre cammina soave nei boschi incantati dal gelo mentre scioglie con i suoi passi la brina e apre il terreno alla primavera?


2 *La squadra dei Malebranche*

Farfarello, in cotanta squadra, mantiene il primato del nome più sbarazzino, quello che starebbe bene, in una classe, allo scolaro che alterna risatine e battute un po' sciocche, ma che è comunque il più benvoluto da tutti. Forse per questo piace a Trilussa: ma resta comunque un demonio, e infatti personifica la guerra; quasi a ricordarci che i nomi posso mentire, o di certo quantomeno illudere. Insomma che, come ricorda il più frusto dei proverbi, non è il caso di giudicare un libro dalla sua copertina.

In fondo, è lo stesso Dante a metterci in guardia: per quanto questo suo XXI canto dell'Inferno mantenga un tono vagamente più scherzoso del solito, con la descrizione del plotone di diavoletti che si mettono in parata come soldatini, poco spaventevoli e addirittura quasi comici, ci vuol poco a ricordare che restano tutti, dal primo all'ultimo, crudeli artefici di sofferenza. Lo ricorda già il nome del luogo dove risiedono, Malebolge; non che l'Inferno abbondi di posti gradevoli, ma Malebolge non ispira in nessun caso un piacevole luogo di villeggiatura. Lo ricorda anche, e forse soprattutto, la descrizione del mestiere dei demoni lì compartimentati: è il posto dove vengono puniti i Barattieri, che al tempo di Dante (e secondo Dante) a quel tempo barattavano facilmente un permesso in cambio di soldi, soprattutto a Lucca, dove "*del no, per li denar, vi si fa ita*"[3]. Oggigiorno, non sapremmo se chiamare i Barattieri corrotti o concussi, ma saremmo certo in grado di rassicurare i lucchesi di non sentirsi in colpa, che in questo caso davvero tutto il mondo è

[3] Sempre Canto XXI dell'Inferno, verso 42. "Ita" è il latino per "sì", e quindi un "no" che dovrebbe venire dagli amministratori della città diventa un "ita" in cambio di denaro.

paese. Ma soprattutto è la descrizione del loro lavoro infernale che cancella ogni ombra di sorriso: prendono i dannati per i talloni, perforandoli, e li trascinano alla stregua di bestie destinate al macello: per svolgere degnamente questo servizio sono dotati di artigli simili ad uncini, che consentono loro di brancare facilmente i dannati destinati al supplizio. Ed è proprio da questi "uncini abbrancatori" che deriva il nome collettivo:

*L'omero suo, ch'era aguto e superbo,*
*carcava un peccator con ambo l'anche,*
*e quei tenea de' piè ghermito 'l nerbo.*
*Del nostro ponte disse: "O Malebranche,*
*ecco un de li anzïan di Santa Zita!*
*Mettetel sotto, ch'i' torno per anche*[4]

"Malebranche" è il nome comune della squadra di diavoli, ed è nome adatto e preciso, poiché non dovrebbe davvero essere piacevole essere presi da quegli uncini. Ma il Caso gioca con uomini e poeti, e non si può fare a meno di sorridere divertiti all'idea che un nome così spaventoso e abborrito come il dantesco Malebranche sia finito, più di tre secoli dopo, sulle spalle di un francese timido e pio, insomma diversissimo da un diavolo.


3 *Nicolas Malebranche*

Nicolas Malebranche nasce a Parigi il 6 Agosto 1638. È un altro caso[5] di rampollo fortunato per essere nato in una famiglia assai benestante, ma assai sfortunato per il modo in cui nasce: ha una deformazione alla spina dorsale, grosse difficoltà nel muoversi, e così viene istruito in casa fino all'età di sedici anni. Il padre era segretario del Re di Francia, e sua madre era nota per essere eccezionalmente dotata: probabilmente è grazie ai suoi geni se il giovane Nicolas mostra fin dall'infanzia una mente particolarmente brillante. Studia teologia, ed evidentemente non ha difficoltà a padroneggiarla, anche se alcuni suoi commenti epistolari lasciano intendere che non trovava la disciplina particolarmente interessante, e soprattutto non adatta a trasmettere gli ideali cristiani.

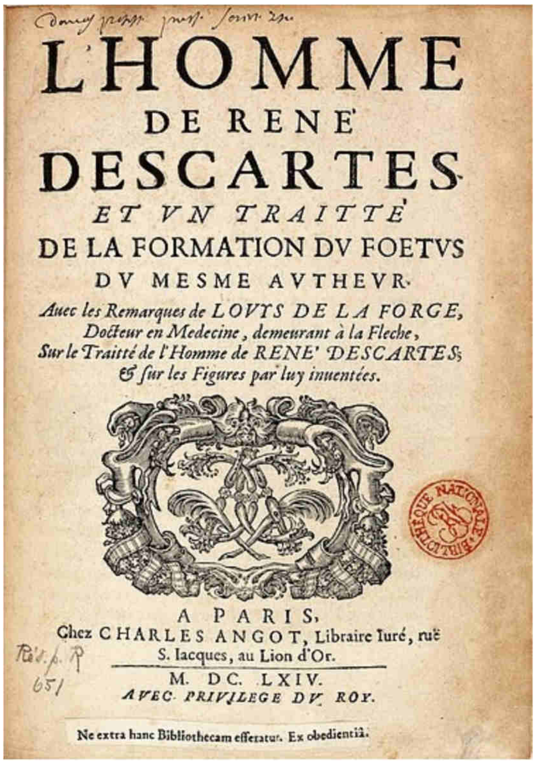
Ciò non di meno, continua a studiarla anche alla Sorbona, quasi fosse certo che il suo futuro fosse proprio quello del teologo; eppure, la disciplina continua a essere tutt'altro che gradita: "*è solo una massa confusa di opinioni umane, discussioni frivole e sottigliezze buone per spaccare i capelli in quattro, senza alcun ordine né principio razionale di interconnessione*", scriverà in seguito. Ma siamo in pieno Seicento, secolo quantomai complicato dal punto di vista religioso, e Nicolas è pur sempre uno dei molti rampolli di una famiglia in vista con palesi problemi fisici: sa bene che, in un modo o nell'altro, la sua carriera professionale non potrà essere altro che una carriera religiosa.

[4] Versi 34-39.

[5] Come il protagonista del "compleanno" precedente, quello su Hermann Reichenau, "*Punto triplo inesistente*", RM282, Luglio 2022.

Probabilmente l'età cruciale della sua vita è quella dei ventidue anni, nel 1660, quando rifiuta di diventare canonico a Notre Dame e decide invece di entrare nella Congregazione dell'Oratorio di Gesù e Maria Immacolata[6]. Qui il giovane Malebranche fa pace con la filosofia, e chissà, forse anche con la teologia: il fondatore della Congregazione, Bérulle, è un amico di Descartes e la visione cartesiana del mondo influenza grandemente gli studi che vi si svolgono. Quattro anni dopo, forte della sua vasta cultura religiosa, Malebranche viene ordinato prete.

Quel che è certo è che l'influenza della filosofia di Cartesio si è ormai accesa, e non si spegnerà mai più. È probabilmente la lettura del "*Trattato sull'Uomo*" che cambia la visione del mondo di Nicolas Malebranche: si racconta che la lettura di tante scoperte scientifiche lo emozionasse la punto di dover interrompere di tanto in tanto la lettura, perché gli faceva venire le palpitazioni. Tanto più si addentra nei metodi cartesiani, tanto più capisce e si appassiona alla matematica e alla fisica. Ormai il guaio è fatto: la passione di Nicolas è alta e forte, e diretta senza dubbio verso gli studi scientifici: ha occasione di incontrare più volte Leibniz a Parigi, ed è praticamente certo che questi lo abbia introdotto ai principi del calcolo. Non rinnegherà mai certo il suo sacerdozio e la sua fede, anzi: riuscirà a sposare i suoi maggiori interessi diventando professore di matematica proprio nell'Oratorio, creando all'interno dell'istituzione una vera e propria fucina di giovani appassionati di matematica, come de L'Hôpital e molti altri.


L'HOMME
DE RENE'
DESCARTES
ET VN TRAITTÉ
DE LA FORMATION DV FOETVS
DV MESME AVTHEVR.
Auec les Remarques de LOVYS DE LA FORGE,
Docteur en Medecine, demeurant à la Fleche,
Sur le Traitté de l'Homme de RENE' DESCARTES;
& sur les Figures par luy inuentées.
A PARIS,
Chez CHARLES ANGOT, Libraire Iuré, ruë
S. Iacques, au Lion d'Or.
M. DC. LXIV.
AVEC PRIVILEGE DV ROY.
Ne extra hanc Bibliothecam efferatur. Ex obedientiâ.

4 *Il "Trattato sull'Uomo" di Cartesio*

Per molti versi, Nicolas Malebranche resta più filosofo che matematico: per quanto eletto all'Accademia delle Scienze, per quanto fondamentale nel diffondere l'importanza del sapere scientifico a tutta una generazione di giovani intellettuali francesi, egli resta soprattutto attratto dalla ricerca ultima – appunto filosofica – della natura dell'universo. "*Tutte le idee sono in Dio*" è la frase che sintetizza il suo cosmo filosofico: non condivide con il suo mentore Cartesio l'idea di un universo puramente meccanico, e sogna di riuscire a unire in una sola grande idea unificatrice l'essenza e il ruolo di Dio e le leggi, scientifiche e razionali, dell'universo meccanico.

Forse la sua cosmogonia non regge alla visione degli uomini del XXI secolo, forse sì. Di certo, doveva soddisfare Malebranche assai più della teologia che era costretto a studiare da giovane.

[6] Probabilmente è più corretto darne il nome in francese (*Oratoire de Jésus et Marie Immaculée*), o meglio ancora in latino: "*Congregatio Oratorii Iesu et Mariae*". Fondata dal cardinale Pierre de Bérulle nel 1611, è un'istituzione ancora in piena attività in questo XXI secolo. L'idea originale dell'Oratorio, comunque, era presa da quella di San Filippo Neri, che la mise in opera a Roma.

# 2. Problemi

## 2.1 Un problema riformulato

OK, confessiamo: questo problema l'avete sicuramente già visto. Quello che stiamo cercando di fare è ricavarne la "struttura pura", ossia quale debbano essere le relazioni tra le varie caratteristiche per garantire un qualcosa di risolubile. Insomma, come disegnare uno schema del sudoku, ma forse un pochino più facile.

Dunque, siamo i "problematici" (sì, insomma, quelli che danno problemi...) ad una gara di matematica, e siamo in cinque: Riddle, Silverbrahms, d'Alembert, d'Alembert e d'Alembert...

"Rudy, va bene che sei il Capo, ma da qui a Uno e Trino, ce ne corre..."

No, scusate, riformuliamo: Alice, Doc, Rudy, Albert e Fred (ve li ricordate, vero, i VAdLdRM?). E dobbiamo esporre un problema a testa: i problemi sono stati catalogati in base alla loro difficoltà da 1 a 5, e non ci sono due problemi di ugual difficoltà.

Ognuno di noi ha una bellissima maglietta, e sono di cinque colori diversi; per ognuno dei problemi, abbiamo ricevuto un numero diverso di soluzioni, tra 70 e 74 (sì, abbiamo contato solo quelle giuste).

Adesso, arrivano le condizioni.

1. Il numero di solutori del problema di chi ha la maglia gialla (che non è Alice) sono 3 in meno del numero di solutori del problema di Doc.
2. Il problema di Rudy ha avuto ha avuto 72 solutori e la sua maglietta non è né gialla né verde.
3. Il problema di Albert ha un solutore in meno rispetto a quello di chi ha la maglietta blu e la difficoltà del suo problema è un numero dispari.
4. La difficoltà del problema di Alice e quella del problema di Fred assomano ad un totale di 7 (e quello di Fred è più difficile di quello di Alice).
5. Chi ha la maglia rossa ha presentato un problema di due punti più difficile di quello presentato da chi ha la maglia blu.
6. Uno tra Doc e chi ha avuto 74 solutori per il problema ha la maglietta rossa, mente l'altro aveva un problema di difficoltà 5.
7. La maglietta di Fred non è né blu né verde; tra Fred e Doc, almeno uno ha un numero dispari di solutori
8. Chi ha presentato un problema di difficoltà 3 è o chi ha avuto 73 solutori o Alice, il cui problema ha avuto 71 solutori.

Quanti solutori ha avuto il problema di Alberto?

Di che colore è la maglietta di Fred?

Qual era la difficoltà del problema di Rudy?

## 2.2 Siete inciampati e avete battuto la testa...

...quando vi telefona il vostro capo, per un lavoro urgente. Di quelli che "Io non voglio accendere il neurone, fai tu".

Quello che riuscite a scoprire, tra le nebbie del trauma cranico, è che lui vi leggerà un elenco di 100 nomi; un qualche nome comparirà più della metà delle volte, e lui vi chiede di individuarlo

"Ma non può farselo lui?"

Cosa non vi è chiaro, del concetto di "neurone"? Ecco, a lui nulla.

Per la botta che avete preso, però, anche il criceto nel vostro cranio non è che si senta molto bene: infatti, è in grado di ricordare un solo nome per volta. La buona notizia è che potete dire "Ricordati questo!" e lui ubbidisce. E, sino al prossimo nome, potete astenervi dalla decisione (si potrebbe arzigogolare sul fatto che mente il capo sta zitto in realtà ce ne ricordiamo due, ma sorvoleremo su questa eccezione).

In pratica, ogni volta che sentite un nome potete decidere se memorizzarlo, compiere qualche altra azione o ignorarlo; ma se decidete di memorizzarlo, il nome che vi ricordavate sino a quel momento viene immediatamente cancellato; se volete ignorarlo, il nome appena pronunciato sparisce dalla vostra visibilità (nel senso che cancellate tutto in merito).

Vi è magnanimamente concesso di usare un contatore a scatto singolo: potete (grazie a due tasti) incrementare o decrementare il valore del contatore di uno (valore assoluto). Era questa, la "qualche altra azione" di cui sopra.

Esiste una strategia per identificare il nome più frequente?

Oh, attenzione: vi hanno spiegato tutte le regole e potete definire una strategia: essendo estremamente collaborativo, il vostro criceto è perfettamente in grado di ricordarsela e di applicarla. Come fate?

Solo un piccolo esempio. Supponiamo i nomi siano due: decidete che il primo nome pronunciato significa uno del contatore, mente il nome "che non riconoscete" causa un decremento del contatore; a quel punto, se alla fine del conto il contatore ha un valore positivo allora il nome è quello che vi ricordate; altrimenti è "l'altro".

"...e come l'ho memorizzato?" Beh, supponiamo voi possiate dire "non è questo", e che valga come risposta...

Il guaio è che i nomi saranno tre, e dovreste trovare un modo...

In pratica, avete tre informazioni: il nome che avete appena sentito, il nome che avete in memoria e il valore sul contatore. Come combinate queste tre informazioni per trovare il nome di maggioranza?

# 3. Bungee Jumpers

Definiamo due rettangoli "diversi" se hanno dimensioni diverse o diversa posizione.

Quanti rettangoli diversi formati da un numero intero di caselle si possono disegnare su una scacchiera di lato $n$? E quanti di questi sono quadrati?

*La soluzione, a "Pagina 46"*

# 4. Soluzioni e Note

Agosto!

## 4.1 [278]

### 4.1.1 Esame di Maturità

Ancora una volta ritorna questo problema:

> *All'esame di Maturità, la prova di Matematica era composta da tre problemi, e ogni partecipante ha ricevuto per ognuno dei problemi una valutazione da zero a sette (estremi inclusi). Durate la fase di correzione dei compiti, ci si è accorti che, dati due qualsiasi maturandi, questi hanno ricevuto la stessa valutazione in al più un problema; quanti sono, al massimo, i partecipanti?*

In RM279 pubblicavamo la soluzione di ***Valter*** e ***trentatre***, in RM280 quella di ***Galluto***, in RM281 quella di ***Valter***, in RM282 le note di ***Heaviside***, che ci ha scritto ancora!

> torno sul problema dei maturandi (M).
>
> Il motivo che mi aveva indotto ad azzardare una risposta (sbagliando) è che la risposta di Galluto (RM280) non mi convinceva del tutto, soprattutto se si analizzava il caso votazioni binarie.
>
> Il suo algoritmo ($M=V^2$) mi sembra supporre un grado di libertà che non sempre c'è, ossia che $V \geq P$.
>
> Invece, nel caso più ristrettivo di $V<P$ si ha $M=V$.

> Ad esempio, nel caso di V=2 e P=3 ci sono massimo due sequenze (000 e 011), e nel caso V=3 e P=4 ci sono massimo tre sequenze (0000, 0111, 0222). Ovviamente io sono partito dalla sequenza con tutti zeri, ma anche con altre sequenze iniziali il risultato non cambia (qualcuno direbbe per ovvie ragioni di simmetria).
>
> Concludendo (?)
>
> P=1 —> M=infinito
>
> V>=P>1 —> M=$V^2$
>
> P>1 & V<P —> M=V.

Sarà l'ultima parola su questo problema? Noi siamo sempre contenti di nuovi contributi.

## 4.2 [282]

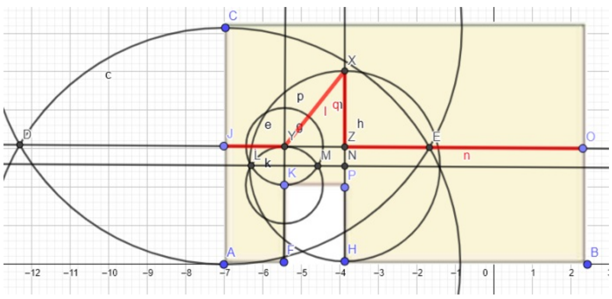
### 4.2.1 Affettare la torta. Anzi, due.

Problemi geometrici questo mese, da risolvere con riga e compasso, anche se il compasso non è greco, grazie al cielo, così ci si può sbizzarrire. Il primo problema ne contiene due:

> *La pasticcera ha fatto una torta rettangolare ed assaggiato una fetta rettangolare, come dividerla in due parti equivalenti in area?*
>
> *La seconda torta è quadrata e da dividere in cinque parti, le fette devono avere sia pari superficie superiore che pari superficie laterale esterna.*

Il primo a scriverci è stato ***Emanuele***:

> Dopo un bel po' di tempo ho ritrovato il tempo (perdonatemi per il bisticcio di parole...) per ammorbarvi con una mia elucubrazione. Propongo la mia soluzione per "Affettare la torta, anzi due". Mi sono fermato alla prima parte della richiesta.
> La soluzione che propongo funzionerà solamente se la fetta "sgagnata" dalla torta non sarà più alta della metà della torta. Il concetto che ho perseguito è quello di spostare metà del vuoto dalla parte inferiore della torta alla parte superiore:
>
> I passi che ho seguito sono:
> 1) Trovo la mediana orizzontale della torta tracciando due archi di cerchio puntandoli uno da A a C e l'altro da C ad A e poi tirando una retta che tocchi le due intersezioni dei cerchi D ed E. Geogebra è riuscito a simulare la mia incapacità nel disegno, infatti nella pratica noterete che la retta è un po' obliqua ... ma immaginate sia bella parallela agli assi di riferimento;
> 2) prolungo i lati della fetta mancante (usando come punti per il tracciamento K-F e P-H) fino a incontrare la mediana del punto 1) nei punti Y e Z;
> 3) Trovo la mediana tra la mediana al punto 1) e la parte superiore della fetta mancante (punti K-P). Uso lo stesso metodo al punto 1) puntando il compasso in Y e K;
> 4) Ora riporto il punto H in X usando il compasso puntato in N (incontro tra mediana 3) e il prolungamento di un lato della fetta mancante e aprendolo fino a H, X sarà il punto di incontro tra il cerchio e il prolungamento;
> 5) Taglio i segmenti J-Y, Y-X, X-Z e Z-O.
>
> L'area della torta è stata divisa a metà.



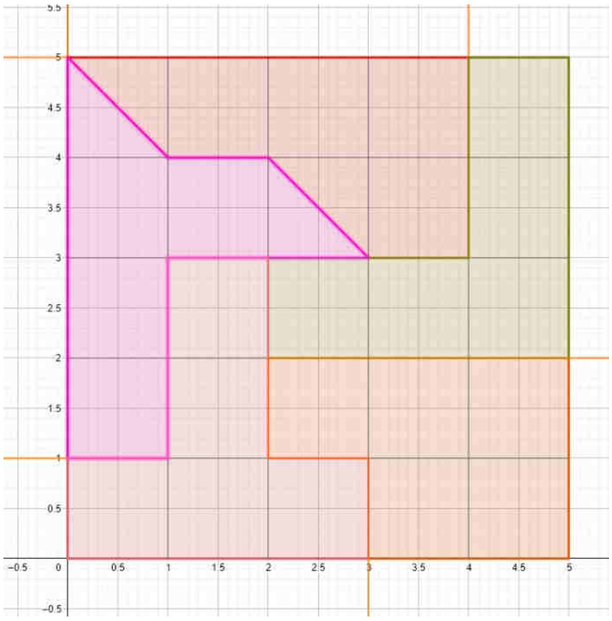

Dopo poco è arrivata anche la seconda parte da ***Emanuele***:

Non ho resistito alla tentazione della torta quadrata, d'altronde sono un goloso di prima categoria.

Vi espongo la soluzione che ho adottato e penso aver assolto alla richiesta accontentando tutti e 5 i commensali... nella speranza che le forme non tutte uguali non siano una problema... ma a naso non penso vi siano soluzioni che permettano fette identiche senza usare strumenti di misura più sofisticati rispetto ad una riga e un compasso (che non serve a molto questa volta).

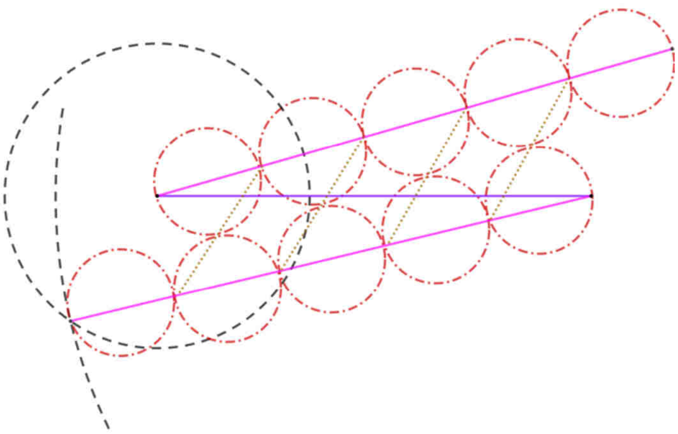
Per prima cosa ho semplicemente diviso il perimetro della torta 20 per il numero dei commensali quindi ad ogni commensale spettano 4 unità di bordo torta. I segmenti arancioni all'esterno della torta sono i segni che delimitano i bordi da assegnare.

Dopodiché le fette da 5 unità (25/5) sarebbero tutte belle con angoli retti se non fosse per il fatto che il quadrato il alto a sinistra (nel mio esempio) ha due bordi di due commensali differenti, il che mi porta a tagliarlo per la diagonale con la conseguenza di creare in altre zone della torta questo tipo di taglio.

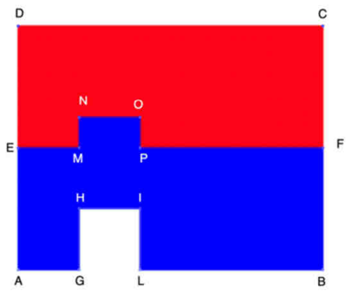


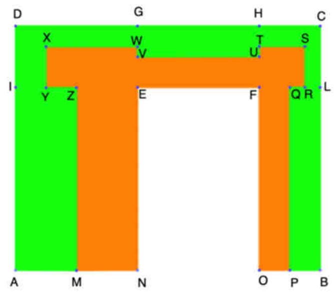
Non so se vi siano modi "migliori" (con meno tagli) per raggiungere lo scopo (essedo il mio primo tentativo direi che non è il più ottimale... sempre a naso)... sarebbe bello che qualche vero matematico spiegasse se esiste un modo più semplice per tassellare il piano con questi vincoli e perché.

Ci ha poi scritto ***Valter***:



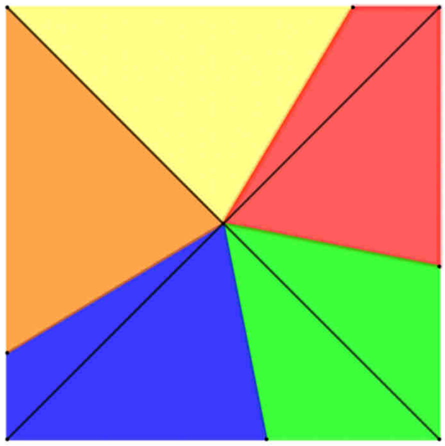
Parto mostrando come dividere un segmento in N parti uguali perché mi servirà in entrambe le torte.
Il segmento viola è quello da dividere; nell'esempio, mostro come dividerlo in cinque parti uguali.
Dal suo estremo a sinistra con la Riga Greca traccio quello lilla, lungo abbastanza per il seguito.
Con il Compasso Serio, con apertura ragionevole, vi disegno cinque cerchi adiacenti come da figura.
Apro il Compasso Serio con larghezza pari a quella fra i due estremi dei cerchi nel segmento lilla.
Partendo da destra del mio segmento da dividere in 5 parti, con CS traccio l'arco di circonferenza.
Apro il Compasso Serio, con larghezza i due estremi di destra del segmento lilla e di quello viola.
Con esso traccio la circonferenza con centro l'estremo a sinistra, sempre del segmento da dividere.
La circonferenza incrocia l'arco di cui sopra in un punto, da cui parte il segmento lilla in basso.
I dui segmenti lilla sono paralleli e di pari lunghezza; pure sul secondo lilla disegno i 5 cerchi.
Unendo dove si incontrano i corrispondenti cerchi sopra e sotto, divido il mio segmento in 5 parti.




Assumo che la "parte mancante" sia almeno di forma rettangolare altrimenti non saprei proprio come fare.
Se i sui lati non superano la metà di quelli corrispondenti della torta penso si possano tracciare così:
- divido AD e BC in due parti uguali, ottenendo i punti E e F
- divido la distanza di H e di I da CD, ottengo i punti N e O
- eseguo i tagli come da disegno; le parti hanno stessa area.

Se i sui lati superano la metà di quelli corrispondenti della torta, penso li si possano tracciare così:
- divido AN BO EI FL EG FH in due parti uguali ottenendo i punti M P Z Q V U
- scompongo i rettangoli IEGD e FLCH, entrambi, in 12 "rettangolini" uguali
- per farlo divido i loro lati:
-- IE DG e FL CH in quattro parti uguali
-- ID EG e FH LC in tre parti uguali
- con i loro punti Y X W e R S T ne assegno:
-- 6 alla fetta verde
-- 6 a quella arancione
- in questo modo le due fette dovrebbero avere la stessa area.



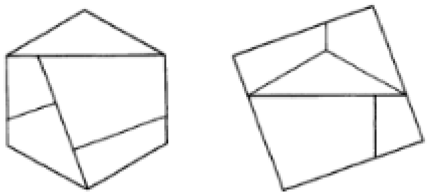
> Trovo il baricentro del quadrato tracciando le sue due diagonali; è il punto dove queste si incontrano.
> Divido i suoi lati in 5 parti uguali; con tali punti e il baricentro ottengo 20 triangoli di pari area.
> Assegno 4 triangoli adiacenti a ciascuna fetta come da figura; le 5 fette dovrebbero avere stessa area.
> Anche la superficie laterale delle 5 fette ha stessa area in quanto è formata dalla base dei triangoli.

Non abbiamo ancora finito di usare riga e compasso, arrivano anche nel secondo problema.

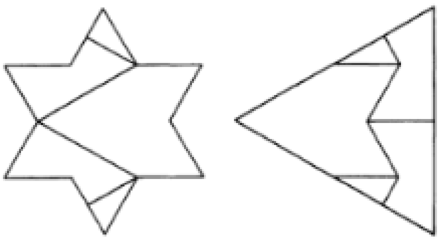
### 4.2.2 Martin è sempre una certezza...

Un problema di Martin Gardner, per ricordare le nostre origini; forse non molti ricordano il tavolino triangolo-quadrato che ***Sawdust*** ci aveva regalato, e che il Capo aveva proposto come problema di riscaldamento, per poi passare alle altre costruzioni:

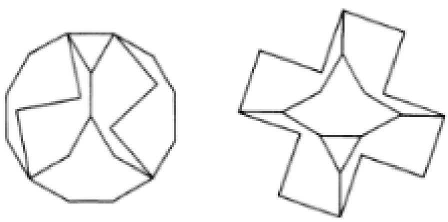
> *Martin aveva fornito alcune dissezioni:*



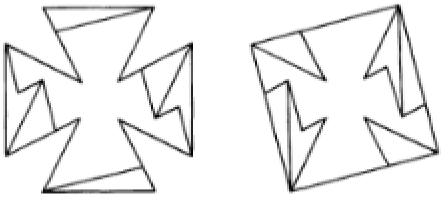
*Da esagono a quadrato, in cinque pezzi*



*Da stella a sei punte a triangolo, in cinque pezzi*



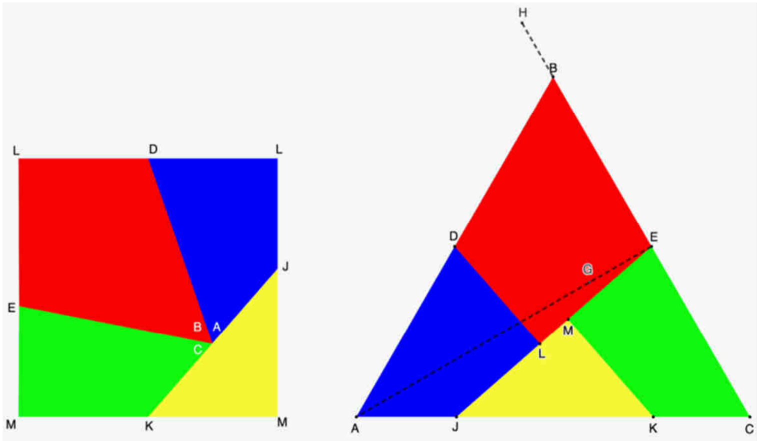
*Da dodecagono a croce greca, in sei pezzi*



*Da croce maltese a quadrato, in sette pezzi*

*sapendo che le costruzioni sono corrette, come si costruiscono questi cosi?*

Il problema di riscaldamento è affrontato da ***Valter***:




Mi occupo del riscaldamento; uso un triangolo equilatero di lato 2, quindi di area: $\sqrt{3}$. Il quadrato, essendo assemblato dal triangolo ha stessa area, quindi i lati valgono $\sqrt[4]{3}$.

Per costruzione, come da schema, i segmenti: AD, DB, BE, EC, DE e JK hanno lunghezza 1. L'altezza del triangolo ABC è $\sqrt{3}$; D ed E, bisecano AB e BC, quindi, distano $\sqrt{3}/2$ da AC.

I segmenti EH/EJ hanno stessa lunghezza che vale con Pitagora: $\sqrt{(GH^2\text{-}GE^2)}=$ $\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2}$.

Risolvendo si ottiene che tale lunghezza risulta essere $\sqrt[4]{3}$, cioè, il lato del quadrato.

I triangoli DEL/JKM sono congruenti; il quadrilatero DEKJ è un parallelogramma proprio.

DEKJ ha base 1 e altezza $\sqrt{3}/2$, per costruzione; la sua area vale, quindi, proprio $\sqrt{3}/2$.

Tale area si può ottenere pure sommando quella dei due triangoli congruenti DEJ ed EKJ.

Siccome DL=KM sono le loro rispettive altezza su base EJ: $\sqrt[4]{3}*DL=\sqrt{3}/2$ quindi $DL=KM=\sqrt[4]{3}/2$.

EL=JM, per la congruenza dei triangoli DEL e JKM; quindi: $EL^2+(\sqrt[4]{3}/2)^2=1 \rightarrow$ $EL=JM=\frac{\sqrt{4-\sqrt{3}}}{2}$.

Il piede dell'altezza del triangolo JKM, sulla base JK, si ottiene da $\left(\frac{\sqrt[4]{3}}{2}\right)^2-x^2=\left(\frac{\sqrt{4-\sqrt{3}}}{2}\right)^2-(1-x)^2$.

Risolvendo si ha che $x=\sqrt{3}/4$, per cui il piede dista $1\text{-}\sqrt{3}/4$ da J e, ovviamente, $\sqrt{3}/4$ da K.

I triangoli JKM e, quello, con lati MK, l'altezza in esame e il pezzo di JK sono simili.

Ottengo pure x quindi, da questa similitudine: $KM/JK=x/KM \rightarrow (\sqrt[4]{3}/2)/1=x/(\sqrt[4]{3}/2) \rightarrow$

x=√3/4.
Con Pitagora ho i lati DJ=EK del parallelogramma proprio DEKJ: √(DL²+JL²)= $\sqrt{\left(\frac{\sqrt[4]{3}}{2}\right)^2+\left(\sqrt[4]{3}-\frac{\sqrt{4-\sqrt{3}}}{2}\right)^2}$.

I tre quadrilateri, e il triangolo, si "incastrano" perfettamente a formare il quadrato:
- gli angoli in L e M sono retti
- LE+EM = MK+KM = MJ+JL = LD+DL = ∜3
- gli angoli in A,B e C sono di 60°; la loro somma dà, quindi, un angolo piatto
- DA = DB = EB = EC = 1
- KA+AJ = JK = 1
- gli angoli in D E J e K, nelle due figure piane adiacenti, sommati danno 180°.

Il lavoro di ***trentatre*** è come sempre strutturato e dettagliato:

Si chiede una costruzione con riga e compasso della trasformazione fra due figure, che indico con (*a*) e (*b*).

Per ognuno dei 4 casi questo richiede la precisazione della geometria del problema (le sue proprietà geometrico-algebriche, che vanno dedotte dalle figure), la dimostrazione con riga e compasso (non della trasformazione già data per corretta, ma della partizione interna di (*a*) e (*b*), dato il perimetro) e infine la spiegazione verbale del procedimento seguito.

Nella dimostrazione, essendo il piano teorico infinito ma quello reale limitato, alleggerisco il disegno tralasciando i dettagli di alcune operazioni "semplici" che ritengo scontate.

Nella spiegazione uso le abbreviazioni

*A* : un punto

*AB* : retta per i punti *A* e *B*

*[AB]* : segmento fra i punti *A* e *B*

*c(A,B)* : cerchio di centro *A* che passa per *B*

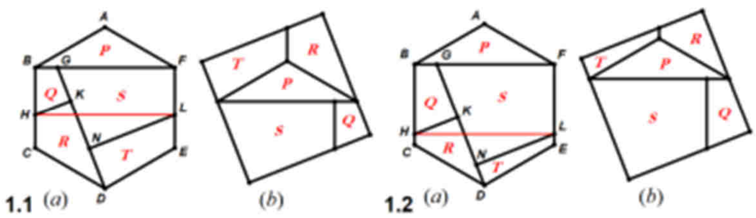
* *para(AB,C)* : retta parallela ad *AB* passante per *C*

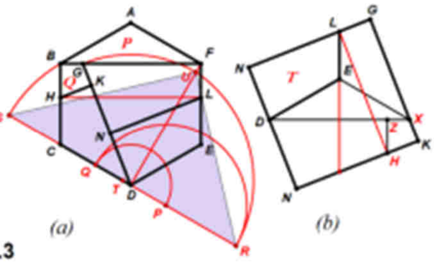
* *orto(AB,C)* : retta ortogonale ad *AB* passante per *C*

* *asse[AB]* : punto di mezzo di un segmento

- le operazioni * sono quelle "semplici"
- *X* < *Y* indica che l'elemento *X* è generato da *Y* .

**problema 1 - da esagono a quadrato**





**1.3**

<u>geometria</u> fig.1.1

- tutti i pezzi si spostano da (*a*) a (*b*) senza rotazioni
- la retta *HL* è parallela a *BF* - v. pezzi ***Q***, ***S*** *in (b)*
- la lunghezza *DG* è uguale al lato di (*b*) - v. pezzi ***Q***, ***R***
- dalle proprietà dell'esagono <u>di lato unitario</u>

$$lato\,(a) = 1$$
$$area\,(a) = area\,(b):\; S = 3/2\cdot\sqrt{3}$$
$$lunghezza\; BF = BD = \sqrt{3}$$
$$lato\,(b) = lunghezza\; DG = \sqrt{S} = \sqrt{3/2\cdot\sqrt{3}}$$

- gli angoli in *K*, *N* sono retti
- i punti *K, N, L* si ottengono tutti da *H*
- <u>il punto *H* è libero</u> : ogni posizione fra *B* e *C* è una soluzione, come il fig. 1.2
- questo corrisponde allo spostamento in (*b*) del pezzo ***P*** che può muoversi fino a ridurre i pezzi ***T*** oppure ***Q*** a un triangolo. Quindi in (*a*) basta costruire con riga e compasso $DG = \sqrt{3/2\cdot\sqrt{3}}$ e il resto segue.

In fig. 1.3 le <u>dimostrazioni</u> (*a*) e (*b*)

- <u>spiegazione</u> (*a*)

$$\begin{array}{l} rette\ CD, DF;\ \ Q < asse[CD];\ \ P < c(D,Q);\ \ R < c(P,Q) \\ S < c(D,B);\ \ T < asse[RS];\ \ U < c(T,R);\ \ G < c(D,U) \\ H\ libero\ su\ [BC];\ \ L < orto(BC,H) \\ K < orto(GD,H);\ \ N < orto(GD,L) \end{array}$$

- ottenuti tutti i punti basta tracciare i segmenti

nb. dal triangolo *RUS* rettangolo in *U* si ha

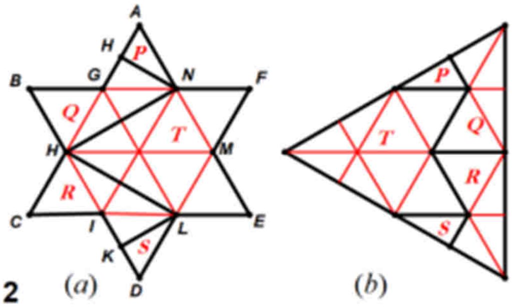
$$RD = 3/2;\ SD = BD = \sqrt{3}$$
$$\to UD^2 = RD\cdot BS \to UD = DG = \sqrt{3/2\cdot\sqrt{3}}$$

- (*b*) dipende dalla posizione di *H*; quindi occorre spostare da (*a*) qualche elemento
- in fig. 3 sposto solo il pezzo ***T*** e costruisco il resto
- <u>spiegazione</u> (*b*)

$$\begin{array}{l} copia\,\boldsymbol{T}\ ;\ \ retta\ LE\ ;\ \ X < orto(LE,D) \\ H < orto(NG,L);\ \ Z < orto(DX,H) \end{array}$$

nb. $LG = HK$ v. pezzi ***Q***, ***R*** in fig. 1.

**problema 2 - da stella a sei punte a triangolo**




**2** (*a*) (*b*)

<u>geometria</u> fig. 2

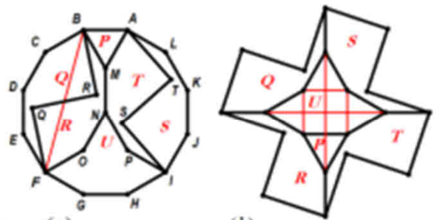
- questa è una costruzione molto nota
- sia (*a*) che (*b*) sono composti da 6 triangoli equilateri e 12 semi-triangoli
- dato il perimetro delle figure il tracciato interno richiede solo

 (*a*) la congiunzione di alcuni vertici delle stella e gli assi di due lati (pezzi ***P*** e ***S***)

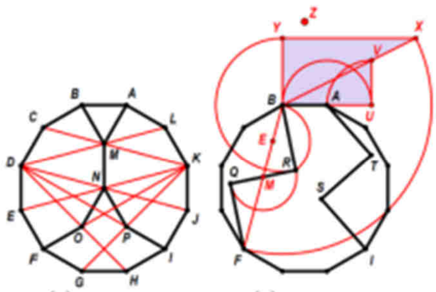
 (*b*) le ortogonali ai lati condotte dai vertici del triangolo e dagli assi dei lati

La <u>dimostrazione</u> con riga e compasso e la sua <u>spiegazione</u> sono banali e non le riporto.

**problema 3 - da dodecagono a croce greca**



**3.1** (*a*) (*b*)




**3.2** (*a*) (*a*)

<u>geometria</u> fig. 3.1

- i pezzi ***Q***,***R***,***S***,***T*** hanno la stessa forma ruotata
- dalle proprietà del dodecagono di <u>lato unitario</u>

$$BF = (3+\sqrt{3})/\sqrt{2}$$
$$S = area\,(a) = area\,(b) = 6+\sqrt{27} = BF^2$$
$$lato\ di\ (b) = BR = RQ = QF = \sqrt{S/5} = BF/\sqrt{5}$$

- infatti *(b)* è composto di 5 quadrati di area $S/5$.

In fig. 3.2 divido la soluzione (*a*) in due parti - i punti interni $M,N,O,P$ sono tutti sull'incrocio di due diagonali del poligono e la soluzione è immediata

- per gli altri punti la <u>spiegazione</u> (*a*) a destra è

$$rette\ AB\ e\ orto(AB,B);\ \ U < c(A,B);\ \ V < c(U,A), orto(AB,U)$$
$$X < c(B,F), BV;\ \ Y < par(AB,X);\ \ M < asse[BF]$$
$$E < asse[BM];\ \ R < c(B,Y),C(E,B);\ \ Q < c(M,R), RM$$

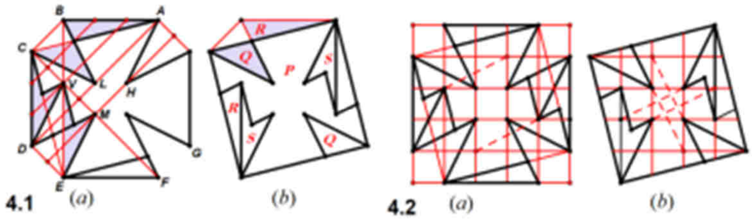
nb. le lunghezze dei segmenti sono

$BV = \sqrt{5}$, $BX = BF \to BY = BR = BF / \sqrt{5}$

- i punti *S*, *T* si ottengono nello stesso modo o ruotando *Q*, *R* con centro in *Z* (incrocio di *BF* e *AI* con angolo di 30°)

La spiegazione di (*b*) si ricava da fig. 3.1; tutti i lati interni, inclusi quelli del quadrato centrale hanno la lunghezza del lato di (*a*) e la soluzione è immediata.

**problema 4 - da croce maltese a quadrato**




geometria in fig. 4.1 dove

- punti *A,C,E,G* in (*a*) vertici del quadrato (*b*)
- le rette parallele *BC*, *AD*, *MH* e ortogonali a queste *DE*, *CF*
- segmenti *DV* ed *EM* uguali e paralleli (v. pezzi ***P*** e ***S*** in (*b*))
- triangoli *DMV*, *DME* uguali e isosceli
- *CV* uguale a *VM* perché basi di due pezzi ***S***
- quindi *CM* si divide in 4 parti uguali, da cui 5 righe diagonali equidistanti
- i punti di incrocio dei lati, ripetuti su tutti, danno la griglia di fig. 4.2
- i punti interni della figura stanno negli incroci della griglia salvo per alcuni che si ricavano da altri incroci e con rette parallele ad altre esistenti
- per (*b*) dividendo i lati del quadrato in 4 parti si riottiene la griglia, con risultato analogo.

Con la griglia di lato unitario i pezzi ***Q***, ***R*** e ***S*** hanno aree uguali a 1, e ***P*** area 11, perché le due figure hanno area 17 (il lato di (*b*) vale $\sqrt{17}$ come dice Pitagora).

Tracciare le griglie e trovare i punti interni alle figure con riga e compasso richiede solo poche operazioni semplici; tralascio di scrivere dimostrazione e spiegazione.

Riassumendo, nei casi 2 e 4 il vero problema è trovare, in modo semplice nel primo e complicato nel secondo, le due griglie di triangoli equilateri e di quadrati sottostanti ai disegni; e fatto questo la riga e il compasso non aggiungono niente.

E con questo concludiamo, sperando che i problemi dell'estate vi abbiano soddisfatto. Alla prossima!

# 5. Quick & Dirty

I vertici di un pentagono convesso giacciono tutti sul reticolo intero. Dimostrate che il pentagono (interno e perimetro) contiene almeno un ulteriore punto del reticolo.

# 6. Pagina 46

Per prima cosa, determiniamo quanti rettangoli di larghezza $k$ e di altezza $l$ possano essere costruiti sulla nostra scacchiera. Ognuno di questi rettangoli è costruito selezionando $k$ colonne e $l$ righe *consecutive*. Il gruppo delle $k$ colonne, potendo l'ultima colonna essere la $k$-esima, $(k+1)$-esima, …, $n$-esima della scacchiera, può essere scelto in $(n+1-k)$ modi e, secondo lo stesso ragionamento, il gruppo delle $l$ righe può essere scelto in $(n+1-l)$ modi. Quindi, un rettangolo di larghezza $k$ e altezza $l$ può essere scelto in $(n+1-k)(n+1-l)$ modi.

Fissato ora $k$ e mantenuto variabile $l$ (tra 1 e $n$), determiniamo quanti rettangoli sono definibili:

$$\begin{aligned}&(n+1-k)(n+1-1)+(n+1-k)(n+1-2)+\ldots+(n+1-k)(n+1-n)\\&=(n+1-k)(1+2+\ldots+n)=(n+1-k)\frac{n(n+1)}{2}\end{aligned}$$

Considerando che anche la larghezza $k$ può variare tra 1 e $n$, si vede che il numero totale dei rettangoli viene ad essere:

$$(1+2+\ldots+n)\frac{n(n+1)}{2}=\left(n\frac{(n+1)}{2}\right)^2$$

Per quanto riguarda il numero dei quadrati, è sufficiente considerare che in questo caso k e l variano di concerto, e quindi la formula vista sopra diviene:

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Il che risolve il problema.

Ricordando però che:

$$1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

possiamo dare le soluzioni nella forma simmetrica seguente:

Il numero dei quadrati in una scacchiera quadrata di lato $n$ è:

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2$$

Il numero dei rettangoli in una scacchiera quadrata di lato $n$ è:

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2$$

# 7. Paraphernalia Mathematica

Prima, una comunicazione di servizio:

## 7.1 Addendum a PM_281 – (Genetica Matematica [1])

Interrompiamo le trasmissioni per una notizia entusiasmante: ***almeno una persona legge i PM!*** Si tratta di ***Valter*** che, avendo visto che facevamo una domanda, si è premurato di cercare la risposta.

Stavamo introducendo le coordinate triangolari, e chiedevamo se qualcuno poteva recuperare una dimostrazione "carina" del fatto che la somma delle tre coordinate fosse pari ad uno. Di seguito, le considerazioni di ***Valter***:

> Essendo l'altezza del triangolo pari a 1, l'area del triangolo vale la metà del lato.
>
> Indicando con $l$ il lato del triangolo e scegliendo un punto P a caso all'interno del triangolo avente distanze $h_1$, $h_2$, $h_3$, l'area diventa:
>
> $$\frac{l\cdot h_1+l\cdot h_2+l\cdot h_3}{2}=l\cdot\frac{h_1+h_2+h_3}{2}$$
>
> Quindi:
>
> $$\frac{l}{2}=l\cdot\frac{h_1+h_2+h_3}{2}$$
>
> che si semplifica in:
>
> $$1=h_1+h_2+h_3$$

...che era esattamente quello che stavamo cercando. Grazie!

## 7.2 Don't try at home!

In particolare, non provateci *dentro* casa. Anzi, non provateci proprio.

Nella nostra infanzia, sono state numerose le estati passate in campagna presso dei nonni che, altamente confidenti della nostra manualità, non avevano alcuna remora a lasciarci esplorare quella Stanza delle Meraviglie che era il banco di lavoro di carpenteria; sotto il piano di lavoro, giacevano vecchi attrezzi ormai non più utilizzabili, tra i quali era sicuramente reperibile una vecchia accetta da carpentiere con le stesse capacità di taglio di una palla di gomma, causa la ruggine accumulata nei secoli. E con l'aiuto del nonno, improvvisare un manico (bloccato bene, con dilatatore, altrimenti è pericolosissimo) era questione di minuti, rendendoci fieri proprietari di un'oggetto in più da portarci a spasso per la campagna.

Estate, dicevamo. Il guaio era che eravamo reduci da un inverno passato in un cinema di ultima visione a compulsare film western nei quale con ragionevole certezza avevamo ammirato la raffinata arte del Comanche o del Navajo nel lanciare il *tomahawk*, tranciando di netto la treccia della bionda svampita di turno.

Data la scarsità di sorelle bionde[7] disposte a farsi tranciare la treccia da una decina di metri di distanza con un'accetta ampiamente tetanica, riparavamo su un vecchio tronco di betulla[8] rinsecchito dal tempo.

L'arte del lancio dell'accetta può essere scissa in due componenti: tanto per cominciare, che voi riusciate a far arrivare l'accetta dalle parti del bersaglio e, secondariamente, che quando arrivi sul bersaglio l'accetta presenti la parte affilata e non il manico o qualche altra parte non in grado di piantarsi; daremo per acquisita la prima parte, presumendo che, da qualsiasi distanza, voi siate in grado di far arrivare l'accetta sul tronco.

---

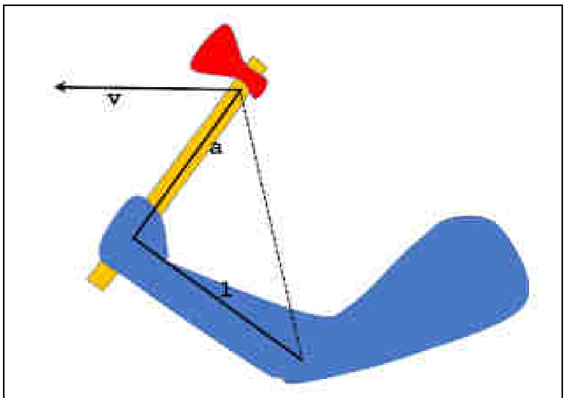
[7] Vi ricordiamo che (fortunatamente per le sorelle) Rudy è figlio unico.

[8] Che presenta due interessanti caratteristiche: tanto per cominciare è molto morbido (e quindi anche la nostra vecchia accetta riusciva a piantarsi senza pericolosi rimbalzi); inoltre, è completamente inutile dal punto di vista dell'accendere un fuoco (tranne forse per l'innesco), visto che brucia troppo velocemente. Capite, quindi, che il materiale non mancava. Aveva solo il difetto di non essere un bersaglio mobile.

Qui, vogliamo focalizzarci sulla seconda parte.

In prima approssimazione (e ci limiteremo a questa), quando lanciate l'accetta, il braccio ruota con centro sul gomito con una velocità angolare $\omega$ e il rilascio avviene quando il vettore velocità applicato al baricentro è diretto orizzontalmente; ossia, approssimiamo il moto del baricentro dell'accetta ad una linea retta, anche se in realtà dovremmo considerare un moto parabolico; data la distanza relativamente breve coperta dall'accetta, questa maggior precisione è inutile. Non solo, ma considereremo già un notevole successo colpire il nostro palo *ad una qualsiasi altezza*, quindi possiamo, a maggior ragione, ignorare il fatto che il moto sia parabolico: questo ci permette di ignorare qualsiasi effetto dovuto alla gravità.

Un'altra assunzione piuttosto importante è che il polso *non dia ulteriori effetti rotazionali*: la cosa può risultare incomprensibile, soprattutto se avete mai provato a lanciare un coltello, nel quale è possibile aggiungere una componente di spin[9]: alcuni tentativi dovrebbero convincervi che il contributo rotazionale aggiunto o sottratto è insignificante.



5 *...si vede, che sta tirando un mancino?*

Definiamo ora qualche altro parametro, per implementare il nostro modello: sia $l$ la distanza tra il centro di rotazione del braccio (sarebbe il vostro gomito) e il punto del manico dove impugnate (in sostanza, la lunghezza del vostro avambraccio); $a$ sia la distanza dal punto di impugnatura al centro di massa dell'accetta: non staremo a fare considerazioni su dove si trovi, visto che è piuttosto semplice da trovare con il metodo della "sospensione". Definiamo anche (ma per abbandonarlo subito) l'angolo $\alpha$ tra il manico dell'accetta e il vostro braccio: sempre qualche tentativo dovrebbe mostrarvi che il modo più facile per lanciare è quello di avere un angolo $\alpha=\pi/2$. La figura dovrebbe chiarire il concetto.

La velocità del centro di massa dell'accetta può essere descritta come:

$$v=\omega\sqrt{a^2+l^2}$$

Non sappiamo voi, ma a noi ogni volta che entra in ballo la velocità angolare viene voglia di chiudere tutto: *come si fa a misurarla?*

Il modo migliore per farlo è quello di cambiare sistema di riferimento, utilizzandone uno che si muova solidalmente al centro di massa con velocità $v$. Il centro di massa, in questo sistema di riferimento, non si muove; sono il punto nel quale impugnate l'accetta (e, sia detto di sfuggita, tutto il resto dell'Universo) che si muovono. In particolare, il punto nel quale impugniamo il tomahawk (sia $B$) ha una velocità $u$ perpendicolare in ogni momento al manico e pari a $\omega_B a$, dove il primo termine è la velocità (angolare) di rotazione del tomahawk nello spazio. In un sistema di riferimento stazionario, la velocità del punto di impugnatura nel momento del rilascio è perpendicolare a $l$, ossia nella direzione del manico; quindi:

$$u=\omega_B a=\sqrt{v^2-(\omega l)^2}$$

Sostituendo l'espressione della velocità ottenuta poco sopra, abbiamo:

$$\omega_B a=\omega a \quad \Rightarrow \quad \omega_B=\omega$$

[9] Il termine italiano ("effetto") non ci piace, e non ci pare il caso di utilizzare il bellissimo termine dialettale *gëddo*, pronunciabile correttamente solo dai più accaniti bocciofili torinesi. Nel caso comunque vogliate provare, la "e" con la dieresi si pronuncia approssimativamente come la scevà, mentre la "o" somiglia molto alla "u" italiana.

ossi, un tomahawk lanciato *ruota con la stessa velocità angolare della mano durante il lancio*. Che può sembrare una piccolezza, ma può essere espressa in un modo molto più interessante: *il rapporto tra la velocità traslazionale del centro di massa rispetto alla sua velocità angolare non dipende dalla forza del lancio*. Insomma, potete metterci chi vi pare, a lanciarlo, ma la forza che mettete nel lancio non conta, per farlo "girare più svelto". In formula,

$$\frac{v}{\omega}=\sqrt{a^2+l^2}$$

Ossia, la distanza coperta dopo $n$ rotazioni non dipende neppure lei dalla forza del lancio.

Con calma, che qui c'è sotto qualcosa di importante. Anche se sembra una stupidaggine, vi ricordiamo che l'accetta deve arrivare sul bersaglio dopo un numero *intero* di rotazioni: noi la lasciamo andare nella "stessa posizione" nella quale vorremmo colpisse il bersaglio.

Il tempo necessario a $n$ rotazioni è pari a $2\pi n/\omega$; questo significa che in $n$ rotazioni raggiungiamo una distanza pari a:

$$L_n=2\pi n\sqrt{a^2+l^2}$$

Questo significa che *esiste un insieme di distanze $L_n$ alle quali dovete porvi per riuscire a piantare l'accetta*; generalizzando, queste distanze sono:

$$L_n+\arctan\left(\frac{l}{a}\right)\sqrt{a^2+l^2}$$

dove, nel secondo termine, teniamo conto del fatto che il manico dell'accetta potrebbe formare, al momento del rilascio, un angolo $arctan(l/a)$ con la verticale.

Insomma, l'accetta è quantizzata.

Cerchiamo di stimare quanto valga il "quanto di accetta" $L_1$, ossia la distanza minima alla quale potete piantare il tutto.

Accurate misurazioni sul braccio e sulle accette del Vostro Umile Narratore [*non fate domande sulle seconde*] mostrano che sono valori "sensati" $l$=33 cm e $a$=20 cm: qualche calcolo ci porta al valore $L_1$=2.42 m. Ma *dobbiamo tener conto del termine arcotangente*, il che significa che il valore vero è 2.82 metri.

Oh, a proposito: siccome sappiamo non li calcolerete mai, vi diciamo che i valori $L_n$ per $n$ da 1 a 5 e per il braccio di Rudy sono: 2.82, 5.24, 7.67, 10.09, 12.52, 14.94, 17.37. È ragionevolmente facile centrare un bersaglio (per valori sufficientemente grandi di "bersaglio") alle distanze $L_1$ o $L_2$; con un buon allenamento, potreste ottenere anche dei ragionevoli risultati sino a $L_4$. Oltre, vediamo la cosa come piuttosto problematica; sono, comunque, circa dieci metri).

È evidente che non potete chiedere al Settimo Cavalleggeri di posizionarsi tutto quanto a 2.82 metri per essere ordinatamente massacrato; qui, dovete rendervi conto che c'è un parametro modificabile, il valore di $a$: spostando la mano sul manico, potete variare questo termine e colpire ad una distanza limitata unicamente dalla vostra velocità nel risolvere equazioni trigonometriche inverse miste (mentre Custer sta caricando). Questo significa, in pratica, che ognuno dei livelli $L_n$ diventa una "nuvola" al variare (con continuità) di $a$.

Supponendo poi il manico sia abbastanza lungo, possiamo fare in modo che i diversi livelli (nebulosi) *si sovrappongano*. Cerchiamo di stimare la lunghezza $b$ del manico necessaria per avere una sovrapposizione tra i livelli $L_n$ e $L_{n+1}$, con una distanza minima $a_{min}$ tra la mano e il centro di massa; eguagliando le due espressioni, si ricava:

$$2\pi n\sqrt{l^2+b^2}=2\pi(n+1)\sqrt{l^2+a_{min}^2}$$

che si risolve come:

$$b=\frac{1}{n}\sqrt{(2\mathrm{n}+1)l^2+(n+1)^2a_{min}^2}$$

Dolorose esperienze personali hanno ampiamente dimostrato che $a_{min}$=10 cm è un valore sotto il quale è meglio non andare (...e avevo la mano piccola...). Sostituendo i vari valori, si ricava che per sovrapporre $L_1$ e $L_2$ ci serve un manico di lunghezza $b$=60 cm; un po' scomodo, ma praticabile; la seconda e la terza zona le sovrapponete con un manico da 40 cm, e avanti in questo modo; questo dovrebbe chiarirvi il motivo per il quale, nei western *seri*, i tomahawk hanno sempre dei manici piuttosto lunghi. Non solo, ma in tutto questo non abbiamo considerato il fatto che *un punto qualsiasi* della lama può colpire il bersaglio (in questi calcoli, abbiamo lavorato considerando il tagliente sostanzialmente puntiforme); questo ci permette una certa approssimazione (verso il basso) nella definizione delle misure, e dovremmo riuscire a conquistare agilmente Fort Apache anche con dei manici da cinquanta centimetri.

E quando Rudy grida "...arrivano i nostri!", ancora adesso si riferisce a quelli con le piume.

*Rudy d'Alembert*
*Alice Riddle*
*Piotr R. Silverbrahms*