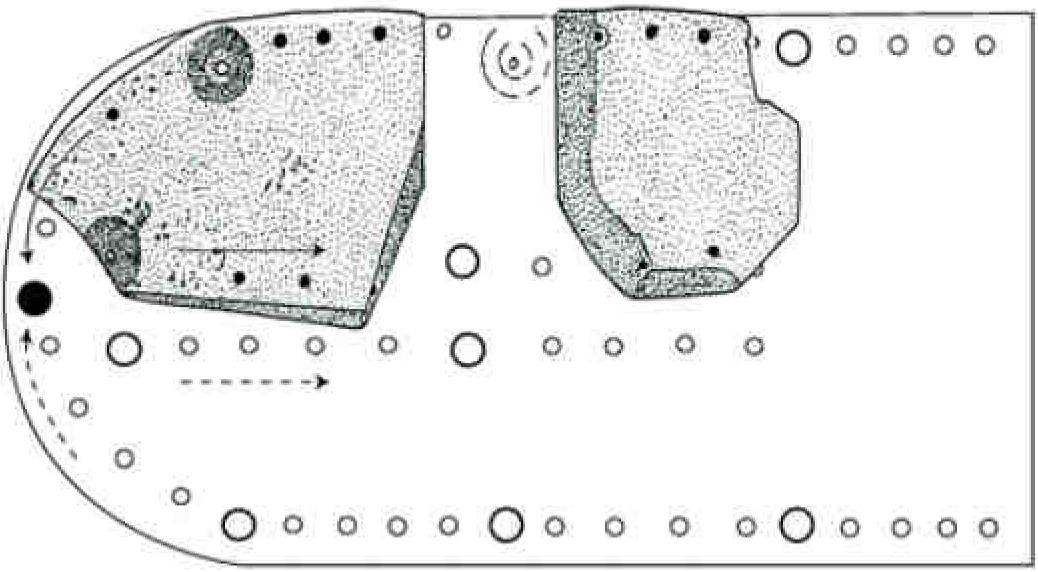
Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 275 – Dicembre 2021 – Anno Ventitreesimo



Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da

Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM272 ha diffuso 3'336 copie e il 06/12/2021 per Google eravamo in 6'860 pagine.

Se, di passaggio dal Metropolitan Museum of Arts (aka “The Met”, a New York), vi imbattete in questi due insignificanti frammenti di terraglia (in realtà è avorio), cambiate subito idea: si tratta, probabilmente, del più antico tavoliere da gioco mai esistito, risalente al diciottesimo secolo AC (media età del bronzo). Pare il gioco fosse una “corsa” (governata da un qualche alea) per arrivare al centro: il fatto che ci sia un unico foro per imboccare la “dirittura d'arrivo” permette lo sviluppo di diverse varianti.

1. Cicatrici

«Ridicolo,» geme il Direttore, «davvero ridicolo. Neanche i bimbetti degli asili riescono ad essere così infantili. Ridicolo e deprimente.»

Segue un lungo attimo di silenzio, nella stanza. A dire il vero, i quattro non si trovano propriamente in una "stanza", ma è davvero complicato definire quel non-luogo, quindi tanto vale approssimarlo con il termine, per quanto del tutto inadeguato, di "stanza". Anche perché altrimenti non la si finisce più: ad esempio, la frase "lungo attimo" può sembrare un ossimoro, e in effetti non è che renda benissimo l'espressione originale: tuttavia ha le sue precise ragioni semantiche. E anche tutti i nomi, tutti i verbi (per non parlare della misera approssimazione dei tempi dei verbi medesimi) andrebbero ridefiniti e spiegati. Ma, appunto, non la si finirebbe più.

«Ma, Capo,» biascica il Sovrintendente Elettrico, «la colpa è tutta di G: con la scusa che stavolta era lui a capo del prototipo, ha voluto a tutti i costi alzare la sua interazione di competenza, e così il collaudo non ha neppure fatto in tempo a partire. È collassato tutto in un amen, e abbiamo dovuto buttare subito via tutto…»

«Questo lo so benissimo!» strilla il Direttore: «Ho la mailbox intasata da proteste da parte del Reparto Raccolta Rifiuti! Mi hanno detto chiaro e tondo che se dovesse succedere un'altra volta di dover alienare un buco nero del quarto ordine, possiamo scordarci anche solo l'idea che ci vengano in aiuto. Quindi, in campana! O il prossimo prototipo avrà un aspetto almeno decente, oppure farete bene a iscrivervi subito a un corso di formazione sull'uso di ramazza e paletta!»

Non un fiato, in risposta alla sfuriata. Il Direttore si alza dalla scrivania, fissando a lungo i tre interlocutori: «Dov'è scappato, adesso, quel citrullo del Sovrintendente Gravitazionale? Già a comprare gli attrezzi da spazzino?»

«Ehm, credo…» mormora il Sovrintendente Quantistico, «…che stia chiedendo un parere al Consulente Matematico. Li ho intravisti poco fa mentre confabulavano alla macchinetta del caffè.»

«Ecco, splendido. Mentre quei due restano un po' fuori dalle scatole, abbiate la compiacenza di relazionarmi sugli ultimi prototipi. Fatelo nel tempo che ci vuole per bere un caffè: niente giri di parole, scuse, fiocchetti o peggio. Solo le mere ragioni di questa serie di fallimenti, niente di più.»

«Beh,» comincia il Sovrintendente Elettrico, «glielo lo stavo appunto dicendo… siccome era il turno di G come capoprogetto, noi…»

«Il capoprogetto sono io, dannazione!» l'urlo belluino risuona e riecheggia per un bel po' nella stanza. «Vedi che cosa c'è scritto sulla porta? Direttore Interazioni Operative! Qualunque scemenza venga in mente a voi sovrintendenti delle mie ghette deve essere approvata da me! Che storia è questa di avere un sovrintendente che guida un progetto di prototipo? Da quando va avanti, questa colossale idiozia?»

Lungo, lunghissimo silenzio. Alla fine, prende la parola il canuto Sovrintendente Relativistico: «Direttore, quel che è successo è che negli ultimi tempi non riuscivamo più a trovare le intese necessarie fra di noi. Passavamo tutto il tempo a litigare, così abbiamo pensato di accantonare per un po' il democratico spirito di collaborazione ed eleggere a turno una sorta di plenipotenziario, pur di arrivare a presentarle qualcosa di decente. L'ultimo disastro l'ha fatto G, caricando troppo l'interazione gravitazionale, ma già al turno prima, con il prototipo di E, è tutto finito in un grande scoppiettio di scintille. Anche bellino a vedersi, a dire il vero, ma non è durato niente.»

«E il tuo, allora?», ringhia il Sovrintendente Quantistico.

«Sì, ci stavo arrivando,» sbuffa R, «anche il mio si è annichilito subito dopo l'avvio. Quella mia idea di portare a infinito la velocità della luce si è rivelata non troppo buona. E anche il primissimo tentativo del Sovrintendente Q è finito male. Confesso di non aver capito bene neanche il perché, non sono riuscito a vedere niente, giusto uno sbuffo di nebbia sottilissima.»

«Sì, ma era solo perché in quel periodo mi ero fissato sulla quantizzazione infinitesima. Se mi aveste lasciato provare solo un'altra volta, con il mio nuovo valore appena più alto, avreste visto che…»

«Piantatela! È una relazione penosa, ma sufficiente a capire quanto siate stati deficienti, tutti quanti. Ma come avete fatto ad arrivare al posto che occupate? Vi ho assimilati ai bambini dell'asilo, ma adesso devo per forza chiedere scusa ai bimbetti, per la miseria! Eleggere un dittatore! Ci può essere un'idea più scema? E proprio qui, ai vertici dell'ufficio Interazioni Operative! Devo farvi forse una lezione di semantica? Avete idea di cosa significhi la parola "interazione"? Faccio fatica a credere a quanto ho appena sentito…»

A testa china, tutti i tre sovrintendenti tacciono. Una voce (non si capisce neppure bene a chi appartenga) abbozza un incrocio di giustificazione e lamentela: «Ma lo sa anche lei, Capo, che tenere tutto insieme è difficile… specie con quegli ossessi del CCD che ci stanno sempre con gli occhi addosso, pignoleggiando sui più sparuti decimali…»

*«Ma piantatela! Credevo di aver a che fare con delle menti adulte, e mi ritrovo con dei piagnucoloni incapaci. "*Quei cattivoni del CCD…*", ma vi sentite? Il Centro Controllo Dimensionale sarà pure un ricettacolo di deficienti, ma è stato istituito per una buona ragione: i vostri predecessori, deficienti par vostro, non riuscivano mai a costruire costanti universali con un minimo di senso logico. Il CCD è una piaga, ma una piaga maledettamente necessaria. E poi…» – breve sospiro di stanca impotenza – «...e poi non capisco come possiate ancora essere così ingenui da non sapere come prendere per il naso quei rompiscatole. Per la miseria, ai miei tempi lo imparavamo già all'università! Quelli del CCD vi tormentano con il loro lavoro? Diamine, rendeteli disoccupati, allora!»*

Mentre i tre supervisori si scambiano sguardi interrogativi e perplessi, il Direttore prende un gessetto e si avvicina alla lavagna con fare irritato e annoiato: «Supervisore R, quante volte dovrò ripeterti di lasciare l'infinito a chi lo sa maneggiare? Hai corretto il valore della tua costante?»

R scatta in piedi: «Signorsì, Direttore! Credo possa andar bene questo qui: glielo leggo?»

«Non dire scemenze, e limitati a inserirlo nel Macinatore. Q, hai fatto altrettanto? Sono sicuro che quando hai creato il tuo prototipo avevi giocato proprio con zero, vero? Hai provato a fare lo sbruffone iperquantistico e sei finito in piena Nebbia del Continuo, non è così?»

«Io… beh, può darsi che…»

«Ma piantala… inserisci un valore credibile anche tu nel Macinatore, su. Fatto? Bene, adesso ci serve un simbolo generico per questa nostra prima prova. La chiamerò alfa, così ci ricordiamo che è la prima. Adesso, caro Q, affianco la tua costante a quella del tuo degno compare R, e chissà che non possa accadere il miracolo che l'idiozia dell'uno finisca per essere compensata dalla dabbenaggine dell'altro. Per punizione, finirete entrambi al denominatore, lo sapete già, vero? Comunque, ecco qua. Guardate che roba: è già evidente che basta un niente a far tornare i conti… come avete potuto non accorgervene da soli? Vabbè, deve essere vero quel vecchio proverbio che afferma che contro l'idiozia neanche gli dei possono nulla.»

Si volta verso i tre con aria disgustata. Infine, punta lo sguardo sul Supervisore Elettrico: «Tocca a te, geniale E: la tua costante?»

«Già inserita, Capo!»

«Lo so, ti ho visto mentre armeggiavi… volevo sapere se sei ancora così affezionato all'idea sperimentale del doppio segno, più e meno, positivo e negativo… sai che non mi ha mai fatto impazzire, quell'idea.»

Il Supervisore Elettrico sgrana gli occhi, spaventatissimo: «Oh, sì! La prego, la scongiuro, Direttore! Lasci quella coniugazione a due valori! Ci ho perso sopra anni di ricerca, e sono davvero convinto che serva davvero!»

Q sbuffa rumorosamente: «Direttore, per pietà, lo accontenti… se non altro per rispetto alla fatica immane che questa bella idea di E ha causato a tutti noi, specialmente a me. Non faccio altro che giocare con più, zero e meno, per salvargli questo sfizio. Mi sembra d'essere diventato il guardiano di uno zoo.»

Il Direttore scuote la testa; poi, rassegnato, pone al numeratore la costante del Supervisore Elettrico. «Immagino che ti sarai ricordato di metterla al quadrato, perlomeno, per riequilibrare lo scompenso della tua geniale duplicazione tra positivi e negativi.»

«Veramente…» pigola appena appena E, sempre più afflitto.

Il Direttore non lo degna neppure di un ultimo commento. Si limita a segnare un 2 come esponente. «Ci siamo quasi, allora. Che ne pensate?»

«Ehm… ma la costante del Supervisore G, non la mettiamo?», chiede timidamente R, che è notoriamente l'unico che possa dirsi veramente amico del Supervisore Gravitazionale.

Il Direttore alza un sopracciglio: «G è in castigo, almeno per oggi… per ora lasciamolo alla macchinetta del caffè, poi ci penseremo.»

«Nemmeno una piccola revisione da parte del Consulente Matematico?» osserva E.

«Non credo servirebbe,» interviene Q: «ormai lo conosciamo, non fa altro che mettere costanti trascendenti dove meglio gli pare, per puro sfizio estetico. Comunque ho messo nel Macinatore la mia costante già integrata con la sua preferita: non potrà lamentarsi troppo.»

«E allora abbiamo finito», dichiara il Direttore, spolverandosi le mani dal gesso.

Sulla lavagna campeggiano pochi simboli. I tre Supervisori guardano stupiti. Dopo una lunga pausa, il primo a parlare è R: «Era così facile, togliersi di torno gli sgherri del CCD… non riesco ancora a credere che non ci siamo arrivati da soli.»

«L'ho controllata almeno quattro volte, da quando il Capo l'ha scritta, eppure… ma è davvero come sembra essere? Adimensionale? Puro Numero?», domanda con voce tremula Q.

«Ve l'avevo detto, no?», sghignazza il Direttore, «se non sopportate il loro lavoro, disoccupateli! Una bella costante universale numerica, e quelli del Controllo Dimensionale possono solo andare a farsi friggere. Certo, adesso bisognerebbe aggiungergli quel tocco di classe che solo i Grandi Artefici possono permettersi, ma…»

«No, no, Capo! È così bella, non la tocchi più, per favore!», urlano i tre a una sola voce.

«Tranquilli, non voglio mica stravolgere la formula, sciocchini,» ridacchia il Direttore. «Vorrei giusto dare una ritoccatina al valore, per renderlo… come dire? Più elegante?»

Si dondola un po' avanti e indietro, grattandosi cospicuamente barba e chioma, entrambe candide. Poi sbuffa, innervosito: «Oh, perdinci, alla fine l'unica cosa che mi serve è un numero un po' originale, magari primo, non del tutto banale… Q, fammi un favore: nel secondo cassetto della scrivania ci sono dei dadi, prendimene un paio di dozzine.»

«Dadi?» salta su R, scandalizzato: «Direttore, non vorrà davvero mica affidarsi a quella roba per stabilire la Legge Strutturale Fondamentale del Prototipo! Sarebbe… sarebbe… blasfemo, ecco!»

«Giovanotto, non credi che debba essere io, in prima persona, a stabilire cosa sia davvero blasfemo o no? Rilassati, ragazzo! Quando avrai la mia età sarai assai meno propenso a scandalizzarti, vedrai. E poi, sapessi quante volte l'ho già fatto…»

«Non dire che non ti avevo avvertito…» bisbiglia sottovoce Q a R, tornando a sedersi dopo aver portato lo strano set di dadi al Direttore. Questi li lancia in aria, e i dadi, ovviamente, non ricadono a terra: del resto, non erano mica degli stupidi dadi cubici soggetti alle puerili manie del Supervisore G. Restano a fluttuare mentre mostrano il valore generato, ben consapevoli che il Direttore aveva chiesto un valore intero, primo, e originale.

«137,» osserva soddisfatto il Direttore. «Niente male, niente male davvero. Ma per mettere giusto un po' di pepe lo useremo all'inverso, che ne dite? 1/137 sembra ancora più elegante, non trovate?»

I tre annuiscono. Subito dopo si lanciano, senza bisogno che il Direttore li sproni all'uopo, in rapidi e facili (almeno per loro) calcoli. È proprio R ad alzarsi, come portavoce di tutti: «Fatto, signor Direttore. Sarà contento di sapere che è stato sufficiente modificare i valori delle tre costanti di interazione di pochi punti percentuali. La sua costante è adesso pari esattamente a $\frac{1}{137}$*. Vuole che procediamo al collaudo del Prototipo?»*

«Ma sì,» sorride il Direttore. «Prima però controllate bene i valori, che sia ben chiaro che il valore sia proprio l'esatto inverso di 137. E qualcuno vada alla macchinetta del caffè a recuperare il Supervisore G. Se questo prototipo d'universo resiste e si sviluppa, sono certo che G frignerà per tutto il tempo, e farà vedere i sorci verdi a tutti quelli che proveranno a capire la logica delle Interazioni Organizzate. Non voglio perdermi l'espressione che farà, al momento del collaudo.»

«Grazie per la lezione, Direttore», mormora E; e si capisce bene che lo sta facendo un po' anche a nome degli altri due.

«Forse sono io che devo ringraziare voi,» ammette il Direttore: «era un po' che non mi divertivo a strutturare qualche Universo. Per essere stato abborracciato di corsa, non sembra poi tanto malaccio, no?

«No, affatto,» conferma R, «sembra avere una bella e solida struttura».

«Ed elegante. Addirittura fine, direi.»

$$\boldsymbol{\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}}$$

* * * * * * *

Quello che avete appena finito di leggere è un raccontino non del tutto inedito. Non è certo mai stato stampato su carta, questo no: ma è stato pubblicato – anche sei il participio passato più corretto è verosimilmente "postato" – sul blog "Rudi Matematici"[1] che, ormai da quasi tre lustri, è ospitato nel portale online di "*Le Scienze*". L'occasione è stata quella che si rinnova ogni anno a Febbraio: in quel mese ci facciamo carico di ospitare un'edizione del Carnevale della Matematica[2], e nel 2020 il numero d'ordine di

[1] Il link è questo: http://rudimatematici-lescienze.blogautore.espresso.repubblica.it. Ma lo sapevate già, vero? Nel caso ci servisse mai anche il link diretto al racconto appena ripubblicato e non aveste voglia di cercarlo all'interno del blog, ecco: http://rudimatematici-lescienze.blogautore.espresso.repubblica.it/2020/02/14/carnevale-della-matematica-numero-1/

[2] Abbiamo raccontato spesso cosa sia il CdM, e temiamo di annoiare troppo i lettori fedeli nel farlo di nuovo. Per coloro (presumibilmente assai pochi) che ancora non sanno cosa sia, la maniera migliore per togliersi la curiosità è andare su https://xmau.com/wp/matematti/carnevali/.

quel Carnevale era 137. Come chiunque abbia avuto la ventura di approcciare un esame di fisica quantistica sa benissimo, non è proprio possibile incrociare un 137 senza finire invischiati con il suo inverso, 1/137, la Costante di Struttura Fine: e abbiamo finito con lo scherzare su di essa[3].

In forma inversa o diretta che sia,137 è stato (e in molti casi è tuttora) il numero magico e ipnotico dei fisici: Wolfgang Pauli ne era ossessionato al punto da essere considerato come un caso clinico da Carl Gustav Jung. Quando il fisico, ormai vecchiotto, finì ricoverato in ospedale e si accorse che la camera in cui doveva passare la sua degenza era proprio la numero 137, fu preso dal panico pensando che non ne sarebbe più uscito vivo. Il guaio è che la sua predizione si rivelò essere giusta.

Solo il numero 42, introdotto letterariamente e scherzosamente da Douglas Adams, rischia oggi di oscurare l'irresistibile attrazione di 137 in coloro che hanno la ventura di incontrarlo: del resto, il suo fascino ha una quantità di attrazioni, agli occhi dei fisici, quanto nemmeno Disneyland ne ha agli occhi dei bambini. Tiene insieme tutte le costanti fondamentali della fisica quantistica: la carica elettrica, la velocità della luce, la costante di Planck e – poiché questa si presenta nella forma "tagliata" – anche π. Prese così tutte insieme perdono le loro dimensioni fisiche, e diventano numero puro: e non un numero facile, comune: ma proprio quell'inverso di 137, che tra l'altro è anche primo, e i numeri primi, si sa, affascinano sempre. L'unica pecca a cotanta meraviglia è la non perfetta adesione delle misure sperimentali più aggiornate: il valore di $1/\alpha$, insomma dell'inverso della Costante di Struttura Fine, non è esattamente 137, con grande scorno dei suoi tifosi, ma 137,035999084. Per contro, è abbastanza curioso che, pur non essendoci quasi nessun studente di fisica che ignori la magia di α, parecchi non ricordano chi sia stato ad introdurla per la prima volta.


1 *Arnold Sommerfeld*

Arnold Sommerfeld nasce il 5 Dicembre 1868 a Königsberg, quella grandiosa e volubile città che è stata a lungo la più prussiana delle città di Prussia e che oggi è la più occidentale delle città di Russia, con il nome di Kaliningrad. È il rampollo di una famiglia in vista: il padre, Franz, è un medico assai stimato, e il giovane Arnold gli dà molte soddisfazioni durante gli studi liceali, in cui eccelle in tutte le materie; e non doveva neppure essere una cosa da dare troppo per scontata, visto che l'Altstädtisches Gymnasium che frequentava era la stessa scuola che ospitava Minkowski e Wien.

Proprio a causa dell'eccellente rendimento scolastico in tutte le materie liceali, Sommerfeld si trova in imbarazzo nel 1886 quando, entrando all'università di Königsberg, deve decidere l'indirizzo a cui dedicarsi. Alla fine opta per Matematica, e non si può negare che si sia stata una scelta fortunata: il corpo

[3] Nonostante più di un ventennio di esperienza, non siamo mai riusciti a capire in quale maniera si intersechino gli insieme dei lettori per i quali scriviamo. Siccome siamo vanitosi, per default riteniamo che tutti si affrettino a leggere qualsiasi scemenza esca dalle nostre tastiere, ma abbiamo qualche indizio che questa perfetta sovrapposizione non sia reale. Potrebbero esserci lettori che conoscono bene l'e-zine e non la rubrica e il blog di *Le Scienze*, e viceversa; potrebbero (orrore!) esistere persone che non sanno niente dei nostri libri, o della rubrica che teniamo su *Archimede*, o che magari non hanno assistito a proprio tutte le nostre conferenze. Per quanto un simile scenario ci getti nel panico e nella costernazione, ci rendiamo conto che non è del tutto inverosimile: per questo abbiamo deciso di fare questa insolita inversione, ovvero riportare sulla Prestigiosa Rivista un pezzo comparso solo nel blog, come introduzione a questo compleanno. Se lo avevate già letto, beh… scusateci (e grazie).

docente di quella facoltà annoverava autentici mostri sacri, come Hilbert[4] e Lindemann[5]. Sembra sia stata proprio una splendida lezione di David Hilbert sui numeri ideali, alla fine, a fargli capire che la matematica pura era la disciplina che faceva per lui.

Quel periodo della vita in cui si è studenti universitari è, quasi immancabilmente, uno dei momenti più significativi per coloro che hanno avuto la fortuna di arrivare a calpestare i pavimenti delle aule accademiche. Certo, molto dipende dall'età, che di solito è tra le più gratificanti di tutta la vita; ma entrano in gioco anche molti altri fattori, quali la formazione di amicizie forti come quelle che si stringono nell'infanzia ma durature come quelle che si stabiliscono nell'età adulta; o anche solo le goliardate, le sciocchezze e i rituali che sempre si stabiliscono all'interno di un gruppo di giovani. Quest'ultimo aspetto, in realtà, varia molto da luogo a luogo e da epoca a epoca: e quando Sommerfeld entra a far parte della comunità studentesca di Königsberg, si ritrova in un luogo e in un'epoca decisamente particolari, per quanto riguarda la vita dei giovani universitari. Ed è proprio in questi anni che Arnold si procura la prima e più evidente cicatrice: quella fisica, ben disegnata sulla fronte, che esporrà sempre perfino con un certo orgoglio.

In tutti gli stati di lingua tedesca, e soprattutto in Prussia, le città universitarie erano piene di *Burschenschaft,* ovvero "associazioni di giovanotti" – ovviamente studenti – che si dedicavano alle attività preferite dai giovani uomini maschi: mostrare al mondo l'alto livello di testosterone e l'ampia capacità di ingurgitare alcolici. In fondo, non è altro che il corrispondente delle associazioni goliardiche che ancora oggi, seppure in maniera assai meno intensa, si incontrano nelle varie sedi universitarie. Ma oggi siamo nel XXI secolo, un'epoca estremamente ricca di sistemi di intrattenimento e distrazione; la Germania di fine Ottocento era certo un ambiente diverso. Le diverse associazioni studentesche adoravano ubriacarsi, prendere in giro i secchioni che rifiutavano di vivere alla maniera degli appartenenti alle *Burschenschaft*, e soprattutto sfidarsi nelle "Mensur". Il nome viene direttamente dal latino, e in ultima analisi significa "misura": ma l'etimologia non rende appieno il significato reale. Gli incontri di "Mensur" erano, in tutto e per tutto, dei duelli di scherma: avevano regole rigide e complicatissime, ma alla fin fine l'obiettivo era quello di tirarsi sciabolate uno contro l'altro. Non bisogna immaginare un incontro di scherma come quelli che si vedono adesso alle olimpiadi, con una lunga pedana in cui due schermidori avanzano e indietreggiano in ripetuti assalti: i partecipanti alle "Mensur" dovevano restare fermi in posizione, ad una ben precisa e determinata "misura" (da cui, probabilmente, il nome), e allungarsi colpi di spada. C'erano forme e posizioni di ingaggio diverse, ed era lecito, in molte di esse, indossare speciali protezioni per le spalle, per il torso e soprattutto per occhi e naso, che spesso venivano coperti da una maschera che in qualche modo ricorda la forma degli occhiali da saldatore. Nonostante le protezioni, i colpi arrivavano spesso a segno: ogni tanto ci scappava anche il morto, ma assai più spesso il sangue veniva versato per i colpi che arrivavano ai volti dei duellanti: del resto, l'immagine del viso sfregiato di qualche crudele ufficiale delle SS è diventato quasi un obbligo iconografico per i film hollywoodiani con nazisti. In breve, l'impegno richiesto per questa "scherma accademica" era tutt'altro che trascurabile, e Arnold Sommerfeld era un vero entusiasta del "Mensur", come dimostra bene la sua cicatrice sulla fronte e, ancor meglio, il suo rendimento scolastico tutt'altro che brillante nei suoi primi anni universitari.

2 *Studenti tedeschi dopo un incontro di "Mensur".*

[4] "*Wir müssen wissen. Wir werden wissen*", RM060, Gennaio 2004.

[5] "*Mr. Wolf e il ballo di San Vito*", RM267, Aprile 2021.

Poi, però, si cresce, e si matura, almeno fino a un certo punto. La sua dedizione alla *Burschenschaft* gli farà dire, da vecchio, di essere dispiaciuto di aver perso quel tempo prezioso, soprattutto considerando che era d'uso, per gli studenti tedeschi, muoversi tra più università alla ricerca di quella più adatta, e soprattutto per familiarizzarsi con i grandi protagonisti delle ricerche accademiche. Ma, in fondo, una certa passione per i diversi aspetti marziali della società prussiana doveva averla, il giovane Sommerfeld; quasi tutti gli studenti che ottenevano la laurea e l'abilitazione come *Privatdozent* si lamentavano della perdita di tempo causata dal servizio militare che, in Prussia, era virtualmente impossibile evitare. Sommerfeld, per contro, lo affronta serenamente, e continuerà a lungo, anche dopo aver assolto il servizio obbligatorio, a dedicare diverse settimane di servizio militare facoltativo negli anni successivi.

3 *Se ve la cavate con il tedesco…*

Lindemann probabilmente sapeva bene che Sommerfeld amava più la matematica pura dell'applicata: ciò non di meno, quando assegna la tesi al suo pupillo gliene affida una sulle *Funzioni Arbitrarie nella Fisica Matematica*. Sommerfeld affronta l'impegno con sicurezza e senza troppo affanno; scrive la tesi in poche settimane nell'estate del 1891, e il risultato è una pubblicazione che ancora si trova nei cataloghi delle librerie online.

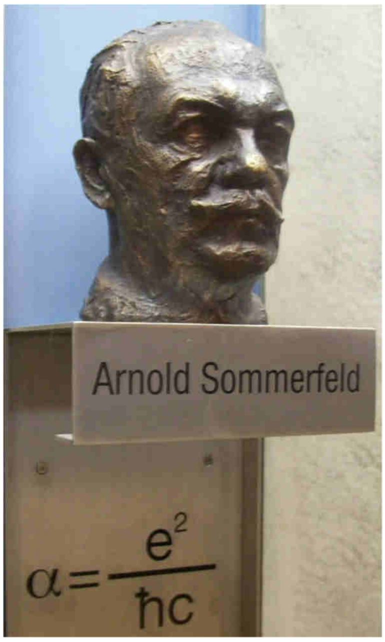
Questa deviazione verso la fisica matematica segna forse la svolta più significativa nella carriera di Sommerfeld: di certo, quando, giusto un paio d'anni dopo, si presenta nella reggia di Göttingen alla corte di sua maestà Felix Klein[6], questi non sembra affatto intenzionato a fargli intraprendere una carriera matematica priva di connessioni con il mondo reale; anzi. Arnold diventa subito assistente di Klein, e di fatto deve imparare a padroneggiare tutti i corsi che il grande matematico insegna; oltre a ciò, Klein affida a Sommerfeld un gran numero di lavori, assai diversi tra loro, ma con il denominatore comune di essere tutti, infallibilmente, di matematica applicata alla fisica. Più che durante i corsi universitari a Königsberg, è qui a Göttingen che Sommerfeld diventa Sommerfeld.

Gli ultimi anni del secolo corrono via veloci, e con essi la carriera di Sommerfeld: arrivo a Göttingen nel 1893; assistente di Klein nel 1894; abilitazione come *Privatdozent* l'anno dopo, e nel contempo comincia a lavorare a libri di fisica matematica. Docente a Clausthal, piccola città mineraria della Sassonia, dal 1897, troverà comunque il tempo di curare il volume di Fisica Matematica dell'Enciclopedia delle Scienze voluta da Klein: è da quel volume, ad esempio, che nasce e si fissa una volta per sempre la simbologia del calcolo vettoriale.

Da Clausthal passa ad Aachen, città certo più prestigiosa, ma dove il metodo didattico di Klein e Sommerfeld riceve meno apprezzamenti; così continua la ricerca e, nel 1906, Arnold ottiene finalmente la cattedra di Fisica Teorica a Monaco.

6 "*Fischi per fiaschi*", RM255, Aprile 2020.

Forse potrebbe bastare l'elenco dei suoi studenti e tesisti a Monaco per mostrare le capacità didattiche di Sommerfeld: della trentina che accompagnò al dottorato, ci limiteremo a citare i nomi di Wolfgang Pauli, Werner Heisenberg[7] e Hans Bethe. Ma siamo ormai negli anni in cui la Teoria dei Quanti è al suo massimo sviluppo, e Arnold Sommerfeld vi si dedica con impegno ed entusiasmo totale: si era già interessato di spettroscopia atomica, ed è per questo che introduce la sua costante con quel nome a un tempo affascinante e misterioso: la "struttura fine" è quella che si nota all'interno di alcune righe di emissione e assorbimento degli spettri atomici. Stanno nascendo i primi modelli atomici dell'atomo, e quello più promettente – anzi, rivoluzionario – è quello di Bohr: ma le orbite circolari proposte dal danese non sembrano adatte, e Arnold si dedica a correggere il modello assumendo orbite ellittiche: già che c'è, introduce nella teoria atomica anche un paio di altri "numeri quantici". Alla fine, il modello di atomo più famoso della prima Teoria dei Quanti sarà chiamato "Atomo di Bohr-Sommerfeld".



4 *Come ricorda Sommerfeld l'Università di Monaco.*

E non è tutto qua: continua le sue ricerche spettroscopiche, rifonda la meccanica statistica, e le sue innovazioni teoriche porteranno altri alla scoperta dello spin dell'elettrone. Anche per quegli Anni Ruggenti della Fisica, i contributi di Arnold Sommerfeld brillano nel nuovo firmamento quantistico come un denso grappolo di stelle di prima grandezza. E, immaginiamo, sarà proprio per la loro macroscopica evidenza che Sommerfeld si guadagnerà la sua seconda cicatrice.

Non sono i riconoscimenti dei contemporanei a stabilire la grandezza di un uomo, artista o scienziato che sia: però è indubbio che, quando i riconoscimenti arrivano, la vita del premiato un po' cambia, e cambia soprattutto il modo in cui viene riconosciuto e ricordato. Soprattutto se, come accadde per la fisica nei primi anni del Novecento, una disciplina ha uno sviluppo velocissimo e tempestoso, denso di nomi notevolissimi. La differenza tra chi vince un Premio Nobel e chi invece non riesce ad afferrarlo è spesso sottile, impalpabile, talvolta anche corretta dalla storia: ma tant'è; è più difficile ricordare chi non finisce in un "albo d'oro" rispetto a chi invece vi è presente, insieme al gotha della sua materia.

Arnold Sommerfeld non ha mai ricevuto il Premio Nobel per la Fisica. La cosa suona strana perfino agli studenti che incontrano il suo nome non appena approcciano i primi rudimenti di fisica moderna, e suona stranissima agli addetti ai lavori. La domanda inevitabile "come mai?" è destinata a rimanere senza risposta, ma ancora più sorprendente è la constatazione che questa assenza, nel caso specifico di Sommerfeld, assume l'aspetto di un mistero degno dei gialli di Conan Doyle. Per poter vincere un Nobel, occorre innanzitutto ricevere delle "nomination", ovvero delle proposte di premiazione che sono, in genere, fatte proprio da scienziati che il Nobel lo hanno vinto in precedenza. L'incredibile record di Arnold Sommerfeld è che di nomination al Premio Nobel della Fisica ne ha ricevute 81, come nessun altro prima e dopo di lui.

Possiamo solo immaginare e sperare che, così come era orgoglioso della cicatrice che aveva sulla fronte, sotto sotto fosse orgoglioso anche di questa cicatrice nell'anima.

[7] "*Maestro e discepolo*", RM155, Dicembre 2011.

2. Problemi

2.1 Sembra, ma non è

Nel senso che "sembra un problema logico, ma non lo è".

Avete presente quei problemi logici (solitamente risolubili attraverso alcune tavole della verità) nelle quali vengono presentate bislacche condizioni del tipo che "il vicino di quello che ha il pesce rosso fuma la pipa" o cose del genere? Al momento, il record in merito ci risulta essere di cinque tabelle, ma non appena ne troveremo uno che ne richiede di più saremo pronti a proporvelo.

Bene, non c'entrano nulla; però, la bellezza della presentazione (e la simpatica incasinatura dell'enunciato) ci hanno spinto a presentarvelo senza tanti fronzoli, nonostante non ci paia troppo difficile.

Due poligoni convessi M e N hanno le seguenti proprietà:

1. M ha il doppio di angoli acuti rispetto a quanti angoli ottusi abbia N.
2. N ha il doppio di angoli acuti rispetto a quanti angoli ottusi abbia M.
3. Ogni poligono ha almeno un angolo acuto.
4. Almeno un poligono ha un angolo retto.

Fermo restando, as usual, che un angolo retto non è né acuto né ottuso.

Allora, tanto per cominciare vorremmo sapere se oggetti del genere esistono, quindi se ce ne fate vedere una coppia (nel senso di un M e un N che rispettino e regole date), grazie.

Poi, ci chiediamo (visto che sembra l'unica cosa rettamente definita, tutte le altre sono ottuse alle nostre acute menti) quanti angoli retti possa avere ognuno di questi poligoni: nel senso che vorremmo sapere quante sono le categorie nelle quali sono suddividibili.

Oh, per i tempi di soluzione, citofonare all'altro problema...

2.2 Fine pena: MAI

Uno di noi (non vi diciamo chi), nel mondo fuori di qui, ha timidamente avanzato la proposta di andare in pensione. Appena lo abbiamo scoperto, il trilogo (eh, sì, siamo in tre) è andato avanti su binari del genere:

UN ALTRO: "Bene, così puoi prendere in carico qualche altra rubrica di RM"

UNO: "...ma io veramente pensavo di..."

GLI ALTRI (in coro, ad alta voce): "Fine pena: MAI!!!".

Che ci è sembrata una buona idea per il titolo.

"Uno" (continuiamo a non dirvi di chi si tratta) ha un'idea piuttosto idilliaca della vita da pensionato: già si vede, comodamente seduto su una sedia a dondolo, sul suo patio che guarda suppergiù a sud-ovest (questo non è importante), intento a rimirare il tramonto (a ovest, ma anche questo non è importante) dietro i quattro alberi che ha piantato... E qui le cose diventano importanti.

Infatti i quattro alberi sono stati piantati ai vertici di un rettangolo $ABCD$ (nominato in senso orario, il vertice A è l'olmo in basso a sinistra ed è il più vicino al pensionato): il Nostro Uno (abbiamo detto *No!* Non ve lo diciamo!) si trova in un punto P (sotto un non importante patio) e (importantissimo) vede i quattro alberi nell'ordine B (il castagno), A (lo sapete), C (il platano) e D (la quercia) come equispaziati tra di loro.

Prolungando AD dalla parte di A, ad una distanza r da A troviamo un vigoroso cespuglio Q (di specie non definita, fortunatamente) che si trova alla distanza minima (sia essa s) da P (che sta per "pensionato". Ecco, lui).

Siccome il Nostro (lo stesso di prima) non ha la minima intenzione di fornirci la seppur minima indicazione sul suo eremo, e quindi di non dirci quanto prato sia disponibile per questa ardita costruzione giardinologica, la nostra intenzione per trovarlo vorrebbe essere quella di ricercare (via aerofotogrammetria dell'intera nazione) un *pattern* che rispetti le proporzioni indicate; se volete darci una mano, potreste per esempio trovare le dimensioni del rettangolo arboreo in funzione di r e s: una volta note queste, con un veloce programmino di ricerca, dovremmo riuscire a stanarlo abbastanza facilmente.

"Rudy, e fare il disegno no, vero?" Beh, potevamo farlo, ma quando ci abbiamo provato ci pareva di introdurre sempre dei dati che trasformavano tutto in un caso particolare... Insomma, non ci piaceva come veniva fuori.

3. Bungee Jumpers

Siano $P(x)$ e $Q(x)$ dei polinomi a coefficienti reali. Trovate le condizioni *necessarie e sufficienti* su N tali da garantire, se $P(Q(x))$ ha grado N, che esistano degli x reali per cui $P(x)=Q(x)$.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Dicembre.

Parliamoci chiaro: è la stagione delle feste e si sa come va a finire se non avete i problemini da risolvere nelle vacanze, così il Doc ed il Capo si sono dati da fare per uscire in ritardo moderato. Ma (dato anche il ritardo del numero precedente) i solutori si sono abituati a prendersela comoda, così le soluzioni sono arrivate solo da una persona (no, non vi facciamo indovinare chi, tanto lo sapete che è ***Valter***), ed Alice (sì, ormai parliamo di noi stessi in terza persona, stiamo diventando ancora più matti di quello che eravamo) si è impigrita e non ha preparato ancora niente. Quindi facciamo così, restate in sospeso con le soluzioni di ***Valter*** fino a gennaio, così me ne mandate altre per fargli compagnia.

Tanti auguri a tutti!

5. Quick & Dirty

Se dividete una circonferenza in dieci parti regolari, unendo ogni punto di divisione con il successivo ottenete un decagono regolare; se invece unite ogni punto con il terzo successivo ottenete una stella a dieci punte (sempre regolare).

Qual è la differenza tra i lati delle due figure[8]?

6. Pagina 46

Dimostreremo che la condizione necessaria e sufficiente soddisfacente i requisiti del problema è che N sia un intero positivo dispari e che non sia un quadrato perfetto. Notiamo che esiste un x tale che $P(x)=Q(x)$ solo se $P(x)–Q(x)=0$ ha una radice reale.

Se p e q sono rispettivamente i gradi di $P(x)$ e $Q(x)$, allora il grado N di $P(Q(x))$ è pari a pq.

Necessità: Se N è un quadrato perfetto, è sempre possibile trovare dei casi nei quali $P(x)–Q(x)=0$ ha radici reali.

Nel caso di N *pari* si scelga ($p=N$ e $q=1$):

$$P(x)=x^N+x+1 \text{ e } Q(x)=x.$$

Allora $P(Q(x))=x^N+1$ che non ha radici reali.

Nel caso di N *dispari* (e sempre un quadrato perfetto) si consideri $N=(k+1)^2$, con k pari e si scelga ($p=q=k+1$):

$$P(x)=x^{k+1}+x^k+1 \text{ e } Q(x)=x^{k+1}.$$

Allora $P(x)–Q(x)=x^k+1$ che, essendo k pari, non ha nuovamente radici reali.

[8] Idea nostra: *e se non fossero dieci*? Ma in questa forma non ci pare né Quick, né Dirty.

Sufficienza: Sia ora N un intero positivo dispari che non è un quadrato perfetto. Da $N=pq$ segue che p e q sono entrambi dispari e che $p \neq q$. Il grado di $P(x)-Q(x)$ è allora $\max\{p, q\}$, che è dispari; quindi $P(x)-Q(x)$ è un polinomio con coefficienti reali di grado dispari, e quindi ha almeno una radice reale.

Avendo dimostrato sia la necessità che la sufficienza della condizione, l'ipotesi è dimostrata.

7. Paraphernalia Mathematica

Tanto tempo fa, in una galassia neanche poi troppo lontana, aveva avuto immeritati diritti di stampa un libercolo sulle simmetrie.

Mentre leggevamo una cosa della quale abbiamo promesso di parlare e parleremo, ci siamo scontrati con una cosina che all'epoca del libro avevamo trattato poco e male (e che non avevamo capito molto). Non garantiamo di capirne di più o di trattarla meglio, ma ci pare corretto parlarne.

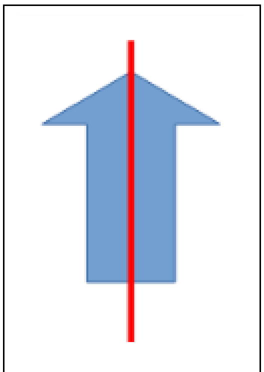
7.1 Ritornano (e non "a volte": "sempre")

Che ci pare un ottimo titolo, se si parla di simmetrie. O meglio, di "come scrivere" il fatto che in un oggetto sia presente una determinata simmetria. Cominciamo con una cosa che ci ha sempre stupito.

Avete mai guardato in un caleidoscopio? Ci riferiamo al tipo più diffuso, quello che vi fa vedere un mucchio di disegni in quella che intuitivamente abbiamo sempre chiamato "simmetria esagonale". Se vi è capitato di smontarlo, vi sarete accorti che al suo interno non c'è traccia di esagoni: l'unica cosa che trovate, di solito, è un prisma a sezione triangolare equilatera fatto di specchi metallici. Solo più tardi (quando, di solito, i caleidoscopi cessano di stupire e la loro magia è ampiamente scaricata) ci si rende conto che i nostri "esagoni" non sono la figura base, ma che questa è, in realtà, un triangolo; la cosa viene archiviata tra le cose capite, e via andare.

Bene, ***Conway*** ci riporta, almeno in prima istanza, a quei momenti di perplessità: infatti, per indicare le "simmetrie caleidoscopiche", decide di utilizzare l'asterisco. La giustificazione ufficiale è quella della "disposizione degli specchi" per ottenere quella data simmetria: insomma, vedevamo degli esagoni (che non esistevano), con degli specchi triangolari (che abbiamo visto) e adesso per descriverli utilizziamo l'asterisco.

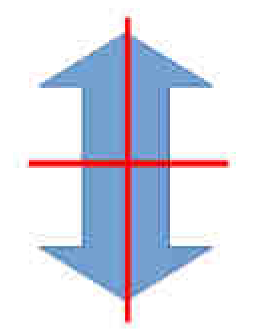
Procediamo con calma.



5 *Un asterisco.*

Prendiamo un qualsiasi oggetto a simmetria bilaterale, ad esempio il disegno in figura; sarete d'accordo con noi sul fatto che la linea rossa rappresenta un asse di simmetria; non solo, ma se mettete uno specchio al suo posto (e avete solo metà della freccia, dalla parte che riflette dello specchio), ottenete esattamente lo stesso disegno.

Anche se piuttosto deludente, questo oggetto è, per Conway, un ***caleidoscopio*** (ad un solo specchio), e viene indicato con *****.



6 *Due asterischi. Punto.*

La cosa non sembra un particolare colpo di genio ma, come al solito quando c'è di mezzo Conway, le genialità appaiono nei passaggi successivi: infatti, nella seconda figura, vedete un oggetto che ha bisogno di due specchi messi a novanta gradi tra di loro per descrivere la propria simmetria; ignorando bellamente il fatto che gli specchi debbono essere a novanta gradi, Conway descrive questo oggetto come `*2●`. Che, in linguaggio normale, significherebbe che "di *specchi* ne avete *due*, che si incrociano in un *punto*". Più formalmente, "simmetria caleidoscopica di periodo due, con un punto fisso". "Star due punto", comunque, anche secondo Conway va benissimo.

Quindi, se all'improvviso vi parlo di un `*3●`, voi dovreste sapere al volo che si tratta di una simmetria con tre specchi che si incrociano in un punto, e avanti in questo modo: attenzione che gli specchi "proseguono oltre il punto": nel senso che i tre specchi formano un "asterisco" a sei raggi, e quindi avremo (sempre via "senso comune") sei simmetrie, ma indichiamo la struttura con "3", e la cosa è indicata dal punto al fondo.

E in questo modo riusciamo già a catalogare un mucchio di cose, ma ci serve altro; infatti, esistono degli oggetti che nascono dal "girare" (senza riflettere) una data struttura: l'esempio classico (che prendiamo da Conway) è lo stemma dell'isola di Man, che vedete nella figura a fianco. Queste "rotosimmetrie[9]" vanno indicate in qualche altro modo.

7 *Senza specchi!*

Per catalogare elementi di questo genere, Conway se la cava lasciando semplicemente cadere l'asterisco; quindi, il nostro stemma qui di fianco è semplicemente descritto da 3●: in pratica, ruoto senza specchiare l'oggetto alla base del disegno (la singola gamba).

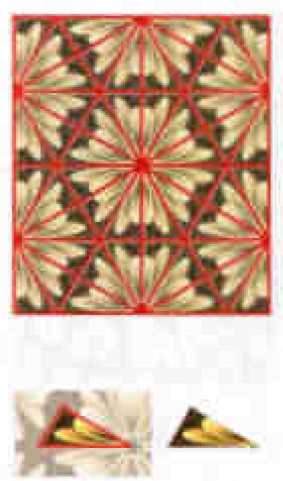
Se proviamo a mettere assieme questi due oggetti (i caleidoscopi e le "gyrations"), otteniamo qualcosa che conosciamo: le ***rosette***. Se fate qualche esperimento, vedete che potete generarle tutte come *N● o come N●. Comunque, avete un insieme infinito, il che vi permette comunque una notevole varietà.

Resta, di interessante, solo più da notare che quando si parla di rosette "il punto deve esserci". Infatti, essendo uno schema *finito*, deve avere un "punto fisso" al centro dello schema: le riflessioni (con il punto di incrocio di tutte) e le rotazioni (attorno a quel centro) sono le uniche a mantenerlo, quindi ci fermiamo qui.

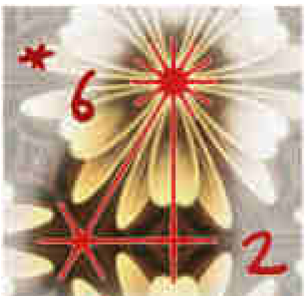
Avrete notato, però, che abbiamo messo una certa enfasi sul fatto che lo schema fosse *finito*: infatti, in quelli noti come ***fregi***, lo schema è ripetibile all'infinito.

La differenza sostanziale tra le rosette e i fregi è che, oltre ad avere una simmetria rotazionale o speculare, abbiamo anche una simmetria ***traslazionale***, ossia "spostiamo" il disegno.

In realtà, in un disegno (sul piano) possiamo identificare tanti "specchi": quando li identifichiamo tutti, a quel punto abbiamo il "disegno minimo" che ci permette di replicare i disegni; trovate un esempio piuttosto complesso nella figura qui di fianco: è facile notare che il triangolo che abbiamo trovato rappresenta anche la disposizione degli specchi nel "caleidoscopio reale" che ci farebbe vedere la medesima figura.



8 *Un disegno e la sua "primitiva".*



9 *La radice del fiore.*

Come possiamo descrivere un caleidoscopio di questo genere? Semplice, espandendo la notazione. Prendiamo un particolare della nostra immagine, e facciamoci qualche conto.

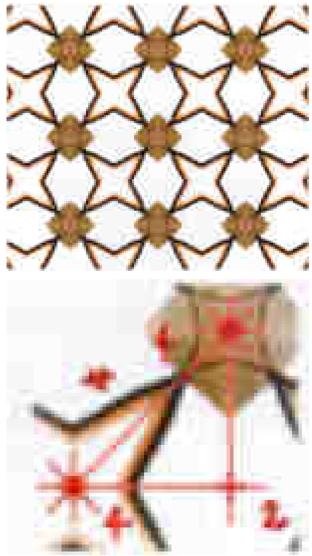
In pratica, abbiamo una simmetria *6● (quella in alto), una simmetria *3● (in basso a sinistra) e una *2● (in basso al centro).

Logica dice, a questo punto, che gli specchi non si incontrano *in un punto*, quindi la nostra descrizione sicuramente non può avere il punto alla fine. E quindi Convay lo toglie, indicando il nostro oggetto come *632, il che ha una sua logica.

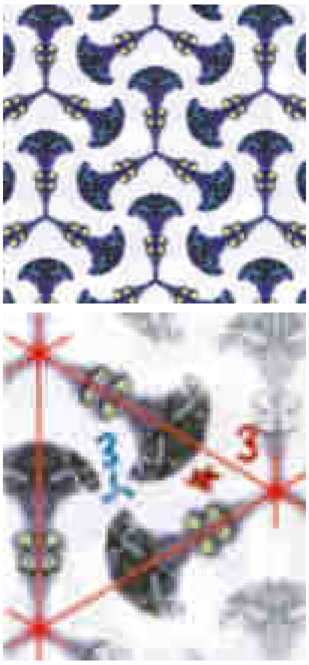
"Rudy, come mai hai cominciato dal 6?" Così, perché mi stava simpatico. Se non vi piace, potete indicare la stessa cosa come *362, o come *263, o come vi pare, procedendo nel senso che preferite.

[9] Molto più bello il termine inglese: "*Gyrations*". Ma "giratorie" è proprio brutto.

Adesso, potrebbe nascervi un dubbio, soprattutto se fate i conti con una struttura come quella qui di fianco. Possiamo indicarla come `*442`, ma quei due quattro ci lasciano in dubbio: non sono due punti di simmetria dello stesso tipo? Non potrebbe bastarne uno? No, quei due quattro ci stanno tutti e due. L'errore è nel definirli "dello stesso tipo": diciamo che due punti di una simmetria sono *dello stesso tipo* se è possibile (attraverso traslazioni e, eventualmente, riflessioni) sortarne uno a sovrapporsi all'altro senza variare il disegno d'insieme. E questo, qui, chiaramente non succede.



10 *Quanti quattro?*



11 *Un mucchio di cose.*

Un ulteriore dubbio potrebbe venirvi con quest'altra simmetria (quella azzurra): qui ci sono delle riflessioni di sicuro, ma sembra esserci, da qualche parte, anche una rotazione...

E infatti, un oggetto di questo genere viene indicato come `3*3`[10]: ci sono una simmetria rotazionale (il primo tre) e una simmetria di caleidoscopio: notate che, contrariamente al triangolo di prima, qui i tre "punti rossi" sono *sempre lo stesso punto*, quindi non dobbiamo indicarle tutte e tre: potete traslare un punto rosso su un altro e il disegno non cambia: insomma, l'asterisco separa sempre le rotazioni dai caleidoscopi.

Siete mai stati dal barbiere? Nel caso, avrete notato (quando avete smesso di preoccuparvi del taglio) che di solito c'è uno specchio "davanti a voi" e uno "dietro di voi"; nelle riflessioni, vedete alternativamente un "voi da davanti" e un "voi da dietro". Evidentemente i due specchi non hanno un punto in comune (dovrebbero essere paralleli): come si indica una cosa del genere? Semplice: sono due specchi, sono senza punto in comune... `**` è, evidentemente, la sola risposta possibile.

12 *Uguali ma diversi.*

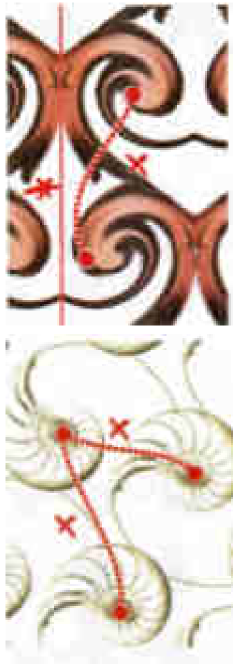
Poi, ogni tanto, succedono i miracoli.

Qui di fianco, vedete due disegni "uguali ma diversi": il primo è una simmetria `**` (quella "del barbiere"), ma la seconda? Beh, qui una spirale oraria si trasforma in una spirale antioraria... Ci vorrebbe un miracolo. E infatti, i miracoli si chiamano ×.

Quindi, siccome uno specchio verticale ci serve, ma ci serve anche un miracolo (si chiamano proprio "miracoli", secondo Conway), il simbolo è *×.

[10] O meglio, come `3*3`: come potete vedere dal disegno, Conway colora le rotazioni in blu e i caleidoscopi in rosso: siccome nella letteratura successiva non abbiamo trovato traccia di colorazioni, sin quando non si renderà necessaria non intendiamo utilizzarlo. Comunque, sapevatelo!

Qui di fianco, dovreste vedere lo schema elementare: tutto chiaro, no?



13 *Un miracolo, o due.*

Beh, allora sappiate che esistono anche i *doppi miracoli*:

"...e come si scrive?" Beh, mi pare evidente... ××.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms