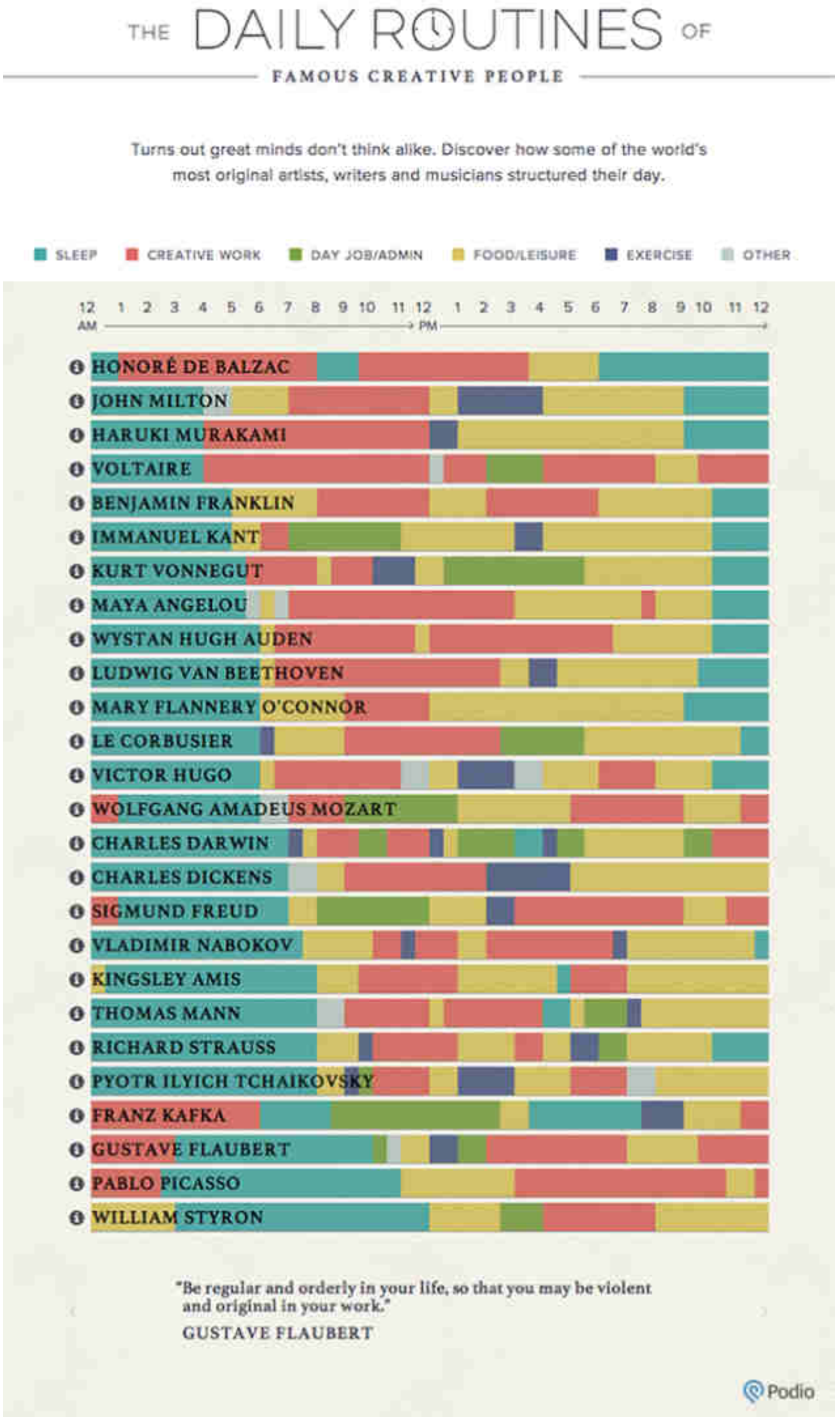
Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 248 – Settembre 2019 – Anno Ventunesimo



Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da

Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM247 ha diffuso 3'303 copie e il 01/09/2019 per Google eravamo in 73'400 pagine.

As usual, siamo in ritardo: è che eravamo occupati a trovare ispirazione dai giganti della creatività.

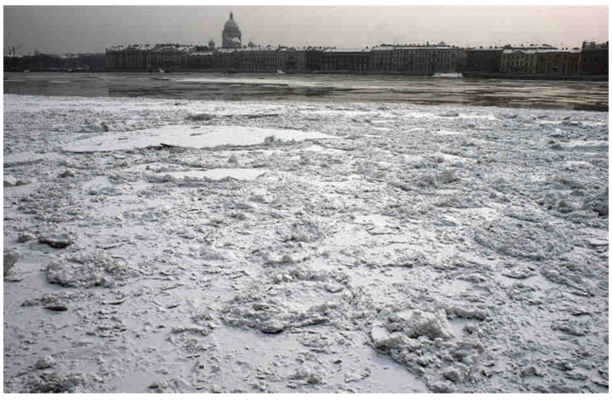
1. La strada della vita

"Alla temperatura di –5°C, dieci centimetri di ghiaccio si formano in 64 ore: a –10° servono 34 ore, mentre a –15° basteranno 23 ore. Per avere trenta centimetri di ghiaccio servono 24 giorni alla temperatura di –5°, ma ne basteranno otto con una temperatura di –15°."

(dagli appunti di un ingegnere sovietico. Leningrado, 1941)

Altri appunti, altri dati erano stati verificati e registrati, oltre a quelli riportati nella citazione iniziale di questo articolo. Ad esempio, che un cavallo poteva essere sostenuto da una lastra di ghiaccio spessa dieci centimetri, ma se il cavallo trainava una slitta con una tonnellata di carico, per sostenerlo lo spessore del ghiaccio doveva essere di almeno 18 centimetri. E bisognava arrivare almeno a venti centimetri di spessore per trasportare lo stesso carico, se invece del cavallo si voleva usare un camion.

Erano misurazioni tutt'altro che accademiche, e men che mai oziose. Chissà, forse i risultati suonavano quasi rassicuranti, per le orecchie dei tecnici che febbrilmente le raccoglievano; conoscevano i luoghi e le stagioni, e sapevano bene che lo strato di ghiaccio sul lago, in inverno, di solito era spesso tra il metro e il metro e mezzo, ed era insomma in grado di sostenere quasi qualsiasi mezzo di trasporto immaginabile: in inverno Leningrado era solita gettare dei binari sulla Neva ghiacciata, e farci passare sopra i tram. Ma bisognava essere sicuri: bisognava misurare e verificare, perché nell'inverno più terribile della loro storia a quelle misure erano legate le vite di milioni di esseri umani, tra cui quelle degli stessi misuratori. Non era un problema teorico, dai parametri ben definiti in laboratorio: la temperatura, lo spessore del ghiaccio, il peso dei veicoli non erano le sole cose di cui tener conto. I venti che arrivavano dal vicino circolo polare artico erano violenti, selvaggi, infidi: riuscivano ad alzare e abbassare il livello delle acque del lago Ladoga anche di più di un metro. Come immaginare di costruire una strada di ghiaccio, con certe variabili? Una strada che doveva essere lunga almeno 48 chilometri, e che oltre alla precarietà insita nell'idea stessa di scolpire una strada nel ghiaccio, avrebbe dovuto fronteggiare altri rischi del tutto inusuali per le pacifiche vie di comunicazione; come le bombe sganciate dagli aerei della Luftwaffe, ad esempio; o dalle batterie di artiglieria della Wermacht, ormai arrivate quasi alla porta della città; per non parlare di un intero, spaventoso esercito che avrebbe cercato in tutti i modi di distruggerla.



1 *La Neva ghiacciata.*

Ma nonostante tutto questo, occorre prendere le misure. Reggerà il ghiaccio invernale? Fino a che periodo dell'anno riuscirà a sostenere i camion e i loro carichi? E riusciranno, quando l'inverno sarà passato e la Strada della Vita tornerà ad essere liquida, riusciranno le navi, le barche, i navigli a mantenere il contatto con la città assediata? Soprattutto, riuscirà la città assediata ad arrivare alla fine di questo terribilissimo inverno 1941?

Leningrado ce la farà. Supererà l'inverno del 1941-1942 e anche quello del 1942-1943, e perfino una buona metà di quello del 1943-1944. Sopravvivrà per 872 giorni, dall'otto settembre 1941 al 27 gennaio 1944; ma per quella sopravvivenza pagherà il prezzo più alto mai pagato nella storia da una singola città.

2 *San Pietroburgo, oggi*

Adesso si chiama San Pietroburgo, il nome con cui la battezzò lo zar Pietro il Grande quando la fondò nel 1703: l'intento del fondatore era quello di donare alla Russia una città "occidentale", e non solo dal punto di vista geografico. E chissà, forse proprio per rimarcare questo desiderio di occidentalizzazione Pietro usa sia il termine "*Sankt*" sia il suffisso "*burg*" alla tedesca, piuttosto che il più ovvio e naturale – dal punto di vista russo – "*grad*": così la città nasce come *Sankt-Petersburg*. Ma è una città destinata a cercare la sua identità più in sé stessa che nel suo nome: i suoi abitanti e i personaggi dei grandi classici della letteratura russa la chiameranno quasi sempre con il nome abbreviato in "Pietroburgo[1]", perdendo il prefisso santificatore; forse per normale desiderio di abbreviazione generato dall'uso frequente, forse per celebrare più lo zar fondatore che l'apostolo protettore.

Nel 1914, alla vigilia della Grande Guerra quando l'Impero Russo sta per scontrarsi con la Germania, lo zar Nicola II Romanov decide di rimediare al filogermanesimo implicito nel nome della sua capitale e decreta il cambio di nome[2]: non più San Pietroburgo, ma un diretto e russissimo Pietrogrado. Nome che, peraltro, la città indosserà per dieci anni appena, e per un decennio particolarmente movimentato per la Russia: prima la Grande Guerra, poi due grandi rivoluzioni (scoppiate entrambe proprio sulle rive della Neva), e quindi la nascita dell'Unione Sovietica, lo scontro interno e fratricida fra le armate Bianca e Rossa, e i molti tentativi delle altre nazioni di riportare il neonato stato comunista al precedente regime zarista. Ma l'Armata Rossa bolscevica resiste, e l'Unione Sovietica inizia i settant'anni della sua vita; ed è per questo che, appena cinque giorni dopo la morte del suo fondatore, l'URSS decide di battezzare la sua più prestigiosa città nel suo nome.

Più tardi, nel 1991, dopo il crollo dell'Unione Sovietica, un referendum tra i residenti deciderà di tornare alla primissima denominazione, San Pietroburgo[3]: ma nel 1941 tutto

[1] Basti citare i "*Racconti di Pietroburgo*" di Gogol'. Il titolo in lingua originale suona in realtà come "*Racconti pietroburghesi*", ma la semplificazione del nome si ritrova anche fuori dalle aggettivazioni, e in molti autori diversi.

[2] Rinnegare vecchi nomi troppo carichi di significato nemico, soprattutto alla vigilia di una guerra che si preannuncia epocale, non è una caratteristica solo delle città sovietiche: ancora più significativo, ad esempio, può essere considerato il cambio di nome della dinastia regnante inglese. La Regina Vittoria è stata la più famosa rappresentante della dinastia Hannover, ma quando si sposò con il suo adorato principe consorte Alberto, decise che la dinastia reale inglese prendesse il nome del casato di quest'ultimo, ovvero "Sassonia-Coburgo-Gotha". Il triplice nome dinastico rivela in pieno la sua ascendenza e origine tedesca (come, del resto, già faceva il precedente "Hannover"), composto com'è da tre toponimi della Germania; e nel 1917, nell'anno più difficile della Prima Guerra Mondiale, re Edoardo VII sente l'esigenza di cancellare ogni traccia di affiliazione con l'odiato nemico. Sceglie il nome di Windsor in onore della città che ospita il famoso castello della famiglia reale, anche se la scelta offrirà il destro a Guglielmo II di Germania, imperatore nemico seppur parente abbastanza stretto della corona inglese, di dichiarare la sua intenzione di rinominare la famosa commedia di Shakespeare "*Le allegre comari di Windsor*" in "*Le allegre comari di Sassonia-Coburgo-Gotha*".

[3] Altre città russe hanno cambiato nome senza bisogno di ricorrere a referendum popolare, ma il prestigio e la fama di San Pietroburgo impedivano una scelta imposta dall'alto. Agli abitanti fu chiesto di scegliere tra San Pietroburgo, Pietrogrado e Leningrado, e il nome attuale vinse con il 54% delle preferenze. Abbastanza curiosamente, lo stesso referendum ha però sancito che l'*oblast'* (distretto, provincia) mantenesse il nome

il mondo la chiama Leningrado, e forse parte dell'accanimento che Hitler le riversa addosso dipende anche da questo nome.

3 *Mappa finta, ipotetica, ma abbastanza accurata di come poteva essere la zona di San Pietroburgo nel caso di vittoria delle forze tedesche nella WWII.*

Le parole hanno un peso, e i nomi sono parole di speciale importanza: ad esempio, è storicamente assodato che la testardaggine con cui Hitler l'anno successivo pretenderà anche la caduta di Stalingrado (oggi Volgograd), nella sanguinosissima battaglia del 1942-43, dipendeva anche dall'incrollabile proposito di radere al suolo la città che portava il nome del suo acerrimo nemico e non soltanto dalla cruciale importanza industriale e strategica della città sul Volga, ultimo baluardo sulla strada dei pozzi petroliferi del Caucaso. Forse qualcosa del genere ha stimolato anche l'inaudita ferocia che colpì Leningrado: c'è chi ventila addirittura l'ipotesi che, una volta conquistata dalla Wermacht, la città avrebbe assunto il nuovo nome di *Adolfsburg*[4] o *Hitlerstadt*; vera o falsa che sia, è invece del tutto certo che Adolf Hitler era sicurissimo della conquista, al punto di aver fatto stampare gli inviti per un grande ricevimento celebrativo della vittoria da tenersi nel più lussuoso albergo della città, l'Hotel Astoria.

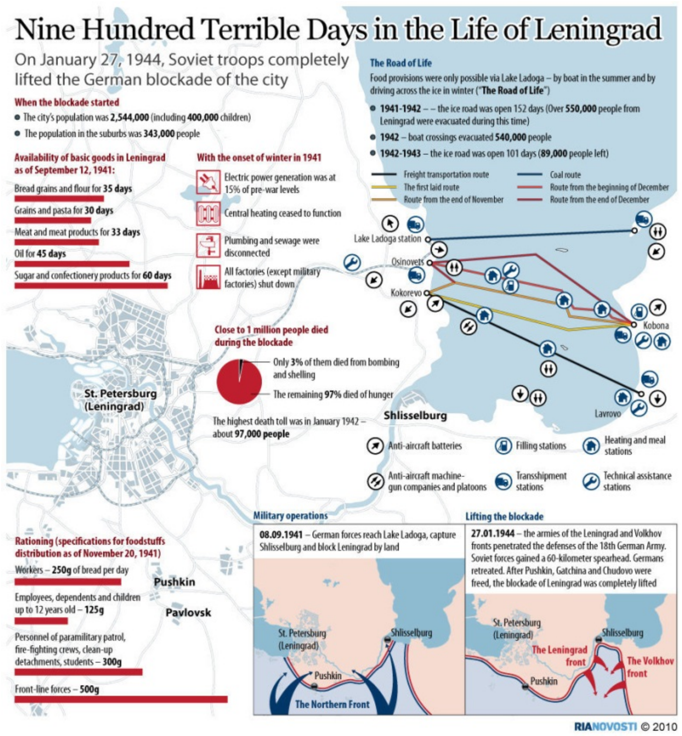
Il ricevimento non si tenne mai, la conquista non ci fu, Leningrado non cadde. Ma caddero i leningradesi, e caddero letteralmente a milioni. La Germania hitleriana dà il via all'Operazione Barbarossa, quella dell'attacco verso l'Unione Sovietica, il 22 giugno del 1941, ma Hitler aveva firmato l'ordine di preparazione già nel dicembre 1940. La strategia di attacco è la stessa che i tedeschi hanno messo in atto con grande successo nell'Europa Occidentale: la *Blitzkrieg*, la guerra-lampo. La Wermacht avanza rapidamente, e nel giro di poco più di due mesi è già in grado di raggiungere Leningrado: le linee difensive russe riescono a fermarla quando sono ormai a pochissimi chilometri dalla città. L'otto settembre 1941 comincia uno dei più lunghi (e certo il più sanguinario), assedi della storia[5]. I nazisti non riescono ad entrare in città, come si aspettavano, ma nel frattempo continuano la marcia verso est: conquistano territori, e soprattutto occupano la riva meridionale del Lago Ladoga, isolando così da sud e da est la città. L'isolamento da nord viene attuato dai finlandesi, alleati per l'occasione con la Germania, che volevano regolare con l'URSS i conti aperti nella recentissima "Guerra d'Inverno", in cui i sovietici avevano attaccato la Finlandia e occupato diversi territori oltre il confine della nazione baltica.

Leningradskaja Oblast', e così, almeno in un certo senso, si può dire che San Pietroburgo si trova in provincia di Leningrado.

[4] La tesi dell'intenzione tedesca di ribattezzarla Adolfsburg è stata sostenuta dal giornalista sovietico Lev Bezymenski.

[5] Il secondo in classifica, per durata, se si considerano le città capitali. È abbastanza sorprendente che il detentore di questo lugubre primato spetti sempre ad un assedio del Novecento che è ancora più vicino a noi sia in termini di spazio che di tempo: l'assedio di Sarajevo è durato dal 1° settembre 1992 al 29 febbraio 1996, per 1277 giorni. E sì che la strategia dell'assedio viene istintivamente associata a guerre antiche, quasi arcaiche.

Leningrado è isolata, almeno per le vie terrestri: il lago Ladoga è grande, il più grande del continente europeo, e la gran parte delle sue coste è ancora in mano sovietica, e quindi è possibile immaginare di organizzare una "via d'acqua" con barche e navigli per rifornire la città, ma i convogli navali sono fragili, lenti, difficoltosi e soggetti agli attacchi aerei e delle motosiluranti[7]. Si organizzerà lo stesso, naturalmente, e attraverso di essa si manterrà il tenue filo di connessione tra Leningrado e la madrepatria: ma permane il problema maggiore, e cioè che questa soluzione è praticabile solo nei mesi estivi. Per gran parte dell'anno, l'acqua del lago Ladoga rimane ostinatamente nello stato solido, non in quello liquido.



4 *Mappa dell'assedio con evidenziate le "vie di ghiaccio"* [6].

D'inverno, Leningrado vive i giorni peggiori di tutta la sua storia; anche se i suoi soldati resistono oltre ogni immaginabile previsione, bloccando l'esercito più forte del mondo che dista oramai a malapena quattro chilometri dalla città; anche se i cittadini fanno del loro meglio per non cambiare abitudini e comportamenti, per quanto possibile. Già prima che la tenaglia dell'assedio si chiudesse, molti dei cinque milioni di abitanti vennero trasferiti, e più di un milione lo fecero anche successivamente, proprio attraversando il Ladoga: tra questi gran parte degli scienziati e degli accademici, e naturalmente quanta più popolazione possibile, con precedenza ai più fragili. Ma cinque milioni di abitanti sono tanti, troppi, perché gli evacuati possano controbilanciare il gran numero di persone costrette a rimanere nel cerchio dell'assedio. E fingere che la situazione sia quasi normale diventa sempre più difficile: anche se Dmitrij Šostakovič riuscirà a comporre la sua settima sinfonia "*Leningrado*" dedicandola proprio alla città-martire, anche se la sinfonia verrà eseguita per la prima volta proprio a Leningrado mentre piovono le bombe tedesche, è difficile anche solo provare a immaginare quanto doveva essere critica la situazione generale della città.

[6] Si vede meglio qui: https://sputniknews.com/military/201711221059344699-leningrad-siege-road-of-life/

[7] Capita spesso di dimenticare il ruolo dei finlandesi, quando si parla dell'assedio di Leningrado. Probabilmente perché i nazisti, nell'immaginario collettivo, conquistano il monopolio della ferocia ingiustificata. Più obiettivamente, si deve riconoscere alla Finlandia quantomeno che l'intervento era dettato dal desiderio di rivalsa rispetto all'invasione sovietica di appena un paio di anni prima, e di riconquistare i territori perduti in quel conflitto. Ancora più legittimamente, va riconosciuto ai finnici che, pur partecipando all'obbrobrio dell'assedio, si rifiutarono di continuare il bombardamento sulla città nonostante le forti pressioni tedesche, che volevano a tutti i costi ridurla in macerie. I Finlandesi si fermarono non appena i territori da loro persi nella "Guerra d'Inverno" furono riconquistati. E se il ruolo dei finlandesi è spesso dimenticato, quello degli italiani è quasi del tutto ignorato: eppure nell'estate-autunno del 1942 sul Ladoga i tedeschi istituirono la "*Flottiglia Internazionale K*" con l'intenzione di interrompere le linee di comunicazione sulla "via d'acqua" utilizzata dai sovietici; oltre a tedeschi e finlandesi, ne faceva parte anche la Regia Marina, rappresentata dalla XII MAS.


5 *Una sala dell'Ermitage durante l'Assedio*

Anche se i professori e le guide dell'Ermitage, nonostante tutte le tele del museo siano state portate vie in luoghi lontani e sicuri, continuano a far lezione a studenti e cittadini di fronte alle cornici vuote, descrivendole a memoria e facendole immaginare agli ascoltatori, non è possibile immaginare quale doveva essere lo spirito – al tempo stesso disperato e sognante – di coloro che seguivano quelle lezioni. Anche se nei loro laboratori i pochi scienziati rimasti in città – soprattutto chimici e biologi – lavoravano alacremente nel disperato tentativo di sintetizzare dalle loro storte e provette qualcosa di realmente commestibile per nutrire la popolazione denutrita, non è minimamente immaginabile cosa dovesse essere quella fame.

La razione di cibo per abitante era fissata in 250 grammi di pane al giorno per ogni adulto, 125 grammi per ogni bambino. Razione insufficiente a restare in vita, anche se si fosse trattato di vero, buon pane; ma in realtà quello che si riusciva a fornire ai leningradesi era solo un simulacro di pane: era fatto con crusca, bucce, vinacce, aghi di pino, talvolta perfino segatura e appena un po' di farina. E, a peggiorare un quadro che sembra impossibile da peggiorare, quello del 1941 fu uno degli inverni più freddi e rigidi della storia della città.

Nel film "*La Casa Russia*", che è il secondo[8] film occidentale girato in Russia dopo la Perestrojka, nel 1990, c'è una scena in cui si vede Sean Connery, editore-spia inglese, decidersi a dichiarare tutto il suo amore a Michelle Pfeiffer (russa, amica di uno scienziato dissidente), nonostante lo zio della signora stia raccontandogli qualcosa con un fiume ininterrotto di parole che l'inglese, ovviamente, non capisce affatto. Evasa la parentesi romantica, Connery infine chiede alla Pfeiffer: "*Ma di cosa sta parlando, tuo zio?*", e lei risponde più o meno: "*Parla sempre dell'assedio*". E non è difficile credere che sia scena realistica, anche mezzo secolo dopo i fatti, perché deve essere davvero impossibile per i sopravvissuti dimenticare, o trovare altri argomenti degni di memoria o conversazione. Negli inverni dell'assedio, a Leningrado si muore.

Si muore di bombe, si muore di freddo, ma soprattutto si muore di fame. Si muore per strada, e si viene raccolti da altri disperati che caricano i cadaveri sui carretti, in uno scenario anche peggiore di quello descritto dal Manzoni ne "*I Promessi Sposi*", nelle pagine sulla peste. Si muore in tanti, così tanti che è davvero difficile tenere il conto. Si muore uno dopo l'altro, come i foglietti volanti del calendario, o meglio ancora come le tessere del domino, come ricordano le poche pagine dell'undicenne Tanya Savicheva, che registrava solo i giorni in cui morivano i membri della sua famiglia: sorella-nonna-fratello-zio-zio-mamma, fino all'ultima pagina che riporta solo "*Sono morti tutti. Resta solo Tanya.*".

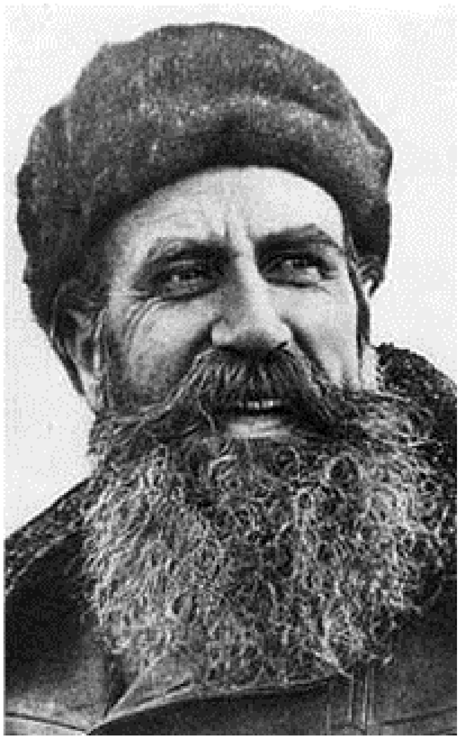
Nel periodo peggiore, l'inverno 1941-42, sembra che morissero circa centomila persone al mese. Ma è difficile tenere i conti, specie i conti dei morti: il numero dei soldati sovietici morti o dispersi nella difesa di Leningrado viene oggi valutato in poco più di un milione, i civili, tra vittime dell'assedio e dell'evacuazione, ammontano a un altro milione abbondante. E ai due milioni di cadaveri russi si possono aggiungere anche i circa seicentomila caduti tedeschi. Difficile, faticoso, doloroso tenere i conti.

[8] Per completezza d'informazione: il primo è stato "Danko", con Jim Belushi nella parte del poliziotto americano e Arnold Schwarzenegger in quella del poliziotto russo.

6 *La Strada della Vita*

Ma i conti bisognava pur farli, come raccontano gli appunti di quell'ingegnere sovietico. Conti e misure sullo spessore e la resistenza del ghiaccio, perché quelli che non sono morti a Leningrado lo devono soprattutto proprio a quella strada costruita sul ghiaccio, ai quei camion che correvano sullo strato sempre più sottile e liquido, sotto il fuoco degli aerei e i proiettili dell'artiglieria. A Leningrado lo sanno benissimo: per quanto siano pochi i rifornimenti che riescono ad arrivare, sono quei pochi che consentiranno a chi sopravvivrà di chiamarsi "sopravvissuti", ed è per questo che quella fragile strada di ghiaccio viene subito chiamata "Strada della Vita".

Del resto, i russi hanno sempre avuto una certa familiarità con il ghiaccio, e studiarne le caratteristiche era attività che facevano anche quando non era l'emergenza bellica a richiederlo. Un grande esperto di ghiaccio e dei viaggi su di esso era diventato una vera celebrità per le sue eroiche esplorazioni nell'estremo nord del pianeta. Quasi a marcare la tradizionale ironia del destino, era un russo, ma la sua origine e il suo nome erano evidentemente tedeschi. E, manco a dirlo, era un matematico.



7 *Otto Schmidt*

Otto Yulyevich Schmidt nasce il 30 settembre 1891 a Mogilev[9], la terza città più grande della Bielorussia, dopo Minsk e Homel'. La sua famiglia è tutt'altro che benestante: originaria della Curlandia, regione storica della Lettonia, campa da generazioni grazie a piccoli e faticosi commerci che la costringono a continui spostamenti e migrazioni. Così, il fatto che Otto dimostri fin da bambino una grande predisposizione e un ancor più grande desiderio di istruirsi è un problema per gli scarsi introiti finanziari dei genitori: immaginavano di poter tirar su un figlio da avviare alla vita da mercante, come la loro, non si aspettavano di dover affrontare le spese di una buona istruzione. Ma sono bravi genitori, e fanno tutto quanto necessario per consentire ad Otto un brillante futuro. Da parte sua, Otto non li delude: inizia la sua istruzione a Mogilev, all'età di nove anni, entrando direttamente al secondo anno del ginnasio; continua ad Odessa, dove la famiglia si trasferisce, e si fa notare perché chiede al preside se può organizzargli un corso di greco antico: e il povero preside riesce perfino ad accontentarlo, trovando un insegnante che avrà solo lui come studente. I genitori devono muoversi ancora, andare da Odessa a Kiev, ma Otto non perde molto nel suo percorso di formazione: studia ormai più da solo che a scuola, e al compimento del suo diciottesimo compleanno si diploma al Liceo Classico di Kiev con la medaglia d'oro degli studenti modello, e si iscrive subito dopo alla facoltà di Matematica e Fisica dell'Università di Kiev.

[9] La Bielorussia, o Russia Bianca, non è propriamente Russia: ai tempi dello Zar faceva parte dell'Impero Russo, e in quelli dell'URSS era naturalmente una delle quindici repubbliche socialiste sovietiche.

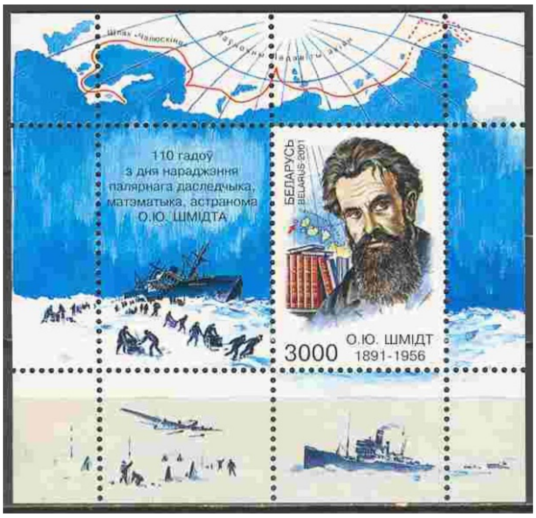
All'università, la storia non cambia di molto: anche Kiev è il centro principale dell'Algebra di tutte le Russie, anche se tra i suoi professori si trovano i migliori accademici dell'Impero, lui continua a studiare in modo quasi maniacale, rinunciando alle ore di sonno e ai normali desideri dei ventenni. Perché non ha neppure vent'anni, è solo al secondo anno universitario, quando Dimitri Aleksandrovic Grave, colpito dal giovanotto, lo esorta a cominciare subito a fare ricerca senza attendere la laurea. Così, Schmidt si ritrova a pubblicare tre memorie di ricerca – una delle quali otterrà anche una menzione speciale, prima di completare gli studi universitari.

Sembra proprio il preludio di una carriera densa di onori, tranquillamente e felicemente divisa tra ricerca, famiglia e insegnamento, come quasi tutte le carriere degli accademici di successo. E se la prima parte della previsione è azzeccatissima, perché gli onori non gli mancheranno di certo, la seconda parte è del tutto fuori misura, perché la vita di Otto Yulyevich Schmidt di può definire in molti modi, ma certo non "tranquilla e poco avventurosa". Inizia come ci si può facilmente aspettare: si laurea, prende il master, acquisisce il titolo di professore, scrive una monografia sulla Teoria dei Gruppi che sarà tradotta e a lungo ristampata, e nel 1913, ventiduenne, si sposa con Vera Yanitskaia. Inizia ad insegnare, ma l'anno successivo è il terribilissimo 1914, e l'Ucraina, dove risiede, è terra di frontiera e di fronte con l'Impero Austro-Ungarico. Nei primi tre anni di guerra si ritrova a ricoprire ruoli non più soltanto accademici, ma anche politici: appartiene alla Società per gli Insegnanti di Alta Educazione di Kiev, e finisce con il dover organizzare i rifornimenti – per meglio dire i razionamenti – di tutta la città. All'inizio del 1917 viene chiamato al Congresso Nazionale per l'Alta Istruzione di Tutte le Russie che si tiene a Pietrogrado, e così è proprio nella città culla della Rivoluzione, quando la Rivoluzione esplode. Durante la prima rivoluzione, quella di Marzo, era diventato funzionario del "Ministero per l'Alimentazione": la successiva e definitiva rivoluzione d'Ottobre dismette quel Ministero, sostituendolo con il "Commissariato del Popolo per il Cibo", e Otto riceve l'incarico di dirigerne una divisione. Assume poi incarichi nel Commissariato del Popolo per l'Educazione, e si impegna a progettare diversi sistema di riforma del sistema educativo nazionale.

E continua così, da autentico eroe sovietico: nel 1921 dirige l'editoria di stato relativa alle pubblicazioni scientifiche, e lo fa così bene da ricevere, l'anno successivo, l'incarico di direttore responsabile della Grande Enciclopedia Sovietica. Nel 1923 è professore di Matematica a Mosca, dove diventa rapidamente il capo del Dipartimento di Algebra. La carriera di tranquillo docente è esplosa, si è trasformata, sotto il nuovo regime, anche in un ruolo politico, oltre che scientifico, ed è strapiena di impegni. Può sembrare abbastanza, come cambio di rotta, e questo avrebbe forse potuto anche essere vero, se non fosse che Otto, da piccolo, aveva sofferto di tubercolosi.

È per curare l'antica tubercolosi che Schmidt va nel Tirolo austriaco, nel 1924: i medici gli prescrivono, come parte della cura, delle ascensioni in montagna, e queste gli piacciono al punto di diventare in breve un appassionato alpinista. Finisce addirittura con l'organizzare una spedizione austro-sovietica nel Pamir, scoprendo così anche la sua identità di avventurosa esploratore. Né la malattia né la nuova passione rallentano la sua produzione scientifica, e sì che di esplorazioni comincia ad organizzarne di importanti: nel 1928 è il responsabile di una spedizione sulla rompighiaccio *Sedov* diretta alla Terra di Francesco Giuseppe, nel Mar di Barents; due anni dopo la ripete con la stessa nave, e raggiunge l'arcipelago Severnaya Zemlya, dove un'isola ancora sconosciuta viene battezzata con il suo nome. Nel 1932 tenta l'impresa dal sapore antico di percorrere via mare tutto il tratto tra l'Europa e lo Stretto di Bering, insomma di trovare il "Passaggio a Nord-Est"; e ci riesce, nonostante la rompighiaccio *Sibiriakov* abbia perso tutto il carburante verso la fine del tragitto: lo Stretto di Bering viene attraversato a vela, e il porto di Vladivostok viene raggiunto alla stessa maniera.

È ormai un eroe nazionale, un vero idolo popolare: le ragazze appendono sulle pareti le sue foto ritagliate dalle riviste, e quando porta a termine anche l'impresa di andare verso l'Artico in aeroplano, atterrando ad appena quindici chilometri del Polo Nord e installandoci una stazione di ricerca scientifica, al ritorno trova Stalin e mezzo Politburo ad aspettarlo con l'Ordine di Lenin in mano.



8 *Francobollo celebrativo bielorusso per Otto Schmidt*

Deve però essere uno dei pochi momenti in cui Stalin gli concede un sorriso: per quanto rivoluzionario sovietico entusiasta e della primissima ora, Otto Schmidt non ha mai provato simpatia per il successore di Lenin, né per la sua strategia politica ed economica. Stalin ricambia cordialmente, ed è ancora poco chiaro come Schmidt sia riuscito a non rimanere vittima delle spietate epurazioni staliniane.

Non c'è quasi onorificenza che Schmidt non raccolga: tre Ordini di Lenin, due Ordini della Bandiera Rossa, un Ordine della Stella Rossa, e molti altri. Forse è ancora più significativo che adesso la maggiore onorificenza scientifica per le ricerche e lo sviluppo dell'Artico prenda il suo nome.

Tra le mille altre attività, Otto Yulyevich Schmidt è stato naturalmente anche membro dell'Accademie delle Scienze dell'URSS, e nel 1939 ne diventa vice-presidente. Allo scoppio della Seconda Guerra Mondiale, gli viene assegnato il difficilissimo e delicato incarico dell'evacuazione e ricollocazione del personale e delle istituzioni accademiche durante la grande invasione nazista.

Non è difficile immaginare quanto abbia dovuto tener in conto, quanto gli deve essere stata preziosa la "Strada della Vita".

2. Problemi

2.1 ...in che anno siamo?

Nel senso che questo è uno di quei problemi che ve li ritrovate "con dentro l'anno": se volete risolverlo con come dato l'anno corrente fate pure (e se volete risolverlo con l'anno originale sappiate che era il 2011), ma a noi pare più interessante (e, data l'ambientazione, anche meno faticoso) risolverlo per un n generico.

Il nostro ormai mitico giardino è trasformato ormai in un n-agono piuttosto approssimativo, nel senso che non si sogna neppure di essere regolare ma è sicuramente convesso. L'ultima idea dal punto di vista della piantumazione è di tenerlo tutto ad erba *[applausi entusiastici da parte dei due giardinieri deputati]*, con "solo" *[e qui già marca male]* qualche diagonale tracciata con dei fiori monocromatici: non solo, ma quando si traccia una nuova diagonale si chiede che incroci al più una delle diagonali già presenti, e nel punto di incrocio la richiesta è di mettere un singolo fiore dal colore contrastante.

Come d'uso, per valutare la dimensione del lavoro, Rudy e Doc *[certo: chi credete fossero, i giardinieri?]* misurano n, ma (sempre come d'uso) ottengono due risultati diversi (giustappunto, 2011 e 2019), e decidono quindi di stimare il lavoro per un generico n.

La domanda (che giriamo a voi, visto che noi siamo occupati a nasconderci) è: quanto dovremo lavorare, *al massimo*? Ossia, qual è il numero massimo di diagonali soggiacenti alla condizione data che si possono tracciare?

"...e ti pare un problema da tre pipe?". Beh, la soluzione (bruttissima) che ho vale a malapena due pipe: trovarne una migliore mi pare impresa non facile e meritevole.

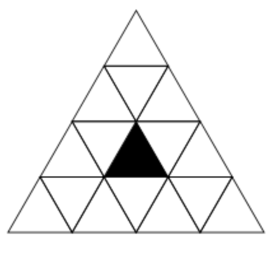
No, quella brutta non ve la dico.

2.2 Chi vince?

Premettiamo che siamo sempre piuttosto contenti del fatto che ci facciate notare con molta grazia eventuali errori presenti nella formulazione dei problemi e, se non lo ammettiamo pubblicamente, è solo per il fatto che riuscite a trovare la versione corretta e la risolvete. Siamo quindi felici di presentarvi un problema nel quale l'errore (piuttosto grossino, tra l'altro) è passato agilmente inosservato e tutti hanno risolto "quello sbagliato". Oh, la storia è vera.

Siccome "Rudi Ludi" (altrimenti noto come "In teoria, è un gioco!") lo conoscete tutti perfettamente a memoria anche dal basso all'alto e da destra a sinistra, non staremo qui a ricordarvi che analizzare un gioco in versione *misère* è di solito molto più complesso che analizzarlo nella versione "diretta" *[ah, ve lo abbiamo detto lo stesso? Beh, fatevi delle domande e datevi delle risposte (RdA)]*. Ad un'importante gara di matematica, per errore, è stata presentata la versione misère del problema, mentre la soluzione che avevano i commissari era relativa alla versione diretta. Durante il controllo delle soluzioni ci si è accorti della topica, e con una nonchalance che non esitiamo a definire orwelliana è stato cambiato il testo del problema: la versione ufficiale, oggi è quella misère, che vi presentiamo qui di seguito.

Doc e Alice (gli unici due del gruppo abilitati al maneggio di oggetti pericolosi quali un paio di forbici) partono da un foglio di carta triangolare disegnato come indicato nella figura qui a fianco.



9 *Tagliare, tagliare!*

Il primo giocatore taglia lungo una linea con un taglio *completo* (devono venir fuori due pezzi), e consegna il pezzo contenente il triangolo nero al secondo giocatore, che taglia lungo una linea con un taglio completo e consegna il pezzo contenente il triangolo nero...

E avanti così.

Vince il giocatore *[...e qui casca il Prof, come devono aver pensato i concorrenti]* che *riceve il solo triangolo nero*, ed è impossibilitato ad effettuare tagli. Esiste una strategia vincente per il primo giocatore?

Chiaramente, un *misère*, e a questo punto ci chiediamo quanto sia diversa la strategia nella versione *diretta*.

3. Bungee Jumpers

Mostrate che ogni termine della sequenza:

$$49, 4489, 444889, 44448889, \ldots, 4\underbrace{4\ldots4}_{n}\underbrace{8\ldots8}_{n}9, \ldots$$

è un quadrato perfetto.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Settembre!

Tempo di ritorni, ma noi torniamo ad essere in ritardo imperdonabile. Le soluzioni che mancano qui le riprendiamo appena possibile, promesso.

4.1 [247]

4.1.1 Divagazione

Per parlare di scacchiere e di circuiti hamiltoniani il Capo è partito da lontano, ma il problema si scrive in poche righe:

> *Prendiamo tutte le scacchiere generiche m×n, m≤n , con la casella in basso a sinistra bianca. Sia $B_{m,n}$ il grafo di tutte le possibili mosse di un alfiere bianco sulla suddetta scacchiera. Per quali valori di m e n il nostro grafo ammette un circuito hamiltoniano?*

In agosto siamo andati parecchio lunghi con l'uscita del numero, potete immaginarvi la nostra sorpresa nel trovare in pochi giorni già tante soluzioni. Cominciamo subito con ***Alberto R.***:

> Il problema mi sembra troppo facile sicché non riesco a fugare il sospetto di non averlo capito, ma siccome non sono previste sanzioni pecuniarie né frustate sul sedere per chi scrive cavolate, coraggiosamente vi rispondo.
>
> In un grafo un circuito hamiltoniano parte da un vertice, tocca ogni altro vertice una sola volta e ritorna al vertice di partenza.
>
> Nel nostro caso la 'casella bianca in basso a sinistra' è, per il grafo, un vertice di grado 1, visivamente è la punta di una "Antenna", perciò la chiameremo casella A; infatti essa si collega al resto del grafo solo attraverso un'altra casella, la Base dell'antenna, che, quindi, chiameremo casella B. La casella A non può essere la iniziale/terminale del circuito perché in tal caso visiteremmo la casella B due volte: all'inizio quando usciamo da A e alla fine quando vi rientriamo. Ma non può essere neanche una casella di transito perché anche in questo caso passeremmo per B due volte: per entrare in A e per uscirne dovendo proseguire il nostro viaggio.
>
> Conclusione: un alfiere bianco non può percorrere un circuito hamiltoniano su nessuna scacchiera che abbia una casella d'angolo bianca (eccetto il caso banale di una scacchiera 2×2).
>
> Se invece non ci sono caselle d'angolo bianche la cosa può essere possibile, ad esempio su una scacchiera 3×3 con le caselle d'angolo tutte nere.
>
> Una precisazione:
>
> Ho interpretato il testo del problema nel senso che, quando l'alfiere va da una casella a un'altra si suppone che sia transitato per tutte le caselle intermedie. Ciò in quanto, a differenza del cavallo, l'alfiere non salta. Se invece l'intento segreto

degli autori era quello di considerare "visitate", ai fini del ciclo hamiltoniano, solo le caselle di arrivo e di partenza, allora vuol dire che, questa volta, i Rudy hanno raggiunto il loro scopo che, notoriamente, consiste nel proporre un problema per ricevere la risposta a un altro problema ☺.

Ehe – il nostro ci conosce ormai troppo bene… anche se nessuno sa mai che cosa vuole ottenere il Capo. Della stessa opinione è ***Valter***:

Direi 1×1, 1×2 e 2×2; dopo mi pare non sia più possibile; sono però casi "degeneri", se così posso dire. Mi pare che, comunque, soddisfino la definizione di "Circuito Hamiltoniano" per com'è stata esposta: "… *in modo tale che tocchi una e una sola volta tutte le caselle ritornando a quella di partenza*". Se fosse un "Cammino Hamiltoniano" non chiuso, andrebbe bene anche qualsiasi scacchiera di tipo $2\times n$. Provo a giustificare sia riguardo al "Cammino Hamiltoniano" che al "Circuito Hamiltoniano".

Per il "Cammino Hamiltoniano" con scacchiera $2\times n$ si parte in basso a destra procedendo poi a ZigZag.

Considero ora una generica scacchiera $m\times n$ con: $m\leq n$, $m>2$ e la casella in basso a sinistra bianca. Per compiere un "Circuito Hamiltoniano" l'alfiere dovrebbe entrare per poi uscire da tale casella. C'è un'unica casella da cui può entrarci, dovendo quindi poi uscirci, la toccherebbe una seconda volta.

Resta da mostrare che un "Cammino Hamiltoniano" non è possibile per tali tipi di scacchiere.
Le caselle d'angolo bianche avendo una sola "entrata/uscita" devono essere quelli di partenza/arrivo.

Se m ed n sono dispari tutte e quattro le caselle d'angolo sono bianche e quindi la cosa non è possibile.

Negli altri casi: pari/dispari, dispari/pari e pari/pari, ci sono sempre solo due caselle d'angolo bianche. Dovendo partire da una di esse vi è un'unica casella verso cui l'alfiere può poi proseguire il cammino. Da tale casella ha quindi la possibilità di dirigersi in tre direzioni: due sui lati e una verso il centro. Comunque si muova lascia due caselle, se va verso il centro, o una sola con un unico punto di entrata. Ci si ritrova, quindi, contando anche l'altra casella d'angolo bianca, con tre o due caselle di arrivo.

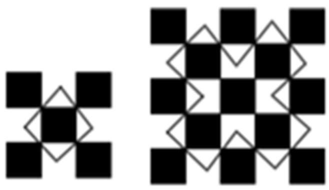
Ho poi considerato cosa può fare l'alfiere bianco nel caso in cui la casella in basso a sinistra sia nera. Imponendo, come richiesto dal problema $m\leq n$, sia m che n, ovviamente, devono essere maggiori di uno.

Ho individuato tre scacchiere in cui è possibile compiere un "Circuito Hamiltoniano", sono: 2×2, 3×3 e 5×5.

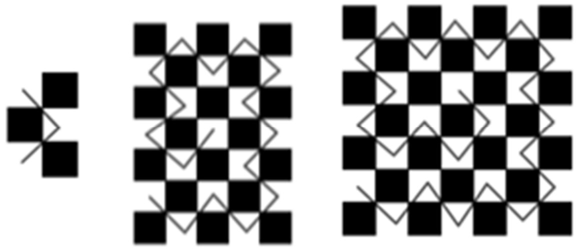
Per il "Cammino Hamiltoniano" invece: $2\times n$ con n qualsiasi e $m\times n$ con $m = n$ oppure $m = (n$ meno 2). Si può, inoltre, compiere un "Cammino Hamiltoniano" accostando opportunamente queste scacchiere. P.e.: alternando una $2\times n$ con una delle altre, con due o più 3×3, con due o tre 5×5, con due $m\times n$ e $n>5$.

Il caso della scacchiera $m\times n$ con $m = (n$ meno 2) si ottiene sovrapponendone una $m\times m$ con una $m\times 2$.

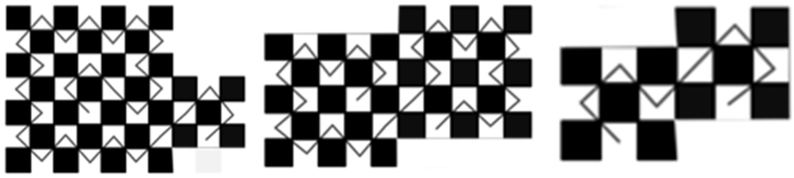
Propongo alcuni disegni per cercare di spiegarmi meglio. "Circuiti Hamiltoniani":



"Cammini Hamiltoniani":



… accostando opportunamente scacchiere:



Niente male, vero? Passiamo al secondo problema.

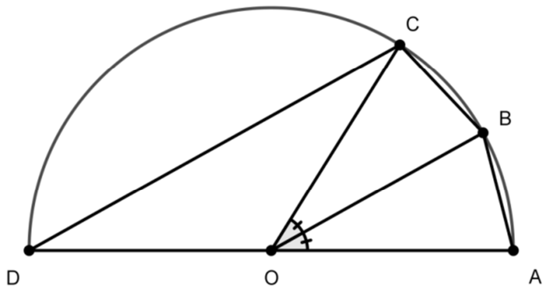
4.1.2 ...e adesso, TUTTI IN GIARDINO!

Certo, problemino geometrico, ci vuole un'aiuola:

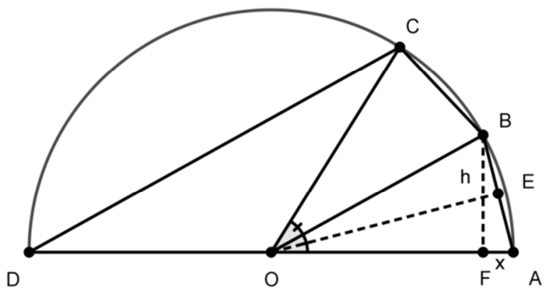
> *Abbiamo un'aiuola perfettamente circolare di diametro d, intero, all'interno della quale costruiamo una subaiuola definita come il quadrilatero ciclico ABCD per cui AD=d, AB=BC=a, CD=b con a, b, d interi e a≠b. Sul lato AD vorremmo poi piantare, a distanze uguali tra loro e anch'esse intere e maggiori di uno, una serie di alberelli. Per quali valori di d non potremo costruire l'aiuola alle condizioni suddette? E qual è il valore di d minimo per il quale possiamo costruirla?*

E a volte ritornano i nostri lettori e solutori, e a noi fa sempre piacere. È il caso del ***Panurgo***:

> Il lato d del quadrilatero è un diametro del cerchio: questo significa che il quadrilatero stesso è tutto contenuto in un semicerchio. Meglio, sparagniamo spazio con le figure!



> I segmenti AB e BC sono congruenti ($\overline{AB} = \overline{BC} = a$) per cui gli angoli in O sono pure congruenti dato che corde uguali sottendono archi uguali. Ne consegue che l'angolo AOC è doppio dell'angolo AOB.



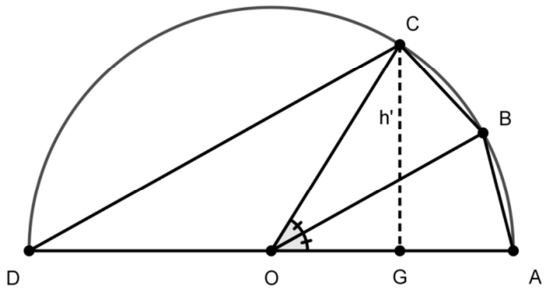
I triangoli AEO e ABF sono simili (sono triangoli rettangoli con un secondo angolo in comune) quindi OA:AE = AB:AF ovvero

$$\frac{d}{2}:\frac{a}{2}=a:x$$

$$\Rightarrow \quad \overline{AF}=x=\frac{a^2}{d}, \quad \overline{\mathrm{OF}}=\frac{d}{2}-x=\frac{d^2-2a^2}{2d}, \quad \overline{BF}=h=\sqrt{a^2-x^2}=\frac{\sqrt{a^2(d^2-a^2)}}{d}$$

La tangente dell'angolo AOB vale

$$\tan\alpha=\frac{h}{\frac{d}{2}-x}=\frac{\sqrt{4a^2(d^2-a^2)}}{d^2-2a^2}$$



L'altezza h' del quadrilatero vale

$$h'=\frac{d}{2}\sin 2\alpha$$

Il secondo cateto del triangolo CDG vale

$$\overline{\mathrm{DG}}=\frac{d}{2}+\frac{d}{2}\cos 2\alpha$$

quindi

$$b^2=\overline{\mathrm{CD}}^2=\frac{d^2}{4}\left[(1+\cos 2\alpha)^2+\sin^2 2\alpha\right]=\frac{d^2}{2}(1+\cos 2\alpha)$$

Esprimiamo adesso $\cos 2\alpha$ in funzione della tangente di α

$$t=\tan\alpha \quad \Rightarrow \quad \cos 2\alpha=\frac{1-t^2}{1+t^2} \quad \Rightarrow \quad b^2=\frac{d^2}{1+t^2}$$

cioè, sostituendo t e semplificando,

$$\boxed{b=\frac{d^2-2a^2}{d}}$$

Con pochi tentativi si trova facilmente $d=8$, $a=2$ e $b=7$.

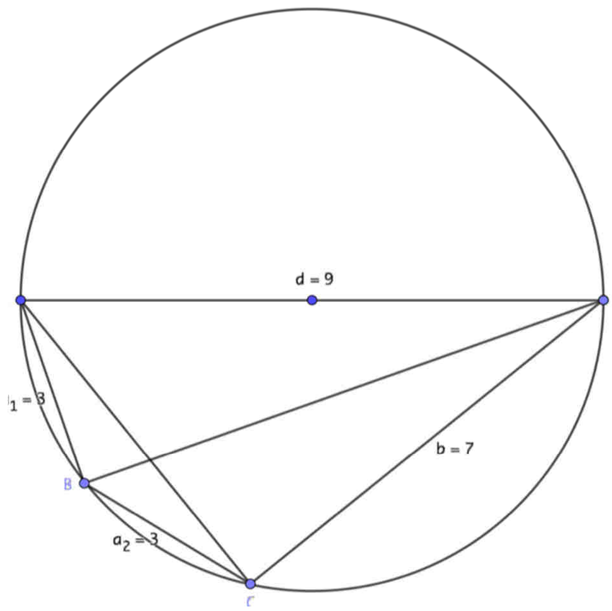
Benissimo. Anche ***Valter*** ci ha mandato il suo risultato:

Sfrutto la proprietà riguardante il prodotto delle diagonali e Pitagora poiché d è anche il diametro.

Ho quindi la seguente equazione: $(d^2 - a^2)(d^2 - b^2) = a^2(b + d)^2$; che semplificando dà: $d^2/a^2 = 2d/(d - b)$.

d^2/a^2 è il quadrato di un numero quindi anche $2d/(d - b)$ deve essere il quadrato dello stesso numero. Per valori interi di a, b e d mi pare risulti che: d deve essere il quadrato di a e $(d - b)$ essere uguale a 2.

Il valore minimo di d dovrebbe essere 9, con $a = 3$ e $b = 7$; assegnando $d = 4$, si avrebbe infatti, $a = b = 2$. Ho verificato se "quadrava" disegnando con tali misure l'aiuola e il quadrilatero per mezzo di GeoGebra:



Noi siamo soddisfatti (sì abbiamo notato la differenza dei numeri, ma le equazioni… va beh, avete capito) e ci fermiamo qui. Alla prossima!

5. Quick & Dirty

Un bellissimo undecagono regolare ha i vertici colorati di rosso o di blu, e vengono tracciati tutti i possibili triangoli aventi come vertice uno dei vertici dell'undecagono. Dimostrate che esistono sempre due triangoli congruenti i cui vertici sono tutti dello stesso colore.

Per il Principio della Piccionaia, possiamo sempre trovare sei vertici dello stesso colore: ci sono Bin(6, 2) = 15 *segmenti che uniscono questi punti. Un undecagono regolare ha* 11 *assi di simmetria, e ognuno dei segmenti individuati è parallelo a un qualche asse di simmetria, quindi sempre per il Principio della Piccionaia alcuni di questi segmenti devono essere paralleli a coppie. Selezionata una coppia, otteniamo i due triangoli congruenti considerando due vertici di entrambi i triangoli come i vertici di un segmento e come terzo vertice di ognuno dei triangoli ognuno dei vertici dell'altro segmento.*

6. Zugzwang!

Fuori piove, quindi ambientiamo il tutto all'aria aperta.

Non ci risulta, dalle memorie sulle nostre incursioni in quel di Zurigo e, più generalmente, nella Confederazione Elvetica, esistano "giochi di scacchi giganti" (quelle liberamente disponibili nei giardini) formati da *due scacchiere* vicine (ma separate). Il che è un peccato, visto che se riusciste a trovarne uno di questo tipo con entrambe le scacchiere libere potreste giocare un paio di giochi piuttosto interessanti.

Il primo, che ci limitiamo a citare, è quello degli *scacchi incrociati*: per farla veloce (il gioco che ci interessa è il secondo) ce la caviamo con un esempio. Rudy (con il bianco) gioca su una scacchiera contro Alice (nero), ed è *associato* a Doc (con il nero) che gioca sull'altra scacchiera contro Dejan[10] (che ha il bianco), e il gioco si svolge normalmente, a parte il fatto che *tutti i pezzi che uno dei giocatori cattura ricompaiono nelle mani del compagno sulla sua scacchiera.* Ci sono alcuni dubbi su "dove" ricompaiano (due ipotesi: o nella casella di origine – "aspettando", se questa è occupata – o in un punto a scelta purché non prenda o venga preso alla prossima mossa o metta sotto scacco immediato il Re: la seconda ci pare la più divertente). Come diceva Dossena, il dialogo tra i due compagni è, più che concesso, *mandatorio*: "Ti serve un alfiere?" "No, ma non farti mangiare la torre, altrimenti siamo fregati...". Il fatto che vinca la coppia del primo che dà scacco matto è un particolare secondario: il divertente è giocare.

Ecco, mentre siete in quattro con due scacchiere libere, se solo due di voi hanno ancora voglia di giocare, potrebbero chiedere agli altri due se vogliono fare da aiuto ne

6.1 Gli Scacchi di Alice

Prima, qualche dato storico: è stato inventato da **V.Parton** nel 1953: le regole sono ingannevolmente ingannevolmente semplici *[no, non è un typo: sembrano semplici ma spiegarle giuste è già complicato, giocarci poi... due scacchisti che danno una mano a controllare la correttezza delle mosse sono il minimo sindacale]*, e noi ne abbiamo trovata una versione (poco chiara, dobbiamo dirlo) sul mitico *Fogliaccio degli Astratti* (Num. 29); una versione leggermente più chiara compare su Wikipedia (IT), ma anche lì non è che si brilli in chiarezza...

Vi servono, dicevamo, due giocatori, un set di pezzi degli scacchi ma *due scacchiere*: la regola base del gioco è che ogni pezzo che muove "va sull'altra scacchiera" ("Oltre lo Specchio", dice poeticamente Wikipedia, da cui il nome del gioco) nella casella di arrivo che gli spetterebbe. All'inizio i pezzi sono tutti su una scacchiera, messi come d'uso.

Per essere legali, le mosse devono esserlo sulla scacchiera *di origine*, e la casa di destinazione deve essere libera: *la cattura si svolge sempre sulla scacchiera di origine, ma il pezzo si muove comunque sull'altra scacchiera.* Quindi, se per muovere un pezzo dovete saltare qualcosa nella scacchiera di origine, questa mossa è vietata, mentre se prendete (o muovete) saltando qualcosa nella scacchiera di destinazione, è tutto regolare (questo ci sembra il punto in grado di generare poderosi mal di testa sia nei giocatori sia nei due sventurati arbitri).

Siccome sappiamo che i giochi che presentiamo non vi sognate neanche di giocarli, non stiamo ad insistere: nella (vana) speranza di allettarvi, comunque, vi segnaliamo che sulla pagina Wikipedia sono presenti un *matto dell'imbecille*, un *matto del barbiere* e una partita "seria" di ben ventidue mosse (giocata, si presume, il giorno prima della bolla borsistica dell'acido acetilsalicilico), anche se la notazione non è una meraviglia: ci permettiamo umilmente di consigliare tanto per cominciare di indicare sempre le mosse come origine-destinazione, e poi di usare colori diversi nella notazione delle case delle due scacchiere.

Se poi vi pare troppo semplice, la pagina in inglese presenta alcune interessanti varianti, catalogandole per nome.

Auguri, e divertitevi.

7. Pagina 46

Il termine generale della sequenza è:

$$\begin{aligned} T &= 4\underbrace{4\ldots4}_{n}\underbrace{8\ldots8}_{n}9 \\ &= 9+8\cdot10+8\cdot10^2+\ldots+8\cdot10^n+4\cdot10^{n+1}+4\cdot10^{n+2}+\ldots+4\cdot10^{2n+1} \end{aligned}$$

[10] Notizia che solo i più disinformati tra di voi non sanno: trattasi del *Signor Riddle*.

suddividendo secondo 9 = 1 + 4 + 4 e 8 = 4 + 4, si ha:

$$\begin{aligned} T &= 1+4\left(1+10+10^2+\ldots+10^n\right)+4\left(1+10+\ldots+10^{2n+1}\right) \\ &= 1+4\cdot\frac{10^{n+1}-1}{9}+4\cdot\frac{10^{2n+2}-1}{9} \\ &= \frac{4\cdot 10^{2n+2}+4\cdot 10^{n+1}+1}{9}=\left(\frac{2\cdot 10^{n+1}+1}{3}\right)^2 \end{aligned}$$

Essendo la somma delle cifre al numeratore dell'ultima espressione pari a 2 + 1 = 3, questo è sempre divisibile per 3, e quindi il valore compreso tra parentesi tonde è un intero.

8. Paraphernalia Mathematica

Tranquilli, la preparazione olimpica riprenderà. Ma ogni tanto ci vuole un periodo di defaticamento. E noi siamo talmente sfaticati che non ci prendiamo neanche la fatica di trovare un titolo.

8.1 Il Paradosso di Simpson

...che non c'entra niente con Homer o con qualche altro personaggio, tant'è che la città che compare (Richmond) ha solo 29 omonime negli Stati Uniti: Springfield riesce a contarne ben 45, quindi non c'è partita.

Abituati a considerare la matematica un ambito logico e coerente, la comparsa al suo interno dei *paradossi* sembra abbastanza paradossale; di solito si assume un'aria vagamente stupita, si liquida il tutto con un "C'è di sicuro un errore da qualche parte" e, poche ore dopo, ci si ricorda il paradosso ma ben difficilmente ci si ricorda il motivo per cui veniva fuori quel risultato, e questo succede anche per il caso in esame.

Prendiamocela comoda, partendo con qualche esempio. E siccome abbiamo appena comprato la Settimana Enigmistica, ci esibiamo in un "Se Voi Foste il Giudice". E siccome conosciamo la vostra pigrizia, vi mettiamo qualche dato che abbiamo calcolato noi al posto vostro tra parentesi.

> La società XYZ, in vena di espansione, apre un nuovo stabilimento per il quale ricerca personale sia impiegatizio che di officina, per un totale di 455 posizioni. Per le 70 posizioni impiegatizie, vengono presentate richieste da parte di 200 uomini e 200 donne: tra le donne, il 20% (*40*) viene assunto, mentre tra gli uomini viene assunto il 15% (*30*). Per quanto riguarda il lato *blue collar*[11], (*385 posizioni*), dei 400 uomini facenti domanda ne vengono assunti il 75% (*300*), mentre tra le donne viene assunto l'85% (*85*) delle 100 aspiranti.
>
> La Commissione per le Pari Opportunità, notando che sono stati assunti molti più uomini (*330*) che donne (*125*), decide di intervenire, e porta la cosa di fronte al giudice (voi), il quale convoca le parti.
>
> L'Ufficio Risorse Umane della società XYZ fa notare che l'accusa è insostenibile, visto che in entrambi i "colori dei colletti" la percentuale delle donne assunte rispetto alle proponentesi (*20% e 85%*) è sempre maggiore rispetto ai medesimi parametri in campo maschile (*15% e 75%*).
>
> La Commissione replica facendo notare che tra le donne il 58% ha ricevuto un rifiuto($=1-((40+85)/(200+100))=1-(125/300)=0.583\ldots$), mentre tra i maschi questa percentuale si riduce al 45% ($=1-((30+300)/(200+400))$), quindi è presente una discriminazione.
>
> "Se Voi Foste il Giudice", a chi avreste dato ragione?

Inutile cercare la soluzione a "Pagina 46".

Un aiuto, nel suo abituale modo criptico e antipatico[12], lo ha fornito *Marilyn VosSavant*, dicendo che "i ragionamenti sono entrambi corretti: le due conclusioni non sono contradditorie"[13].

Per capire cosa diavolo sta succedendo, prendiamo un caso un po' più aderente alla realtà.

[11] Abbiamo passato l'estate in compagnia di un libro dal titolo "*Blue Collar, White Collar, No Collar*". Quest'ultimo termine indica i disoccupati, e ci pare particolarmente efficace

[12] Tra le persone che si sono occupate o si occupano a vario titolo di matematica, è la seconda in ordine di antipatia per chi scrive. Il primo è Cauchy, sul resto della classifica manteniamo il nostro abituale riserbo. Alcuni ci potrebbero leggere per errore cercando il loro nome.

[13] "*...all the figures presented are correct; the two outcomes are not, in fact, opposing*". Nel caso la nostra traduzione non vi piaccia.

Nel 1934, Morris Cohen e Ernst Nagel analizzano i dati relativi alle morti per tubercolosi a Richmond (quella della Virginia) e a New York (quella di New York), suddividendole tra Afroamericani e Caucasici[14]: i risultati ottenuti sono nella tabella qui di seguito.

	Popolazioni		Morti		Mortalità %mila	
	NewYork	Richmond	New York	Richmond	New York	Richmond
Caucasici	4675174	80895	8365	131	179	162
AfroAm.	91709	46733	513	155	560	332
TOTALI	4766833	127268	8881	286	187	226

Qui i dati li verificate voi: ci limitiamo a farvi notare che le mortalità per i caucasici e gli afroamericani sono entrambe più basse a Richmond che a New York, ma che le mortalità combinate di caucasici e afroamericani sono più alte a Richmond che a New York.

E qui, abbiamo un altro di quei casi piuttosto antipatici della matematica.

Il primo a studiare il problema è stato ***Pearson***, congiuntamente a ***Lee*** e ***Bramley-Moore*** (1889); ***G. Udny Yule***, successivamente (1903), ha detto (sintesi nostra) che era tutto "una boiata pazzesca"; finalmente, ***Simpson*** (1951) ha chiuso la questione[15]: come al solito, il lavoro sporco lo fanno altri e qualcuno arriva giusto in tempo per firmare l'articolo e intitolarsi il teorema.

Per capire come funziona il tutto, proviamo con un caso strettamente teorico, ma applicato continuamente in campo medico[16].

Due nuove medicine (*X* e *Y*) sono testate su un campione di popolazione sofferente di una particolare malattia: i dati, separati per uomini e donne ("Sì"=la cura funziona, "No"=la cura non ha dato risultati), sono mostrati nelle due tabelle seguenti.

UOMINI			
	Sì	No	TOTALI
X	40	160	200
Y	30	170	200
TOTALI	70	330	400

DONNE			
	Sì	No	TOTALI
X	85	15	100
Y	300	100	400
TOTALI	385	115	500

prima di analizzare il tutto, combiniamo i dati: li trovate nella terza tabella:

TOTALI			
	Sì	No	TOTALI
X	125	175	300
Y	330	270	600
TOTALI	455	445	900

[14] Nel 1934, i termini considerati *politically correct* erano questi.

[15] K. Pearson, A. Lee and L. Bramley-Moore: *Genetic (reproductive) selection: inheritance of fertility in man*, Philosophical Transactions of the Royal Statistical Society, A173:534-39(1899). G. Udny Yule: *Notes on the theory of association of attributes in statistics*, Biometrika 2:121-34(1903). E. H. Simpson: *The interpretation of interaction in contingency tables*, Journal of the Royal Statistical Society B13:238-4(1951). E adesso non dite più che non vi diamo i riferimenti.

[16] Ogni riferimento a eventi reali è puramente *voluto*.

Dalle prime due tabelle, visto che 40/200 > 30/200 e che 85/100 > 300/400, possiamo dedurre che la cura *X* è più efficace della cura *Y*, senza distinzioni di genere.

La terza tabella mostra gli effetti delle due cure sull'intero insieme dei pazienti e, visto che 330/600 > 125/300, possiamo dedurre che la cura *Y* è più efficace della cura *X*, senza distinzione di genere. Che cura usate?

Raggruppiamo le tre tabelle, generalizzando i valori (nel senso che usiamo lettere al posto dei numeri e che "X", "Y", "Sì" e "No" assumono significati più generici ma comunque *mutuamente esclusivi*).

UOMINI			
	Sì	No	TOTALI
X	a	$b-a$	b
Y	c	$d-c$	d
TOTALI	$a+c$	$b-a+d-c$	$b+d$

DONNE			
	Sì	No	TOTALI
X	p	$q-p$	q
Y	r	$s-r$	s
TOTALI	$p+r$	$q-p+s-r$	$q+s$

TOTALI			
	Sì	No	TOTALI
X	$a+p$	$b-a+q-p$	$b+q$
Y	$c+r$	$d-c+s-r$	$d+s$
TOTALI	$a+c+p+r$	$b-a+d-c+q-p+s-r$	$b+q+d+s$

A questo punto, possiamo vedere che la base del paradosso è che se:

$$a/b > c/d \text{ e } p/q > r/s,$$

non è detto che sia anche:

$$\frac{a+p}{b+q} > \frac{c+r}{d+s}$$

Potete inserire i numeri di uno qualsiasi degli esempi che vi abbiamo dato, e verificare che succede esattamente questo.

Proviamo ad analizzare la cosa con le matrici:

$$X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$$

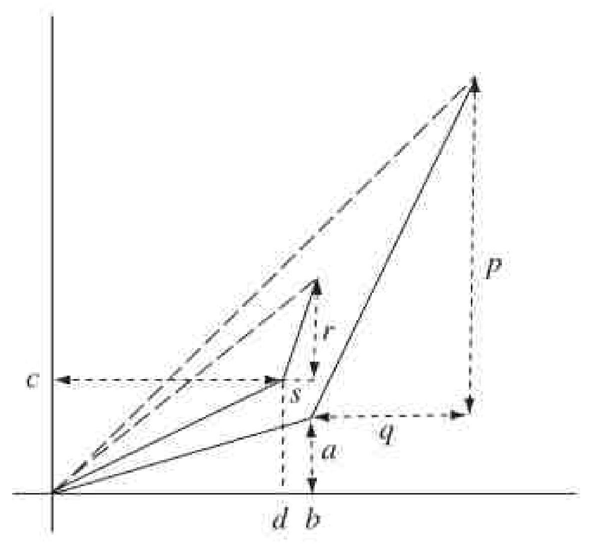
da cui,

$$X+Y = \begin{pmatrix} a+p & b+q \\ c+r & d+s \end{pmatrix}$$

La nostra "condizione di paradosso" si trasforma nel semplice enunciato che:

Se det(X)>0 *e* det(Y)>0, **non è detto che sia** det(X+Y)>0.

Se per voi (come per alcuni di noi) i determinanti sono antipatici, è possibile anche passare da una dimostrazione geometrica; volendo andare vicino al "senza parole", ci limitiamo a farvi notare che potete ricavare i coefficienti angolari di ogni linea dal rapporto delle coordinate (partendo da un punto qualsiasi), e i rapporti che abbiamo visto precedentemente non sono altro che i coefficienti angolari; come si vede dalla figura, quelli delle linee tratteggiate sono *"al contrario"* rispetto a quelli delle relative linee continue: la somma dei due vettori che "stanno sopra" (d, c) e (s, r) "sta sotto" la somma dei due vettori che "stanno sotto" (b, a) e (q, p).



10 *La dimostrazione "visuale".*

Convinti, adesso?

Ora che avete capito tutto, probabilmente non vedete l'ora di tartassare i vostri amici e colleghi con dei paradossi creati all'uopo; per aiutarvi su questa strada, facciamo un po' di conti noiosi: se non vi interessano, saltate pure alle formule finali.

Avendo assunto che: $p/q > r/s$, abbiamo che:

$$p > q\frac{r}{s}$$

e l'esistenza del paradosso nasce dall'inversione della terza diseguaglianza vista sopra, che diventa:

$$\frac{a+p}{b+q} < \frac{c+r}{d+s}$$

e quindi:

$$p < \frac{c+r}{d+s}(b+q) - a$$

Se combiniamo le due espressioni contenenti p, otteniamo i limiti superiore e inferiore per questa variabile:

$$q\frac{r}{s} < p < \frac{c+r}{d+s}(b+q) - a$$

Per trovare il limite inferiore di q, eliminiamo p dalla espressione qui sopra, ottenendo:

$$q\frac{r}{s} < \frac{c+r}{d+s}(b+q) - a$$

Con qualche calcolo elementare, si ricava:

$$q\left(r(d+s) - s(c+r)\right) < s\left(b(c+r) - a(d+s)\right)$$

il che significa:

$$q(dr - cs) < s\left(b(c+r) - a(d+s)\right)$$

Se imponiamo $r/s > c/d$, ossia $dr - cs > 0$, otteniamo la diseguaglianza

$$q < \frac{s\left(b(c+r) - a(d+s)\right)}{dr - cs}$$

e, forti dei limiti relativamente a p e q, possiamo costruire la nostra tabella.

Ora, a tutti voi sta ronzando una domanda nella testa. Bene, la risposta è "Non si sa".

Infatti, non è noto quale sia il *set minimo* dei valori con il quale costruire un paradosso di Simpson con nessun parametro pari a zero: ***T. Bending*** ha proposto i valori:

$$\begin{array}{cccc} a=1 & b=2 & c=3 & d=7 \\ p=1 & q=5 & r=1 & s=6 \end{array}$$

Il che ci porta a una popolazione totale formata da $b+d+q+s+20$ elementi, ma non si sa se questo sia il valore minimo.

...che Disraeli avesse ragione?

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms