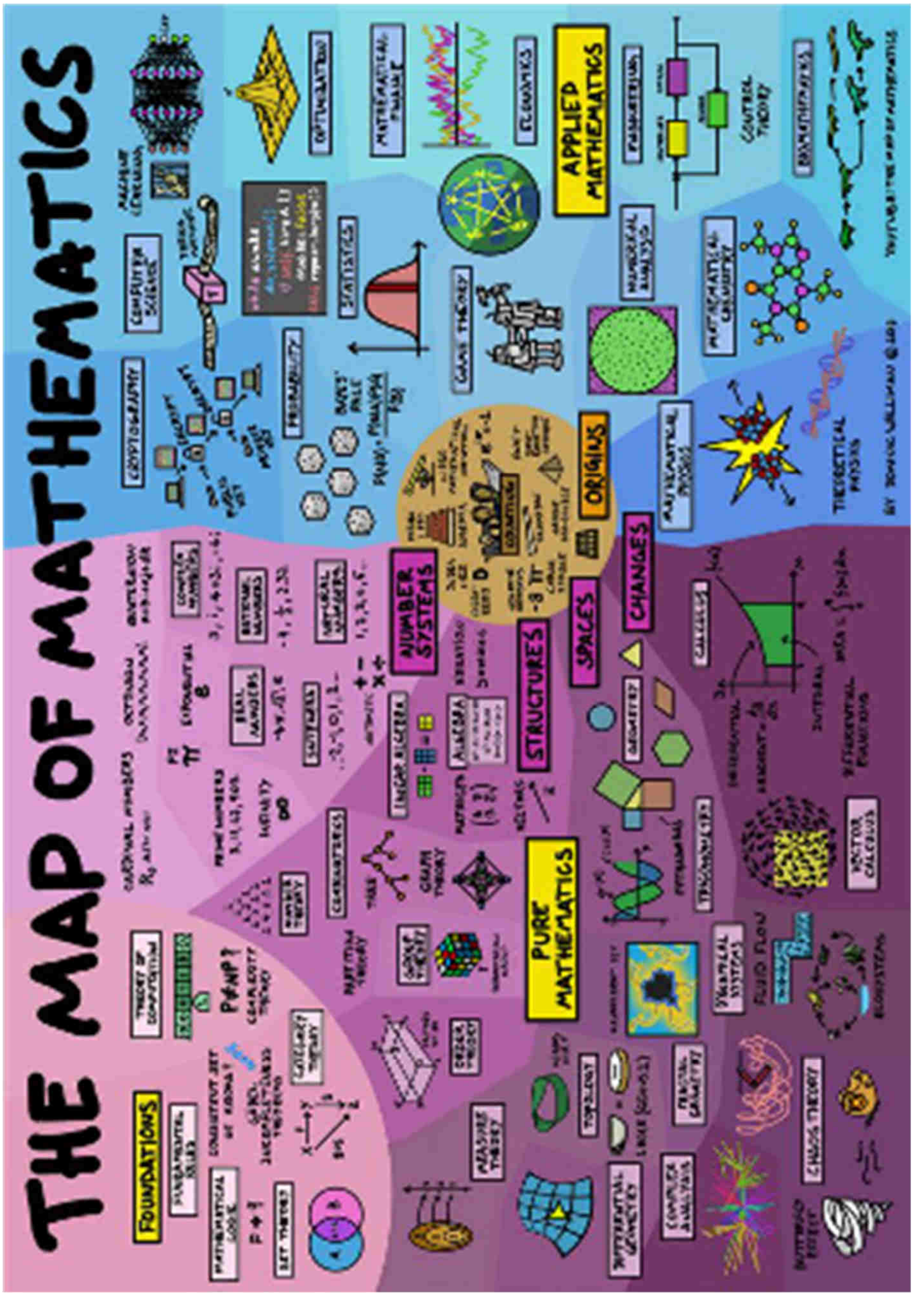
Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 258 – Luglio 2020 – Anno Ventiduesimo



Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da

Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM257 ha diffuso 3303 copie e il 05/07/2020 per Google eravamo in 53'000 pagine.

Se qualcuno di voi conosce ***Dominic Walliman***, gli chieda scusa da parte nostra: l'avevamo trovata quasi due anni fa, poi si era persa *in a folder far, far away*...

1. Leggi illegittime

"Perché a chiunque ha, verrà dato e sarà nell'abbondanza; ma a chi non ha, verrà tolto anche quello che ha."
(Vangelo secondo Matteo 25:29)

Il giudizio nei confronti del vecchio marchese (o forse conte) Guillaume tende probabilmente a cambiare con l'età. L'età di chi lo giudica, si intende: della sua, povero marchese, in fondo non se ne interessa davvero nessuno. Lo si incontra di solito nelle prime lezioni di analisi, il signor De L'Hôpital, e il primo giudizio è quasi sempre di grata simpatia: alla fin fine, la sua "regola", più che una cosa da studiare e imparare per forza, risulta presto un vero e proprio aiuto, una scorciatoia preziosa. Il primo approccio con l'analisi e il calcolo prevede immancabilmente la necessità di familiarizzarsi con il concetto di limite: e "familiarizzarsi" è forse proprio il termine giusto, perché è uno di quei concetti che si imparano a trattare quasi sempre prima di averli realmente capiti[1]. Si arriva presto a scoprire che calcolare un limite non sempre è cosa elementare, specie quando gli esercizi propongono spietatamente funzioni che si incolonnano allegramente sopra e sotto una linea di frazione. A quel punto, lo studente già se la aspetta, l'immancabile forma indeterminata: ecco, finirà certo con un rapporto zero-su-zero o infinito-su-infinito, c'è da scommetterci la paghetta settimanale. Per fortuna, se si sa come derivare numeratore e denominatore, il dubbio quasi sempre si scioglie, almeno negli esercizi proposti dai libri di testo; è il merito è proprio di Guillaume, marchese De L'Hôpital. Non si può non essergliene grati, almeno le prime volte.

1 *Guillaume François Antoine, marchese de L'Hôpital (perdindirindina).*

Poi di solito il sentimento cambia, quando si scopre – e quasi sempre lo si scopre – che il "merito" non è proprio suo. La storia è nota: De L'Hôpital è nobile, ricco, di prestigiosa famiglia guerriera; egli stesso è stato capitano di cavalleria, almeno finché la miopia non gli ha impedito di proseguire la sua carriera militare. Si interessa di matematica, entra in contatto con Johann Bernoulli[2], gli offre uno stipendio di 300 franchi all'anno per conoscere i suoi progressi nell'analisi e, occasionalmente, farli propri. Johann accetta, e solo molto tempo dopo la pubblicazione confesserà al mondo il mercimonio, rivendicando nel contempo la paternità della "regola". E insomma, non è che sussistano troppi dubbi: la "regola di De L'Hôpital" è in realtà la regola di Johann Bernoulli, e la stima verso il nobile francese crolla verticalmente, nel cuore dei giovani studenti.

[1] …e non se ne può davvero fare una colpa agli studenti: a partire dalle critiche di Berkeley a Newton (e Leibniz), ci sono voluti poi quasi due secoli per dirimere formalmente le difficoltà concettuali degli infinitesimi.

[2] Di Johann (e di tutta la numerosa e geniale famiglia Bernoulli) parliamo un po' in "*Lessico famigliare*", RM093, ottobre 2006.

Poi la scuola finisce, e comincia la vita. Perlomeno, comincia quella parte della vita in cui si è un po' più disposti alla tolleranza, più aperti ai compromessi; insomma – forse perché invecchiando si impara anche a riconoscere nelle proprie le debolezze e fragilità altrui – con il tempo cresce un po' la predisposizione all'indulgenza e decresce la passione verso la purezza e durezza. Alla fin fine, di cosa è così riprovevolmente colpevole il marchese (o conte, chissà) De L'Hôpital? Voleva comprarsi un pezzettino d'immortalità, ed era disposto a pagare per averla. Di solito, ai suoi tempi, i nobili cercavano una parvenza di immortalità scannando il maggior numero possibile di nemici sui campi di battaglia, o si concentravano più sui certi piaceri terreni che in quelli incerti dell'oltretomba, e non è che fossero pratiche particolarmente edificanti. I pochi che si appassionavano alle scienze meritano un giudizio positivo sempre e comunque, anche quando cedevano alla piccola vanità di comprare coi soldi un simulacro di merito non proprio.

2 *Nell'atrio del Museo di Storia Naturale di Oxford, Newton e Leibniz sembrano convivere serenamente (ignorandosi un po'). [Foto di A.Grey, presa da en.Wikipedia.org; occhio, è un collage; le statue non sono vicine]*

Il peccato di De L'Hôpital si ridimensiona ulteriormente, e di gran lunga, non appena si indaga un po' di più sugli strani meccanismi dell'eponimia, ovvero sulle ragioni per cui una scoperta viene battezzata e tramandata ai posteri con il nome dell'essere umano che per primo l'ha fatta notare al resto del mondo. Forse perché viviamo in un mondo che ha bisogno di eroi[3], appare giusto e bello celebrare, mostrare gratitudine, esaltare la grandezza di chi aumenta le conoscenze dell'umanità, ma è inevitabile che questo porti con sé anche qualche indiscutibile controindicazione: le dispute per la priorità delle scoperte scientifiche non sono mai particolarmente piacevoli, ma in compenso sono tutt'altro che infrequenti. Paradossalmente, però, le dispute sono perlomeno chiare, evidenti: ci sono due o più persone o gruppi che si guardano in cagnesco e si urlano a vicenda «L'ho detto prima io!», e passano molto tempo a cercare di convincere il resto del mondo delle proprie ragioni. La matematica vanta (sempre che sia lecito l'utilizzo del verbo) forse la più famosa disputa sulla priorità di tutta la Storia della Scienza: la furibonda litigata internazionale sul Calcolo, con i sostenitori di Newton da una parte e quelli di Leibniz dall'altra. Certo, in questo celeberrimo caso, i fattori che hanno contribuito a rendere indimenticabile la diatriba sono molti: innanzitutto, il fatto che la contesa fosse tra due dei più grandi nomi della matematica di tutti i tempi; poi le stranissime abitudini di Newton, che non amava troppo rendere noti i propri risultati, anche se poi, burbero com'era, si arrabbiava abbastanza quando qualcuno sosteneva di averlo preceduto in qualche scoperta; ma soprattutto – e come sempre – per colpa delle tifoserie, anche gli esseri umani più pronti a riconoscere il giusto merito alle menti geniali sono spesso altrettanto predisposti a difendere la supposta priorità di un connazionale, se deve contendere il prestigio a uno straniero. Così, l'Inghilterra tutta era per Newton, mentre tutta l'Europa che parlava tedesco era sulle barricate per Leibniz; una piccola, poco nota comunità matematica non parteggiava invece né per uno né per l'altro, sostenendo che il grosso del lavoro sul calcolo era già scritto nelle opere di Fermat; e non stupirà apprendere che a questa fazione appartenessero prevalentemente studiosi francesi.

[3] … e secondo alcuni, questa non è una bella notizia. "*Sventurata la terra che ha bisogno di eroi*", dice il Galileo di Bertolt Brecht ("*Unglücklich ist das Land, das Helden nötig hat.*").

Teorema	Eponimo		Primo Enunciatore		Note
Equazione di Pell	John Pell	1668	Pierre Fermat	1657	Fermat lo propone a mo' di sfida: poi Eulero confonde Brouncker (che ne dà una soluzione parziale con Wallis) con Pell. L'equazione viene risolta rigorosamente solo da Lagrange.
Teorema di Bézout	Etienne Bézout	1750	Isaac Newton	1665	Newton (forse) lo enuncia: Bézout lo dimostra (sbagliando) dopo i tentativi di Maclaurin e Eulero. Prova definitiva nel 1870 da Halphen.
Regola di De L'Hôpital	G. De L'Hôpital	1696	Johann Bernoulli	1696	Il buon marchese Guillaume De L'Hôpital aveva di fatto "assunto" Johann Bernoulli per poter pubblicare teoremi con il suo nome.
Paradosso di Cramer	Gabriel Cramer	1750	Colin Maclaurin	1720	Cramer cita Maclaurin, ma il paradosso rimane attaccato al suo nome. Eulero lo riscopre nel 1748 (pubblica nel 1750: i suoi stampatori non riuscivano a tenere il suo ritmo).
Regola di Cramer	Gabriel Cramer	1750	Colin Maclaurin	1748	Regola pubblicata da Cramer nel suo celebre "*Introduzione all'analisi*", ma già pubblicata da Maclaurin, forse già nota ancora in precedenza.
Teorema di Frobenius	Georg Frobenius	1875	Feodor Deahna	1840	Frobenius cita correttamente Deahna come scopritore, ma il teorema prende ugualmente il suo nome.
Lemma di Burnside	William Burnside	1897	Augustin Cauchy	1845	Nome derivato dal libro di testo di Burnside, che però non lo attribuisce né a se stesso né ad altri. Il lemma viene talvolta chiamato "*Il Lemma che Non è di Burnside*"
Teorema di Heine-Borel	E.Borel, E.Heine	1872	P.G.L. Dirichlet	1852	A quello di Borel si associa il nome di Heine per la somiglianza dei metodi, ma Dirichlet aveva fatto tutto già venti anni prima.
Teorema di Stokes	G.G. Stokes	1854	Lord Kelvin	1854	Kelvin lo espone in una lettera a Stokes e a questo piace tanto che lo propone regolarmente come test per premi accademici e compiti agli studenti, al punto che alla fine prende il suo nome.
Teorema di Marden	Morris Marden	1945	Jörg Siebeck	1864	Dan Kalman lo battezza così perché lo legge in un libro di Marden, ma il teorema era già stato scoperto quasi un secolo prima.
Teorema dei ballottaggi di Bertrand	Joseph L.A. Bertrand	1887	W.A. Whitworth	1878	Spesso dimostrato con il "metodo della riflessione di André", anche se la prova di Desire André non usa riflessioni.
Teorema di Cayley-Hamilton	A.Cayley, W.R.Hamilton	1853	Georg Frobenius	1878	Cayley lo dimostra per matrici 2x2, Hamilton per le 4x4 ma è Frobenius che dà la prova generale.
Legge di Benford	Frank Benford	1938	Simon Newcomb	1881	Benford la riscopre senza sapere che era già stata enunciata quasi sessant'anni prima. Dimostrata rigorosamente nel 1988 da Ted Hill.
Lemma di Poincaré	Henri Poincaré	1886	Vito Volterra	1889	Poincaré lo espone senza dimostrarlo, cosa che fa poi Volterra tre anni dopo: ma resta il nome di Poincaré.
Teorema della enumerazione di Polya	George Polya	1936	J.H. Redfield	1927	Il lavoro di Redfield passa inosservato, Polya lo riscopre.
Lemma di Zorn	Max Zorn	1939	Claude Chevalley	1936	Ci hanno lavorato in tanti, e Zorn era solo uno di questi.
Serie di Maclaurin	Colin Maclaurin	1742	Brook Taylor	1715	Maclaurin pubblica le "sue" serie come casi speciali di quelle di Taylor, ma non se ne attribuisce minimamente la paternità.
Legge di Morrie	Morrie Jacobs	1930			Potenza di Dick Feynman: quand'era un ragazzino sente per la prima volta la "legge" da un ragazzo di nome Morrie Jacobs, e la chiama "legge di Morrie". Il nome è rimasto.

3 *(alcuni) Teoremi matematici noti attraverso i nomi di persone diverse dagli scopritori. La tabellina l'abbiamo fatta noi, ma il contenuto è stato praticamente tutto rubato da en.Wikipedia.org.*

Il punto è che non sono solo le dispute per la priorità a rendere complicata l'attribuzione del merito delle scoperte, anzi. Le ragioni sono varie, diverse, spesso curiose; e sopra ogni cosa palesano come sia davvero frequente che un teorema o una congettura passi alla storia con il nome di qualcuno che di fatto non è il vero scopritore. Come sempre, c'è perfino un lato buono, nella faccenda: una famosa battuta che circola tra i matematici afferma che se si dovessero davvero nominare le scoperte matematiche solo con il nome del vero scopritore, metà dei teoremi di analisi (e forse della matematica tutta) porterebbero il nome di Eulero, generando un bel po' di confusione. E se Eulero era obiettivamente fin troppo prolifico – gli stampatori delle sue opere non riuscivano a tener dietro alla sua produzione, e la pubblicazione delle opere dello svizzero arrivava mediamente un paio di anni dopo la stesura del manoscritto – le cose non sono molto diverse per Gauss, che invece pubblicava con estrema parsimonia; fedele al suo motto "*Pauca sed matura*" mandava in stampa solo una piccola frazione delle sue scoperte e solo quando le giudicava del tutto sicure e inattaccabili[4].

4 *Stephen Stigler, statistico della Chicago University. Quella che ha in mano ci sembra proprio una macchina di Galton.*

Resta il fatto che i teoremi che portano un nome improprio sono così tanti che è stata formulata una legge, detta "Legge di Stigler dell'eponimia" che asserisce proprio che nessuna scoperta scientifica porta il nome del vero scopritore. Quel "*nessuna scoperta*" all'interno dell'enunciato denuncia subito che la cosiddetta "legge" ha indubbiamente un intento almeno parzialmente scherzoso, cosa ribadita dal fatto che lo stesso Stephen Stigler, quando la propose nel 1980, si premurò di evidenziare che la sua "Legge di Stigler" era stata in realtà formulata prima di lui dal sociologo Robert Merton, e verosimilmente già notata da altri in precedenza di entrambi. Ciò non di meno, è sorprendente notare quante scoperte siano di fatto battezzate erroneamente: lo stesso Stigler portò ad esempio la cosmologica legge di Hubble (che fu scoperta da Lemaître), la cometa di Halley (nota fin dall'antichità), e il Teorema di Pitagora, già conosciuto dai matematici babilonesi[5]. La versione inglese di Wikipedia riporta, a mo' di spin-off della voce sulla Legge di Stigler, una lista dei "*Misnamed Theorems*", ovvero dei teoremi che hanno un nome "sbagliato" (e che non dubitiamo sia ampiamente incompleta)[6]: è abbastanza divertente notare alcune coincidenze e curiosità in merito alla ragione dell'errata attribuzione del nome. Ad esempio, il povero Colin Maclaurin sembra essere stato derubato per ben due volte da Gabriel Cramer[7], sia per la sua "Regola" che per il suo "Paradosso", ma si vede presto che

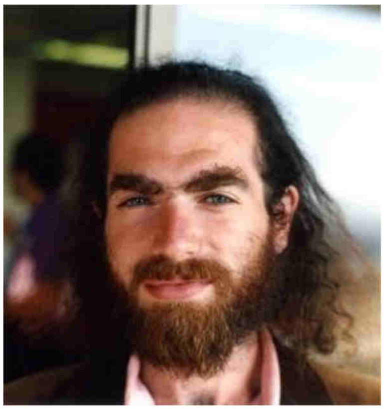
[4] Così non era infrequente che, quando qualcuno gli presentava una memoria per averne un giudizio, il tapino si sentisse rispondere, più o meno: "Ah già, sì… avevo già esaminato questo problema, e…", causando una inevitabile delusione al povero postulante. Il caso più eclatante è quello che vide Farkas Bolyai – che aveva passato tutta la vita cercando di "dimostrare" il postulato delle parallele di Euclide e ammonendo il figlio Jànos di non fare altrettanto – annunciare con orgoglio paterno che il giovane Jànos aveva di fatto scoperto tutta una nuova geometria. Gauss assentì e si complimentò con l'ingegno del giovane Bolyai, asserendo che anni prima aveva studiato la questione, giungendo proprio alle stesse conclusioni. A proposito, già che ci siamo: dei Bolyai parliamo in "*Quintum Non Datur*", RM083, dicembre 2005; di Gauss, invece, in "*Rivoluzionari*", RM147, aprile 2011.

[5] È facile contestare almeno un paio degli esempi riportati, e aprire nel contempo la questione su cosa significhi esattamente "scoprire" qualcosa: Halley scoprì con certezza la periodicità della cometa che prende il suo nome, e questa gli è stata dedicata proprio per questa ragione, non certo per l'idea che Edmund Halley sia stato il primo essere umano della storia ad osservarla; anzi, a dire il vero, la "scoperta" di Halley è proprio l'implicita affermazione che un sacco di gente aveva indubbiamente visto quella cometa prima di lui. Le proprietà del teorema che prende il nome di Pitagora (che, peraltro, non è neppure sicuro che sia davvero esistito) erano certo note, per alcune terne particolari di numeri, anche a matematici ben più antichi dei greci: ma qui il termine importante è proprio "teorema", e non il nome "Pitagora"; la tesi geometrica dell'equivalenza tra il quadrato dell'ipotenusa e la somma dei quadrati dei cateti non era nota come "sempre" valida, e rigorosamente dimostrata: questo lo hanno fatto i greci, ai quali si può riconoscere il diritto di scegliere come chiamare questa loro conquista; e se lo hanno chiamato "Teorema di Pitagora", beh, ci sembra lecito accettare la denominazione senza fare troppe storie.

[6] L'abbiamo riassunta in forma di tabella, e dovreste trovarla da qualche parte in quest'articolo, probabilmente in una posizione che vi costringerà a ruotare di 90° il foglio, o il telefono, o il tablet, o il laptop, o il pc desktop (in ordine crescente di difficoltà).

[7] RM186, luglio 2014, "*I dioscuri di Rousseau*".

lo svizzero[8] è sostanzialmente incolpevole: nel suo testo "*Introduzione all'Analisi delle Linee Curve Algebriche*" cita lo scozzese in merito al Paradosso, ma il nome resta attaccato a lui; non lo menziona in merito alla Regola, che Maclaurin aveva pubblicato prima di lui, ma non se ne attribuisce il merito, verosimilmente perché la riteneva, come probabilmente era, già nota in tempi precedenti. Da parte sua, quasi a titolo di consolazione, Maclaurin può consolarsi con il nome delle famose "serie" che portano il suo nome, e che lui non aveva nessuna intenzione di attribuirsi, avendole presentate solo come casi particolari delle Serie di Taylor. La pubblicazione su libri di testo famosi che involontariamente eclissano i reali scopritori è una causa abbastanza frequente di errata eponimia; accade lo stesso per il Teorema di Marden.



5 *Grigorij Jakovlevič Perel'man, primula rossa matematica*

Anche la sorta di contrappasso già visto per Maclaurin non è un caso unico: Georg Frobenius è il primo a dare una dimostrazione completa del Teorema che prende il duplice nome di Cayley-Hamilton, ma in compenso il suo "Teorema di Frobenius" era stato pubblicato, 35 anni prima di lui, da Feodor Deahna. Notevole che, anche in questo caso, Frobenius era stato del tutto incolpevole e corretto, avendo citato nella sua pubblicazione la scoperta del teorema da parte di Deahna. Anche il caso del Teorema di Cayley-Hamilton dimostra una casistica non infrequente: quella più generale di un teorema che dimostra una congettura, o che ottiene una dimostrazione completa e generale solo dopo che la congettura o dimostrazione parziale hanno un nome già consolidato. Cayley dimostra il "Teorema di Cayley" per matrici 2×2; quando Hamilton[9] lo estende a matrici 4×4 il teorema arricchisce la sua denominazione diventando di "Cayley-Hamilton"; una generazione dopo, Frobenius ne dà una dimostrazione completa, ma il nome si è ormai consolidato e non cambia più. Può sembrare un'ingiustizia, e per molti versi lo è certamente; ma è difficile immaginare che il celeberrimo "Ultimo Teorema di Fermat[10]", pur non essendo né ultimo né teorema, possa ragionevolmente cambiare nome, almeno nell'uso colloquiale dei matematici, fino a diventare "il Teorema di Wiles"; siamo pronti a scommettere che se si mettesse ai voti la proposta, perfino Andrew Wiles[11] voterebbe contro. Certo, l'orgoglio nazionale può forse farci recriminare un po' sul fatto che il "Lemma di Poincaré" mantenga questo nome a scapito della dimostrazione data da Vito Volterra[12] appena tre anni dopo la pubblicazione del lemma da parte del grande francese, ma la logica della permanenza dei nomi segue regole abbastanza misteriose[13].

Del resto, Poincaré era tanto famoso da contendersi con Hilbert, a inizio '900, il titolo di maggior matematico del mondo, ed è prevedibile che anche la sua celeberrima Congettura, per quanto dimostrata da un personaggio al limite del romanzesco come

[8] Pensavate anche voi che Cramer fosse tedesco, o magari inglese? Noi sì, e sbagliavamo: è nato sulle rive del lago di Ginevra. In compenso, nessuna sorpresa per Maclaurin (o MacLaurin, Mc Laurin, Mac Laurin che dir si voglia): è un vero "Mac", purosangue scozzese di Argyll.

[9] RM079, agosto 2005, "*Per chi suona la campana*".

[10] L'avevamo già citato, ma dimenticavamo il rimando: "*Polenta d'estate*", RM091, agosto 2006.

[11] "*Matematica per gioco*", RM207, aprile 2016.

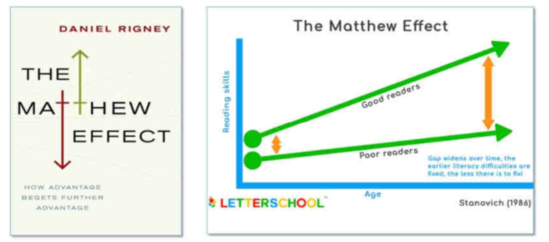
[12] Volterra: "*Sublimato all'un per mille*", RM136, maggio 2010. Poincaré, poco prima: "*Matematica per porcini*", RM075, aprile 2005. Hilbert, poco dopo: "*Wir mussen wissen. Wir werden wissen*", RM060, gennaio 2004 .

[13] E, come abbiamo già accennato, le prese di posizione da tifoseria nazionalistica non sembrano particolarmente fruttifere: è indubbio che Nicolò Fontana detto il Tartaglia abbia descritto il triangolo che il mondo si ostina a chiamare "Triangolo di Pascal" un secolo prima del francese, ma vedere la cosa come un'offesa all'italico genio è certamente eccessivo. Niente di male, insomma, che nelle scuole italiane lo si chiami "Triangolo di Tartaglia", ma senza vedere la cosa come una questione d'onore da lavare con il sangue. Del resto, l'Occidente tutto, da questo punto di vista, ha una quantità di debiti irrisolti con un gran mucchio di matematici arabi, indiani, cinesi, e chissà di quante altre parti del globo.

Grigorij Perel'man, continuerà a mantenere il suo nome; anche in questo caso, visto il carattere estremamente rifuggente dai riflettori del russo, non sono previste diatribe o contestazioni[14].

Le maniere di accaparrarsi il nome di un teorema o di una legge sono insomma assai più imprevedibili di quanto si possa comunemente immaginare; cosa penserebbe mai il conte (o magari marchese) Guillaume De L'Hôpital se venisse a sapere che esiste la "Legge di Morrie" per tramandare ai posteri l'identità – certo nota persino a lui – che $\cos(20°)\cdot\cos(40°)\cdot\cos(80°)=1/8$? Soprattutto se venisse a sapere che l'eponimo Morrie Jacobs era solo un ragazzotto, certo in gamba, ma il cui unico merito è stato quello di spiegarla a un giovanissimo, poco più che bambino Richard Feynman[15], che poi per il resto della sua vita si sarebbe riferito a quell'identità come "Legge di Morrie"? La straordinaria popolarità di Feynman ha poi fatto il resto, e adesso ci sono, soprattutto negli Stati Uniti, qualche migliaio di giovani scienziati che citano la *Morrie's Law* con un rispetto non dissimile da quello che riservano al Teorema di Pitagora.

Nelle scienze esatte le leggi – anche quelle tutto sommato scherzose come la Legge di Stigler o l'ancora più celebre Legge di Murphy – sono correlate a determinati "effetti", e la Legge dell'eponimia di Stigler non fa, purtroppo, eccezione. Il "purtroppo" è dovuto al fatto che gli effetti in qualche maniera correlati sono davvero frequenti, e tutt'altro che piacevoli.



6 *Libri e conferenze sull'Effetto San Matteo.*

C'è ad esempio il cosiddetto "Effetto San Matteo[16]", così chiamato in esplicito riferimento al passo evangelico riportato in apertura di questo scritto: chi già ha avrà ancora di più, chi non ha avrà ancora di meno, potrebbe esserne una brutale parafrasi. In buona sostanza, l'effetto San Matteo descrive quel che accade solitamente nella ricerca scientifica: in un lavoro di gruppo (e nel mondo contemporaneo virtualmente ogni lavoro di ricerca è un lavoro di gruppo) il merito e gli onori vanno quasi immancabilmente agli scienziati leader del team, che sono in genere già noti ed eminenti, mentre nessun riconoscimento o quasi arriva ai componenti della squadra che, di solito, sono poi quelli che svolgono la quasi totalità del lavoro. Del resto, già nella tabella dei teoremi vista poc'anzi ci sono casi che possono in qualche modo essere ricondotti all'effetto citato. Il primo a parlare di Effetto San Matteo è stato proprio quel sociologo Robert Merton a cui Stigler riconosce di fatto la primogenitura della "sua" Legge di Stigler; di certo, il *Matthew Effect* ha avuto una risonanza più ampia, e soprattutto assai più seria, della legge successiva. È infatti subito evidente che l'ingiustizia nel riconoscimento dei meriti dei collaboratori ha un perimetro di sviluppo ben più ampio di quello, tutto sommato assai ristretto, della ricerca e delle pubblicazioni scientifiche: dal punto di vista dell'ingiustizia sociale, i campi che ne sono affetti sono virtualmente infiniti. Ma anche dal punto di vista del mero meccanismo di funzionamento – ovvero la constatazione che chi è più dotato di mezzi e strumenti ottiene di più di coloro che di quei mezzi e strumenti difettano – l'effetto ha avuto un grande successo mediatico: è infatti citatissimo negli studi di pedagogia, che evidenziano con allarme e urgenza quanto sia importante che i bambini non tardino a padroneggiare le capacità di lettura, perché in breve l'acquisizione di nuove informazioni sarà veicolata proprio dall'essere o meno dei buoni lettori. Ma il principio è talmente generale che si

[14] Nell'improbabile caso che non lo ricordiate, la Congettura di Poincaré è uno dei "Sette Problemi del Millennio", l'unico finora risolto. Perel'man ha pubblicato la soluzione in Rete, non su una rivista accademica; ha rinunciato alla Medaglia Fields che la dimostrazione gli aveva meritato e, naturalmente, ha sdegnosamente rifiutato anche l'assegno da un milione di dollari destinato al risolutore di ognuno dei sette Problemi del Millennio.

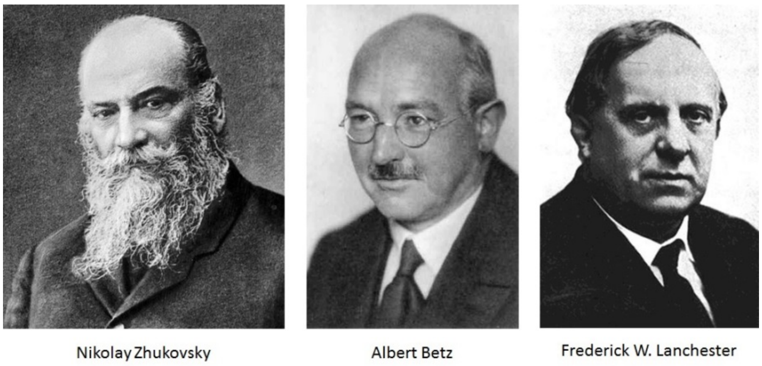
[15] "*Love Story*", RM076, maggio 2005.

[16] In inglese suona un po' più laico: "*Matthew Effect*".

parla di Effetto San Matteo anche in informatica, o meglio nella Teoria delle Reti, per descrivere la caratteristica che hanno specifici “nodi” con molte connessioni preesistenti di acquisirne più facilmente di ulteriori, perché i nuovi nodi tendono naturalmente a connettersi con quelli più importanti della rete.

Forse ancora più evidente e rattristante dell’Effetto San Matteo è il cosiddetto “Effetto Matilda”, che del primo è una coniugazione più specifica e ingiusta. Prende il nome da Matilda Joslyn Gage, suffragetta del XIX secolo che fu la prima a descrivere la condizione di donne scienziate la cui opera nei laboratori veniva del tutto ignorata; al normale Effetto San Matteo (specie nell’Ottocento, non era neppure concepibile che un laboratorio fosse affidato a una donna, e di conseguenza le ricercatrici non potevano essere altro che “collaboratrici” di un luminare maschio) si aggiungeva, e pesantemente, la “naturale” discriminazione di genere, che relegava il collaboratore femmina a una considerazione altrettanto “naturalmente” inferiore a quella del collaboratore maschio. I casi di Lise Meitner[17] e di Rosalind Franklin sono forse i più eclatanti, ma in tutta evidenza non sono altro che la proverbiale punta dell’iceberg[18]. E anche in questo caso, non c’è bisogno di sottolineare quanto il perimetro di impatto dell’ingiustizia sia ben più ampio di quello della ricerca scientifica; un paio di secoli di ininterrotta, e ancora incompleta, rivendicazione femminista stanno lì a ricordarlo.

A differenza dell’Effetto Matilda e dell’Effetto San Matteo – entrambi sintomatici di situazioni che è opportuno e necessario correggere – la Legge di Stigler è spesso dovuta solo al caso, o a cause che è quasi impossibile eliminare; specialmente in questi nostri tempi, in cui la produzione di articoli scientifici è veramente mastodontica, è oggettivamente difficile essere debitamente informati su ogni risultato ottenuto, nonostante le indubbie possibilità tecnologiche oggi a disposizione di ogni ricercatore. Fino a qualche tempo fa la produzione di risultati scientifici era molto minore, anche se la possibilità di essere informati di ogni articolo pubblicato sulle riviste accademiche era comunque una chimera. Le priorità erano davvero difficili da attribuire; uno studio celebrato come innovativo e originale poteva facilmente essere stato preceduto da un altro parimenti significativo, ma passato inosservato.



7 *In tre per una legge*

A titolo di esempio: Nikolay Zhukovsky è stato un grande scienziato russo, chiamato spesso “padre dell’aviazione russa”; allievo di Mach, a lungo a capo dell’Istituto Tecnico Imperiale di Russia, è stato davvero uno dei maggiori pionieri nel campo della aerodinamica. Da lui prendono il nome le “Trasformate di Zhukovsky”, uno strumento matematico fondamentale per la definizione dei profili alari. Fu tra i primi a costruire una galleria del vento, ed elaborò la cruciale legge che definisce la massima energia possibile ottenibile da un fluido scorrente a una data velocità tramite un rotore. L’importanza di una simile legge in aereodinamica è del tutto evidente, eppure questa è

[17] “*Dieci marchi e un anello di diamanti*”, RM238, Novembre 2018.

[18] Un iceberg pieno di scoperte rubate, premi Nobel negati, e nomi che ancora faticano ad essere ricordati al pubblico, come quelli di Nettie Stevens, Marietta Blau, Jocelyn Bell Burnell, e chissà quanti altri.

nota come "Legge di Betz", perché il fisico tedesco Albert Betz la scoprì indipendentemente dal russo; per di più, entrambi pubblicarono lo studio nel medesimo anno, il 1920: ciò nonostante, solo assai raramente la Legge di Betz viene chiamata "Legge di Betz-Zhukovsky". Non è detto, peraltro, che chiamarla in cotanto modo sarebbe necessariamente un atto di giustizia, visto che pare dimostrato che la medesima legge fosse stata trovata già nel 1915 dal londinese Frederick W. Lanchester, che potrebbe risentirsi, almeno in spirito, nel dover contendere la priorità contro due personaggi anziché uno solo. E poi, in ultima analisi, il buon Nikolay dovrebbe sapersi accontentare, visto che le sue celebri "Trasformate di Zhukovsky", a quanto pare, dovrebbero portare il nome di un altro.

8 *Ludwig Otto Blumenthal*

Ludwig Otto Blumenthal nasce a Francoforte sul Meno, il 20 luglio 1876. Il cognome Blumenthal porta con sé sia la poetica radice floreale, sia l'onore e l'onere di una prestigiosa stirpe ebraica. Figlio di Ernst, medico, e di Eugenie, rampolla di una famiglia della borghesia di Offenbach, Otto frequenta prima il Ginnasio a Francoforte e poi entra all'Università di Göttingen nel 1894. È lo stesso anno in cui Otto, appena diciottenne, decide di convertirsi e diventa luterano; ma probabilmente più che la nuova fede religiosa alla sua formazione giovanile contribuiscono più i docenti che in breve si trova a seguire: iscritto a medicina per seguire le orme paterne, in breve cambia indirizzo di studi. A Göttingen si ritrova a seguire lezioni di Hilbert e Klein[19]; poiché dimostra di essere assai dotato in matematica, è presto seguito da Sommerfeld[20], a quel tempo assistente di Hilbert. Durante un semestre di studio a Monaco ha occasione di lavorare con Lindemann[21]. Quasi non gli bastasse un tale olimpo di docenti, alla fine del secolo va a completare la sua formazione a Parigi, da Borel e Jordan. Nel frattempo, ovviamente, si è laureato e ha ottenuto l'abilitazione come *Privatdozent*, che gli consente di ottenere un incarico accademico; è sempre Sommerfeld, che in lui ha riconosciuto straordinarie capacità, a suggerire al Politecnico di Aquisgrana di affidargli la cattedra di Matematica. Dicono di lui che fosse assai gentile, amante della vita e quasi sempre piacevolmente allegro; e non c'è dubbio che il mondo gli ricambia il sorriso, almeno per la prima parte della sua vita: è un matematico di successo, fa il lavoro che ha probabilmente sempre sognato di fare, si sposa felicemente con Mali Ebstein e vede nascere due figli, Margrete e Ernst. Si interessa di funzioni complesse, lavora alacremente in molti campi di matematica applicata: assai probabilmente, è un uomo molto felice.

Poi, beh… come al solito, quando si parla di questa generazione, arriva la guerra, la Prima Guerra Mondiale, a cui Otto viene chiamato a partecipare: segue le stazioni metereologiche militari, e infine lavora per l'aviazione; del resto, l'aereodinamica è uno dei suoi principali campi di studio, le citate "Trasformate di Zhukovsky" lui le aveva già scoperte e pubblicate nel 1913. A guerra finita, è tra coloro che si dannano per far rientrare i matematici tedeschi nella comunità scientifica internazionale, cosa a cui si opponeva buona parte degli scienziati delle potenze vincitrici.

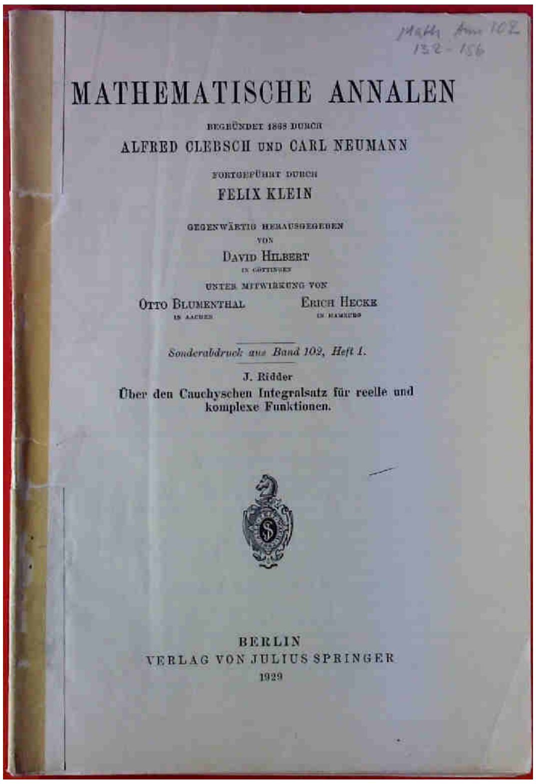
[19] "*Fischi per fiaschi*", RM255, Aprile 2020.

[20] Citato in molti compleanni, non ne ha ancora uno a lui esplicitamente dedicato. È comunque il tipo che condivide con Bohr un famoso modello dell'atomo, e che ha introdotto la Costante di Struttura Fine, 1/137.

[21] Anche lui senza compleanno, ma citato quasi ogni volta che si parla di Pi Greco, essendo il tizio che ne ha dimostrato la trascendenza (e che ha tacitato definitivamente tutti i Quadratori di Cerchio).

A guerra finita, Blumenthal continua la sua attività di ricerca, ma vi affianca solidamente anche quella di editore dei *Mathematische Annalen*, la maggiore rivista accademica matematica di tutta la Germania (e, verosimilmente visti i tempi, di tutta Europa e del mondo intero). La direzione della rivista l'aveva assunta già dieci anni prima, nel 1905, ma è da questo momento in poi che vi applica con insuperata dedizione. In parallelo, assume anche la direzione dei "Rapporti Annuali della Società Tedesca di Matematica"[22], insomma l'organo informativo della maggiore istituzione matematica di Germania. È tra i matematici più importanti e stimati del mondo.

Poi, beh… come al solito, quando si parla di questa generazione e di scienziati nati tedeschi ed ebrei, arriva il disastro. Arriva il partito nazionalsocialista al potere, nel gennaio 1933, e tutto precipita, in brevissimo tempo: appena due mesi dopo tutti i docenti che sono ritenuti di razza non ariana vengono destituiti, costretti al ritiro, se non direttamente arrestati. Otto Blumenthal è invece subito messo in carcere: del resto, agli occhi dei nazisti era un crimine persino l'impegno che aveva profuso per far rientrare i matematici tedeschi in seno alla comunità internazionale. Viene rilasciato dopo pochi giorni, ma è abbastanza chiaro che la sua appartenenza alla Lega Tedesca per i Diritti Civili (per non parlare della sua affiliazione alla Società degli Amici della Nuova Russia) non è gradita ai nuovi detentori del potere.


Math Ann 102
152-156

MATHEMATISCHE ANNALEN

BEGRÜNDET 1868 DURCH
ALFRED CLEBSCH UND CARL NEUMANN
FORTGEFÜHRT DURCH
FELIX KLEIN
GEGENWÄRTIG HERAUSGEGEBEN
VON
DAVID HILBERT
IN GÖTTINGEN
UNTER MITWIRKUNG VON
OTTO BLUMENTHAL IN AACHEN
ERICH HECKE IN HAMBURG

Sonderabdruck aus Band 102, Heft 1.

J. Ridder
Über den Cauchyschen Integralsatz für reelle und komplexe Funktionen.

BERLIN
VERLAG VON JULIUS SPRINGER
1929

9 *Un numero del 1929 dei "Mathematische Annalen" dove si riconosce (oltre a quelli di Hilbert, Klein, Clebsch e altri) il nome di Otto Blumenthal.*

E tra il potere ci sono anche molti matematici importanti che non la pensano come lui, almeno per quanto riguarda le idee politiche. Nomi importanti come quello di Bieberbach si danno da fare affinché il mondo accademico tedesco rigetti il matematico ebreo. Otto manda i figli lontano, a studiare nella sicura Inghilterra; lui ha perso la cattedra ma riesce a continuare a dirigere gli *Annalen*, almeno fino al 1938. Ma le leggi naziste diventano sempre più severe, non si può avere alcun incarico pubblico se non si è ariani, e infine Blumenthal viene espulso dalla sua adorata Società Tedesca di Matematica. E allora è tempo di partire, finché è ancora possibile: riesce a trovare, tra mille difficoltà, il modo di emigrare in Olanda. L'Olanda non è una scelta felice, pochi mesi prima che la Germania nazista liberi tutto il suo potenziale bellico ovunque in Europa: Utrecht, Delft, tra il 1939 e il 1943, i Blumenthal sono continuamente in giro alla ricerca di un posto sicuro, alla fine, Otto e sua moglie sono solo due tra le migliaia di ebrei che portano la gialla stella di David cucita addosso, e nell'Aprile del 1943 vengono rinchiusi nel campo di concentramento si Westerbork, nel nord-est del paese. Mali, la moglie di Otto, muore qui in breve tempo. Blumenthal le sopravvive, ed è perfino quasi riconsolato dal fatto che la sua sposa non abbia dovuto patire l'inferno del lager. All'inizio del 1944 chiede di essere trasferito nel lontano campo di Theresienstadt, a mezza strada tra Dresda e Praga, in quella che oggi è la Repubblica Ceca: ha saputo che è lì che è rinchiusa sua sorella. I nazisti accolgono la richiesta, ma quando arriva a destinazione scopre che la sorella è morta sei mesi prima. Resisterà,

[22] In tedesco suona meglio; *Jahresberichte der Deutschen Mathematiker-Vereinigung.*

debole e malato, fino a Novembre, senza riuscire a vedere neppure l'alba di quel 1945 che avrebbe finalmente messo fine allo scempio.

Forse sarebbe stato contento, prima dell'inizio dell'inferno, se quelle trasformate avessero portato il suo nome, invece che quello del suo collega russo. Ma siamo sicuri che, dopo aver visto cosa poteva diventare il pianeta negli ultimi anni della sua vita, non avrebbe avuto nessuna volontà d'essere ricordato in nessun modo, in un mondo capace di tante atrocità. La legge di Stigler, più che rattristarlo, gli avrebbe forse portato consolazione.

2. Problemi

2.1 Che strada seguite?

Qui ci starebbe bene l'ormai consunta battuta di Thurber sui segugi, ma sarebbe quasi ora che qualcuno dicesse qualcosa di altrettanto intelligente e con lo stesso significato.

Abbiamo trovato un giochino: non troppo interessante dal punto di vista del gioco (visto che vi si chiede di analizzarlo, pare evidente sia analizzabile...), ma abbastanza intrigante per quanto riguarda i modelli da utilizzare per le analisi: qui, più che a "come va a finire", siamo più interessati a "come avete fatto a scoprirlo" (ve l'avevamo detto che il segugio di Thurber ci stava benissimo); quindi, se volete esplorare più metodi, anche se non portano allo stesso risultato, siete i benvenuti.

Voi e il vostro sodale avete davanti dieci pile di dieci monete ciascuna; voi (che giocate per primi) potete prendere, a vostra scelta (...quasi... devono esserci) una, due o tre monete da *una e una sola* pila a vostra scelta; quando poi tocca al vostro compagno, questo prende a sua scelta una, due o tre monete *ma non più di una per ogni pila*. E qui, come dicono i Pinguinari, facciamo un *fork*, nel senso che ci è venuto un dubbio su quali siano le pile da cui il vostro avversario può prendere:

> **Caso 1**: deve prendere da una, due o tre pile tra loro adiacenti.
>
> **Caso 2**: prende dalle pile che preferisce

Ci starebbero anche i casi 1.1 e 1.2, dove si discute di dove siano le adiacenti all'ultima pila, ma ci pare si stia esagerando.

Oh, ci pare abbastanza evidente che "perde chi non gioca", nel senso che chi resta senza pedine da prendere non può giocare.

A noi pare abbastanza suscettibile di modellizzazione, e non ci pare che i diversi casi abbiano poi quella grossa influenza, fateci comunque sapere.

2.2 Venghino venghino che talvolta si vince...

Certo che no, se il gioco lo propone Rudy. Comunque, per fare le prove di questo, che ha la tendenza a far finire monetine dappertutto, vi sconsigliamo la spiaggia: molto meglio il tappeto di casa, quello nell'ingresso, che non ha ostacoli quali tavolini o cose del genere.

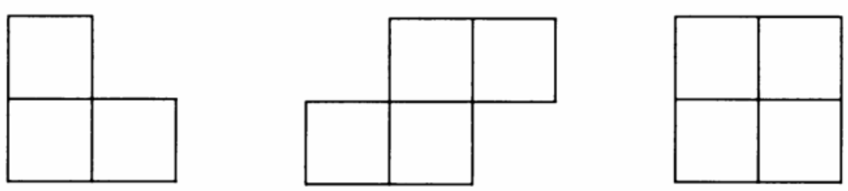
Avete dieci monete con un lato bianco e, dall'altro lato, i numeri da 1 a 10: le lanciate tutte assieme in aria (ve l'avevamo detto! Sul tappeto!), e poi sommate i numeri visibili: se la somma vale almeno 45, vincete voi, altrimenti vinco io.

No? Non volete giocarci? Beh, posso provare ad invogliarvi? "Mi voglio rovinare!", come dicono tutti i truffatori, e giocate *un centesimo* a lancio: se volete un gioco onesto, però, adesso mi dite *quanto dovrei pagarvi* per ogni vincita...

Non raccontatelo in giro, che vi ho proposto un gioco equo: ho una professionalità da difendere, *io*!

3. Bungee Jumpers

Provare che, per tassellare completamente una scacchiera 99×99 con i tre polimini:



ve ne servono almeno 199 del primo tipo..

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Luglio!

4.1 [256]

4.1.1 Giusto per passare il tempo

Per questo problema probabilistico avevamo pubblicato il mese scorso le soluzioni di ***Alberto R.***, ***Valter***, ***Tommaso*** e ***Franco57***. Vediamo il problema:

> *Il primo gioco consiste nel puntare (contro il banco) due centesimi; questo vi dà il diritto di lanciare due dadi a sei facce per i quali vincerete la differenza in centesimi tra i valori dei due dadi, tranne nel caso vi esca un "doppio sei" nel qual caso vincete un lancio gratuito. Secondo voi, il gioco è onesto? E, se no, quanto dovreste puntare per renderlo tale?*
>
> *Per il secondo gioco, viene lanciata ripetutamente una moneta, e se compare per prima la sequenza Croce-Croce-Testa vincete due centesimi, mentre se compare prima la sequenza Testa-Croce-Croce ne perdete uno. Questo, secondo voi, è onesto?*

Abbiamo ancora ricevuto la versione di ***Silvano***:

PROBLEMA DADI

Per risolvere il problema se il gioco dei dadi è equo ho provato a fare la seguente tabella degli eventi

		D1					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
D2	**1**	-2	-1	0	1	2	3
	2	-1	-2	-1	0	1	2
	3	0	-1	-2	-1	0	1
	4	1	0	-1	-2	-1	0
	5	2	1	0	-1	-2	-1
	6	3	2	1	0	-1	0

Ho ipotizzato che il gioco sia equo, e quindi ho messo (6, 6) come vincita ZERO.

Facendo la somma delle vincite e delle perdite viene zero, quindi il gioco è equo, e quindi l'ipotesi fatta sopra, ossia che (6, 6) avesse valore ZERO era corretta e quindi il gioco dei dadi come indicato mi risulta essere equo.

Testa o croce

Ipotizzo per semplicità testa=0 e croce=1 le prime due combinazioni possono essere:

a) 0, 0: se esce questa combinazione la sequenza 0, 0, 1 è l'unica che può vincere, quindi arriverà per prima lei
b) 0, 1: se esce questa combinazione l'unica sequenza vincente può essere 1, 0, 0 perché a valle di un 1 non possono esserci 2 zeri. Per chiarezza se mai ci fossero 2 zeri consecutivi arriverebbe 1, 0, 0 prima di 0, 0, 1 al massimo possiamo attendere che la sequenza si alterni, ma prima o poi farà vincere 1, 0, 0
c) 1, 0: stessa condizione del punto precedente, ossia 1, 0, 0 è l'unica sequenza che può uscire per prima
d) 1, 1: stessa condizione del punto precedente, ossia 1, 0, 0 è l'unica sequenza che può uscire per prima

Dado che su 4 combinazioni solo una favorisce 0, 0, 1 e 3 favoriscono 1, 0, 0 è evidente che:

- 1, 0, 0 è la prima sequenza più probabile con probabilità di vittoria del 75%
- 0, 0, 1 è la prima meno probabile con probabilità di vittoria del 25%

Un gioco equo, quindi prevederebbe una resa di 3 volte il giocato per chi rischia 0, 0, 1 rispetto a quello che vince chi gioca 1, 0, 0.

Andiamo avanti con i problemi del mese scorso.

4.2 [257]

4.2.1 Tempo di esami

Il Capo ha inventato un modo complicato di premiare i partecipanti ad un test:

Abbiamo un esame composto di sette test, nel quale non sono possibili ex-aequo. I primi classificati in uno dei test o chi riesce ad essere tra i primi sei per quattro test riceve un premio, ma una persona può ritirare al più un premio. All'esame sono iscritti cento studenti . Quanti premi potranno essere distribuiti, al massimo?

La prima soluzione è quella di ***Alberto R.***:

Al massimo saranno distribuiti 15 premi, come risulta dalla tabella. (Le 7 colonne sono i 7 test, le 6 righe sono i primi 6 posti in classifica, ogni numero individua un alunno)

1	2	3	4	5	6	7
8	8	8	8	9	9	9
9	10	10	10	10	11	11
11	11	12	12	12	12	13
13	13	13	14	14	14	14
15	15	15	15	?	?	?

Naturalmente si tratta solo di un esempio tra i tanti esiti possibili, tuttavia sufficiente a dimostrare che bastano 15 premi perché nella tabella non 'è posto per un sedicesimo premiato.

Veloce e convincente, che ne dite? Vediamo che cosa ne dice ***trentatre***:

Suppongo che "non sono ammessi *ex-aequo*" significhi che per ogni test i voti attribuiti ai 100 studenti siano 100 valori diversi, quindi per ogni test si possono indicare questi valori con i numeri da 1 a 100.

L'insieme dei risultati si può riportare in una tabella con

- 100 colonne, una per ogni studente, con i voti nei 7 test
- 7 righe, ognuna permutazione dei numeri 1…100
- quindi ogni valore da 1 a 100 compare nella tabella 7 volte, una per ogni riga.

Uno studente riceve un premio se vale almeno una (o tutte e due) le condizioni

a) è il primo classificato in almeno uno dei test, e nella sua colonna compare almeno un 100

b) è tra i primi sei per quattro test, e nella sua colonna compaiono 4 valori compresi nei 6 voti massimi, cioè nell'intervallo 95…100

- se lo studente soddisfa **a**) e **b**) riceve un solo premio.

Si tratta ora di scegliere, fra le 100! permutazioni possibili dei numeri 1…100, quelle che rendono massimo il numero di premi.

Questo si può ottenere scegliendo le permutazioni in modo da spostare a destra, nella prima riga, i valori 95…100, e nelle altre righe costruire il massimo numero di colonne con i valori che rispettano **b**). Inoltre, sia per le righe che per le colonne, si possono considerare i numeri ordinati in modo crescente.

Lo stesso risultato si ottiene in modo più semplice, ponendo nella prima riga i numeri 1…100 ordinati, e nelle righe successive la stessa permutazione scalata ciclicamente di uno.

	1	2	3		90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
1	1	2	3	…	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
2	2	3	4		91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	1
3	3	4	5		92	93	94	95	96	97	98	99	100	1	2
4	4	5	6		93	94	95	96	97	98	99	100	1	2	3
5	5	6	7		94	95	96	97	98	99	100	1	2	3	4
6	6	7	8		95	96	97	98	99	100	1	2	3	4	5
7	7	8	9		96	97	98	99	100	1	2	3	4	5	6

Il risultato è la tabella in figura dove gli unici valori che contano sono in rosso; le colonne da 93 a 96 contengono più di 4 termini e la quaterna che rispetta **b**) può essere scelta a piacere. Le colonne utili sono

92-93 rispettano la condizione **b**)

94-97 rispettano **a**) e **b**)

98-100 rispettano **a**).

Poiché gli ultimi due gruppi sono separati, i premi sono assegnati a tutti gli studenti 9…100 per un **totale massimo di 9 premi**.

La dimostrazione non è rigorosa, ma il risultato mi sembra corretto.

Moderatamente preoccupati che le conclusioni raggiunte da due tra i nostri migliori solutori non coincidano, lasciamo aperto il dibattito e passiamo al secondo problema.

4.2.2 ...ma si vota o non si vota?

In tempi di lockdown il Capo ritorna a tutti i suoi classici, dopo lanci di monetine e problemi combinatori, non potevano che apparire strategie di votazione. Vediamo i problemi:

Abbiamo N votanti, che devono eleggere k candidati esprimendo m preferenze, con m≤k<N. Ogni votante è anch'esso candidato e hanno tutti un'età diversa uno dall'altro; i candidati vengono ordinati per numero di voti ricevuti, e i primi k vengono eletti: nel caso ci si ritrovi in una situazione di parità a fondo classifica degli eletti, passa il più vecchio. Quanti voti è necessario ricevere per avere la certezza di essere eletti?

E per un collegio uninominale, ne passa uno, due candidati che non sono candidati altrove prendono esattamente lo stesso numero di voti (e sono quelli che ne prendono di più). Come si risolve il caso, nell'attuale ordinamento?

Anche qui partiamo subito con la soluzione proposta da ***Alberto R.***:

Vittoria certa con un numero di voti $V>Nm/(k+1)$.

Questa è ancora più veloce della precedente! ***Alberto*** starà cercando di battere qualche record? La prossima soluzione è di ***GaS***, che ha poi scritto di ignorare la soluzione perché aveva mal interpretato il problema… ma lo sapete, che variazioni e divagazioni sono le nostre parti preferite, soprattutto nelle soluzioni:

Ho appena finito di leggere il libro "la matematica della democrazia" e non posso quindi esimermi dall'affrontare il problema.

Supponiamo che io prenda *X* voti, avendo *N* voti disponibili in totale la situazione peggiore per me è che ci siano altri *k* candidati con (almeno) *X* voti. Essendo *N* il totale dei votanti mi posso mettere nelle condizioni nel caso in cui:

$$\mathrm{X} > \frac{N}{k+1}$$

Infatti, in questo modo so che non ci possono essere $k+1$ votanti con almeno *X* voti.

Ovviamente, se già so di essere il più vecchio di tutti, posso anche accettare un uguaglianza tra i due valori ma, in generale, deve essere un valore strettamente maggiore per non correre il rischio di ex-aequo da cui possa poi risultare perdente.

Esempio 1

Sia $N=30$ e $k=3$

Devo avere almeno 30/(3+1)=7,5 e quindi con *X*=8 mi metto al sicuro, non ci possono infatti essere altri 3 candidati con almeno 8 voti (8x4=32>30).

Se invece io avessi solo 7 voti, potrei avere altri 3 candidati ognuno con 7 voti e più vecchi di me (7x4=28<30)

Esempio 2

Sia *N*=500 e *k*=5

Devo avere almeno 500/(5+1)=83,33 e quindi con *X*=84 mi metto al sicuro, non ci possono infatti essere altri 5 candidati con almeno 84 voti (84x6=504>500).

Se invece io avessi solo 83 voti, potrei avere altri 5 candidati ognuno con 83 voti e più vecchi di me (83x6=498<500)

Avete notato che la formula di ***GaS*** ha una certa parentela con quella di ***Alberto R.***? Non avevamo ragione nel dire che soluzioni diverse sono meglio di soluzioni esatte? Ma non abbiamo finito, c'è ancora la versione di ***Valter***:

Immagino che ogni votante, essendo anche candidato, una preferenza se la dia, … ma ci penso dopo. Mostro come ho pensato di calcolare il minimo di preferenze e la posizione in ordine di anzianità:

- moltiplico il numero dei votanti *N* per quello delle preferenze *m* ed ho il numero totale voti *V*

- divido per il numero dei candidati *k* più 1 ottenendo i voti da ricevere *v* e l'eventuale resto *r*

- ricavo la posizione minima in ordine di anzianità *p* calcolando numero candidati *k* meno il resto

- se però il resto vale zero i voti da ricevere sono almeno *v*+1 indipendentemente dall'anzianità.

Fornisco una tabella che ho utilizzato per verificare i miei calcoli servendomi di casi concreti. Nell'ultima colonna la distribuzione delle preferenze che mostra la correttezza del procedimento.

N	m	V (N*m)	v ⌊V/(k+1)⌋	k	r	p (k-r)	Minimo voti/anzianità
2	1	2	1	1	0	1	**1**-1
3	1	3	1	1	1	0	1-**2**
3	2	6	3	1	0	1	**3**-3
3	2	6	2	2	0	2	2-**2**-2
3	1	3	1	2	0	2	1-**1**-1
10	1	10	5	1	0	1	**5**-5
10	1	10	3	2	1	1	**3**-3-4
10	1	10	2	3	2	1	**2**-2-3-3
10	2	20	5	3	0	3	5-5-**5**-5
10	3	30	7	3	2	1	**7**-7-8-8
12	1	12	2	4	2	2	**2**-2-2-3-3
12	1	12	2	5	0	5	2-2-2-2-**2**-2
12	2	24	4	5	0	5	4-4-4-4-**4**-4
12	3	36	6	5	0	5	6-6-6-6-**6**-6
12	3	36	5	6	1	5	5-5-5-5-**5**-5-6
17	2	34	6	4	4	0	7-7-7-**7**-6
17	2	34	5	5	4	1	**5**-5-6-6-6-6
17	2	34	4	6	6	0	5-5-5-5-5-**5**-4
17	2	34	4	7	2	5	4-4-4-4-**4**-4-5-5
17	2	34	3	8	7	1	**3**-3-4-4-4-4-4-4-4
17	2	34	3	9	4	5	3-3-3-3-**3**-3-4-4-4-4
17	2	34	3	10	1	9	3-3-3-3-3-3-3-3-**3**-3-4
17	2	34	2	11	10	1	**2**-2-3-3-3-3-3-3-3-3-3-3
17	2	34	2	12	8	4	2-2-2-**2**-2-3-3-3-3-3-3-3-3
17	5	85	14	5	1	4	14-14-14-**14**-14-15
17	5	85	12	6	1	5	12-12-12-12-**12**-12-13

Motivo utilizzano due dei casi esposti in tabella per cercare di farmi capire, … almeno ci provo.

Distribuzioni 7-7-7-**7**-6 per N=17, m=2, k=4, r=0: con 6 preferenze 4 candidati potrebbero averne 7; 7 sono sufficienti indipendentemente dall'età; non ci posso essere 5 candidati con 7 preferenze e tanto meno 4 con 7 preferenze più uno con 8.

Distribuzioni 3-3-3-3-**3**-3-4-4-4-4 per N=17, m=2, k=9, r=5: se si hanno tre voti e si è il quinto più anziano, al massimo quattro candidati possono averne 4; già il sesto più anziano, però, non ha la certezza di essere eletto come mostra la distribuzione.

Se i votanti/candidati una preferenza se l'assegnano, vale comunque il calcolo, riducendo m di 1.

Mi pare funzioni anche nel caso in cui $m - 1$ diventi zero in quanto: V=0, v=0, r=0 e quindi $p = k - r = k$.

In questo caso gli N votanti assegnano una sola preferenza che abbiamo assunto vada a loro stessi.

È evidente che i k candidati da eleggere siano i k più anziani avendo ogni candidato un solo voto.

Il tentativo di spiegazione vi pare riuscito? Scriveteci, commentate, insomma diteci che cosa ne pensate. A noi sembra peraltro che il secondo problema fosse solo espresso a metà, e non ci è sembrato sia stato preso in considerazione. Che ne dite? Con queste domande ci fermiamo per il momento. Sono arrivate altre soluzioni, che però aggiungeremo nel prossimo numero. Alla prossima!

5. Quick & Dirty

Parafrasando leggermente le immortali parole di Baez, "*build, borrow or steal a [regular truncated] icosahedron...*". Che poi sarebbe un pallone da calcio, formato da dodici pentagoni regolari e venti esagoni regolari.

Abbiamo scritto dei numeri interi positivi sulle facce (uno per faccia), e sappiamo che la somma di tutti i numeri sugli esagoni vale 39 mentre la somma di tutti i numeri sui pentagoni vale 25: siamo particolarmente fieri dell'opera, in quanto ci pare che non esistano due facce concorrenti nello stesso vertice con lo stesso numero.

Secondo voi, abbiamo ragione?

No, abbiamo sbagliato qualcosa. Infatti, numeriamo in un qualsiasi modo i vertici; se s_n è la somma dei numeri sulle tre facce concorrenti in un vertice, sia:

$$S = \sum_{n=1}^{60} s_n$$

In questa somma, ogni numero sui pentagoni viene sommato cinque volte e ogni numero sugli esagoni sei: quindi, $S = 5 \times 25 + 6 \times 39 = 359$. *Supponiamo ora esista una numerazione delle facce come richiesto, dovrebbe allora essere* $s \geq 1 + 2 + 3 = 6$, *ma allora* $S \geq 6 \times 60 = 360$, *che è una contraddizione.*

6. Pagina 46

Coloriamo le caselle in posizione *dispari* delle righe *dispari* di rosso: in questo modo, avremo 50 righe contenenti ciascuna 50 caselle rosse, per un totale di 2500 caselle rosse; ogni casella rossa è circondata da 8 caselle non colorate.

Nessun polimino di quelli forniti è in grado di coprire più di una casella rossa, ed è possibile che qualche polimino del primo tipo non copra nessuna casella rossa. Se abbiamo n polimini del primo tipo e m del secondo o terzo tipo, deve essere:

$$m + n \geq 2500$$

I polimini del primo tipo coprono tre caselle ciascuno, quelli del secondo e terzo tipo ne coprono quattro; deve quindi essere $3m + 4n = 99^2 = 9801$, ossia $4n = 9801 - 3m$.

Da quanto visto prima abbiamo che $4m + 4n \geq 10000$ e combinando le due formule otteniamo che:

$$4m + (9801 - 3m) > 10000$$

che, risolta, porta a $m \geq 199$, che è la tesi.

In generale, una scacchiera di dimensione $(2k - 1)\times(2k - 1)$ necessita di $4k - 1$ polimini del primo tipo per essere tassellata.

7. Paraphernalia Mathematica

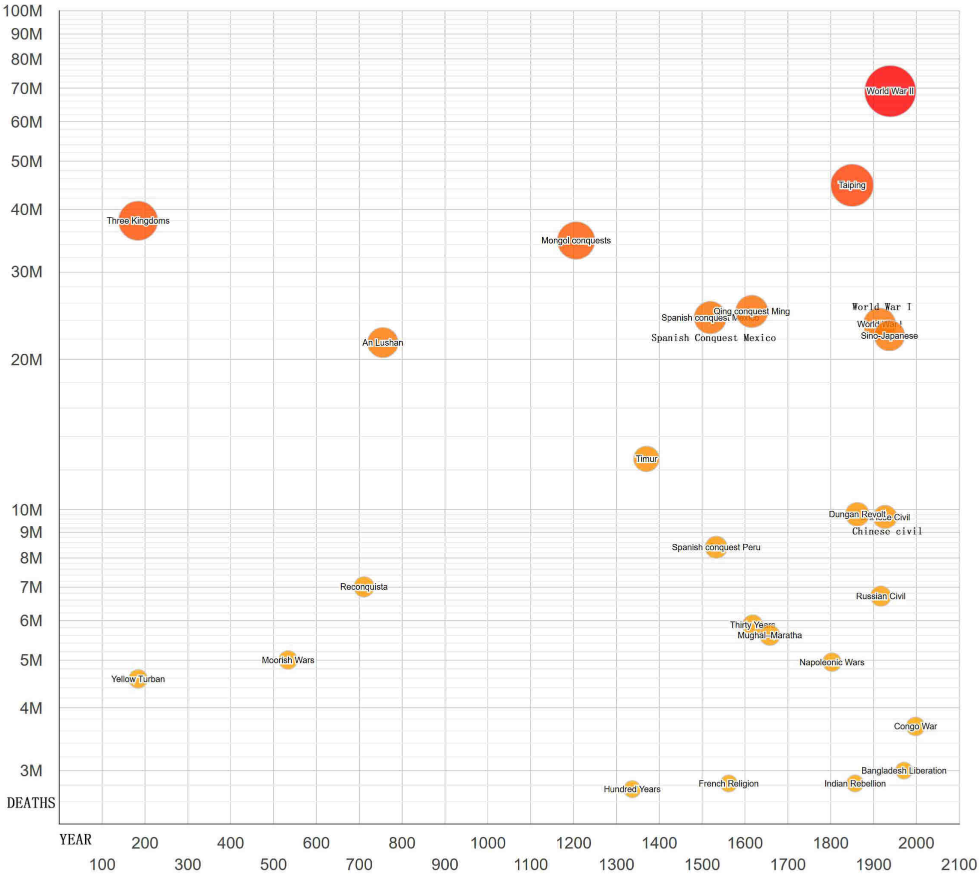
Brutto argomento... È un lavoro sporco, ma qualcuno deve farlo. Per fortuna, lo ha fatto un meteorologo.

7.1 Teoria dei bisticci letali

Il titolo è una variazione, la più leggera possibile, di un libro di **Lewis Frey Richardson** ("*Statistics of Deadly Quarrels*", pubblicato postumo nel 1960).

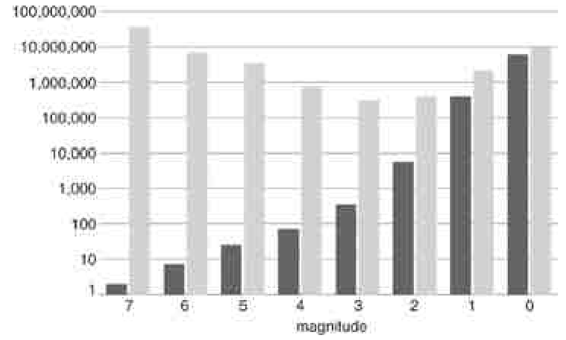
Richardson era un tranquillo professore di fisica specializzato nelle soluzioni numeriche delle equazioni differenziali: campo che oggi va per la maggiore praticamente ovunque, ma all'epoca era una delle frontiere della matematica applicata (e guardato anche con un certo sospetto); nel 1916 abbandona la carriera (di meteorologo) per arruolarsi come autista nelle *Friends' Ambulance Unit* in Francia (dove ci piace pensare che abbia conosciuto un altro autista, a nome Ernest Hemingway) e, durante i viaggi tra il fronte e le retrovie, comincia a pensare che si possa definire una *matematica dei conflitti*: non nel senso di vincerli con la matematica, ma di trattarli come un insieme di numeri sui quali applicare metodi statistici.

Al termine della guerra riprende il lavoro di meteorologo, ma *le coeur n'y etait plus*: pian piano abbandona questo campo per spostarsi verso il conto dei caduti nelle varie guerre.



Raccogliere questi dati presenta un forte problema di consistenza: sono comunque approssimati, e quindi Richardson mutua dall'astronomia il concetto di *magnitudine*; la "misura di una guerra" è data dal logaritmo (decimale) del numero dei caduti: ci rifiutiamo di compilare una tabella in merito, ci limitiamo a fornirvi un grafico (dalla pagina Wikipedia List of wars by death toll che, oltre ad essere più aggiornata rispetto ai dati di Richardson, tiene conto anche dei decessi tra civili[23].

Richardson divide quindi le guerre in *classi*, in funzione della caratteristica del logaritmo: una guerra che causi tra uno e dieci milioni di morti sarà di magnitudine 6, mentre un singolo caso di omicidio (o di dieci omicidi) viene ad essere di magnitudine 0. Come sempre ci si aspetta in questi casi, la statistica presenta una forma piuttosto "strana", con i principali contributi in morti causati da pochi grandi conflitti ma anche da molti piccoli.



10 *Numero di guerre per classe (in nero) e numero dei morti nelle guerre per classe (in grigio).*

Richardson comunque non si limita a registrare i dati e a metterli in ordine come un ragioniere delle disgrazie umane: in realtà quello che cerca è un modello matematico della corsa agli armamenti, e lo trova. Considerando una corsa agli armamenti tra due nazioni:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = ay - mx + r \\ \dfrac{dy}{dt} = by - ny + s \end{cases}$$

Il sistema si può espandere sino al numero necessario di nazioni coinvolte con un'equazione per ogni nazione, aggiungendo gli opportuni elementi a secondo membro. Per quanto riguarda i parametri,

- x (e y) rappresentano l'ammontare di armamenti detenuto dalla nazione "X" (o "Y") in un dato momento.
- a e b sono note come "paura" o "reazione", e rappresentano il desiderio di una data nazione di *incrementare* i propri armamenti in funzione della quantità di armamenti posseduti dalla parte opposta.
- m e n, note come "controllo" o "stanchezza", rappresentano la volontà di una nazione di *diminuire* i propri armamenti in funzione della quantità di armamenti che già possiede.
- r e s, infine, noti come "torti", rappresentano (parole di Richardson) "tutto quello che avanza": ambizione, volontà di vendetta, pressioni esterne,... ci ha sempre stupito che le ragioni ideali che di solito sono considerate all'origine dei conflitti vengano relegati a delle costanti che raccolgono gli avanzi.

Come equazioni sono generali, ma è comunque possibile fare qualche interessante considerazione: tanto per cominciare, *hanno significato solo nel primo quadrante*. Non esiste, per nessuno dei due contendenti, il concetto di "arma negativa"; inoltre, solo r e s possono essere negative (o zero): per le altre costanti, valori negativi significherebbero una "paura negativa" o una volontà di aumentare i propri armamenti continua e indipendente dalla situazione internazionale.

Ci sono quattro possibili risultati per quanto riguarda il "dove si vada a finire" con un sistema del genere:

1. Tutte le traiettorie convergono ad un punto di equilibrio
2. Tutte le traiettorie tendono entrambe ad infinito (corsa agli armamenti infinita)
3. Tutte le traiettorie tendono a zero (disarmo totale)
4. Il cammino di ogni traiettoria dipende dal suo punto di partenza.

[23] Il che non è poca cosa: significa inserire nella seconda guerra mondiale anche la Shoah, e nella conquista spagnola del Messico l'epidemia di *chilipotli* (probabilmente una variante della salmonella).

Il primo caso descrive una situazione nella quale tutte le condizioni iniziali portano ad un punto di equilibrio: la probabilità di scatenamento di un conflitto, a questo punto, è fissa dal momento nel quale si raggiunge l'equilibrio, anche se un certo numero di conflitti localizzati[24] possono comunque spostare il punto di equilibrio (e portarci in una situazione che ricorda molto il secondo modello).

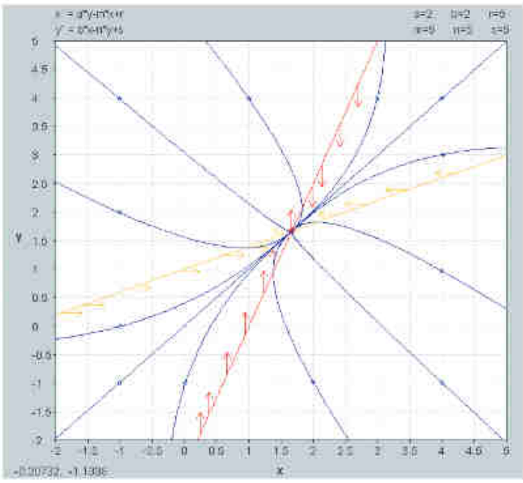
Il secondo e il terzo modello sono, matematicamente parlando, molto simili: nel secondo, si ha una corsa agli armamenti senza tregua e "costi quel che costi", esattamente in questa frase sta l'impossibilità di questo modello, dato che il budget per gli armamenti (o l'intero bilancio dello stato, se preferite) è comunque finito; detto in termini mondani, è una situazione nella quale l'ostilità tra le nazioni è tale da portarne una delle due alla bancarotta o allo scatenamento di una guerra totale. La situazione del terzo caso rappresenta uno stato nel quale le nazioni si fidano talmente una dell'altra da ritenere inutile gli armamenti reciprocamente ostili.

Per quanto riguarda l'ultimo caso, questo è il più interessante da analizzare, anche se non ne esiste una rappresentazione "reale" di eventi che lo possano rappresentare.

I punti di equilibrio (o meglio, *il* punto di equilibrio) può essere trovato imponendo il valore zero ad entrambe le derivate e ricavando i valori di x e y: con qualche semplice calcolo, si vede che si trova in:

$$\left(\frac{rn+as}{mn-ab},\frac{sm+br}{mn-ab}\right) \text{ con } mn-ab\neq 0$$

Ignorando le soluzioni per cui l'equilibrio ha almeno un termine negativo, la condizione che abbiamo imposto rappresenta la soluzione limite del caso (2), con il punto di equilibrio all'infinito.



11 *Un esempio di equilibrio.*

In questo campo, un punto di equilibrio nel primo quadrante può essere di due tipi: o è un ***pozzo***, e quindi tutte le traiettorie arrivano al punto di equilibrio e lì si fermano, o è una ***sella***, e allora cadiamo nel caso (4) visto prima: il tipo di equilibrio raggiunto si può determinare studiando le *curve di livello*[25]: queste si possono ottenere ponendo pari a zero ognuna delle due funzioni e risolvendo in x (o in y), quindi, le equazioni delle curve di livello per x e per y sono, rispettivamente:

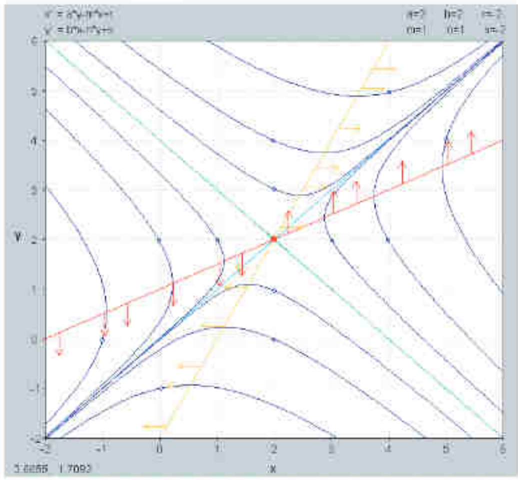
$$y = (mx - r)/a \text{ e } y = (bx + s)/n$$

che, come era logico aspettarsi, sono due rette. Su ognuna di queste rette, la variazione nel tempo (la derivata prima) della variabile correlata è pari a zero e quindi, risolvendo le equazioni differenziali per un determinato punto su una delle curve di livello, possiamo calcolare i vettori direzionali che influenzano le nostre funzioni. A titolo di esempio, se imponiamo (qualunque cosa significhi) $a = b = 2$, $m = n = 5$, $r = s = 0$, abbiamo che il punto di equilibrio si trova in (5/3, 5/3) e alle due curve di livello $y = (5x–5)/2$ per x e $y = (2x+5)/5$ per y. Qualsiasi traiettoria porta al punto di equilibrio, indipendentemente dal punto di partenza, e quindi questa specifica corsa agli armamenti si stabilizzerà in un punto dato.

Se invece partiamo dalle condizioni $a = b = 2$, $m = n = 2$, $r = s = –2$, alla fine si arriva ad un grafico completamente diverso.

[24] Se (come noi) state pensando alla Guerra Fredda e all'orologio del "*Bulletin of Atomic Scientist*", provate a pensare quanto i vari conflitti locali abbiano spostato le lancette.

[25] Traduciamo in questo modo il termine *nullclines*: se avete delle traduzioni migliori, fatecelo sapere.



12 *Un (altro) esempio di equilibrio.*

Le curve blu (che sono le traiettorie possibili) portano o all'origine (disarmo reciproco totale) o all'infinito (corsa agli armamenti senza fine), tranne quelle (sono quattro, anche se ne vedete solo due, ognuna è doppia) che portano al punto di equilibrio: solo se ci troviamo su una di queste curve, potremo raggiungere l'equilibrio, e il nostro punto, come si vede chiaramente anche dalle traiettorie, è una *sella*.

Secondo la maggior parte degli analisti di politica internazionale, il modello tende a semplificare troppo la situazione reale: una delle critiche più semplici da portare è che qui stiamo trattando un modello a *due nazioni*. Ritrovarsi alle prese con un sistema di circa duecento equazioni differenziali non è esattamente una cosa semplice: a questo, la replica può essere quella di applicare il modello a conflitti ragionevolmente isolati, come ad esempio quello tra India e Pakistan; questo lo ha fatto ***Bigelow***, nel 2003, sostenendo (contrariamente a quanto pensavano buona parte degli analisti politici) che la situazione avrebbe raggiunto un punto di equilibrio, non portando né a una *escalation* continua del conflitto, né ad una pace duratura.

Una critica più costruttiva (e quindi più interessante) è stata portata avanti da ***Brian Lehmann*** e ***John McEwen***: la loro proposta è di considerare anche la variabile di *dispiegamento* delle armi, intendendo con questo termine la velocità con la quale si riescono a produrre le armi e portando quindi all'interno di questo termine le limitazioni di bilancio con le quali prima o poi chiunque verrà a scontrarsi. Il termine che governa questo processo è un *termine logistico*, e quindi le due equazioni, mantenendo gli stessi simboli, diventano:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \left(1 - \dfrac{y}{y_M}\right) \cdot (ay - mx + r) \\ \dfrac{dy}{dt} = \left(1 - \dfrac{y}{y_M}\right) \cdot (by - ny + s) \end{cases}$$

Dove i due valori x_M e y_M rappresentano la massima spesa possibile in armamenti da ciascuna delle due nazioni. Questo, è stato dimostrato, genera due curve di livello addizionali che *costringono* le soluzioni all'interno di una ben precisa area, da cui il bellissimo nome di *budget box* loro attribuito. Questo tra le altre cose implica che nasca un nuovo punto di equilibrio, che non compariva con la teoria originale di Richardson.

Insomma, come ha fatto per qualche mese durante il lockdown, la funzione logistica ci risolleva la speranza.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms