Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 259 – Agosto 2020 – Anno Ventiduesimo

Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici
Rivista fondata nell'altro millennio da
Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)
rudy.dalembert@rudimathematici.com
Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com
Alice Riddle (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com
www.rudimathematici.com
RM257 ha diffuso 3'303 copie e il 30/07/2020 per Google eravamo in 34'400 pagine.

È un grande onore, per un gatto nero, andarsene di venerdì 17.
Per ragioni di privacy e per precisa scelta espressa dal soggetto, non vi diciamo in quale.
Addio, Virgilio.

1. C'è scuola e scuola

> ***scuòla*** *(pop. o poet.* ***scòla****) s. f. [lat.* schŏla*, dal gr. σχολή, che in origine significava (come* otium *per i Latini) libero e piacevole uso delle proprie forze, soprattutto spirituali, indipendentemente da ogni bisogno o scopo pratico, e più tardi luogo dove si attende allo studio]. –* ***1.*** *Istituzione a carattere sociale che, attraverso un'attività didattica organizzata e strutturata, tende a dare un'educazione, una formazione umana e culturale, una preparazione specifica in una determinata disciplina, arte, tecnica, professione, ecc. […]* ***2.a.*** *L'attività che, mediante un insegnamento metodico, mira a dare un'istruzione e una cultura, anche solo elementari, o a far apprendere una disciplina, una tecnica, un'arte, una professione o un mestiere: […]* ***b.*** *Concezione, metodo pedagogico seguito […]* ***3.*** *Il complesso delle persone (insegnanti, alunni, personale non docente) che partecipano all'attività scolastica in genere o che fanno parte di un determinato istituto […]* ***4.*** *Il luogo in cui si impartisce l'insegnamento, cioè l'edificio dove ha sede un istituto scolastico […]****5.*** *estens.* ***a.*** *Insieme di pensatori, scrittori, artisti, scienziati, ecc., che seguono e sviluppano un indirizzo comune di pensiero, o un metodo di lavoro orientato secondo gli stessi presupposti, e la cui produzione risulta quindi omogenea; anche l'indirizzo, il metodo di lavoro seguito […]* ***b.*** *L'insieme dei discepoli di un grande maestro […]* ***6.*** *fig. Complesso di insegnamenti dati o ricevuti senza che si stabiliscano veri e proprî rapporti di maestro e discepolo […]* ***7.*** *Nel medioevo, associazione di artigiani, mercanti o lavoratori; corporazione […]* ***8.*** *A Venezia, nome dato anticam. ad alcune confraternite di carattere religioso e sociale, e oggi alle loro sedi, spesso rese illustri dalle opere di grandi pittori che vi sono conservate […]* ***9.*** *Con funzione appositiva (sempre invar. e posposto al sost.), che ha la finalità di istruire, di addestrare:* cantieri-scuola, nave-scuola ◆ *Dim.* ***scuolétta****; spreg.* ***scuolùccia****; accr.* ***scuolóna****; pegg.* ***scuolàccia****.*
>
> (Vocabolario Treccani - *treccani.it/vocabolario/scuola/*)

Parlare di scuola ad Agosto sembra sbagliato, stridente, contraddittorio, un po' come vedere un albero di Natale perfettamente addobbato durante un torneo di beach-volley. Dipende forse dal fatto che, nel profondo, alla scuola si pensa sempre con il cervello da studente: è l'argomento centrale da settembre a maggio, a giugno c'è la resa dei conti, luglio è infettato per alcuni dall'ansia cruciale della maturità; ma agosto… beh, agosto è decisamente puro, in salvo, immunizzato da ogni pensiero scolastico, a meno che non si sia avuta la terribile sventura di avere debiti da riparare o una eccessiva quantità di compiti estivi.

Poi, in realtà, basta spostare di poco il punto di vista e cambia tutto: per i genitori, agosto è già mese di preoccupante vigilia organizzativa, specialmente se i pargoli stanno per accedere a corsi di studi diversi da quelli dell'anno scolastico precedente, o addirittura sono virgulti seienni che stanno per affrontare il gran passo del debutto scolastico; e gran parte del personale che nella scuola lavora, docenti o non docenti che siano, hanno in agosto già cose da predisporre, sbrigare, preparare. Se poi l'anno scolastico che si preannuncia nei pressi dell'equinozio d'autunno è quello che segue un anno scolastico del tutto eccezionale, come quello del 2019-2020, devastato dal Covid-19 e dall'emergenza continua della didattica a distanza, sperare in un agosto privo di preoccupazioni scolastiche è mera illusione. Anzi: la scuola rischia di essere il pensiero estivo principale, vista l'incertezza profonda che regna sull'incombente, vicinissima ripresa delle lezioni.

1 *Scuola in Guinea-Bissau, 1974, durante la guerra per l'indipendenza dal Portogallo. La nazione non esisteva ancora, la scuola era già necessaria. (Foto di Roel Coutinho, presa dalla Wikipedia in lingua tedesca).*

Certo è che, come capita sovente quando una parola del tutto familiare e ordinaria arriva improvvisamente al centro di un'attenzione straordinaria, viene la voglia di indagare un po' più a fondo sulla natura della parola stessa: quando diciamo "scuola", cosa intendiamo davvero? L'edificio che ospita studenti e scolari, quell'edificio desertificato in questo primo semestre del 2020? O più direttamente il concetto di apprendimento e insegnamento? Milioni di ragazzi quest'anno non sono "andati a scuola" ma, per quanto possibile, hanno comunque "fatto scuola", e subito si inciampa in un altro significato ancora, perché "fare scuola" normalmente indica ancora qualcosa di diverso; si "fa scuola" quando si introduce qualche rivoluzionaria novità che poi diventa uno standard.

È uno di quei casi in cui è bene rivolgersi a un dizionario: in testa a quest'articolo è riportato un estratto della voce "scuola" del Vocabolario Treccani disponibile online, e la pletora di significati elencati – per quanto oggettivamente noti, prevedibili – stupisce se non altro per il loro numero e per le diverse coniugazioni che la medesima parola possiede e veicola. La cosa più stupefacente[1] è forse l'etimologia della parola, che è generata dall'ozio e dal riposo, per non parlare di quel "*libero e piacevole uso delle proprie forze, soprattutto spirituali, indipendentemente da ogni bisogno o scopo pratico*" che potrebbe facilmente, se ripetuto in un'assemblea d'istituto con enfasi rivoluzionaria, accendere lì per lì un nuovo movimento studentesco.

Etimologia a parte, i nove diversi significati che il vocabolario elenca mostrano bene come la stessa parola possa essere a un tempo concreta o astratta, formale o approssimativa. Viene da chiedersi con quale criterio vengano ordinati i significati stessi, all'interno di una voce di dizionario: presumibilmente dal significato più usato a quello più raro; ma forse conta un po' anche il prestigio – per così dire – del significato stesso. Così, la prima "scuola" che viene elencata è a un tempo quella più importante e più astratta: è "*l'istituzione a carattere sociale*" che è investita da molti (e, di nuovo, diversi) obiettivi. C'è la formazione culturale e umana, che da sola è un'impresa titanica; c'è l'educazione in senso ampio e lato, che è come dire insegnare ai giovani a diventare cittadini; e c'è la preparazione specifica in qualche disciplina, arte, tecnica, professione. È già curioso notare come – se l'ordine in cui gli obiettivi sono elencati intende davvero seguire l'ipotizzata regola dell'importanza decrescente – l'insegnamento volto alla preparazione all'ingresso nel mondo del lavoro si posizioni solo al terzo posto, dopo l'insegnamento volto a far diventare i giovani dei bravi cittadini e soprattutto dopo l'insegnamento destinato a preparare dei giovani esseri umani. È una lista ordinata in modo ammirevole, ed è forse un peccato che, col passare del tempo, i primi due obiettivi per importanza oggi sembrino essere un po' disdegnati dall'opinione pubblica, pragmaticamente sempre più propensa a valorizzare la preparazione professionale, fosse anche un po' a scapito delle altre. In questo primo significato, non meno cruciale è la descrizione del metodo seguito per il perseguimento di quegli obiettivi: innanzitutto quell'aggettivo, "*sociale*", posto a ricordare che la scuola non può, non deve essere un fatto privato, ma un impegno della società tutta; e poi quel bellissimo "*attraverso un'attività didattica organizzata e strutturata*", che

[1] Stupefacente, certo: ma citata così spesso in questi "compleanni" che il lettore abituale verosimilmente non ne potrà più di sentirla ripetere…

contiene in pochi termini tutti i vizi e le virtù possibili, tutti gli affanni, i meriti, i problemi di un pezzo così grande e importante di una nazione.

Quello che è davvero curioso, nel secondo significato proposto nella voce del vocabolario, non è tanto la sua partizione in due sotto-significati ulteriori (che veicolano in pratica la sola differenza tra "*attività*" e "*metodo*") quanto la somiglianza con il primo: a prima vista, sembra quasi che il secondo significato non sia altro che una sorta di brutta copia del precedente, una sorta di riassunto, semplificato e (per così dire) deburocratizzato del significato numero uno. In realtà, basta solo un po' di attenzione per cogliere l'enorme differenza che corre tra i due significati: il secondo conserva soltanto proprio quell'intento di insegnamento di discipline, arti, tecniche, professioni e mestieri, insomma la parte di preparazione al lavoro, trascurando del tutto la formazione umana e culturale. Soprattutto, scompare del tutto la connotazione sociale, la necessità dell'azione didattica strutturata organizzata; in altri termini, sparisce la responsabilità dello stato, della società, e resta solamente il travaso di conoscenze, da docente a discente. È impressionante come lo stesso termine possa essere usato indifferentemente per indicare due concetti così profondamente diversi: ancora più impressionante, probabilmente, è constatare quanto spesso questi siano confusi, anche da parte di chi è chiamato a organizzare la citata "attività didattica strutturata".

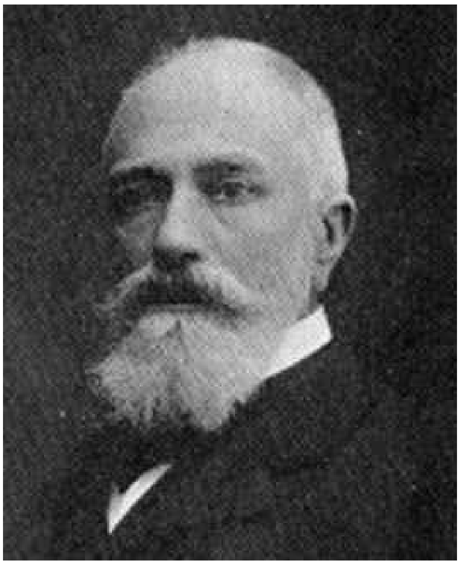
Bisogna arrivare al terzo e al quarto significato per trovare il senso più familiare a scolari e studenti: e anche qui, a dire il vero, si ritrova il terzo che precede il quarto forse più per il maggior rispetto che si deve alle persone piuttosto che alle cose inanimate. Perché la scuola come "*complesso delle persone che partecipano all'attività scolastica*" è concetto bello e pieno, ma in fondo non troppo usato nella lingua comune; mentre la scuola come *"il luogo, l'edificio in cui ha sede l'istituto scolastico"* è universalmente diffuso. Anche se non è necessario un palazzo per avere una scuola, è bello e sano che una scuola abbia davvero muri, aule, scale, palestre, tetto, lavagne. Le emozioni risiedono anche negli oggetti, e anche se è forse banale e persino un po' troppo sdolcinato ricordarlo, è quasi sempre così: a meno che gli anni passati in aula non siano stati particolarmente duri e sfortunati (e ci piace pensare che non sia così per quasi tutti), a quei palazzoni si finisce perfino per affezionarsi.

2 *Tre scuole a caso (no, d'accordo, lo ammettiamo… non proprio a caso).*

E a pensarci bene, le scuole – intese proprio come edifici – sono forse la presenza più concreta dello stato nazionale; come tipologia, non sono certo gli unici edifici pubblici, e ci mancherebbe altro; ma come diffusione, come numero, come presenza nel tessuto urbano, non hanno rivali. Palazzi fatti apposta per insegnare e imparare, un ruolo moralmente invidiabile; e poi, quando serve ospitare il rito delle elezioni, eccole pronte a fare da tempio per la massima celebrazione della democrazia. C'è ben poco da aggiungere: non saranno monumenti (anche se, indubbiamente, qualcuna ha anche questa caratteristica), ma la loro maestosa importanza non ha nulla da invidiare neppure al Colosseo. All'edilizia scolastica bisognerebbe davvero dedicare più attenzione, e non solo per le fondamentali esigenze di efficienza e sicurezza.

A ben vedere, è proprio questo significato di luogo, di edificio, che si porta appresso altri significati meno diffusi come il nono ("*cantiere-scuola*", "*nave-scuola*"), che caratterizzano infatti altri luoghi destinati all'istruzione, anche se non catalogabili propriamente "edifici"; e anche l'ottavo, discendente dalla lingua veneziana, in cui dalla confraternita di artigiani il significato passa al luogo ove la confraternita si riunisce. Del resto, il significato di "*associazione, corporazione*" è ben registrato come settimo significato dalla voce del vocabolario, ed è palese la relazione con il sesto, che registra come "scuola" anche il naturale passaggio di insegnamenti da una persona all'altra, senza ruoli definiti, un po' come si scambiano consigli e trucchi tra colleghi.

Nella voce del Vocabolario Treccani sono riportati ancora un paio di significati della parola "scuola", e sono significati degni di attenzione; per esaminarli, però, è forse meglio introdurre un personaggio altrettanto degno di attenzione, e forse immeritatamente troppo poco noto.



3 *Enrico D'Ovidio*

Enrico D'Ovidio nasce l'undici agosto 1843[2] a Campobasso: in quei giorni, il Molise era parte integrante del Regno delle Due Sicilie, a quel tempo retto dal giovane Ferdinando II, il Re Bomba. La sua famiglia è tutt'altro che entusiasta del governo borbonico, essendo di orientamento liberale; in compenso ha molta fiducia nell'istruzione e cerca di assicurare ad Enrico e al più giovane fratello Francesco la migliore preparazione possibile. Se quest'ultimo non avrà mai ripensamenti, dedicandosi alla letteratura e diventando un luminare nel suo campo fino a raggiungere la presidenza dell'Accademia dei Lincei, il percorso di Enrico è meno lineare: uscito dal Collegio Sannitico dove riceve i primi insegnamenti, trasferito a Napoli con tutta la famiglia che intendeva facilitare la formazione universitaria dei figli, si dedica inizialmente alla giurisprudenza, ma presto l'influenza dello zio Achille Sannia gli risveglia l'interesse per la matematica. Lo zio conduce uno studio privato – ma di fatto riconosciuto e quasi parificato all'università – che prepara gli studenti per superare gli esami universitari, ed Enrico, abbandonata del tutto l'idea di dedicarsi agli studi giuridici, ne segue i corsi per ottenere l'ammissione alla "Scuola dei Ponti e Strade" e per ottenere l'abilitazione all'insegnamento della matematica nei licei.

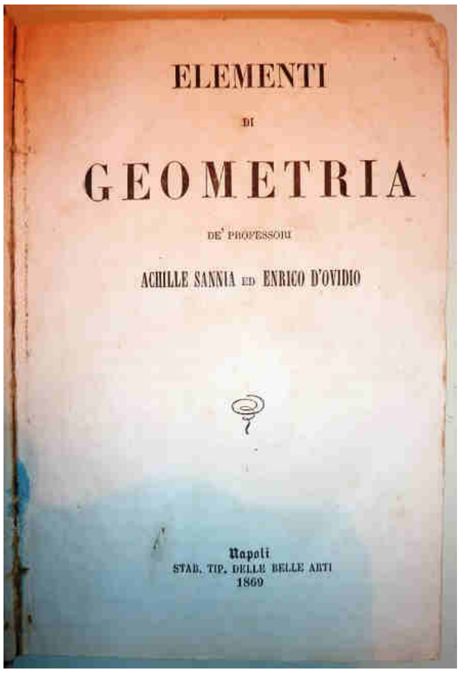
È un percorso di formazione e professione abbastanza complesso: D'Ovidio raggiunge entrambi gli obiettivi, sia l'accesso alla scuola, sia l'abilitazione all'insegnamento, ma di quest'ultima non può approfittare perché non ha ancora raggiunto l'età minima per essere ammesso come insegnante; ha appena vent'anni, è ancora minorenne. Più giovane di lui è il neonato Regno d'Italia, che sta muovendo i primi passi anche nel campo della riorganizzazione scolastica e universitaria: e non vi è dubbio che gli sconvolgimenti politici che accompagnarono la campagna dei Mille e la caduta dei Borboni non abbiano reso facile la carriera accademica del pur brillante studente. Così, Enrico D'Ovidio si ritrova impegnato, ancora giovanissimo, con altri matematici alla rifondazione dell'Ateneo napoletano, pur essendo ancora troppo giovane per insegnare nei licei del Regno, ma comunque in grado, in qualche modo, di trovare un posto da insegnante nella Regia Scuola di Marina. Il tutto, ovviamente, senza aver ancora ottenuto alcuna laurea.

Laurea che effettivamente non sembra essere, almeno per il momento, al centro dei suoi pensieri: in pratica, sta già seguendo una carriera accademica sotto la guida di Pergola e Battaglini, e quest'ultimo lo esorta a pubblicare i suoi lavori di ricerca sulla rivista che dirige, il "*Giornale di matematiche ad uso degli studenti delle università italiane*". Nel frattempo lo zio Achille deve lasciare lo studio perché chiamato a tenere una cattedra alla

[2] C'è qualche discordanza nelle fonti a proposito dell'anno di nascita: il mai abbastanza lodato "MacTutor History of Mathematics Archive", che saccheggiamo imperterriti da quasi vent'anni, riporta come anno di nascita il 1842; in questo caso, però, riteniamo che le fonti italiane (compresa quella degli archivi del Senato) siano più affidabili.

Regia Scuola di Ingegneria, ed Enrico lo sostituisce, insieme al coetaneo Nicola Salvatore Dino, nella direzione dello studio. Finisce così, in maniera inaspettata, la sua carriera di "studente": nella primavera del 1868 la Facoltà di Scienze di Napoli assegna a lui e a Dino la laurea *honoris causa* in matematica pura, "*per la moltitudine di svariate e difficili ricerche di Analisi, Geometria e Meccanica"*. Non aveva mai seguito un corso universitario, mai pubblicata una tesi, ma che fosse un matematico di razza era comunque fuori discussione: il libro "*Elementi di Geometria*", pubblicato con lo zio come coautore, aveva già avuto uno straordinario successo di pubblico, e raggiungerà la bellezza di quattordici edizioni.

Forte del titolo accademico[3], Enrico si predispone a fare carriera accademica. Il suo primo concorso è del 1872, per la cattedra di Algebra e Geometria Analitica dell'Università di Torino, anche se l'idea di lasciare Napoli per l'ex-capitale del regno, così lontana, lo spaventa un po'. A partecipare lo convince il grande Eugenio Beltrami[4], e D'Ovidio accetta il consiglio: finisce che vince il concorso, parte per sistemarsi all'ombra della Mole, e non deve trovarsi male, visto che rimarrà in quella città per tutta la vita, e lavorerà in quell'Università per ben 46 anni.



4 *Prima delle 14 edizioni di "Elementi di Geometria", di Sannia e D'Ovidio.*

Se l'università è una "scuola" – e ci pare incontestabile che lo sia, anche se è lecito affermare che non sia "solo" una scuola – Enrico D'Ovidio mostra presto come sia possibile dedicare una vita intera a far crescere un'istituzione scolastica: in quel quasi mezzo secolo che si adagia fra il 1872 e il 1918 D'Ovidio, a cui certo non mancavano le doti di ricercatore, dimostra di essere soprattutto un professore. È quasi noioso ricordare le cariche accademiche che ricopre: già nel 1879 diventa preside della Facoltà di Scienze, e l'anno dopo è Magnifico Rettore di tutta l'Università; torna poi ad essere preside, ma deve presto lasciare l'incarico perché nel frattempo è stato nominato Commissario (e successivamente Direttore[5]) del neonato Politecnico di Torino, creato dalla fusione tra il Museo Industriale e della Regia Scuola di Ingegneria. Il significato di "scuola" come "edificio scolastico" gli era altrettanto chiaro: da preside della Facoltà di Scienze, tra il 1893 e il 1907 fece erigere, davanti al Parco del Valentino, gli Istituti di Fisica, Chimica e Anatomia.

A Torino ebbe una vita intensa, che immaginiamo densa di soddisfazioni, pur con qualche crudele tragedia: crebbe due figlie e femmine e dovette piangere la perdita dell'unico figlio maschio, precipitato in montagna, durante un'escursione alpinistica, mentre tentava di salvare un compagno di cordata in difficoltà. Nel 1905 viene nominato senatore del Regno, e non è ancora chiaro se scherzasse o meno, quando sosteneva che la nomina era senz'altro dovuta ad un errore dei funzionari statali, perché il D'Ovidio che doveva diventare senatore era certo suo fratello Francesco, non lui. Di certo, l'elenco dei titoli onorifici che collezionò è così lungo che rinunciamo a riportarlo: abbastanza curioso, per uno che non sostenne neppure un esame universitario.

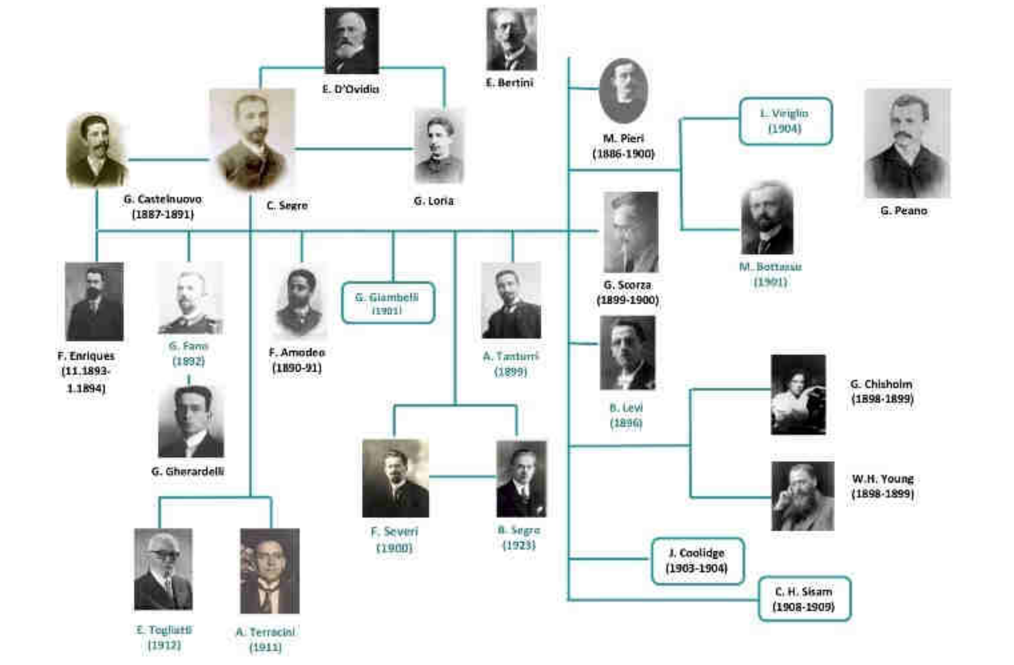
Manca ancora un aspetto da riportare, per riassumere degnamente l'opera di Enrico D'Ovidio, proprio come mancano ancora un paio di significati della voce "scuola" riportati

[3] Già allora, come oggi, la laurea *honoris causa* possedeva tutti i valori legali e formali delle lauree ordinarie.

[4] …che no, non ha ancora avuto un compleanno tutto per sé: ma rimedieremo presto.

[5] Carica che mantiene anche dopo il pensionamento del 1918, fino al 1922.

in testa a quest'articolo. Il quinto significato – un po' come il Quinto Postulato di Euclide – è quello più rappresentativo, nella vita di D'Ovidio: recita, nella sua prima accezione "*Insieme di pensatori, scrittori, artisti, scienziati, ecc., che seguono e sviluppano un indirizzo comune di pensiero, o un metodo di lavoro orientato secondo gli stessi presupposti, e la cui produzione risulta quindi omogenea";* e ribadisce, nella seconda: "*L'insieme dei discepoli di un grande maestro*".



5 *La Scuola Italiana di Geometria Algebrica (immagine presa da http://www.corradosegre.unito.it/scuola.php)*

D'Ovidio ebbe il suo massimo impegno nella ricerca subito dopo l'arrivo a Torino, erano anni davvero particolari per la geometria: le geometrie non euclidee erano state sviluppate da poco da Lobachevsky, Bolyai e Riemann, e Beltrami aveva appena dimostrato pienamente la loro dignità, non inferiore logicamente a quella euclidea; Klein aveva ampliato il discorso con il suo Programma di Erlangen, e D'Ovidio si lanciò pienamente nella nuova avventura. Per quanto importanti fossero le sue pubblicazioni, non è per esse che il suo nome resta impresso nella storia della matematica, quanto per quello che egli seppe costruire: una vera e propria "scuola", nel suo quinto significato del dizionario. A cominciare dai suoi due assistenti, Corrado Segre e Giuseppe Peano, D'Ovidio seppe alimentare un vero movimento matematico: Basso, Genocchi, Siacci, Pieri, Castelnuovo, Fano, Loria, Beppo Levi, e moltissimi altri. Getta il seme per il periodo di maggior splendore della matematica italiana, il periodo in cui l'Italia è certamente terza, forse anche seconda nella virtuale classifica delle matematiche nazionali. Passerà poi alla storia come la Scuola Italiana di Geometria Algebrica, portata ai più alti livelli da Enriques, Castelnuovo, Severi e altri, anche non italiani, come Young, Zarinski, Weil, Aleksandrov.

Sapeva coniugare il termine "scuola" in tutti i suoi significati.

2. Problemi

Agosto[6].

Voglia di lavorare: epsilon, piccolo a piacere, non necessariamente in valore assoluto.

Non solo noi (che, con il CoViD ancora in giro, non possiamo neanche bearci dell'aria condizionata dell'ufficio), ma anche voi, presumiamo: siamo fermamente convinti che le nostre e le vostre pressioni raggiungano valori confrontabili con le più alte cime della laguna veneta, misurate in Terametri.

Quindi, anziché un paio di problemi che vi costringerebbero a sudare per alcune ore consecutive, andiamo su una serie di piccoli e snelli problemucci, risolubili nel tempo nel quale il cameriere vi lascia stazionare nel flusso del ventilatore (che è piccolo, tra distanziamento e il fatto che non vi decidete a ordinare niente a parte il bicchiere di minerale di mezz'ora fa).

E non dite che si tratta di pigrizia: un paio di volte l'anno, anche a Martin Gardner passava la voglia di lavorare (e a Tulsa, quando faceva caldo, faceva ***caldo***), e rifilava nove problemi (otto, in caso di *heath wave*).

Pronti? Via.

1. Abbiamo, nella nostra raccolta di carabattole, una serie di **righelli consunti**: ad esempio, quello da sei centimetri ha ormai visibili solo lo zero, l'uno, il quattro e il sei; la cosa non rappresenta un eccessivo problema, visto che "uno" è la distanza tra zero e uno, "due" quella tra quattro e sei, "tre" quella tra uno e quattro, "quattro" quella tra zero e quattro, "cinque" quella tra uno e sei,… insomma, ci siamo capiti. Secondo voi, che numeri devono restare sul righello da undici per poterlo utilizzare con soddisfazione? Ci pare l'estensione (di cui non abbiamo la soluzione) sia immediata: esiste un modo per calcolare "velocemente" l'insieme con il minimo *numero di numeri*, per un dato n?

2. I tre simpatici paesini di Rerio, Serio e Terio hanno un'unica caserma dei **pompieri**, situata al di fuori dei rispettivi confini comunali; la buona notizia è che i pompieri sono gente normale, mentre tutti gli abitanti dei paesi sono un po' fuori di testa: infatti, gli abitanti di Rerio dicono sempre la verità, gli abitanti di Serio iniziano ogni conversazione con una verità, seguita invariabilmente da una sequenza ininterrotta di bugie; infine, gli abitanti di Terio iniziano con una verità e quindi alternano bugie e verità. Un giorno, il centralino dei pompieri riceve questa chiamata:

"Va a fuoco il villaggio!"

"Quale?"

"Il mio!"

"...che sarebbe?"

"Terio!"

...e poi è caduta la linea. Siccome però oltre che persone normali i nostri eroici pompieri sono anche persone sensate, in breve tempo riescono a stabilire da dove proveniva la telefonata e quale villaggio andava a fuoco – E, se volete l'estensione (solito caveat)… Sappiate che questa me l'ha raccontata un pompiere. Se me l'avesse raccontata un indigeno (contando per "affermazione" ogni andata a capo), sarebbe cambiato qualcosa?

3. Sporco e veloce: avete **sei numeri** (tutti diversi tra loro); è vero che nel vostro insieme potete sempre trovarne due tali che la somma o la differenza sia divisibile per dieci?

4. Qui, si tratta di scrivere un numero di dodici cifre, alternandosi nella scrittura delle cifre, visto che fa caldo. Se il numeraccio risultante è divisibile per tre, vince chi ha cominciato a scrivere il numero; altrimenti, vince l'altro. Le regole sono ingannevolmente semplici: (a) La prima cifra non può essere zero. (b) Qualsiasi cifra diversa da 9 può essere seguita solo da una cifra maggiore (c) La cifra 9 può essere seguita da qualsiasi cifra. Avete una strategia per qualcuno?

[6] Rudy testardamente persiste nel cercare di costringere Alice a cercare un altro *incipit* per le S&N.

5. Rudy non usa più accendini (la sua accezione di "fumare la pipa" non implica il darle fuoco), ma solo **fiammiferi** di legno: di solito, predilige i "famigliari"[7]; siccome però secondo lui la scatola non è una meraviglia, di solito ricicla una scatola (vuota) di "svedesi", incollando un pezzo di cartavetro sul fianco. In questa nuova scatola, ci stanno 48 fiammiferi. L'altro giorno ha sfidato Doc (accanito fumatore anche lui, ma altrettanto accanito consumatore di accendini) a un gioco: si trattava, da una scatola appena ricaricata, di togliere uno, due o cinque fiammiferi (a scelta e a turno) sin quando la scatola non è vuota. Il fatto che Rudy dica "Comincio io" dovrebbe già insospettirvi, ma sapete che ogni tanto fa vincere qualche partita al "pollo", prima di giocare "grosso" (a suo credito, va detto che nelle scommesse non ha mai superato il valore di "un caffè, il più economico della macchinetta")… Esiste una strategia per Rudy? E se i fiammiferi fossero "magri", e nella scatola ce ne stessero 49?

6. Sprezzante della calura, Alice si è lanciata nel disegnare una striscia formata da tredici quadratini, ciascuno grande come mezza tessera da **domino**: il gioco che ha inventato consiste nel posizionare giustappunto una tessera sulla striscia, in modo tale che copra due caselle contigue precedentemente vuote (...dovremmo essere riusciti a bloccare tutti gli "sporchi trucchi", con la frase precedente…). Perde chi non riesce a mettere un domino sulla striscia. Esiste una strategia per il primo giocatore? E se Alice avesse disegnato 14 quadratini?

Adesso basta.

"Rudy, ma sono solo sei!"

Ragazzi, qui fa più caldo che a Tulsa.

3. Bungee Jumpers

L'insieme degli interi $\{1, 2, 3, \ldots, 2n\}$ è diviso arbitrariamente in due sottoinsiemi A e B di n interi ciascuno. Siano questi interi ordinati in modo *crescente* in A e in modo *decrescente* in B:

$$A = \{a_1 < a_2 < \ldots < a_n\}$$
$$B = \{b_1 > b_2 > \ldots > b_n\}$$

Provate che la somma delle differenze in valore assoluto:

$$S = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \ldots + |a_n - b_n|$$

è sempre pari a n^2.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Agosto[8].

Abbiamo deciso di uscire in orario, e lo abbiamo fatto senza metterci d'accordo. Il che significa che almeno uno di noi non era pronto, indovinate chi. Le soluzioni… arrivano il mese prossimo. Continuate a mandarle!

5. Quick & Dirty

Una lastra di metallo quadrata ha tre lati alla temperatura di 0°C e il quarto lato alla temperatura di 100°C. Qual è la temperatura al centro della lastra?

[7] I suoi preferiti sono i "Le Tre Stelle": se ve ne capita una scatola tra le mani, leggetela *bene*. E pensate a quanti danni fa il risparmiare sul correttore di bozze, anche nei campi dove sembrano inutili.

[8] Capo, smettila.

6. Pagina 46

La soluzione può derivare dall'osservazione che in ognuna delle differenze $|a_k - b_k|$, il termine maggiore proviene dall'insieme $\{n+1, n+2, \ldots, 2n\}$, e il minore da $\{1, 2, \ldots, n\}$.

> Infatti, supponiamo che per un certo k sia a_k, $b_k \leq n$: in A ci sono allora $k - 1$ interi minori di a_k (sono $a_1, a_2, \ldots, a_{k-1}$), mentre in B ci sono $n - k$ interi minori di b_k (sono $b_{k+1}, b_{k+2}, \ldots, b_n$): questo significa che, contando anche a_k e b_k, abbiamo $(k - 1) + (n - k) + 2 = n + 1$ interi *minori o uguali a n*, il che è impossibile.

È evidente che $|a_k - b_k|$ è pari all'intero maggiore meno l'intero minore, e nelle n differenze l'intero maggiore spazia da $n+1$ a $2n$, mentre l'intero minore spazia da 1 a n. Raggruppando assieme i termini positivi rappresentati dall'intero maggiore (e ordinandoli) e, in altro gruppo, i termini negativi rappresentati dall'intero minore (e ordinandoli), si ha:

$$\begin{aligned} S &= [(n+1)+(n+2)+\ldots+2n]-[1+2+\ldots n] \\ &= [(n+1)-1]+[(n+2)-2]+\ldots+[(n+n-n)] \\ &= n+n+\ldots n \\ &= n^2 \end{aligned}$$

Che è la tesi.

7. Paraphernalia Mathematica

["È facile mentire con la statistica"]
"Vero, ma è molto più facile senza"
E.H.W. Weibull

Mi raccomando, attenti al trattino.

7.1 P-Hacking

Siccome amiamo molto le contraddizioni, dopo lustri di negazione dell'affermazione che con la statistica si possa dimostrare qualsiasi cosa, questa volta vorremmo esplorare i metodi che possono essere utilizzati per portare acqua al nostro mulino in modo non strettamente corretto.

Un metodo piuttosto semplice, che funziona ormai solo più nella pubblicità, è il metodo del cosiddetto *cherrypicking*, consistente nel considerare *outlier* (ossia non interessanti e causati da un qualche effetto che "per ora non staremo ad esaminare") i dati contrari alla nostra ipotesi. Ad esempio, supponiamo di intervistare cento dentisti in merito alle capacità di un nuovo dentifricio che stiamo lanciando sul mercato, chiedendo loro se lo userebbero e lo consiglierebbero: 91 di questi rispondono "certo che no!", mentre 9 si mostrano ragionevolmente favorevoli. Prendiamo i nove favorevoli, aggiungiamo uno dei non favorevoli e, considerando i restanti novanta come outlier, impostiamo la nostra campagna pubblicitaria come "**Nove dentisti su dieci consigliano il dentifricio all'aglio!**".

Questo metodo, per estensione, si può applicare anche ai grafici, soprattutto se modifichiamo "leggermente" la scala temporale: prendendo, ad esempio, i valori negli ultimi dieci anni delle temperature medie annue in una qualche località ben definita dell'emisfero boreale, dovreste ottenere un grafico che, suppergiù, procede in salita; aggiungete al fondo tre punti relativi alle temperature medie *mensili* della stessa località, misurandole in dicembre, gennaio e febbraio, ed ecco che potete annunciare l'arrivo di una nuova era glaciale.

Questi metodi ormai funzionano solo al bar sotto casa, e solo verso l'orario di chiusura: esistono però dei modi molto più efficaci per ottenere dei dati "come piacciono a noi", anche se prima bisogna studiare.

Il concetto di ***p-value*** è ingannevolmente semplice: non è altro che la misura della probabilità che il fenomeno che stiamo osservando sia puramente casuale. Se state, ad esempio, analizzando i risultati scolastici di due classi[9], se ottenete un p-value pari a 0.05, significa che avete il 5% di probabilità che le differenze nelle osservazioni siano dovute puramente al caso (sempre nel nostro caso, se ad esempio avete preso solo alcuni studenti e non la totalità).

Quando uno scienziato studia un qualche fenomeno, sviluppa delle ipotesi: l'ipotesi proposta è detta, in analisi dei dati, l'ipotesi *alternativa*, e ipotizza che l'effetto esista. Nel nostro esempio dei risultati scolastici, l'ipotesi alternativa (o *di ricerca*) può essere che gli studenti della prima delle due classi hanno delle prestazioni migliori rispetto a quelli della seconda classe; quando si presentano i risultati, l'ipotesi di ricerca viene esplicitamente annunciata e confrontata con l'*ipotesi nulla*, consistente nel negare il fatto che esista un effetto ("le due classi sono asine uguali", nel nostro caso): molto spesso l'ipotesi nulla viene lasciata come implicita e non espressamente enunciata.

Per sostenere la consistenza dell'ipotesi di ricerca, dobbiamo essere in grado di dimostrare che l'effetto è diverso dall'evento casuale, ossia che esiste un qualcosa di diverso dal caso che influenza la dinamica del sistema che stiamo considerando.

In generale, chi effettua la ricerca evidenzia, più che il p-value, il fatto che il valore ottenuto sia minore di una certa soglia; più il valore ottenuto è basso, più è probabile che il risultato ottenuto sia dovuto ad una causa e non sia dato da una scelta casuale.

[9] Ad esempio attraverso un Test di Student: dovremo parlarne, prima o poi...

Un valore a lungo accettato nella scienza è il valore pari a 0.05, indicante il fatto che c'è il 5% (o, se preferite, "uno su venti"[10]) di probabilità che sia valida l'ipotesi nulla. Questo valore è una pura *convenzione* e, anche se usato nella maggioranza dei casi, non ha nessun sostegno matematico[11], tant'è che oggi si stanno avanzando svariate proposte di abbassare questo valore convenzionale a 0.01 o ancora meno.

Le componenti coinvolte nel calcolo del p-value sono tre: la ***grandezza*** vera e propria, la sua ***varianza*** e la ***dimensione campionaria***.

Sempre nel nostro esempio delle due classi, la grandezza che ci interessa potrebbe essere la differenza tra i valori medi dei risultati nei due gruppi: se una classe ha un valore medio di sette e l'altra di nove, la differenza è due. A spanne, maggiore è la grandezza, più probabile è che "ci sia sotto qualcosa" (o, in linguaggio più tecnico, che i dati "siano statisticamente significativi": sottinteso, rispetto all'ipotesi alternativa).

Per quanto riguarda la varianza, queste in realtà sono due, una per ogni classe, e rappresentano quanto sono sparpagliati i valori nei due campioni: se la prima classe ha *tutti* i campioni uguali, mentre i campioni raccolti nella seconda hanno valori che spaziano tra 0 e 100, ammetterete che qualcosa non sta funzionando; anche qui, sempre a spanne, più è piccola la varianza e più è probabile che i nostri risultati siano statisticamente significativi.

La dimensione campionaria, infine, è semplicemente la dimensione di ognuna delle nostre classi (o meglio, del campione raccolto, ricordatevi il caso dei dentisti): anche qui, maggiore è la dimensione del campione, più significativo è il nostro caso.

Torniamo al p-hacking, che come ben sappiamo barare è sempre più divertente che giocare corretto.

Supponiamo di aver fatto un esperimento misurando 7 variabili: possiamo allora calcolare le correlazioni tra tutte le possibili coppie di variabili (1 con 2, 3, …, 7; 2 con 3, 4, ...7 e avanti così), ottenendo 21 correlazioni; calcoliamo gli opportuni p-value, teniamo quelli con $p<0.05$ e scriviamo un ponderoso articolo su quelli. A questo punto, la fama è assicurata.

"Rudy, ma sei sicuro che vengano fuori almeno due variabili con il 'p' giusto?" Ragionevolmente: applichiamo la stessa regola statistica al nostro calcolo (un metaesperimento, se ci passate il termine), se ci aspettiamo che la scelta sia casuale il 5% delle volte, abbiamo un ***valore atteso di risultati significativi*** pari a $21\times0.05=1.05$; quindi, ci aspettiamo che ***almeno una correlazione*** (su 21) ***dia un risultato significativo***. E su quelle due variabili (le uniche due che nominiamo, come se le avessimo individuate sin dall'inizio) poggia il nostro articolo (e la nostra speranza del Nobel).

Potremmo, volendo, presentarvi uno studio completamente inventato, ma siamo sicuri che questo ingenererebbe in voi il sospetto che si siano (meta-)"cucinati" i dati: ***Matt Howard*** ha fatto due prove, chiedendo a due gruppi di volontari di indovinare il risultato in una serie di lanci ripetuti di una moneta; ha poi misurato, per ogni persona dei due gruppi, la correlazione tra il numero delle risposte giuste e la misura di alcune altre caratteristiche (Matt ne ha utilizzate nove, tutte valutate dai partecipanti: abilità predittiva percepita, autostima, apertura mentale, accuratezza, estroversione, disponibilità, tendenza al nervosismo, età, genere: è incredibile quante cose riuscite a far fare a un gruppo di studenti se siete il loro prof di statistica...). Risultato: con una correlazione 0.25 ($p<0.05$), le donne prevedono il futuro meglio degli uomini. Siccome correlate nove caratteristiche su due gruppi con una (la capacità effettiva di prevedere il futuro, ossia "quanto ci hanno azzeccato" nel test), ottenete diciotto correlazioni:

[10] Per gli affezionati di Dungeons & Drangons: come far fuori al primo colpo un Drago dei Ghiacci al livello 1.

[11] Ricordiamo, dalla nostra infanzia, che un risultato della camera a bolle "Gargamelle" del CERN era giudicato "molto interessante" con un p-value del 35%. Considerate che 50% significa "affidabile come una moneta lanciata per aria", e uno dei primissimi test relativi al CoViD-19 aveva un p-value al 30%.

statisticamente, circa una dovrebbe per puro caso risultare statisticamente significativa, e il caso (OK, *pun intended*) ha voluto che fosse proprio il genere.

Se il caso vi sembra strano e balordo, è esattamente il metodo che ha usato Wakefield (oltre ad un robusto cherrypicking) per dimostrare che i vaccini portano all'autismo (no, non scriviamo il nome in grassetto: non se lo merita). E, quando vedete una qualche roboante affermazione in campo scientifico con citazione di un articolo (di solito visibile a pagamento) che, stranamente, dopo qualche tempo viene ritirato, cominciate ad insospettirvi. Se volete vedere qualche esempio in merito, attenti: la ricerca di ***Retraction Watch*** su internet rischia di sommergervi di materiale.

Dopo aver capito cosa succede e avuto qualche preclaro esempio in merito, la domanda che sorge spontanea è: "Come rimediare a tutto questo?" Beh, sono state fatte alcune proposte: storicamente, la prima analisi di dettaglio viene attribuita a ***Jacob Cohen***, con l'articolo ***The Hearth is Round*** **(*p*<.05)**, attenzione che l'unica parte che fa ridere è nel titolo, l'articolo è serio[12].

Nelle parole di Cohen, il test sulla significatività dell'ipotesi nulla (abitualmente indicato come NHST: Null Hypothesis Signifiance Testing) è diventato un "*...rituale [che crea una] dicotomia meccanica attorno al deificato criterio* 5%"; da qui, potete facilmente dedurre quanto il test gli fosse simpatico. Peggio ha scritto solo ***Paul Meehl***, che ci rifiutiamo di tradurre: "*[NHST is] a potent but sterile intellectual rake who leaves in his merry path a long train of ravished maidens but no viable scientific offspring*".

Le critiche di Meehl e Cohen si basano su quella che ci piace chiamare "versione probabilistica del sillogismo sbagliato": la versione che usa Cohen è:

> Se una persona è americana, molto probabilmente non è membro del Congresso.
>
> Questa persona è membro del Congresso.
>
> Quindi, molto probabilmente non è americana.

Che ha, effettivamente, grosse similitudini con:

> Se l'ipotesi nulla è corretta, questi dati sono estremamente improbabili.
>
> Abbiamo ottenuto questi dati.
>
> Quindi, molto probabilmente l'ipotesi nulla non è corretta.

Il ragionamento di Cohen si basa sul fatto che il significato di p-value, inteso come "la probabilità di ottenere questi dati se l'ipotesi nulla è corretta" è una cosa *diversa* da "la probabilità che sia valida l'ipotesi nulla a partire da questi dati": la differenza tra queste due formulazioni viene chiarita da Cohen attraverso l'esempio di un test per la schizofrenia.

Diamo per scontato che la schizofrenia colpisca il 2% della popolazione, e supponiamo di avere un metodo con un'accuratezza del 95% nel diagnosticare la schizofrenia e del 97% nel diagnosticare la "normalità" (intesa come "assenza di schizofrenia"): la nostra ipotesi nulla è che un individuo sia "normale", l'ipotesi alternativa che sia schizofrenico.

Facciamo qualche conto. In un campione di 1000 persone, ci aspettiamo 20 schizofrenici: il nostro metodo ne individua correttamente 19 e ne dichiara uno (schizofrenico) come "normale". D'altro canto, nello stesso campione, avremo 980 individui "normali"; di questi, il nostro metodo ne identificherà 29 come schizofrenici. In pratica, avremo 50 individui identificati come schizofrenici, di cui il *sessanta per cento* sarà invece normale! Secondo Cohen, qui l'errore è di assumere che l'ipotesi nulla sia falsa in presenza di questi dati, mentre non si considera che c'è comunque una certa *probabilità* che quei dati vengano ottenuti in presenza dell'ipotesi nulla.

[12] Correva l'anno 1994, quindi non si parlava di terrapiattisti e la rotondità della Terra non era in discussione: non era quindi possibile ottenere misure multiple (rotonda/non rotonda) e misurare la validità statistica dell'ipotesi. Quindi, potrebbero esserci delle conclusioni (come la rotondità della Terra) non derivabili attraverso i *p*-value.

Un'altra obiezione di Cohen riguarda, più direttamente, la dimensione del campione: nelle sue parole, dato l'opportuno numero di campioni, *ogni cosa* diventa più significativa del nulla, esattamente come *la relazione di ogni cosa con ogni cosa* può diventare significativa. Quindi, consiglia Cohen, se $p>0.05$, continuate a raccogliere dati: prima o poi, una correlazione (con $p<0.05$) nascerà.

Un'altra critica che viene portata al concetto di p-value, in realtà l'abbiamo già vista: se, di due misure, una ha p-value pari a 0.05 e l'altra pari a 0.0001, non possiamo dire che il secondo campione sia "statisticamente più significativo" del primo: nel secondo caso abbiamo solo ottenuto un campione più aderente all'ipotesi alternativa. Detta in soldoni, questo caso non è altro che quello dei nostri dentisti (dove abbiamo "consciamente reso più significativo" il nostro campione).

Forse un po' di pragmatismo aiuta: la legge americana, attraverso la EEOC (Equal Employment Opportunity Commission), ha stabilito che nelle aziende "devono essere assunti membri di una categoria protetta in percentuale pari ad almeno l'ottanta per cento della categoria non protetta": sorvoliamo sul significato dei termini (gli omosessuali maschi, sono categoria protetta a sé stante? O consideriamo come tale la categoria LGBTQ+?), e focalizziamoci sui numeri, soprattutto visto che Matt (Howard, lo abbiamo incontrato prima) ha costruito un esempio molto interessante.

> Un'azienda ha ricevuto i curricula di 40 uomini e 20 donne: di questi, sono stati assunti 20 uomini e 5 donne: si tratta di discriminazione?

Per prima cosa, calcoliamo il rapporto tra i curricula e le assunzioni, per ognuna delle due categorie: abbiamo che sono assunti il 50% degli uomini e il 25% delle donne, rispetto ai rispettivi curricula presentati; l'ottanta per cento del 50% è il 40%, minore del 25%, quindi vediamo che secondo la regola 80%, *c'è discriminazione*.

Ma siamo sicuri che sia statisticamente significativo? Attraverso il test del chi quadro possiamo determinare se l'associazione tra le due categorie è statisticamente significativa, ossia (ipotesi alternativa) se c'è discriminazione di genere nelle nostre assunzioni. Considerando una tabella a quattro ingressi (maschi/femmine e assunti/non assunti), otteniamo un p-value circa pari a 0.06: oibò! Il nostro risultato, anche se viola la legge, non è statisticamente significativo!

Cambiamo i numeri: arrivano i curricula di 80 uomini e 40 donne; di questi, vengono assunti 40 uomini e 10 donne. "Rudy, ma hai solo raddoppiato i valori!" Già. Infatti, la regola dell'80% non varia: dice sempre che c'è discriminazione.

Il bello arriva quando calcolate il p-value: 0.009: significativissimo! Quindi, semplicemente raddoppiando i numeri, secondo il p-value compare discriminazione.

Insomma, siamo ragionevolmente certi che Weibull avesse ragione, ma anche l'anonimo con cui interloquiva non è che avesse tutti i torti...

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms