Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 247 – Agosto 2019 – Anno Ventunesimo

Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da

Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM244 ha diffuso 3'307 copie e il 25/08/2019 per Google eravamo in 102'000 pagine.

Giorgio Dendi – persona di cui è impossibile dare una definizione data l'incredibile universalità – è uno dei nostri lettori fin dai primi tempi, e lo abbiamo incontrato anche dal vivo in più occasioni, ma ci ha fatto piacere vederlo recentemente su una *Settimana Enigmistica*, così dedichiamo questa copertina a lui e al suo quadrato magico.

1. Birre e matematica

"Solo perché non mi interessa, non significa che non lo capisca"

(Homer Simpson, seconda stagione, episodio 19)

Ci sono birre e birre, non occorre essere estimatori della bevanda per rendersene conto.

Si può affermare la stessa cosa praticamente per qualsiasi altro prodotto, soprattutto se il prodotto in questione è uno dei più diffusi al mondo: e di birra se ne consuma davvero tanta[1], in migliaia di forme e marche diverse. L'argomento è così vasto che non ci sogniamo neppure di affrontarlo con un minimo di serietà, anche per evitare le immancabili guerre di religione che subito scoppierebbero: gli amanti della birra sono spesso bellicosi, quando si tratta di difendere il tipo e la marca preferita. Per aggirare il problema, ci limiteremo a parlare di una birra che è famosissima e apprezzatissima, pur non essendo stata bevuta da nessuno. O quasi.

Diciamo "quasi" perché in realtà ci sarà pure stato qualcuno che sia riuscito a dissetarsi con quanto prodotto – per un tempo limitato e solo in Australia – dal birrificio Lion Nathan; e saranno certo di più quelli che avranno avuto occasione di assaggiare la birra prodotta a partire dal 2006 da Rodrigo Contreras in Sudamerica, che è riuscita ad arrivare, poi, anche in Europa ed Asia; ma, per quanto indubbiamente dotate del nome giusto, non sembra comunque lecito poter seriamente assimilare queste birre a quella che rimane la birra inesistente più famosa del mondo: la Duff Beer adorata da Homer Simpson.

1 *Homer Simpson con la sua Duff*

Il successo della birra Duff è ovviamente legato indissolubilmente allo straordinario successo della serie animata "*The Simpsons*", che in questo 2019 ha raggiunto e completato la sua trentesima stagione. I tredici episodi della prima stagione sono andati infatti in onda tra il 17 Dicembre 1989 e il Maggio 1990: a quella sono seguite altre ventinove stagioni, con un numero di episodi variabile tra i venti e i venticinque[2]: e, anche se la popolarità della serie è molto calata dal suo momento di massimo splendore, nulla lascia credere che la trentesima stagione sia anche l'ultima.

Nell'assai improbabile caso che qualcuno non conosca la serie, "The Simpsons" è una sitcom a disegni animati in cui la protagonista è una famiglia americana composta da Homer, sua moglie Marge, e i loro tre figli: il decenne Bart, l'ottenne Lisa e la piccola Maggie, perennemente attaccata al suo ciucciotto. L'ambientazione – compatibilmente con le frequentissime esasperazioni a cui immancabilmente ricorre ad ogni episodio – è volutamente sagomata su una "famiglia media" americana: il padre un po' cialtrone ma bonario e capace di eccessi sia in cialtroneria che in bonarietà, una madre dall'acconciatura assai improbabile ma tutto sommato ben inserita nel ruolo di casalinga, e Bart e Lisa che si dividono sommariamente il ruolo del figlio discolo (Bart) e quello di figlia meritevole e già consapevolmente destinata al miglioramento della società (Lisa):

[1] Grosso modo, una quantità non troppo distante da 200 miliardi di litri all'anno, dice Wikipedia. Lasciamo al lettore il facile esercizio di calcolare quanto dovrebbe essere alto il bidone cilindrico in grado di contenerli tutti.

[2] Il numero totale degli episodi realizzati è 662.

insomma un po' come Qui Quo e Qua nei confronti di Paperino, solo che i tre paperottoli alternano i comportamenti positivi e negativi da avventura ad avventura (ma sempre in perfetta triplice sintonia), mentre Bart e Lisa sono caratterizzati una volta per tutte.

Il creatore, Matt Groening, ha con molta cura cercato di rendere i personaggi in modo tale da non avere una chiara connotazione razziale e geografica: la città che li ospita è una generica "Springfield", e negli USA sono più gli stati che hanno almeno una città con questo nome di quelli che non possono vantarne nessuna. I tratti somatici dei personaggi non sono definiti in modo chiaro: Homer e Marge hanno tratti somatici che potrebbero essere sia neri che bianchi, e per rendere ancora più equanime la collocazione razziale il colore della loro pelle (e quella dei loro figli, e di quasi tutti i personaggi di contorno) è di un giallo brillante[3].

L'americano medio beve birra, e ne beve tanta: e Homer Simpson è certo un americano medio. Le richieste di poter commercializzare una birra "Duff" sembra che siano state davvero molte, ma la ragione per cui non è stata creata una vera "Duff Beer" negli Stati Uniti[4] è perché, nonostante generosissime offerte, i diritti del nome non sono mai stati concessi. Sembra che a rifiutare le offerte sia stato proprio Matt Groening, affermando che la messa in commercio della birra con quel marchio avrebbe incoraggiato a bere i bambini, che sono i maggiori estimatori della serie.

2 *Lisa Simpson, la scienziata della famiglia*

Se la ragione addotta è veritiera, va reso ampio merito alla correttezza e alla saggezza di Matt Groening; merito che peraltro gli andrebbe riconosciuto, almeno in un certo senso, anche una certa attenzione agli aspetti scientifici. Ovviamente, se si porta avanti una serie per più di seicento episodi è quasi inevitabile che si finisca con l'affrontare qualche argomento scientifico, ma i gialli personaggi della sitcom sembrano ritrovarcisi impegnati con insolita frequenza: in questi casi, la protagonista dell'episodio è naturalmente quasi sempre Lisa. Una vignetta diventata assai famosa tra i matematici vede Lisa pronunciare, tenendo un libro di matematica in mano, il simbolo π ("pi"), che in inglese suona esattamente come "torta" ("pie"), con Homer che, parimenti soddisfatto, nell'ascoltarla si immagina proprio una fetta di torta. Ma in realtà sono diversi i casi in cui la scienza entra a Springfield, in un modo o nell'altro: in un celebre episodio della decima stagione compare Stephen Hawking (ovviamente, opportunamente disegnato e "giallizzato": ma la voce è proprio la sua), e lo scienziato non ha mai nascosto di sentirsi estremamente lusingato di aver avuto l'onore di partecipare alla serie che riteneva essere uno dei migliori prodotti televisivi americani.

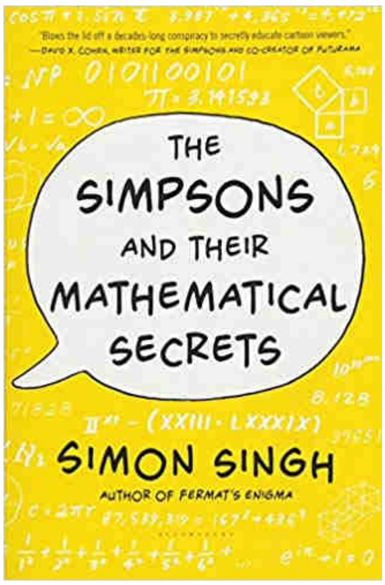
[3] Tra le migliaia di attività nate sull'onda del successo dei Simpson si contano anche siti che – solitamente dietro compenso – convertono foto di persone reali in disegni nello stile dei personaggi della sitcom. Non a caso, il più famoso di questi si chiama http://turnedyellow.com/ , insomma "ti faccio giallo", o qualcosa del genere.

4 Ci sono in realtà piccole eccezioni: un locale di Buffalo famoso per le sue ali di pollo (*Duff's Famous Wings*), probabilmente già in possesso di un trademark "Duff", produce in proprio una Duff Beer; una birreria del Michigan produce (verosimilmente solo per un locale-pizzeria interno) una Duff con tanto di immagine di Homer. Una autentica "Duff" si è potuta assaggiare forse solo il 1° Giugno 2013, quando gli Universal Studios hanno realizzato una temporanea "area Springfield" con tanto di "taverna di Moe", il locale preferito da Homer.

3 *Stephen Hawking con il cast di "The Big Bang Theory"*

Paradossalmente, la miglior prova della soddisfazione di essere comparso nella serie animata Hawking l'ha data mentre compariva in un'altra celeberrima serie televisiva, "*The Big Bang Theory*": in un episodio in cui compariva come "guest star" ricorda come non abbia mai vinto il Premio Nobel per la Fisica, senza che questa mancanza lo abbia però intristito più di tanto, visto che era comparso ne "*I Simpson*".

C'è comunque anche chi non si è accontentato di sorridere benevolmente nell'intercettare qualche riferimento scientifico nei gialli personaggi di Springfield, ma si è messo seriamente in caccia di essi: Simon Singh, scrittore e divulgatore scientifico famoso soprattutto per il suo libro "*L'ultimo teorema di Fermat*" ne ha scovati abbastanza da poterci scrivere un libro. Edito anche in Italia con il titolo "*La formula segreta dei Simpson*", il suo "*The Simpsons and their mathematical secrets*" elenca un numero inaspettato di riferimenti, dettagli e battute di natura matematica disseminati all'interno della serie. E se alcune citazioni non sono altro che trasposizioni di note battute matematiche – come quella del numero infinito di matematici che entra in un bar e il primo ordina mezzo boccale di birra[5], il secondo un quarto, il terzo un ottavo e il barista[6] taglia corto riempiendo un singolo boccale asserendo di conoscere il loro limiti – altre sono più imprevedibili, come quando Bart si sente proporre uno scambio di porzioni di cibo basato sul peso di una palla da bowling sull'ottava luna di Giove e quello di una piuma sulla seconda luna di Nettuno; oltre a dettagli oggettivamente difficili da notare, come i cubi giocattolo impilati dalla lattante Maggie che formano la scritta "EMCSQU", che è ovviamente la migliore approssimazione possibile alla formula più famosa del mondo, $E=mc^2$, se non si hanno a disposizione cubi che recano disegnate solo lettere dell'alfabeto e si è un neonato di lingua inglese.



4 *Il libro di Simon Singh*

Assodata definitivamente l'esistenza di rapporti solidi tra la sitcom animata dei Simpson e la matematica, non è difficile continuare e cercarne altri: uno, in particolare, è apparentemente immediato. Non c'è infatti studente che non abbia avuto la ventura, una volta iniziato alle delizie del calcolo integrale, di incontrare la cosiddetta "regola di Simpson" per il calcolo approssimato degli integrali. Ovviamente la "regola" non prende il nome da Lisa Simpson; ma – volendo forzare un po' la mano – l'eroe eponimo sembra essere qualcuno che in molti aspetti assomiglia piuttosto a Homer.

[5] …che immaginiamo essere Duff.

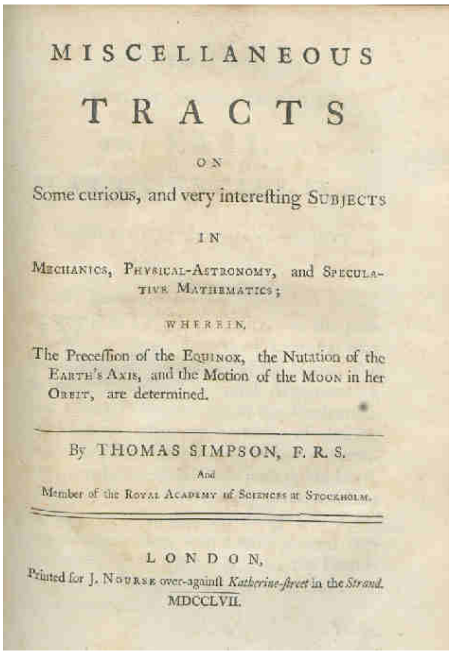
[6] …che immaginiamo essere Moe.


5 *Thomas Simpson*

Si tratta di Thomas Simpson, che nasce il 20 Agosto 1710 a Market Bosworth, un paesino di duemila anime piazzato nel centro dell'Inghilterra. È opportuno subito spiegare che la regola che prende il suo nome era già nota prima che lui la rendesse nota nel suo testo "*A New Treatise of Fluxions*", e del resto è lo stesso Simpson che ammette che il metodo doveva già essere noto a Newton. Siamo inoltre in quel periodo in cui la matematica inglese viveva una sorta di "splendid isolation" rispetto a quella continentale, e il continente non era certo meno matematicamente edotto degli inglesi: in Germania la stessa regola prende il nome da Kepler, che l'aveva descritta circa un secolo prima di Simpson, e in Italia talvolta viene ricordata come "regola di Cavalieri-Simpson", al fine di ricordare che già Bonaventura Cavalieri ne aveva fatto uso. Ma i teoremi matematici, come è noto, assai spesso prendono il nome da persone diverse da coloro che per primi li hanno dimostrati, ed è abbastanza evidente che in questo caso non c'è traccia di malizia o desiderio di appropriarsi di una indebita primogenitura. Perché Thomas, un po' come Homer, sembra affetto al massimo da una bonaria cialtroneria, non certo da malignità. Figlio di un tessitore e destinato a seguitare il mestiere del padre, il quindicenne Thomas Simpson decide che quel futuro non fa per lui, e forte degli studi in matematica che fin da piccolo aveva fatto da autodidatta, va ad insegnare matematica nella vicina città di Nuneaton.

È ben lecito stupirsi all'idea che un quindicenne autodidatta riesca a mantenersi per otto anni (tanti quelli che trascorse a Nuneaton) insegnando matematica, ma sembra che la cosa, nell'Inghilterra del primo Settecento, non fosse poi così straordinaria come appare oggi. I tessitori erano comunque tra gli artigiani che più si interessavano, per esigenze professionali, a studi tecnici; e inoltre il concetto di "insegnamento" non deve essere inteso necessariamente come "insegnamento scolastico", che a quei tempi era decisamente poco diffuso. Thomas Simpson, al pari dell'omonimo Homer, si trova bene nei locali pubblici, anche se in quelli che frequenta lui la bevanda più consumata non è la birra Duff, ma il caffè: chiamati talvolta "Penny Universities", perché per entrare occorreva pagare un penny, erano luoghi in cui le persone comuni potevano assistere a lezioni di scienze, arti, letterature mentre consumavano quanto bastava a rendere soddisfatto il proprietario del locale. Thomas Simpson diventa uno degli "insegnanti" più famosi, e continuerà con questa sua didattica itinerante per gran parte della sua vita, anche quando lascerà Nuneaton per trasferirsi a Derby e poi a Londra.

Il suo trasferimento da Nuneaton a Derby merita qualche dettaglio, se non altro perché rafforza la somiglianza di Thomas con Homer in merito alla cialtroneria. Oltre che matematico, Thomas si guadagna da vivere anche come astrologo, e probabilmente tira un pop' troppo la corda fino a farsi credere una specie di santone esoterico e onnisciente. Le fonti non sono in grado di definire con sicurezza tutte le caratteristiche del personaggio, ma è indicativo – e sufficientemente chiaro – il biografo che riporta le ragioni del suo allontanamento da Nuneaton: viene costretto a trasferirsi nel 1733 perché lui (o il suo assistente) aveva terrorizzato una fanciulla travestendosi da diavolo durante una sessione di astrologia. Si aggiunga a questo il fatto che era noto come "l'oracolo di Nuneaton, Bosworth e dintorni", e il ritratto che ne risulta non è di quelli che uno normalmente si aspetta per un dotto studioso settecentesco.



MISCELLANEOUS

TRACTS

ON

Some curious, and very interefting SUBJECTS

IN

MECHANICS, PHYSICAL-ASTRONOMY, and SPECULATIVE MATHEMATICS;

WHEREIN,

The Preceffion of the EQUINOX, the Nutation of the EARTH's AXIS, and the Motion of the MOON in her ORBIT, are determined.

By THOMAS SIMPSON, F. R. S.

And

Member of the ROYAL ACADEMY of SCIENCES at STOCKHOLM.

LONDON,

Printed for J. NOURSE over-againft *Katherine-ftreet* in the *Strand*.

MDCCLVII.

6 *“Multiforme ingegno…”*

Ma sarebbe ingiusto ritrarlo solo attraverso questo aspetto. Al pari di Homer, Thomas appare in fondo sostanzialmente onesto, e anche se passa alla storia della matematica per una regola non propriamente sua, i suoi contributi alla disciplina sono tutt’altro che trascurabili. C’è persino una sorta di contrappasso, per quanto riguarda l’attribuzione nominale delle scoperte: un metodo risolutivo per le equazioni della forma $f(x)=0$ è noto come “metodo di Newton-Raphson”, ma in realtà è normalmente insegnato in una forma che è originale di Simpson. Diventò capo del dipartimento di matematica nella Reale Accademia Militare di Woolwich, e svolse il suo compito con piena dignità. Inoltre, i suoi contributi teorici durante gli anni londinesi furono abbastanza validi da farlo accedere prima alla Royal Society, e poco dopo all’Accademia Reale delle Scienze di Svezia.

È probabile che il merito maggiore di Simpson sia comunque quello di divulgatore: forse memore delle sue lezioni date nei caffè, mantiene costantemente una certa passione per la diffusione della matematica; scrive sui periodici del tempo molti articoli, usando spesso degli originali pseudonimi[7], e infine diventa direttore del “*Ladies Diary*”, su cui scrive ininterrottamente dal 1736 al 1755. È proprio per le sue attività divulgative che finisce con l’attrarre l’attenzione dei matematici professionisti contemporanei.

Oh, sì, certo… per i suoi trascorsi nelle taverne e una certa – presunta – familiarità con gli alcolici non gli sono mancati detrattori, anche più o meno contemporanei. Ma, sempre al pari di Homer, le sue doti ci sembrano comunque superare di gran lunga i vizi. E poi chissà… magari anche lui beveva solo birra Duff che, in quanto inesistente, non poteva recargli poi troppo danno.

[7] Come Marmaduke Hodgson, Hurlothrumbo, Kubernetes, Patrick O’Cavannah, Anthony Shallowe altri. Non sappiamo cosa ne pensiate voi, ma almeno Hurlothrumbo a noi pare un nome che debba essere assolutamente recuperato e riportato alla vita, foss’anche solo per battezzare un animale domestico.

2. Problemi

2.1 Divagazione

...siccome come ambientazione ci arriva la pappa già fatta, ne approfittiamo per arzigogolare su concetti filosofici.

Senza andare a ripescare la solita battuta di James Thurber sui segugi (che ormai dovreste conoscere *ad nauseam*), pare abbastanza chiaro che a noi più che le riposte ai problemi, interessano le *soluzioni*[8] e, nel caso di soluzioni che seguono vie diverse, pubblichiamo tutto (...ogni tanto sono diverse anche le *risposte*, ma la cosa non ci ha mai preoccupato più di tanto).

Esiste una categoria di problemi, però per la quale nutriamo un certo disamore per le soluzioni, ma un ragionevole interesse per le risposte: problemi principi di questa categoria sono quelli delle scacchiere sulle quali far girare un cavallo in modo tale che tocchi una e una sola volta tutte le caselle ritornando a quella di partenza (in pratica, che percorra il cosiddetto "Circuito Hamiltoniano"), e siccome siamo dei tipi strani, le soluzioni da noi più apprezzate sono quelle più asimmetriche.

Con questo tipo di problemi ci pare piuttosto difficile non procedere per tentativi, soprattutto perché l'unico "metodo" che ci viene in mente per approcciare la soluzione è quello della riduzione a scacchiere più piccole, seguita dalla giustapposizione di queste in modo sensato (si noti che questo metodo dà quelle che secondo noi sono le soluzioni *più brutte*). Bene, abbiamo trovato un problema che "gli somiglia", ma francamente sconsigliamo di procedere per tentativi.

Prendiamo tutte le scacchiere generiche $m \times n$, $m \leq n$, con la casella in basso a sinistra bianca. Sia $B_{m,n}$ il grafo di *tutte* le possibili mosse di un alfiere bianco sulla suddetta scacchiera.

Per quali valori di m e n il nostro grafo ammette un circuito hamiltoniano?

No, la risposta "Nessuno: salti sempre le caselle nere" *non* verrà pubblicata.

2.2 ...e adesso, TUTTI IN GIARDINO!

Che è ora di pianificare un nuovo disegno per la solita aiuola perfettamente circolare.

In questo caso, abbiamo un'aiuola di diametro d, intero (metri? OK, metri). All'interno di questa aiuola costruiamo una *subaiuola*[9] definita come il quadrilatero ciclico $ABCD$ per cui $AD=d$ (sì, è un diametro), $AB=BC=a$, $CD=b$ con a, b, d interi e $a \neq b$.

Sul lato AD vorremmo poi piantare, a distanze uguali tra loro e anch'esse intere (e maggiori di uno), una serie di alberelli.

Come ben sapete, noi preferiremmo *non fare* il lavoro o, se proprio va fatto, farne il meno possibile. Per quali valori di d non potremo costruire l'aiuola alle condizioni suddette?

E, se proprio dobbiamo costruirla, qual è il valore di d minimo?

...ecco, se riusciste a tirarla lunga fino alle gelate invernali...

3. Bungee Jumpers

Il polinomio:

$$f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_{n-1}\,x + 1$$

ha tutti i coefficienti non negativi con il primo e l'ultimo pari a 1. Supponendo che l'equazione $f(x) = 0$ abbia n radici reali, trovate il valore minimo che può assumere $f(2)$.

La soluzione, a "Pagina 46"

[8] Tranne in un caso: "Quarantadue".

[9] Termine testé inventato, ma che speriamo chiaro. Se non volete risolvere il problema, almeno diteci la vostra opinione sulla "u": a noi pare meglio senza ("subaiola").

4. Era Una Notte Buia e Tempestosa

Il succo della storia fin qui[10]: questa rubrica, che gli amici chiamano EuNBeT, è rubrica di recensioni (perlopiù di libri). Il titolo fa un evidente[11] e spudorato riferimento ai romanzi che Snoopy scrive senza troppo successo editoriale sul tetto della sua cuccia, e che iniziano immancabilmente proprio con cotanta frase. Ebbene, ci sembra ormai giusto ricordare che anche il citato Snoopy cita qualcun altro, come diligentemente ricorda Wikipedia: "*It was a dark and stormy night*" è infatti l'incipit del racconto "*Paul Clifford*", scritto da Edward Bulwer-Lytton nel lontanissimo 1830. Resa così giustizia all'inventore primigenio del titolo, non resta che ricordare che questa rubrica si mantiene fedele allo scopo istituzionale per cui è nata, ovvero quello di recensire solo opere che siano frutto (totale o parziale) di amici di RM. Insomma, non temiamo veruna accusa di parzialità, favoritismo o favoreggiamento, perché è proprio per essere parziali e favoreggiatori che questa rubrica è nata. Dopo tanti anni, però, dobbiamo anche riconoscere che siamo stati fortunati: non ci è mai capitato di dover sforzarci di essere benevoli controvoglia. E, tanto vale che ve lo anticipiamo subito, non ci è capitato neppure questa volta qua, e sì che eravamo prontissimi a farlo, perdindirindina: Paolo Alessandrini è davvero una gran brava persona, lo si capisce subito, nei primi cinque minuti dopo le presentazioni. Uno di quelli che sembrano placidi, quasi timidi, e invece dopo un po' ti rendi conto che sono solo estremamente educati e rispettosi del resto del mondo. E in realtà non sono timidi per niente: mettono in gioco come niente futuro e carriera pur di seguire le loro passioni, e hanno una capacità persistente e solida nel costruire quanto ritengono sia necessario e bello costruire. Insomma, per uno così (che tra l'altro ha una viscerale passione per le biblioteche e le bibliotecarie), saremmo anche stati disposti a scrivere una recensione più benigna del necessario, un po' come si tende a dare un 7 al posto del meritato 6 allo scolaro che ha un eccellente voto di condotta. E invece niente, nessuna necessità di fare simili piccole (e lecite) concessioni. Il libro è sorprendentemente buono e decisamente originale. E se parliamo di sorpresa non è per precedente e preconcetta sfiducia: è che l'Alessandrini, come abbiamo già detto, non si presenta mai con l'aria del primattore; così non si può non rimanere sconcertati, quando alla fine ci si accorge di avere a che fare con una cavolo di rockstar. E chi se lo aspettava?

4.1 Matematica Rock

«È verosimile che, durante la stesura del pezzo, Tony Banks sia stato spinto dal suo istinto e dalla sua sensibilità di artista verso un territorio in cui regnano la bellezza e l'armonia: un luogo abitato da meravigliose strutture matematiche, proprio come i numeri di Fibonacci e la sezione aurea.»

Ai lettori abituali di questa rivista non dovrebbe risultare sorprendente la risposta che ci capita di dover dare, ogni tanto, a chi ci chiede quale sia lo "scopo" di Rudi Mathematici. La risposta che diamo più frequentemente è anche la più sincera: e cioè che Rudi Mathematici non si prefigge nessuno scopo; è nata per divertimento dei tre redattori, e ha avuto la fortuna di trovare per strada altre persone che si divertivano a leggere quel che i tre redattori scrivevano. Certo, è inevitabile che, col passare degli anni, si possano articolare anche risposte un po' più argomentate, persino un po' motivate; e – anche se la

[10] Oh, certo: anche questa frase è un citazione. Ci pareva necessaria, visto che stiamo parlando di citazioni. Ma tanto questa la riconoscete tutti, nevvero, vecchi nerd che non siete altro?

[11] Oddio, "evidente" è forse aggettivo da usare con cautela: i Peanuts di Schulz erano noti proprio a tutti, virtualmente senza eccezioni, qualche decennio fa. Forse però ormai qualche giovin lettore potrebbe non conoscerli.

risposta iniziale rimane quella più onesta e veritiera – non è lontano dalla verità l'affermare che a Rudi Mathematici piace mostrare come la matematica sia davvero onnipresente in tutto quanto ci circonda. Gran parte degli articoli della Prestigiosa Rivista Italiana di Matematica Ricreativa, in fondo, non fanno altro che cercare di suscitare quella piccola meraviglia che si disvela ogni volta che si vede saltar fuori qualcosa di "matematico", o quantomeno di "leggibile matematicamente" in contesti che apparentemente matematici non sembrano affatto.

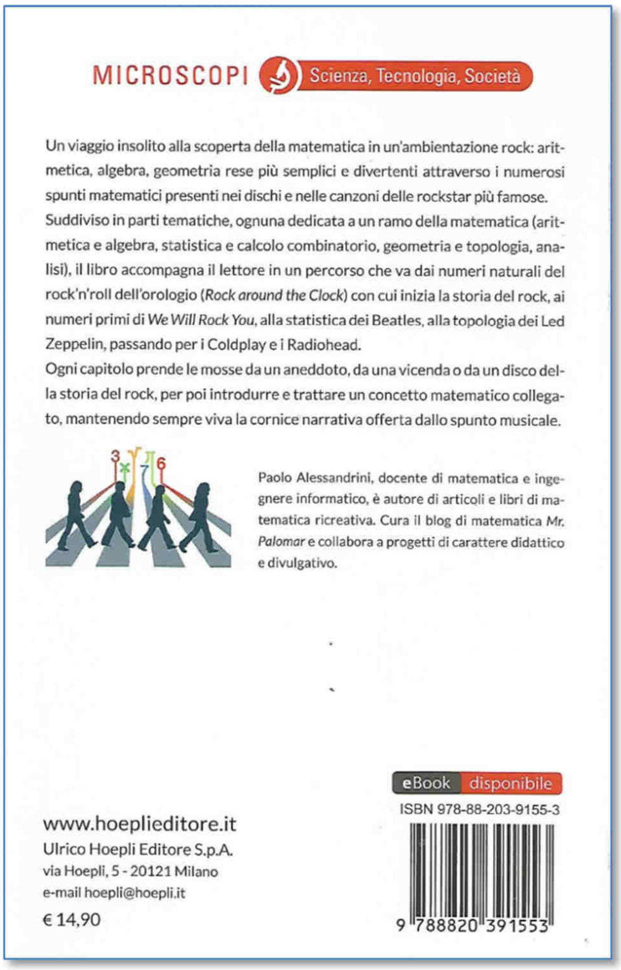
Non che sia cosa particolarmente originale: molti divulgatori della matematica perseguono lo stesso obiettivo, e spesso lo sviluppano argomentando matematicamente un'altra propria passione. E tra queste "altre passioni", è del tutto naturale che la musica la faccia da padrona. Musica e matematica sono legate da vincoli straordinari, ed è quasi impossibile affrontare un testo di teoria musicale senza trovarsi coinvolti con numeri, frazioni, rapporti di frequenze: si potrebbe quasi dire che è fin troppo facile "tirar fuori la matematica" dalla musica. Persino i tradizionali aneddoti sul più antico matematico, Pitagora, lo dimostrano; e non conta molto se aneddoti del genere contengano o meno qualche traccia di verità o siano puramente leggendari: il solo fatto che esistano e siano arrivati fino a noi mostrano quanto sia antica e forte la relazione tra matematica e musica[12]. Così, l'aver scelto proprio la musica come veicolo della matematica, come ha fatto Paolo Alessandrini, può sembrare scelta facile, quasi ordinaria. E invece si tratta di operazione innovativa, quasi rivoluzionaria: perché se non è nuovo cercare strutture matematiche nel contrappunto di Bach o nelle armonie di Mozart, non ci risulta che si sia mai seriamente provato a cercarle nella musica rock. O meglio, almeno un precedente c'è di sicuro, ma non conta: si tratta dell'e-book "*La matematica dei Pink Floyd*" edito da *40K Unofficial* nella collana "*Altramatematica*" diretta da Maurizio Codogno, e se diciamo che "non conta" è solo perché l'autore è lo stesso Paolo Alessandrini[13], e dopo l'uscita di questo suo

[12] La stessa figura di Pitagora potrebbe essere del tutto leggendaria, quindi è davvero difficile estrarre le verità storiche dal mito: certo è che la narrazione tradizionale racconta di come Pitagora, passando vicino ad una fucina di un fabbro, notasse come i suoni provocati dai colpi di diversi martelli sull'incudine fossero "consonanti" o "dissonanti" in funzione del peso dei martelli stessi. Sicuro è invece che la scuola pitagorica (che è certamente esistita) poneva un'attenzione estrema ai rapporti di consonanza e dissonanza e abbia condotto i primi seri studi sulle relazioni tra le note musicali e definito quegli accordi che ancora oggi, non a caso, si chiamano "di ottava", "di quinta" e "di quarta".

[13] …e infatti abbiamo recensito su questa rubrica anche quel primo vagito alessandrinesco, seppure dedicandogli solo un terzo di rubrica, come facevamo ai quei tempi con tutte le uscite di "*Altramatematica*": lo trovate in RM186, Luglio 2014.

"*Matematica Rock*" possiamo ben dire che quel breve libretto elettronico altro non era che il trailer, l'antipasto di questo sostanzioso cenone.

Perché di lauto pasto musical-matematico si tratta, davvero: e se il panorama musicale è inevitabilmente ristretto cronologicamente alla seconda metà del XX secolo e a un genere preciso – seppur assai variamente coniugato – come il rock, quello matematico è sorprendentemente vasto. Basta guardare le sezioni in cui è diviso l'indice: "*Aritmetica e Algebra*", "*Calcolo combinatorio, probabilità e statistica*", "*Geometria e Topologia*", "*Analisi*". E per ogni sezione sono chiamati al banco dei testimoni gruppi e musicisti sempre di prima grandezza, che disvelano – o meglio "sono costretti a disvelare", dalla penna dell'Alessandrini – un quantità di insospettabili nessi matematici.



Il termine "insospettabili" può parere forse eccessivo, e forse lo è davvero: ma anche se, come sempre accade in libri che coniugano insieme due discipline diverse, il lettore più ferrato in una troverà inevitabilmente elementi di sorpresa nell'altra, viene davvero voglia di sfidare anche i fan più accaniti della storia del rock a giurare di conoscere tutti gli esempi matematico-musicali che si trovano nel libro. Non saranno magari sorpresi nel ricordare che l'atto di nascita del rock 'n' roll è una enumerazione[14]; potrebbero restare forse solo relativamente impressionati dalla topologia dei nodi scelti come marchio dai Led Zeppelin, e persino dalla scelta fibonaccesca di alcuni tempi insoliti accuratamente scelti dai Genesis per ottenere l'effetto desiderato in *Firth of Fifth*; ma dubitiamo che possano essere a conoscenza di tutti. Chi scrive, tanto per dire, è rimasto letteralmente basito nello scoprire quanta accortezza musicale, fisica e – inevitabilmente – matematica è stata usata dai Queen per quello che a prima vista sembra il più semplice, istintivo, forse addirittura tribale richiamo *stomp-stomp-clap* che marca per intero il celeberrimo brano *We Will Rock You*. Vale la pena di leggere il libro anche solo per scoprire come Brian May (che, sia detto per inciso, dopo aver fatto la rockstar per tutta la vita è tornato al vecchio amore per l'astrofisica e ha contribuito alla missione New Horizons verso Plutone) abbia studiato e pianificato l'esecuzione del brano (creato appositamente per avere il suo effetto coinvolgente dal vivo, in spazi aperti e vasti come uno stadio), in maniera tale che i ritardi dei cicli degli "*stomp*" e dei "clap" del pubblico non producessero effetti dissonanti e mantenessero l'effetto coinvolgente per tutto il pubblico presente.

[14] "*One, two three o'clock, four o'clock, rock – five, six, seven o'clock, eight o'clock, rock…*", e il titolo della canzone neppure lo citiamo, tanto è famoso.

Uno studio profondo e complesso per salvaguardare proprio quella che invece sembra essere una sorta di semplicità istintiva e naturale: probabilmente, è un po' la definizione che potrebbe ben adattarsi anche all'autore di questo libro.

Titolo	Matematica Rock
Sottotitolo	Storie di musica e numeri dai Beatles ai Led Zeppelin
Autore	Paolo Alessandrini
Editore	Hoepli
Collana	Microscopi 57-58
Data Pubblicazione	Luglio 2019
Prezzo	14,90 Euro
ISBN	978-88-203-9155-3
Pagine	242

5. Soluzioni e Note

Agosto!

Quasi finito, purtroppo. Non perdiamo tempo, passiamo velocemente alle soluzioni.

5.1 [246]

5.1.1 VotAntonio!

Un problema di elezioni in questo periodo di difficoltà politica in Italia:

> *Abbiamo selezionato venti saggi che devono eleggere il Maestro di Cerimonie della Festa della Via. Tre concorrenti sono in gara e usiamo il metodo di Borda: ogni elettore deve mettere in ordine di preferenza i tre candidati, e non è possibile astenersi.*
>
> *Allo spoglio delle schede, risulta che 11 Elettori preferiscono Rudy a Doc (i restanti 9 preferiscono Doc a Rudy); 12 Elettori preferiscono Alice a Rudy; 14 persone preferiscono Doc ad Alice.*
>
> *Fermo restando che tutte le schede sono valide e che ogni possibile combinazione di voti è presente su almeno una scheda, quanti hanno votato per Doc come prima scelta?*

Il Capo spera sempre che uno dei suoi metodi elettivi preferiti venga scelto come alternativa valida e reale, ma tutto ciò non succederà probabilmente mai. Però arrivano soluzioni, cominciando da ***Alberto R.***:

> Il metodo Borda prevede che il votante disponga i candidati in ordine di gradimento, poi si attribuiscono 0 punti all'ultimo, 1 al penultimo, 2 al terzultimo, etc.
>
> Indichiamo con Vn i voti ottenuti dall'n-esimo ordinamento dei 3 candidati Rudi, Doc e Alice:
>
> $V1$ per RDA, $V2$ per RAD, $V3$ per DRA, $V4$ per DAR, $V5$ per ARD, $V6$ per ADR.
>
> Abbiamo il seguente sistema diofanteo in 6 incognite non negative:
>
> $V1+V2+V5 = 11$
>
> $V3+V4+V6 = 9$
>
> $V4+V5+V6 = 12$
>
> $V1+V3+V4=14$
>
> Che ha soluzione $V1=6$, $V2=1$, $V3=1$, $V4=7$, $V5=4$, $V6=1$
>
> Pertanto Rudi punti 16, Doc punti 23, Alice punti 19.

Sistema diofanteo, e Rudy è già contento, ma noi non ci accontentiamo ancora e vediamo che cosa ci scrive ***Valter***:

A=Alice, D=Doc, R=Rudy.

“Ogni possibile combinazione di voti è presente”.

Sei dei venti voti, in ordine di preferenza, sono quindi:

ADR, ARD, DAR, DRA, RAD, RDA.

Restano 14 saggi che hanno espresso le seguenti preferenze:

- 9 Alice a Rudy
- 11 Doc ad Alice
- 6 Doc a Rudy
- 8 Rudy a Doc.

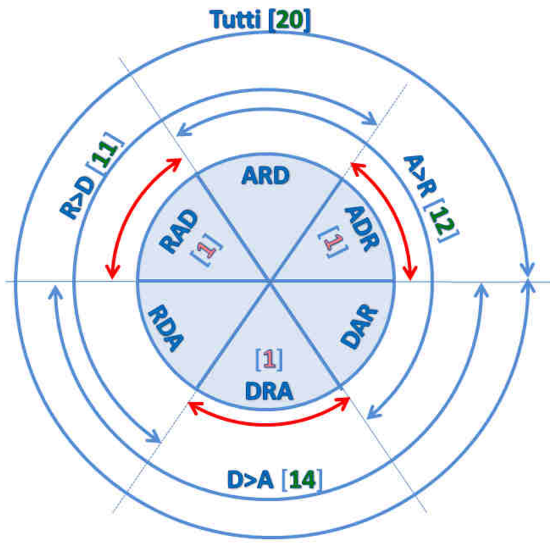
I 14 voti restanti dovrebbero quindi essere così distribuiti:

- 3 ARD
- 6 DAR
- 5 RDA.

8 saggi hanno votato Doc come prima scelta, 7 Rudy e 5 Alice.

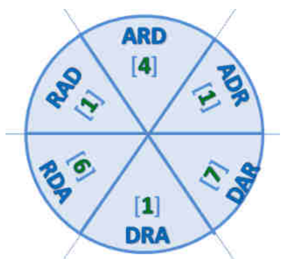
Bene, se non si capisce (perché i risultati sono presentati in maniera diversa) ***Valter*** e ***Alberto R.*** sono giunti alla stessa conclusione. Ora chiudiamo in bellezza con la soluzione di ***Franco57***:

Per rendere la soluzione più intuitiva si può rappresentare con una torta la totalità dei 20 saggi votanti, divisa nelle 6 fette delle possibili combinazioni di voto. La sequenza circolare delle fette non è casuale poiché ci consente di avere fette consecutive, cioè un settore circolare per insiemi interessanti come X è più votato di Y.



Ovviamente *RAD* ad esempio indica nell’ordine la preferenza Rudy, Doc, Alice e *R>D* indica l’insieme delle schede che mettono Rudy avanti a Doc. In *verde* indico i dati del problema, al quale occorre aggiungere quello fondamentale che ogni “fetta” ha almeno un votante.

Si può calcolare la somma dei votanti in *RAD, ADR, DRA* cioè i settori in *rosso*: infatti sommandoli alle schede in *R>D, A>R, D>A* si vede subito che ottengo due volte tutte le schede, perciò le tre fette assommano a 40–(11+12+14)=3 e non potendo essere nulle devono essere tutte con 1 voto, cioè *#RAD=#ADR=#DRA=1*.



In modo analogo *#RDA* = 11+14+1–20 = 6 e *#ARD* = 11+12+1–20=4.

Quindi, contro le apparenze iniziali, se conta la prima scelta vince Doc con 8 preferenze, segue Rudy con 7 e Alice con 5.

Ahimé per Alice, se non sbaglio i conti, anche se applichiamo il raffinato metodo Borda, la classifica non cambia:

		punteggi		
combin.	#voti	Doc	Rudy	Alice
RAD	1	0	2	1
ARD	4	0	1	2
ADR	1	1	0	2
DAR	7	2	0	1
DRA	1	2	1	0
RDA	6	1	2	0
Totale Borda		23	19	18

Non fa niente ragazzi, Alice è contenta comunque. E con questo ci fermiamo e passiamo al secondo problema.

5.1.2 ...e parlano, parlano, parlano...

Il Capo è talmente preso nella sua funzione di oratore, che pensa di poterne fare parecchie lo stesso giorno:

Abbiamo in piano quattro conferenze: sulla Matematica del Calendario (C), sulla Geometria dell'Origami (O), sulla Matematica Addosso (M) e su Arte e Matematica (A); chiunque può acquistare i biglietti per una o più conferenze, e dall'Organizzazione ci segnalano alcuni strani fenomeni.

- *Esattamente metà delle persone che hanno preso il biglietto O ha preso anche il biglietto A*
- *Esattamente metà delle persone che hanno preso il biglietto A ha preso anche il biglietto C*
- *Esattamente metà delle persone che hanno preso il biglietto M ha preso anche il biglietto O*
- *La metà più uno delle persone che hanno preso il biglietto M ha preso anche il biglietto C*
- *Un terzo delle persone che hanno preso il biglietto C ha preso anche il biglietto O e il biglietto M*
- *Delle persone che hanno preso il biglietto C, lo stesso numero ha preso il biglietto O o il biglietto M*
- *La stessa cosa si può dire per il biglietto A*
- *Chiunque abbia preso il biglietto O e il biglietto M ha preso anche o il biglietto C o il biglietto A, e di questa popolazione il numero di coloro che hanno preso il biglietto C è pari a coloro che hanno preso il biglietto A*
- *Chiunque abbia preso il biglietto C e il biglietto A, o ha preso anche il biglietto O, o ha preso anche il biglietto M, o non ha preso niente altro.*
- *Il numero delle persone che ha preso il biglietto A è pari al numero delle persone che ha preso un qualche biglietto non M*
- *Il numero delle persone che ha preso il biglietto O è pari al numero delle persone che ha preso un qualche biglietto non A*
- *Il numero di biglietti C presi è uno in più del numero di biglietti O presi*
- *Dodici persone hanno preso il biglietto O o il biglietto C o tutti e due.*

Quante persone parteciperanno e quanti biglietti sono stati venduti?

Problemino simpatico, vediamo come se l'è cavata ***Valter***:

A me vengono 18 persone e 35 biglietti; provo a giustificare evidenziando in grassetto.

Numero le persone da 1 a 18 ed elenco a quali conferenze partecipano:

C = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
O = (1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12)

M = (3, 4, 5, 6, 7, 10, 13, 14)
A = (1, 3, 5, 6, 8, 10, 15, 16, 17, 18).

Esattamente metà delle persone che hanno preso il biglietto O ha preso anche il biglietto A

O = (**1**, 2, **3**, 4, **5**, **10**, 11, 12)
A = (**1**, **3**, **5**, 6, 8, **10**, 15, 16, 17, 18)

Esattamente metà delle persone che hanno preso il biglietto A ha preso anche il biglietto C

A = (**1**, **3**, **5**, **6**, **8**, 10, 15, 16, 17, 18)
C = (**1**, 2, **3**, 4, **5**, **6**, 7, **8**, 9).

Esattamente metà delle persone che hanno preso il biglietto M ha preso anche il biglietto O

M = (**3**, **4**, **5**, 6, 7, **10**, 13, 14)
O = (1, 2, **3**, **4**, **5**, **10**, 11, 12)

La metà più uno delle persone che hanno preso il biglietto M ha preso anche il biglietto C

M = (**3**, **4**, **5**, **6**, **7**, 10, 13, 14)
C = (1, 2, **3**, **4**, **5**, **6**, **7**, 8, 9)

Un terzo delle persone che hanno preso il biglietto C ha preso anche il biglietto O e il biglietto M

C = (1, 2, **3**, **4**, **5**, 6, 7, 8, 9)
O = (1, 2, **3**, **4**, **5**, 10, 11, 12)

M = (**3**, **4**, **5**, 6, 7, 10, 13, 14)

Delle persone che hanno preso il biglietto C, lo stesso numero ha preso il biglietto O o il biglietto M

C = (**1**, **2**, **3**, **4**, **5**, 6, 7, 8, 9)
O = (**1**, **2**, **3**, **4**, **5**, 10, 11, 12)

C = (1, 2, **3**, **4**, **5**, **6**, **7**, 8, 9)
M = (**3**, **4**, **5**, **6**, **7**, 10, 13, 14)

La stessa cosa si può dire per il biglietto A

A = (**1**, **3**, **5**, 6, 8, **10**, 15, 16, 17, 18)
O = (**1**, 2, **3**, 4, **5**, **10**, 11, 12)

A = (1, **3**, **5**, **6**, 8, **10**, 15, 16, 17, 18)
M = (**3**, 4, **5**, **6**, 7, **10**, 13, 14)

Chiunque abbia preso il biglietto O e il biglietto M ha preso anche o il biglietto C o il biglietto A,

O = (1, 2, **3**, **4**, **5**, **10**, 11, 12)
M = (**3**, **4**, **5**, 6, 7, **10**, 13, 14)

C = (1, 2, 3, **4**, 5, 6, 7, 8, 9)
A = (1, 3, 5, 6, 8, **10**, 15, 16, 17, 18)
(nota: assumo or esclusiva altrimenti mi pare vi sia incompatibilità con altre condizioni)

… e di questa popolazione il numero di coloro che hanno preso il biglietto C è pari a coloro che hanno preso il biglietto A (di coloro che hanno preso sia il biglietto O che M, 4 ha preso solo O e 10 solo M)

Chiunque abbia preso il biglietto C e il biglietto A, o ha preso anche il biglietto O, o ha preso anche il biglietto M, o non ha preso niente altro

C = (**1**, 2, **3**, 4, **5**, **6**, 7, <u>8</u>, 9)
A = (**1**, **3**, **5**, **6**, <u>8</u>, 10, 15, 16, 17, 18)

O = (**1**, 2, **3**, 4, **5**, 10, 11, 12)
M = (**3**, 4, **5**, **6**, 7, 10, 13, 14)
(nota: 8 non ha preso niente altro; assumo che ce ne debba essere almeno uno altrimenti la condizione sarebbe sempre vera essendoci 4 conferenze)

Il numero delle persone che ha preso il biglietto A è pari al numero delle persone che ha preso un qualche biglietto non M

A = (1, 3, 5, 6, 8, 10, 15, 16, 17, 18)
M = (3, 4, 5, 6, 7, 10, 13, 14)

M=8, non M=10, A=10.

Il numero delle persone che ha preso il biglietto O è pari al numero delle persone che ha preso un qualche biglietto non A

O = (1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12)
A = (1, 3, 5, 6, 8, 10, 15, 16, 17, 18)

O=8, A=10, non A=8.

Il numero di biglietti C presi è uno in più del numero di biglietti O presi

C = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
O = (1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12)

C=9=8+1, O=8.

Dodici persone hanno preso il biglietto O o il biglietto C o tutti e due

C = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
O = (1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12)

Sono le persone da 1 a 12.

La prossima soluzione è di ***Fabrizio***. Purtroppo era in pdf, così speriamo di non aver fatto troppi danni nel riportarla:

Credo che gli strani fenomeni segnalati dall'organizzazione si possano agevolmente formulare come un sistema di equazioni diofantine.

Sia $x_S \geq 0$ il numero di persone che acquistano i biglietti per tutte e sole le conferenze in $S \subseteq \{C,O,M,A\}$; le variabili x_S sono 15 (chiaramente non definisco x_S con $S = \emptyset$) e possono assumere solo valori interi. Evidentemente, il numero di persone e il numero di biglietti si ottengono rispettivamente da

$$\sum_{S\subseteq\{C,O,M,A\}} x_S \qquad e \qquad \sum_{S\subseteq\{C,O,M,A\}} |S| x_S$$

Le condizioni invece possono essere codificate nel modo seguente:

1. Esattamente metà delle persone che hanno preso il biglietto O ha preso anche il biglietto A

$$-x_{COMA} + x_{COM} - x_{COA} - x_{OMA} + x_{CO} + x_{OM} - x_{OA} + x_O = 0$$

2. Esattamente metà delle persone che hanno preso il biglietto A ha preso anche il biglietto C

$$-x_{COMA} - x_{COA} + x_{OMA} - x_{CMA} - x_{CA} + x_{OA} + x_{MA} + x_A = 0$$

3. Esattamente metà delle persone che hanno preso il biglietto M ha preso anche il biglietto O

$$-x_{COMA} - x_{COM} + x_{CMA} - x_{OMA} + x_{CM} - x_{OM} + x_{MA} + x_M = 0$$

4. La metà più uno delle persone che hanno preso il biglietto M ha preso anche il biglietto C

$$-x_{COMA} - x_{COM} - x_{CMA} + x_{OMA} - x_{CM} + x_{OM} + x_{MA} + x_M = -2$$

5. Un terzo delle persone che hanno preso il biglietto C ha preso anche il biglietto O e il biglietto M

$$-2x_{COMA} - 2x_{COM} + x_{COA} + x_{CMA} + x_{CO} + x_{CM} + x_{CA} + x_{C} = 0$$

6. Delle persone che hanno preso il biglietto C, lo stesso numero ha preso il biglietto O o il biglietto M

$$x_{CMA} + x_{CM} = x_{COA} + x_{CO}$$

7. La stessa cosa si può dire per il biglietto A

$$x_{COA} + x_{OA} = x_{CMA} + x_{MA}$$

8. Chiunque abbia preso il biglietto O e il biglietto M ha preso anche o il biglietto C o il biglietto A,

$$x_{OM} = 0;$$

(*) più precisamente questa condizione modella *...ha preso anche o il biglietto C o il biglietto* ***ma non entrambi***

9. e di questa popolazione il numero di coloro che hanno preso il biglietto C è pari a coloro che hanno preso il biglietto A

$$x_{COM} = x_{OMA}$$

10. Chiunque abbia preso il biglietto C e il biglietto A, o ha preso anche il biglietto O, o ha preso anche il biglietto M, o non ha preso niente altro.

(*) questa condizione è sospetta: se si ammette che una persona possa prendere sia M sia O la condizione è ridondante; se invece questa eventualità non è ammessa allora dovrebbe essere $x_{COMA} = 0$ ma questa condizione rende incompatibile il sistema...

11. Il numero delle persone che ha preso il biglietto A è pari al numero delle persone che ha preso un qualche biglietto non M

$$x_{COMA} + x_{CMA} + x_{OMA} + x_{MA} = x_{CO} + x_{C} + x_{O}$$

12. Il numero delle persone che ha preso il biglietto O è pari al numero delle persone che ha preso un qualche biglietto non A

$$x_{COMA} + x_{COA} + x_{OMA} + x_{OA} = x_{CM} + x_{C} + x_{M}$$

13. Il numero di biglietti C presi è uno in più del numero di biglietti O presi

$$x_{CMA} + x_{CM} + x_{CA} + x_{C} = x_{OMA} + x_{OM} + x_{OA} + x_{O} + 1$$

14. Dodici persone hanno preso il biglietto O o il biglietto C o tutti e due.

$$x_{COMA} + x_{COM} + x_{COA} + x_{CMA} + x_{OMA} + x_{CO} + x_{CM} + x_{CA} + x_{OM} + x_{OA} + x_{C} + x_{O} = 12$$

A questo punto si tratta di risolvere questo sistema e sono sicuro che si possa fare per via algebrica.

Tuttavia, data la mia proverbiale pigrizia, mi sono affidato a un solutore di modelli di programmazione lineare intera. Il sistema in questione ammette 4 soluzioni con un numero di persone variabile da 14 a 18 e un numero di biglietti da 31 a 35. In particolare:

14 persone e 31 biglietti:

$x_{COMA} = 2$; $x_{COM} = 1$; $x_{OMA} = 1$; $x_{CO} = 2$; $x_{CM} = 2$; $x_{CA} = 1$; $x_{OA} = 1$; $x_{MA} = 1$; $x_{C} = 1$; $x_{O} = 1$; $x_{M} = 1$;

16 persone e 33 biglietti:

$x_{COMA} = 2$; $x_{COM} = 1$; $x_{CMA} = 1$; $x_{OMA} = 1$; $x_{CO} = 2$; $x_{CM} = 1$; $x_{CA} = 1$; $x_{OA} = 1$; $x_{C} = 1$; $x_{O} = 1$; $x_{M} = 2$; $x_{A} = 2$;

16 persone e 33 biglietti:

$x_{COMA} = 2$; $x_{COM} = 1$; $x_{COA} = 1$; $x_{OMA} = 1$; $x_{CO} = 1$; $x_{CM} = 2$; $x_{CA} = 1$; $x_{MA} = 1$; $x_{C} = 1$; $x_{O} = 2$; $x_{M} = 1$; $x_{A} = 2$;

18 persone e 35 biglietti:

$x_{COMA} = 2$; $x_{COM} = 1$; $x_{COA} = 1$; $x_{CMA} = 1$; $x_{OMA} = 1$; $x_{CO} = 1$; $x_{CM} = 1$; $x_{CA} = 1$; $x_{C} = 1$; $x_{O} = 2$; $x_{M} = 2$; $x_{A} = 4$;

Ci fermiamo qui, dato il ritardo speciale. Alla prossima!

6. Quick & Dirty

Abbiamo trovato un simpatico problema relativo al (secondo noi) ingiustamente ignorato undecagono regolare, e ci affrettiamo a proporvelo.

Un (giustappunto[15]) undecagono regolare ha i vertici colorati di rosso o di blu, e vengono tracciati tutti i possibili triangoli aventi come vertice uno dei vertici dell'undecagono.

Dimostrate che esistono sempre due triangoli congruenti i cui vertici sono tutti dello stesso colore.

7. Pagina 46

Essendo tutti i coefficienti $a_i \geq 0$, La sostituzione ad x di un qualsiasi valore non negativo renderà $f(x)$ pari almeno a 1, il che significa che tutte le radici della nostra equazione sono numeri negativi; siano questi (esplicitando il segno) $-r_1, -r_2, \ldots, -r_n$. Possiamo utilizzare queste radici per fattorizzare il polinomio:

$$f(x)=(x+r_1)(x+r_2)\ldots(x+r_n)=$$
$$=x^n+(r_1+r_2+\ldots+r_n)x^{n-1}+(r_1 r_2+r_1 r_3+\ldots)x^{n-2}+\ldots+r_1 r_2\ldots r_n$$

Quindi, ogni coefficiente a_k è esprimibile come la somma degli Bin(n, k) prodotti delle radici prese a k a k, ossia:

$$a_k=\sum r_{i1} r_{i_2}\ldots r_{ik}$$

Inoltre, sappiamo che $r_1 r_2 \ldots r_n = 1$.

Applicando la diseguaglianza delle medie (la media aritmetica è sempre maggiore o uguale della media geometrica):

$$\frac{a_k}{\binom{n}{k}}=\frac{\sum r_{i1} r_{i2}\ldots r_{ik}}{\binom{n}{k}} \geqslant \left[\prod r_{i1} r_{i2}\ldots r_{ik}\right]^{\frac{1}{\binom{n}{k}}}$$

Ossia

$$a_k=\sum r_{i1} r_{i_2}\ldots r_{ik}$$

Si noti che non esistono distinzioni tra i diversi r_i, e quindi *ogni* r_i *compare nel prodotto lo stesso numero di volte* (sia questo numero t):

$$\prod r_{i1} r_{i2}\ldots r_{ik}=(r_1 r_2\ldots r_n)^t=1^t=1$$

e deve quindi essere $a_k \geq$ Bin(n, k).

L'indice k varia tra 1 e $k - 1$, ma imponendo a_0 = Bin(n, 0) = 1 e a_n = Bin(n, n) = 1, possiamo scrivere:

$$f(x)=\sum_{k=0}^{n} a_k x^{n-k}$$

e quindi

$$f(2)=\sum_{k}^{n} a_k 2^{n-k}$$

Ma essendo, come visto, $a_k \geq$ Bin(n, k):

$$f(2) \geqslant \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 2^{n-k}=\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 1^k 2^{n-k}$$

[15] Questa parola è qui solo perché ci rifiutiamo di scrivere "Un undecagono". Ci pare una Cosa Molto Brutta, fatta apposta per metterci un apostrofo che non ci va.

Ma, per il teorema del binomio,

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 1^k 2^{n-k} = (1+2)^n = 3^n$$

e quindi $f(2) \geq 3^n$, che è il valore richiesto.

8. Paraphernalia Mathematica

Di corsa, stavolta, e alla svelta!

8.1 Un Fisico Olimpionico [4] - Ai blocchi... Pronti... VIA!

Prima, ci si fa una canna (facoltativo).
Poi, SI PARTE! (obbligatorio, serve per arrivare).
Andrea PAZIENZA, "Il suo vero nome era Deborah Nailon"

Purtroppo per alcuni di voi, parliamo solo della seconda parte e delle sue conseguenze. Vorremmo, infatti, analizzare alcuni interessanti aspetti della corsa "veloce".

Come giustamente fa notare Andrea Pazienza, per prima cosa bisogna partire, il che di solito è segnalato dal fatto che qualcuno spara un colpo in aria: la scelta di questo metodo brutale di segnalazione nasce, probabilmente, dal voler segnalare con un suono il più forte e istantaneo possibile il fatto che era ora di darsi da fare.

Evidentemente, ogni atleta cerca di "anticipare" lo starter, possibilmente senza farsene troppo accorgere: se ricordate, svariati anni fa le gare di velocità erano caratterizzate da un profluvio di false partenze, segnalate a insindacabile giudizio del giudice da un secondo colpo; non veniva indicato chi era stato e, olimpicamente, si ricominciava da capo.

Seccato dal tempo che si impiegava per una corsetta di un centinaio di metri, l'ente standardizzatore (IAAF: International Association of Athletic Federations) ha deciso tanto per cominciare di mettere dei sensori ai blocchi di partenza, e secondariamente che è falsa partenza se viene rilevata una pressione di partenza *nel decimo di secondo successivo allo start*. Insomma, i vostri riflessi non possono essere talmente buoni da farvi reagire prima di un decimo di secondo.

Come siamo messi, a livello di prestazioni professionali, da questo punto di vista?

Beh, diciamo che siamo abbastanza ai limiti: il "record" nella risposta ci risulta essere di John Drummond (1.16 decimi, Giochi Olimpici del 1996), ma genericamente si sta dalle parti di 1.5 decimi; la cosa interessante, però, è che sembra esserci ancora qualcosa di buono da rosicchiare, almeno ai massimi livelli.

Ad Atene, nel 2005, Asafa Powell (Jamaica) ha abbassato di 1/100 di secondo il record dei cento metri piani, portandolo a 9.77; nel 2007 a Rieti lo ha ulteriormente ridotto a 9.74. Successivamente, Usain Bolt (Jamaica) lo ha portato a 9.72 (2008), 9.69 (2008) e 9.58 (2009).

"Va bene, e allora?"

Semplicissimo: sia Powell che Bolt in queste gare sono quasi sempre *partiti per ultimi* (penultimi nel migliore dei casi), con dei tempi di reazione che (almeno in quell'ambiente) sono degni di un bradipo: si parla di tempi tra 1.80 e 1.90 decimi di secondo. Quindi, se avete dei tempi da Bolt o da Powell, il nostro consiglio è di perfezionare la partenza, non di cercare di "andare più svelto".

...che poi, "andare più svelto"... Fortunatamente, qualcuno ha fatto qualche conto in merito.

I primi calcoli sono stati fatti da J. Keller nel 1920, successivamente pubblicati da A.V. Hill nel 1925: l'idea era quella di descrivere l'accelerazione dell'atleta basandosi sulla sua capacità di sviluppare una forza per unità di massa, indicata da $f(t)$, tenendo conto di una componente "di decadimento" che dovrebbe basarsi su un modello delle resistenze fisiologiche umane quali tempo di ritorno del muscolo, tempo di rilascio della potenza istantanea, e cose del genere: qui la indichiamo con τ e, in prima approssimazione, è il tempo per cui riuscite ad accelerare[16]; in pratica, risulta una formula del tipo:

[16] Più precisamente, nel modello di Keller, se la moltiplicate per f assume le dimensioni di una velocità ed è la massima velocità che riuscite a raggiungere.

$$\dot{v}(t)=f(t)-\tau^{-1}(t)$$

che è un'equazione differenziale con le condizioni iniziali $v(0)=0$ e $f(t)$ limitata superiormente (in pratica, più che il massimo non potete dare, checché ne dica il Mister).

Inoltre, dobbiamo considerare che la potenza erogata (forza moltiplicata velocità, o anche derivata dell'energia rispetto al tempo) deve essere corrispondente al massimo erogabile fisiologico:

$$\frac{dE}{dt}=\sigma-f(t)v(t)$$

dove il primo termine a secondo membro rappresenta il bilancio energetico corporeo.

Noto che la distanza da correre è esprimibile allora come:

$$d=\int_0^T v(t)dt$$

allora la strategia del "dare tutto il più presto possibile" è espressa dalle leggi:

$$v(t)=f\tau\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$
$$d=f\tau^2\left(\frac{T}{\tau}+e^{-\frac{T}{\tau}}-1\right)$$

"...e a noi?" Beh, Keller ha raccolto qualche parametro sui record dell'epoca, e ha calcolato che la strategia del "dare tutto subito" premia solo per (si noti l'estrema precisione) d<291 *metri*.

Il che, ci porta al prossimo punto.

Una pista d'atletica è composta da due rettilinei e da due semicerchi, con ognuno di questi oggetti lungo cento metri; il che significa che quando volete correre i *duecento* metri, dovete partire dalla curva, e questo vi scombina abbastanza le cose.

In teoria, l'atleta nella corsia più interna parte da più indietro, quindi fanno tutti la stessa strada; da un punto di vista psicologico però le opinioni divergono, in quanto abbiamo alcuni atleti che, se messi nella corsia esterna, non sopportano di vedere gli altri "sempre più vicini"; altri, invece, messi nella corsia interna, si sentono svantaggiati dall'avere (all'inizio) tutti davanti. Non solo, ma di solito nella corsia interna c'è anche un "gradino" rispetto all'area centrale dal quale è bene tenersi piuttosto lontani: una storta lì sopra può avere conseguenze (ad essere ottimisti) catastrofiche.

Matematicamente, visto che sappiamo che ogni corsia è larga 1.22 metri e il raggio della curva per la corsia più interna è 36.5 metri, il partire nella corsia più interna o nella più esterna non ha nessuna importanza, visto che le distanze sono calcolate in modo tale che tutti facciano duecento metri; se però considerate che nella corsia più esterna il raggio della curva è 45.04 metri, forse potrebbe cominciare ad essere importante considerare la diversa curvatura.

Infatti, dovendo "girare continuamente", chi si trova nella corsia più interna deve o "accorciare il passo sinistro", o "allungare il passo destro" (si corre in senso *antiorario*) in modo da girare; e se state cercando di andare più forte di tutto il resto del mondo, la cosa può non essere semplicissima: da questo punto di vista, la corsia esterna sembra convenire.

Non solo, ma se tenete conto che dovete contrastare anche la forza centrifuga (e non ci guadagnate nulla, nel farlo), che è tra le altre cose funzione della vostra massa, oltre che del raggio di curvatura del cerchio che percorrete e della vostra velocità, vedete che la situazione è tutt'altro che rosea, tant'è che esistono alcuni scettici che considerano i 19 secondi un muro fisicamente invalicabile. E nell'*indoor* è ancora peggio, tant'è che spesso le curve sono "sopraelevate" (sino ad un massimo di 18°) o a raggio di curvatura non costante.

...e adesso, via come il vento!

Ah, già, ecco. Il vento. No, non vorremmo scoraggiarvi troppo...

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms