



# *Rudi Mathematici*

*Rivista fondata nell'altro millennio*

Numero 246 – Luglio 2019 – Anno Ventunesimo



1.	La voce del fantasma.....	3
2.	Problemi.....	9
2.1	VotAntonio!.....	9
2.2	...e parlano, parlano, parlano.....	9
3.	Bungee Jumpers .....	10
4.	Soluzioni e Note.....	10
4.1	[245].....	10
4.1.1	Treni probabili.....	10
4.1.2	Svelti, che dobbiamo arrabbiarci .....	13
5.	Quick & Dirty.....	16
6.	Pagina 46.....	16
7.	Paraphernalia Mathematica .....	18
7.1	Fisico Olimpionico [3] - Sommare mele con pere.....	18

---



**Rudi Mathematici**  
Rivista fondata nell'altro millennio da  
*Rudy d'Alembert* (A.d.S., G.C., B.S)  
[rudy.dalembert@rudimathematici.com](mailto:rudy.dalembert@rudimathematici.com)

*Piotr Ryznarovic Silverbrahms* (Doc)  
[piotr.silverbrahms@rudimathematici.com](mailto:piotr.silverbrahms@rudimathematici.com)

*Alice Riddle* (Treccia)  
[alice.riddle@rudimathematici.com](mailto:alice.riddle@rudimathematici.com)

[www.rudimathematici.com](http://www.rudimathematici.com)

RM244 ha diffuso 3'307 copie e il 21/07/2019 per  eravamo in 122'000 pagine.

Tutto quanto pubblicato dalla rivista è soggetto al diritto d'autore e in base a tale diritto concediamo il permesso di libera pubblicazione e ridistribuzione alle condizioni indicate alla pagina [diraut.html](#) del sito. In particolare, tutto quanto pubblicato sulla rivista è scritto compiendo ogni ragionevole sforzo per dare le informazioni corrette; tuttavia queste informazioni non vengono fornite con alcuna garanzia legale e quindi la loro ripubblicazione da parte vostra è sotto la vostra responsabilità. La pubblicazione delle informazioni da parte vostra costituisce accettazione di questa condizione.

La copertina di luglio è dalle vacanze di un redattore a caso, isola di Krk in Croazia, omonima città. Si noti che la sfera delle ore dà suppergiù la posizione del sole. Inoltre anche le ore sono scritte “strane”: per quelli che ricordano il vecchio quesito del campanile, in questo caso avrei un risparmio, se dovessi lavorare per fusioni?

## 1. La voce del fantasma

*“Non c’è dubbio che un matematico cinquantenne conosca la matematica che ha imparato quando aveva venti o trent’anni, ma ha solo alcune nozioni – e spesso abbastanza vaghe – della matematica della sua epoca, insomma proprio dei tempi in cui ha cui ha cinquant’anni.”*

È fantastico: quasi ogni domanda ha la sua risposta già nelle parole stesse. A ben vedere, potrebbe perfino essere l’ennesimo esempio di come letteratura e matematica siano ben più vicine di quanto normalmente si crede: c’è chi sostiene che la matematica non sia altro che la continua esplorazione di concetti già tutti presenti, definiti fin dall’inizio dagli assiomi fondamentali; e assai spesso gli elementi basilari della letteratura, le parole, hanno al proprio interno una storia, un carico di significati così vasto che spesso trascendono la parola stessa, e rendono inutili domande apparentemente legittime.

Perché, quasi sempre, i fantasmi non hanno voce? La risposta facile, immediata, diretta e soprattutto più scientificamente più giusta è ovvia: perché i fantasmi non esistono. Ma si ripresenta subito la solita, inevitabile questione semantica legata al verbo “esistere”. Esistono Topolino, Harry Potter, gli dei dell’Olimpo che danno il nome ai pianeti e ai giorni della settimana? Certo no, ma ciò non di meno è lecito chiedere e chiedersi perché Topolino abbia solo quattro dita, o quale sia la causa della cicatrice a forma di fulmine sulla fronte di Harry Potter. E ogni volta che si nominano “martedì” o “giovedì” non ci perde mai in domande oziose sull’essenza ontologica delle parole, ma si passa subito a sfogliare l’agenda.

Così, appellandosi una volta di più alla magica invenzione della “sospensione dell’incredulità”, anche la domanda sullo scarso esercizio delle corde vocali da parte dei fantasmi acquista una certa dignità, ed è a questo punto che ci vengono in soccorso le parole, o per meglio dire il loro ufficio anagrafe, l’etimologia. Il termine “fantasma” ci arriva direttamente dal greco, con il bello e riconoscibilissimo verbo φαντάζειν (*fantazein*), il cui significato è “mostrare”, nel senso più autentico e antico di “rendere visibile”. È il verbo dell’esposizione per eccellenza: dalla stessa radice arrivano anche le parole “epifania”, che dà un certo senso di esposizione pubblica, tutta intorno, e perfino la splendida parola “fantastico” con la quale – non del tutto a caso – è cominciato questo articolo. In buona sintesi, l’azione veicolata dal verbo è quella che sollecita il solo senso della vista, che peraltro è talmente importante nell’economia sensoriale umana che è comunque quello attraverso il quale si accendono le emozioni più forti: lo stupore, la meraviglia, insomma il senso del fantastico. I greci non erano soliti scherzare con le parole, e ne producevano parecchie, con l’intenzione di trasmettere anche piccole sfumature di significato: così, oltre al citato φαντάζειν chiamano in ballo anche φαντάζεσθαι (*fantazesthai*), con evidente identica radice, ma con il significato un po’ traslato di “immaginare”<sup>1</sup>, “avere visioni”. Quale sia il verbo che può rivendicare con maggior diritto la paternità del nostro “fantasma” può restare forse ancora cosa indecisa, ma è rassicurante notare che, facendo una cernita selezionata e discrezionale dei significati di entrambi i verbi, si può serenamente concludere che sì, un fantasma è essere puramente immaginario; e anche che sì, è normale che non abbia voce, visto che il suo compito istituzionale è solo quello di apparire, e non quello di farsi sentire.

Poi, come tutte le invenzioni di successo, i fantasmi hanno proliferato, e si sono evoluti. Alcuni hanno varcato la soglia del silenzio, se non proprio quella del mutismo: rumori di catene, ululati tempestosi e macabri accompagnano spesso l’arrivo in scena degli

---

<sup>1</sup> Del resto, sul potere centrale della vista anche la nostra lingua non scherza, visto che usa per il verbo più “creativo” proprio il concetto di “immaginare”, prodotto dell’azione del vedere: immaginare.

ectoplasmi; e infine il cinema ha definitivamente concesso a molti spettri di celluloidi la capacità di farsi sentire, in qualche maniera sonora ed evidente, dai comuni mortali. Potrebbe essere interessante stilare un elenco dei fantasmi più celebri della storia, arricchendola con le specifiche caratteristiche di ogni personaggio, dal Commendatore del “*Don Giovanni*” di Mozart alla pletera di spiriti che infestano New York nella serie dei “*Ghostbusters*”, ovviamente senza dimenticare nessuno degli abitanti dei vecchi castelli scozzesi, il Fantasma dell’Opera cantato in cento romanzi e film, o il “*Belfagor*” che terrorizzava (pur essendo silenziosissimo, a malapena visibile e perfino dotato di una maschera neanche troppo sgradevole) buona parte dell’italica popolazione sulla televisione nazionale degli anni ’60, nel suo rigoroso bianco e nero. Ma sono davvero troppi, e non vale la pena neppure di tentare un elenco assai parziale e ridotto<sup>2</sup>.



1 *Belfagor (o meglio Belphegor, secondo la dizione francese originale)*

Non ci sembra che in matematica trovino cittadinanza troppi fantasmi, ma spicca alta e travolgente l’ineffabile e ingombrante presenza di uno spettro che ha dilagato per buona parte del ventesimo secolo: al pari di Belfagor è di indubbia nazionalità francese, ma a differenza di lui (e un po’ anche per contraddire tutto l’inizio di questo articolo), la sua caratteristica principale era proprio quella di non apparire mai, neppure per sbaglio: ma in compenso aveva una voce che si faceva sentire, eccome se si faceva sentire. Certo, anche lui, come tutti gli ectoplasmi che si rispettino, era privo di corde vocali; però in compenso scriveva, e scriveva davvero tanto: del resto, si era proposto il non leggero compito di rifondare tutta la matematica, ed è comprensibile che – anche solo per tentare l’operazione – non si può davvero essere avari di parole.

Il nome lo rubò a un personaggio di una certa importanza, e a conti fatti si può ben dire che si è trattato di un furto crudele e spietato: il proprietario legittimo e reale del nome fu militare figlio di militare, e superò di gran lunga la fama

del padre colonnello. Al massimo della sua carriera e fama, finì addirittura nel novero dei candidati al trono di Grecia; ma tutta la sua carriera militare fu gloriosa e fulminea, visto che raggiunse il grado di generale di divisione ad appena quarant’anni, e arrivò anche a comandare la Guardia Imperiale e a diventare aiutante di campo di sua maestà Napoleone III. Ebbe però due grandi sfortune: la prima, vissuta direttamente sulla sua pelle, è il periodo storico in cui si trovò ad operare col il massimo grado militare; era il 1869, vigilia della terribile guerra franco-prussiana del 1870. Fu una delle guerre più dolorose per la Francia: finì con i prussiani che dettavano le dure condizioni di pace a Versailles, la reggia grandiosa dell’impero sconfitto, e che scelsero di incoronare proprio lì il loro re Guglielmo come Kaiser del Secondo Reich<sup>3</sup>, a sottolineare la ritrovata unità tedesca. Parigi era ancora assediata e attraversata dai moti ribelli della Comune, che si risolveranno in un altro atroce bagno di sangue, benché fratricida. Non era la guerra migliore da combattere, per un generale francese: egli aveva il comando dell’ “*Armata dell’Est*”, e si ritrovò protagonista di un episodio non troppo brillante. Non portò fino in fondo un attacco a Belfort, ordinò prematuramente una ritirata verso Besançon che venne interrotta dai prussiani; alla fine, si ritrovò a chiedere aiuto alla Confederazione Svizzera,

<sup>2</sup> Qualora foste curiosi, riveliamo però subito il nostro spettro preferito: senza alcuna ombra di dubbio, è il Fantasma Formaggino.

<sup>3</sup> Il Terzo Reich è ancora più tristemente famoso del Secondo, e ben noto a tutti. Il Primo è quello di Ottone I, di quasi mille anni precedente.

per internarvi i superstiti dei suoi 150.000 soldati. L'operazione riuscì, ed è tuttora considerata la prima e più significativa azione di salvataggio a cui contribuì la neonata Croce Rossa: ma resta il fatto che fu una rotta, e come tale caratterizzata da disordine e disperazione, con soldati malridotti che dovevano abbandonare armi e bagagli sul limitare della frontiera elvetica. Con la spietatezza che, spesso inconsapevolmente, caratterizza la nascita dei modi di dire, tra gli ambienti militari francesi nacque il modo di dire “armata alla Bourbaki” per indicare truppe disordinate, demotivate e prive di disciplina.



2 La ritirata dell'Armata dell'Est in Svizzera, nel dipinto di Edouard Castres

Quel generale si chiamava infatti Charles Denis Bourbaki, e forse non meritava che il suo nome rimanesse legato ad un'immagine di devastante sfacelo militare. Così, forse la sua seconda “grande sfortuna” non è del tutto tale, perché nel 1935 il suo nome fu riportato alla ribalta senza alcun accenno al disastro del 1871; i responsabili furono alcuni tra i più grandi matematici del Novecento, che dettero ufficialmente vita all'Associazione Bourbaki.

Non è del tutto chiara la ragione per la quale scelsero proprio questo nome: sono state avanzate – anche dai membri fondatori del gruppo stesso – motivazioni diverse, e almeno un paio sono associate a scherzi, tiri mancini accademici. La prima burla è quella che mise in atto Raoul Husson – personaggio un po' ibrido: scienziato, statistico ed economista che dedica la sua vita alla linguistica e alla fonazione – quando era ancora studente al terzo anno dell'École Normale Supérieure: riuscì ad organizzare una falsa conferenza tenuta dall'ipotetico matematico professor Holmgren, durante la quale pretese di dimostrare, facendo uso di termini incomprensibili e ragionamenti sottilmente fallaci, un ancor più ipotetico “Secondo teorema di Bourbaki”.

Correva l'anno 1923, e forse la burla dell'intraprendente studente era riuscita a colpire l'immaginazione dei futuri fondatori del gruppo: fu la stessa “voce ufficiale” dell'Associazione Bourbaki a ricordare come André Weil suggerì a un amico matematico indiano, tale D. Kosambi, che era coinvolto in una disputa con un collega, di fargli perdere la faccia citando una memoria matematica inesistente, così che l'altro, preso alla sprovvista, sarebbe caduto nell'imbarazzo. La cosa andò avanti per un bel po', coinvolse naturalmente un altro “teorema Bourbaki” e anche un articolo ufficiale scritto dall'Accademia Scientifica di Allahâbâd; e persino qualche confusione tra i nomi Weil-Weyl.



3 Congresso fondativo Bourbaki, Besse-en-Chandesse, luglio 1935. Tra gli altri si riconoscono Henri Cartan, René de Possel, Jean Dieudonné, André Weil, Claude Chevalley e Szolem Mandelbrojt. Il porcellino d'india sotto la macchina si chiama Mirles<sup>4</sup>.

Resta comunque solido il legame con il generale, legame dovuto proprio all'École Normale Supérieure frequentata dal primo burlone, Raoul Husson, e da quasi tutti i matematici fondatori del gruppo, perché erano stati molti, negli anni '70 del XIX secolo, gli studenti della Normale che avevano servito sotto le armi al comando di Charles Denis Bourbaki.

A proposito di nomi di battesimo, è bene subito precisare che il “fantasma matematico Bourbaki” non si chiama Charles o Denis: il suo nome ufficiale è Nicolas. Oddio, “ufficiale” è forse aggettivo troppo pretenzioso. La quasi totalità delle opere sono firmate “N. Bourbaki”, e i soci del gruppo convengono che l'iniziale N. era stata scelta proprio perché è la lettera negativa per eccellenza, come a dire “Non-esistente”, “Non-noto”, insomma “Non-tutto”. La necessità di inventare un “vero” nome di battesimo arrivò quando sorse la necessità di comunicare una biografia (ovviamente falsa) all'Accademia delle Scienze. Fu Éveline de Possel<sup>5</sup> a scegliere il nome “Nicolas” per superare l'impasse onomastico-burocratico<sup>6</sup>. Tra le molte altre conseguenze dell'acquisizione di un vero nome di battesimo c'è anche la possibilità, per i componenti del gruppo, di rinnovare uno dei loro passatempi preferiti: la burla o, per dirla come la chiamavano loro, *canular*. Il fantasma matematico, accademico di Poldavia<sup>7</sup>, potrà infatti annunciare (insieme alla sua consorte, M.me Biunivoque) il matrimonio della loro figlia Betti con il signor Henri Petard; e più tardi, persino essere il protagonista di un triste annuncio di dipartita, nel 1968.

<sup>4</sup> O, perlomeno, così ci assicura il sito da cui abbiamo rubato la foto: <http://news.cnrs.fr/articles/bourbaki-and-the-foundations-of-modern-mathematics>.

<sup>5</sup> Al tempo solo fidanzata, ma da lì a poco consorte ufficiale di André Weil.

<sup>6</sup> È curioso come la Wikipedia transalpina si diletta nel notare che comunque tutti i testi di “*Éléments de mathématique*” l'opera somma del gruppo, siano usciti firmati con la sola iniziale: “N. Bourbaki”, mentre il nome esteso “Nicolas Bourbaki” compare unicamente sull'opera “*Éléments d'histoire des mathématiques*”. Così, se ci fosse qualche amante delle complicazioni o dei complotti, ha tutto il diritto di sostenere che l'inesistente matematico “N. Bourbaki” che parla di “Matematica” possa essere una persona diversa dall'inesistente storico che parla di “Matematiche”.

<sup>7</sup> O Poldovia, o forse Poldevia. In francese, Bourbaki la chiama Poldévie.

Meno scherzosamente, le anime reali di Bourbaki furono una pletora di grandissimi matematici francesi. Una delle ragioni della sua costituzione, e probabilmente non l'ultima per importanza, era stata che i giovani matematici francesi degli Anni Trenta si ritrovavano senza riferimenti, dacché gran parte dei matematici della generazione precedente erano finiti trucidati nelle trincee della Prima Guerra Mondiale. Così, non ci fu quasi nessun giovane matematico francese di rilievo che non si associò, prima o poi, al gruppo Bourbaki, per poi ordinatamente lasciarlo non appena compiuti i cinquant'anni d'età, come lo statuto interno esigeva. Non vale la pena elencarli tutti, che è compito arduo e difficile: può bastare ricordare che Nicolas Bourbaki può appuntarsi sul petto ben cinque Medaglie Fields, quelle di Laurent Schwartz, Jean-Pierre Serre, Alexandre Grothendieck, Alain Connes e Jean-Christophe Yoccoz<sup>8</sup>.

C'è però un matematico con una caratteristica un po' speciale, nel gruppo: presente fin dal primo incontro, è quello che si incarica di scrivere i risultati, quello che fisicamente si ritrova a scrivere ogni singola parola pubblicata con il nome di N. Bourbaki. In altri termini, la voce del fantasma.

Jean Dieudonné nasce a Lille il primo Luglio 1906, e mostra una grande passione per la matematica fin dagli anni del liceo. Si dimostra abbastanza in gamba da poter entrare nella celebre École Normale Supérieure di Parigi, dove si laurea nel 1927 e ottiene il dottorato nel 1931, ma, soprattutto, dove incontra e familiarizza con coloro che più lo influenzeranno per il resto della vita: Cartan, Picard, Hadamard, Montel, Julia e altri. Come molti altri accademici, non ama molto insegnare: in compenso è attratto dalla



4 Jean Alexandre Eugène Dieudonné

filosofia, ed è forse per questo che si assume fin dall'inizio il compito di comunicare la rivoluzione bourbakista ai matematici di tutto il mondo. O forse perché adorava davvero l'idea di "gruppo": oltre a scrivere, era anche quello che più parlava in pubblico, e non esitava a palesare all'uditorio sia la sua passione per la ricerca di squadra, sia per la necessità di quello che oggi chiameremmo "brainstorming": *"Molti si chiedono come da questi uomini, che si urlano addosso anche in tre o quattro per volta, possa venir fuori qualcosa di intelligente..."*, ma anche, in una sorta di afflato di modestia: *"Credo che se non fossi stato obbligato ad affrontare problemi di cui non sapevo assolutamente niente e a tentare di venirne a capo, non avrei potuto realizzare un quarto, forse addirittura un decimo della matematica che ho fatto."*

E di matematica ne fa davvero tanta: topologia, geometria algebrica, teoria degli invarianti, teoria dei gruppi. E forse l'obbligo di dar voce a Bourbaki lo indirizza anche verso lidi inaspettati: scrive testi divulgativi di matematica, si interessa alla critica dei fondamenti e perfino alla storia della matematica. Ma non dimentica mai d'essere Bourbaki; perché solo un bourbakista purosangue può permettersi, come Dieudonné, di

<sup>8</sup> Di molti di loro abbiamo parlato in compleanni precedenti; ma – e soprattutto – è indispensabile riportare che colui che ma maggiormente incarnato l'anima matematica di Bourbaki, Henri Cartan, ha già ricevuto un "compleanno" di RM, al quale rimandiamo i lettori: si tratta di "Project Management", RM126, Luglio 2009, e in cui Bourbaki la fa da padrone. E se vi chiedete perché mai, allora, ne stiate leggendo un altro molto simile, la risposta è facile: uno, perché se esiste un personaggio polcefalo in matematica, quello è proprio Bourbaki; secondo, perché questo non è il compleanno dedicato a Bourbaki, ma – come preannunciava il titolo – alla sua "voce".

rilevare un errore in una memoria di Bourbaki e quindi pubblicare subito dopo un articolo – a firma Jean Dieudonné – intitolato “*Su un errore di N. Bourbaki*”.

Potrebbe sembrare una burla, un altro *canular* tanto caro ai giovanotti francesi cresciuti fra le due guerre. E forse lo era davvero; in fondo, nessuno meglio di chi dava voce a un matematico inesistente (che però ha seriamente rivoluzionato la matematica moderna) poteva capire meglio quanto sia sottile, inconsistente, euclideamente monodimensionale – e quindi senza spessore – il confine tra serio e faceto.





## 2. Problemi

### 2.1 VotAntonio!

Data l'attuale situazione politica italiana, non ci stupisce nessuno abbia ancora proposto di cambiare il sistema elettorale. Comunque non vorremmo perdeste l'allenamento in merito, e quindi per tenervi in esercizio organizziamo al volo un'elezione.

Abbiamo (in base a criteri che definire "clientelistici" è un eufemismo) appena selezionato venti saggi (il più vivace dei quali è noto come Jack il Tardigrado) che devono eleggere il Maestro di Cerimonie della Festa della Via. Siccome tra le varie prerogative del MdCdFdV c'è anche quella di Detentore della Chiave del Deposito degli Alcolici (DdCdDdA), tre agguerriti concorrenti si stanno giocando l'elezione all'ultimo sangue, e non ci siamo lasciati sfuggire la possibilità di usare il metodo di Borda: ogni elettore deve mettere in ordine di preferenza i tre candidati, e non è possibile astenersi.

Allo spoglio delle schede, risulta che 11 Grandi Elettori preferiscono, per questo prestigioso incarico, Rudy a Doc (i restanti 9 Infimi Elettori preferiscono Doc a Rudy); Rudy sta già schiarendosi la voce per il discorso di accettazione, quando gli fanno notare che *forse* sta anticipando leggermente i tempi: infatti, ci sono 12 Loschi Elettori che preferiscono Alice a Rudy e quindi si sta chiedendo a Doc di ritirarsi in buon ordine per lasciare a Rudy e ad Alice la possibilità di giocarsi il ballottaggio.

Logicamente Doc non ci sta, e ricontando (controllato: vi ricordate che è un asso al gioco delle tre carte?) le schede si vede che ben 14 persone lo preferiscono ad Alice.

Fermo restando che tutte le schede sono valide e che ogni possibile combinazione di voti è presente su almeno una scheda, quanti hanno votato per Doc come prima scelta?

### 2.2 ...e parlano, parlano, parlano...

**Disclaimer:** Fortunatamente, solo un pezzo di quanto segue è vero. Sfortunatamente, sarà vero tre volte in un giorno.

Ormai l'estate è finita; mentre stendiamo queste note, il termometro sulla veranda raggiunge a stento i 100° (oltre che ottimista, è tarato in Fahrenheit); l'autunno si avvicina e, con l'autunno, la stagione delle nostre conferenze. E siccome siamo molto apprezzati come conferenzieri, inizia la prevendita dei biglietti.

Abbiamo in piano quattro conferenze: sulla *Matematica del Calendario* (C), sulla *Geometria dell'Origami* (O), sulla *Matematica Addosso* (M) e su *Arte e Matematica* (A)<sup>9</sup>; chiunque può acquistare i biglietti per una o più conferenze, e dall'Organizzazione ci segnalano alcuni strani fenomeni.

- Esattamente metà delle persone che hanno preso il biglietto O ha preso anche il biglietto A
- Esattamente metà delle persone che hanno preso il biglietto A ha preso anche il biglietto C
- Esattamente metà delle persone che hanno preso il biglietto M ha preso anche il biglietto O
- La metà più uno delle persone che hanno preso il biglietto M ha preso anche il biglietto C
- Un terzo delle persone che hanno preso il biglietto C ha preso anche il biglietto O e il biglietto M
- Delle persone che hanno preso il biglietto C, lo stesso numero ha preso il biglietto O o il biglietto M
- La stessa cosa si può dire per il biglietto A

---

<sup>9</sup> La considerazione che l'intera sequenza possa essere raggruppata sotto l'acronimo C.O.M.A. sarà considerata "atto ostile" e come tale perseguito.

- Chiunque abbia preso il biglietto O e il biglietto M ha preso anche o il biglietto C o il biglietto A, e di questa popolazione il numero di coloro che hanno preso il biglietto C è pari a coloro che hanno preso il biglietto A
- Chiunque abbia preso il biglietto C e il biglietto A, o ha preso anche il biglietto O, o ha preso anche il biglietto M, o non ha preso niente altro.
- Il numero delle persone che ha preso il biglietto A è pari al numero delle persone che ha preso un qualche biglietto non M
- Il numero delle persone che ha preso il biglietto O è pari al numero delle persone che ha preso un qualche biglietto non A
- Il numero di biglietti C presi è uno in più del numero di biglietti O presi
- Dodici persone hanno preso il biglietto O o il biglietto C o tutti e due.

Quello che vorremmo sapere è quante persone parteciperanno e quanti biglietti sono stati venduti.

### 3. Bungee Jumpers

Trovate per quali valori di  $n$  la somma:

$$S_n = 1^3 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + \dots + (-1)^{n+1} n^3$$

è un quadrato perfetto.

*La soluzione, a "Pagina 46"*

### 4. Soluzioni e Note

Luglio!

Siete tutti in vacanza? Noi a turni, ma sì. Cerchiamo di far andare avanti la baracca, ma con molte difficoltà. Quindi ci perdonerete, se anche questo mese usciamo con ritardo ridicolo. Le vostre soluzioni, grazie al cielo, arrivano comunque.

#### 4.1 [245]

##### 4.1.1 Treni probabili

Già dopo il titolo si dovrebbe percepire la simpatia dell'estensore di queste note per il problema, così il sommario sarà veramente mal fatto, speriamo che si capisca:

*Rudy arriva al proprio vagone, che ha cento posti a sedere, per primo e sceglie quello che gli piace di più e si siede. Quando arrivano gli altri passeggeri per prima cosa si recano al loro posto prenotato e se il posto è libero vi si siedono, se lo trovano occupato ne scelgono un altro libero e si siedono. Il centesimo passeggero è Doc.*

*Qual è la probabilità che Doc si sieda al proprio posto?*

*Qual è la probabilità che Doc si sieda al posto di Rudy?*

*Qual è la probabilità che Doc si sieda al posto di uno degli altri novantotto passeggeri?*

Cominciamo da **Valter**:

La provo veloce ... quindi probabilmente sbaglio (tanto per rimanere in tema di probabilità ...).

Qual è la probabilità che Doc si sieda al proprio posto?

Una su cento (se Rudy si è seduto al suo posto).

Qual è la probabilità che Doc si sieda al posto di Rudy?

Una su cento (se Rudy si è seduto al posto di Doc).

Qual è la probabilità che Doc si sieda al posto di uno degli altri novantotto passeggeri?

Nessuna

- dal momento in cui un passeggero si siede al posto di Rudy/Doc i restanti si siedono al loro posto (e come ultimo posto per Doc rimane quello di Doc/Rudy).

- ... e se gli ultimi due posti rimasti liberi sono quelli di Rudy e Doc chiaramente Doc non si può sedere in uno degli altri novantotto (in quanto il novantottesimo passeggero si siederà nel posto di Rudy/Doc lasciando a Doc il posto di Doc/Rudy).

**Jeeves62** sembra essere d'accordo:

Qual è la probabilità che Doc si sieda al proprio posto?

50%

Qual è la probabilità che Doc si sieda al posto di Rudy?

50%

Qual è la probabilità che Doc si sieda al posto di uno degli altri novantotto passeggeri?

0%

Al massimo un solo posto dei passeggeri che debbono ancora sedersi risulterà indebitamente occupato.

Il primo, o Rudy o uno degli altri 98 passeggeri, che si siederà, indifferentemente (cioè con eguale probabilità), in uno dei due posti riservati a Rudy o a Doc, farà sì che tutti i rimanenti passeggeri si siederanno al loro posto (che troveranno libero!).

Per Doc rimarrà libero l'altro dei due posti riservati a Rudy o Doc.

La versione del **Panurgo** segue:

Questo quesito mostra delle analogie con quel solitario nel quale si dispongono le carte coperte in quattro file, una per ogni seme, si gira la carta in alto a sinistra e la si mette al suo posto (seme, riga; valore, colonna); la carta che occupa quel posto viene girata e il gioco continua fino a che la posizione della carta girata è quella libera, in alto a destra.

Rudy sale sul vagone e sceglie uno qualsiasi dei posti disponibili: il suo, quello di Doc o quello di un altro passeggero; ogni passeggero che sale trova il suo posto e vi si siede tranne quello il cui posto è occupato da Rudy: quest'ultimo potrà sedersi al posto di Rudy, al posto di Doc o al posto di qualcun altro. E così via. Fino a che l'ultimo passeggero "spostato" non si siede al posto di Rudy o al posto di Doc.

Evidentemente, se si siede al posto di Rudy, tutti i passeggeri rimanenti occuperanno il proprio posto, Doc compreso; altrimenti, se si siede al posto di Doc, tutti i passeggeri rimanenti occuperanno il proprio posto *tranne* Doc (che si accomoderà al posto di Rudy).

Insomma, le sequenze che terminano su Rudy porteranno Doc al suo posto mentre quelle che terminano su Doc... no!

Esempio:

$$(R \rightarrow \alpha) \quad (\alpha \rightarrow \beta) \quad (\beta \rightarrow R) \quad (\gamma \rightarrow \gamma) \quad \dots \quad (\omega \rightarrow \omega) \quad (D \rightarrow D)$$

e

$$(R \rightarrow \alpha) \quad (\alpha \rightarrow \beta) \quad (\beta \rightarrow D) \quad (\gamma \rightarrow \gamma) \quad \dots \quad (\omega \rightarrow \omega) \quad (D \rightarrow R)$$

Naturalmente potrebbe anche essere

$$(R \rightarrow \gamma) \quad (\alpha \rightarrow \alpha) \quad (\beta \rightarrow \beta) \quad (\gamma \rightarrow \sigma) \quad (\delta \rightarrow \delta) \quad \dots \quad (\sigma \rightarrow R) \quad \dots \quad (\omega \rightarrow \omega) \quad (D \rightarrow D)$$

e

$$(R \rightarrow \gamma) \quad (\alpha \rightarrow \alpha) \quad (\beta \rightarrow \beta) \quad (\gamma \rightarrow \sigma) \quad (\delta \rightarrow \delta) \quad \dots \quad (\sigma \rightarrow D) \quad \dots \quad (\omega \rightarrow \omega) \quad (D \rightarrow R)$$

oppure

$$(R \rightarrow R) \quad (\alpha \rightarrow \alpha) \quad \dots \quad (\omega \rightarrow \omega) \quad (D \rightarrow D)$$

e

$$(R \rightarrow D) \quad (\alpha \rightarrow \alpha) \quad \dots \quad (\omega \rightarrow \omega) \quad (D \rightarrow R)$$

cioè, non importa quanti o quali siano gli scambi: per ogni sequenza che termina su  $R$  ce n'è una che termina su  $D$ , quindi le frequenze relative sono

$$f(D \rightarrow D|\tau) = f(D \rightarrow R|\tau) = \frac{1}{2}$$

e

$$f(D \nrightarrow \{D, R\}|\tau) = 0$$

Ah, Beh! Certo: non avendo alcuna informazione su come Rudy scelga il suo posto, ne su come lo facciano gli eventuali passeggeri “spostati”, assegniamo come valore delle probabilità le frequenze che abbiamo trovate, in base al Principio di Indifferenza

$$\Pr(D \rightarrow D|\tau) = f(D \rightarrow D|\tau) = \Pr(D \rightarrow R|\tau) = f(D \rightarrow R|\tau) = \frac{1}{2}$$

e

$$\Pr(D \nrightarrow \{D, R\}|\tau) = f(D \nrightarrow \{D, R\}|\tau) = 0$$

Concludiamo con la versione di **Franco57**:

Userò le lettere R per Rudy, D per Doc, X, Y, Z, etc., per gli Svizzeri Tedeschi e la notazione  $\rightarrow$  per indicare “*si siede al posto di*”.

Se ci si pensa bene, non è possibile che Doc si sieda al posto di uno Svizzero Tedesco poiché questi, che è arrivato prima di lui, avrebbe trovato libero il proprio e ci si sarebbe seduto ( $D \rightarrow X$  impossibile).

Se causalmente Rudy si siede al proprio posto, allora gli Svizzeri Tedeschi trovano tutti il proprio posto libero ci si siedono, poi per ultimo Doc trova libero esattamente il suo posto (quindi  $R \rightarrow R \Rightarrow D \rightarrow D$ ).

Similmente, se Rudy si siede casualmente al posto di Doc, ancora una volta tutti gli Svizzeri Tedeschi possono sedersi nel proprio posto e lo fanno, mentre a Doc non rimane che il posto di Rudy (perciò  $R \rightarrow D \Rightarrow D \rightarrow R$ ).

Se infine Rudy si siede al posto di uno Svizzero Tedesco X, prima o poi questo arriva e ci sono tre possibilità:

1. X si siede sul posto di Rudy e analogamente a prima tutti gli altri Svizzeri Tedeschi trovano libero il proprio posto e pure Doc alla fine ( $R \rightarrow X$  e  $X \rightarrow R \Rightarrow D \rightarrow D$ )
2. X si siede sul posto di Doc e similmente tutti i successivi Svizzeri Tedeschi si accomodano secondo il posto loro assegnato, ma Doc troverà libero solo il posto di Rudy ( $R \rightarrow X$  e  $X \rightarrow D \Rightarrow D \rightarrow R$ )
3. X si siede al posto di un altro Svizzero Tedesco Y, ma a questo punto siamo di nuovo nella stessa situazione con Y al posto X, cioè uno solo degli Svizzeri Tedeschi che devono ancora salire ha il posto occupato. Si noti che questo gioco che uno Svizzero Tedesco siede al posto un altro Svizzero Tedesco prima o poi deve terminare con uno Svizzero Tedesco che siede al posto di Rudy oppure al posto di Doc, altrimenti alla fine quando sale Doc rimarrebbero due posti vuoti, appunto quello di Rudy e quello di Doc e non uno solo! ( $R \rightarrow X$  e  $X \rightarrow Y$  e ...  $Z \rightarrow R \Rightarrow D \rightarrow D$  oppure  $R \rightarrow X$  e  $X \rightarrow Y$  e ...  $Z \rightarrow D \Rightarrow D \rightarrow R$ ).

Abbiamo visto che, in tutti i casi, sempre una scelta casuale ed equiprobabile tra il posto di Rudy e il posto di Doc, determina se Doc si siede al suo posto o al posto di Rudy.

Si può quindi concludere che Doc si siede al posto giusto con probabilità 50% e al posto di Rudy con il restante 50%.

Abbiamo riservato l'ultimo posto a **Franco57** perché ci ha anche inviato un'estensione, che facciamo seguire immediatamente:

Ho visto che il quesito è generalizzabile da 1 a  $k$  viaggiatori  $R_1, R_2, \dots, R_k$  nessuno dei quali sale per ultimo e che essendo rudi (brutto gioco di parole, lo so, ma non ho resistito) si siedono a caso in un posto libero, mentre gli altri (gli svizzeri tedeschi)

vanno sempre al proprio posto, se libero, altrimenti anch'essi su uno a caso. Per ultimo sale *Doc*, indicato con *D*. Che posto può trovare libero e con quali probabilità?

Ebbene, succede che *D* trova libero il proprio posto oppure uno tra i posti prenotati per  $R_1, R_2, \dots, R_k$  con la stessa probabilità, quindi  $\frac{1}{k+1}$ , mentre è impossibile che si sieda in qualsiasi altro posto. Il risultato è lo stesso sia che l'ordine di salita degli  $R_1, R_2, \dots, R_k$  sia fissato, come nel problema originale nel quale Rudy sale per primo, sia che sia sconosciuto.

Infatti, posto  $M = \{R_1, R_2, \dots, R_k, U\}$  l'insieme dei rudi viaggiatori + *Doc*, consideriamo il generico  $R_i$ . Egli si può sedere direttamente in un posto di  $M$ , oppure al posto di uno svizzero  $X_i$  e questo a sua volta al posto di un altro svizzero  $Y_i$ , eccetera, ma alla fine uno di questi svizzeri, diciamo  $Z_i$  per forza si deve sedersi in un posto di  $M$ . Chiamo  $U_i$  (ultimo della catena  $i$ ) direttamente  $R_i$  nel primo caso (catena degli svizzeri nulla) oppure  $Z_i$  nel secondo caso.

A questo punto ragiono il ragionamento è delicato, come sempre quando si tratta di probabilità: fissata per ogni  $i$  tra  $1 \leq i \leq k$  la catena  $i$  degli svizzeri, il primo a salire degli  $U_i$  occuperà casualmente il posto di uno tra gli  $M$ , il secondo uno dei rimanenti tra gli  $M$  ancora a caso, e così via fino all'ultimo a salire degli  $U_i$ . Naturalmente essendo i  $k$   $U_i$  tutti diversi e accomodandosi nei  $k+1$  posti di  $M$ , quello che avanza libero per *D* è uno a caso tra gli  $M$ , come si voleva dimostrare.

Come sempre, quando si parla di probabilità, ci sembra vero tutto ed il contrario di tutto, quindi ci fermiamo qui e passiamo al secondo problema.

#### 4.1.2 Svelti, che dobbiamo arrabbiarci

Un bel problema di fisica con velocità ed accelerazioni... o no? Vediamo il testo:

*Siete sulla vostra barca e il motore vi spinge verso est alla velocità costante di 10 nodi; la bandiera sulla cima dell'albero punta a sud-est. A seguito di una virata a sud, procedendo sempre a 10 nodi, notate che la bandiera punta a est. Qual è la velocità del vento?*

La prima soluzione è quella di **Jeeves62**:

La velocità del vento è di 22,36 nodi circa.

La componente verso est del vento è di 10 nodi maggiore di quella verso sud (infatti procedendo verso est alla velocità di 10 nodi le due componenti del vento sono uguali)

La componente verso sud è di 10 nodi (infatti procedendo verso sud alla velocità di 10 nodi la componente verso sud si annulla)

Il vento avrà componente est di 20 nodi e componente sud di 10 nodi; ne risulta una velocità totale di 22,36 nodi circa ( $\sqrt{500}$ ) direzione circa est / sud-est.

Lapidario **Alberto R.**:

Vento di 22 nodi da 296°.

Esso presenta una componente di 10 nodi in direzione nord-sud e una di 20 nodi in direzione ovest-est.

E se qualcuno dei solutori di questo facile problema si azzarda a scrivere che la velocità del vento è di 22,361 nodi e la sua provenienza 296,565° ne dedurrò che non ha mai condotto una barca a vela.

Noi no, siamo completamente teorici. **Zar** (bentornato!) in una pausa ci scrive:

Ora, se la barca va verso est, questo significa che c'è un vento apparente che spinge verso ovest. Lo indichiamo col bel numero complesso  $-1$ .

Il vento reale lo indichiamo invece col numero complesso  $a + ib$ .

Quando la barca va verso sud, si crea un vento apparente verso nord che indichiamo con  $i$ .

Nel primo caso la bandiera sventola verso sud est, situazione che possiamo riassumere col numero complesso  $k - ik$ .

Nel secondo caso, invece, la bandiera sventola verso est, ovvero  $h$ .

Ora possiamo tradurre i termini del problema in questo modo:

$$-1 + a + ib = k - ik$$

$$i + a + ib = h$$

Sottraendo la seconda equazione dalla prima otteniamo

$$-1 - i = k - h - ik$$

da cui si deduce che  $k=1$ .

Sostituendo questo valore nella prima equazione, arriviamo a

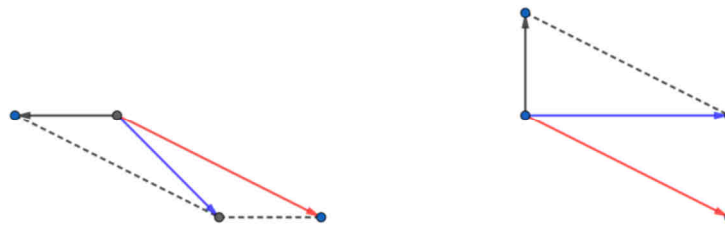
$$-1 + a + ib = 1 - i$$

da cui deduciamo che  $b=-1$  e  $a=2$ .

Ecco che abbiamo trovato il vento, rappresentato dal numero  $2-i$ , che ha modulo radice di 5, che è sempre un bel numero.

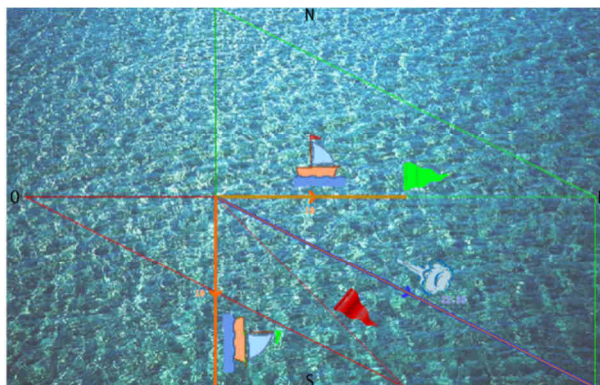
Dato che l'unità di misura che abbiamo utilizzato è 10 nodi, la velocità del vento sarà 10 radice di 5 nodi.

Ecco una figurina con, in rosso, il vento e, in blu, la direzione della bandiera.



Bene, il Capo andrà in brodino di qualcosa per il numero complesso che indica il vento reale e viceversa. Vediamo che cosa scrive **Valter**, che comincia sempre nello stesso modo:

Lo so che sarà tutto sbagliato ma almeno mi sono divertito con GeoGebra... Fisica non l'ho studiata a scuola e da autodidatta non è che l'ho capita molto. Comincio con un disegno per spiegarmi, poi la faccio breve con le mie farneticazioni:



Mi sono immaginato che la lunghezza del vettore “?” sia la velocità.

Le linee arancioni mi danno le due direzioni e velocità della barca.

Ho fatto partire la barca dallo stesso punto nelle due direzioni per allineare i diagrammi.

Il vettore blu, che rappresenta il vento, ha direzione e lunghezza/velocità comune.

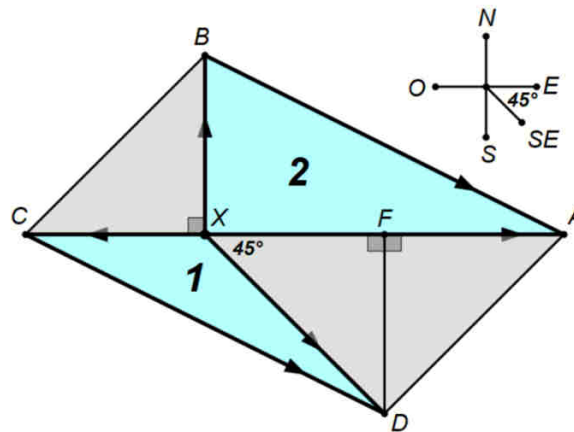
Le linee tratteggiate di colore rosso e verde indicano la direzione della bandiera nei due casi.

Ho farneticato che tale direzione delle bandiere sia data dalla composizione tra barca/vento.

Se questo ha un senso, dal disegno, e anche calcolando, risulta una velocità di 22,33 nodi circa.

Non ci resta che passarvi la versione di **trentatre**:

L'orientamento della bandiera è causato dal moto della barca (che equivale a un vento verso poppa) e dal vento, che si assume costante in intensità e direzione. La situazione iniziale e quella dopo la virata sono riunite nella figura, dove ogni segmento orientato è un vettore che rappresenta una velocità.



All'inizio (zona 1)

- la barca viaggia verso est con la velocità di 10 nodi/h
- la direzione della bandiera  $XD$  è la somma di
  - velocità inversa a quella della barca ( $XC$  verso ovest) e velocità del vento  $CD$
  - cioè  $XD = XC + CD$  (orientata verso sud-est).

Dopo la virata (zona 2)

- la barca viaggia verso sud alla velocità di 10 nodi/h
- la direzione della bandiera  $XA$  è la somma di
  - velocità inversa a quella della barca ( $XB$  verso nord) e velocità del vento  $BA$
  - cioè  $XA = XB + BA$  (orientata verso est).

I vettori  $AB$  e  $CD$  (il vento) sono paralleli e di lunghezza uguale

- dunque  $ABCD$  è un parallelogramma con  $BC$  e  $AD$  paralleli
- i tre triangoli rettangoli  $CXB$ ,  $AFD$  e  $DFX$  sono quindi uguali, con tutti i cateti lunghi 10 nodi/h
- la velocità del vento è l'ipotenusa del triangolo  $ABX$  che vale

$$|AB| = \sqrt{10^2 + (20)^2} = 10\sqrt{5} = 22.3607 \text{ nodi/h} .$$

E anche questa volta siamo arrivati al fondo. Occhio al vento, reale o virtuale, e godetevi l'estate. Alla prossima!

## 5. Quick & Dirty

Dimostrate il Teorema di Pitagora: Nel triangolo rettangolo ABC, se  $CD=x$  è l'altezza relativa all'ipotenusa AB, allora:

$$a^{-2} + b^{-2} = x^{-2}$$

L'area del triangolo vale:

$$\text{Area} = \frac{1}{2} cx = \frac{1}{2} ab$$

Raddoppiando, quadrando e ricordando che  $a^2 + b^2 = c^2$ ,

$$c^2 x^2 = (a^2 + b^2) x^2 = a^2 b^2$$

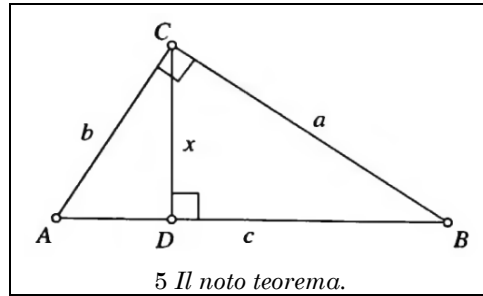
Da cui:

$$\frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} = \frac{1}{x^2}$$

ossia:

$$\frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{1}{x^2}$$

che è la tesi.



## 6. Pagina 46

Notiamo per prima cosa che ogni differenza

$$(1^3 - 2^3), (3^3 - 4^3), (5^3 - 6^3), \dots, [(n-1)^3 - n^3]$$

è minore di zero: quindi, nel caso di  $n$  pari, la somma totale sarà minore di zero e non potrà essere un quadrato perfetto. Quindi, in prima limitazione,  $n$  deve essere dispari.

La somma dei cubi dei primi  $n$  interi è esprimibile come:

$$\left[ \frac{n \cdot (n+1)}{2} \right]^2$$

e quindi, sommando e sottraendo la somma degli interi pari, abbiamo:

$$\begin{aligned} S_n &= (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3) - 2[2^3 + 4^3 + \dots + (n-1)^3] \\ &= \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2 - 2 \cdot 8 \left[ 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + \left[ \frac{n-1}{2} \right]^3 \right] \\ &= \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2 - 16 \left( \frac{\frac{n-1}{2} \cdot \frac{n+1}{2}}{2} \right)^2 \\ &= \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2 - 4 \left( \frac{n-1}{2} \right)^2 \cdot \left( \frac{n-1}{2} \right)^2 \\ &= \left[ \frac{n+1}{2} \right]^2 \left[ n^2 - 4 \left( \frac{n-1}{2} \right)^2 \right] \\ &= \left[ \frac{n+1}{2} \right]^2 [n^2 - (n-1)^2] \\ &= \left[ \frac{n+1}{2} \right]^2 (2n-1) \end{aligned}$$

Affinché il risultato sia un quadrato, il numero dispari  $(2n - 1)$  deve essere un quadrato e, in particolare, il quadrato di un numero dispari:



$$2n - 1 = (2k - 1)^2 = 4k^2 - 4k + 1$$

ossia:

$$n = 2k^2 - 2k + 1$$

Quindi, qualsiasi intero nella forma  $n = 2k(k - 1) + 1$  rende la nostra somma un quadrato perfetto.



## 7. Paraphernalia Mathematica

Stavolta i calcoli sono semplici, il difficile è scoprire chi vince.

### 7.1 Fisico Olimpionico [3] - Sommare mele con pere

Rudy è sempre rimasto piuttosto perplesso relativamente al nome inglese che viene dato all'atletica leggera, ma recentemente è finalmente riuscito a capire che cosa significa: la cosa nasce da una forma di pragmatismo che fa pensare sia un'invenzione tutta americana.

In prima approssimazione, potete dividere le gare di atletica leggera in due grandi categorie:

1. Quelle che devi metterci meno tempo possibile<sup>10</sup>: siccome di solito richiedono l'uso di una corsia per atleta, in inglese sono detti *track*.
2. Quelle che devi arrivare il più lontano possibile (in direzione da definire preventivamente): siccome richiedono l'uso di un campo aperto tenuto a disposizione del singolo atleta, in inglese sono detti *field*.

...e siccome buttiamo tutto dentro l'atletica leggera, gli inglesi la chiamano *Track&Field*.

A questo punto, chiedersi se sia più bravo un saltatore in alto o un centometrista è come chiedersi di che colore sia un si bemolle; eppure, esiste un momento, nell'atletica, in cui dobbiamo confrontare cose del genere. Anzi, addirittura *sommarle*: da cui, il titolo, caso mai non vi fosse ancora chiaro.

Il *Decathlon* è formato da dieci *eventi* suddivisi su due giornate:

Giorno 1	Giorno 2
100 metri piani	110 metri ostacoli
Salto in lungo	Lancio del disco
Getto del peso	Salto con l'asta
Salto in alto	Lancio del giavellotto
400 metri piani	1500 metri piani

Questo per quanto riguarda la gara maschile: in quella femminile, per motivi che non ci sono noti, le gare *field* sono scambiate tra primo e secondo giorno, mentre le *track* (quelle indicate in rosso) restano così. La gara femminile fa parte dei giochi olimpici solo dal 2004, e una nostra fonte (Wikipedia inglese) scrive "100 metri ostacoli" per la gara femminile, cosa che nessuna altra fonte riporta.

Discorso ben diverso per l'*Eptathlon*, in cui le gare *track* sono molto più differenziate per genere, ma su questo sorvoleremo.

Essendo intenzionati a stilare una classifica dei vari atleti comprendente le loro prestazioni in ognuno degli sport ma volendo arrivare ad una classifica unica, ci si pone appunto il problema di sommare mele con pere.

La prima idea può essere quella di prendere un valore per ogni specialità (ad esempio, alle olimpiadi, il record olimpico specifico aggiornato all'edizione precedente), e poi decidere in che caso ci troviamo:

1. Caso *Track*: sottraggo dal record olimpico la prestazione dell'atleta.
2. Caso *Field*: sottraggo dalla prestazione dell'atleta il record olimpico.

In questo modo (a parte che in entrambi i casi ottengo un numero negativo, ma sorvoliamo) posso poi sommare il tutto e chi ha il punteggio più alto vince.

Come primo passo, comunque, è una discreta schifezza, per un paio di motivi.

Non sappiamo voi, ma a noi l'idea di fare un mucchio di fatica per poi sapere di quanto ci sarebbe stato davanti il detentore del record olimpico non è che stimoli molto il lato

<sup>10</sup> In merito, ci sovviene una vecchia battuta che ci è sempre piaciuta: "Il golf è quello sport nel quale meno giochi, più sei bravo".

“Citius, Altius, Fortius”. Forse sarebbe meglio confrontarci con delle prestazioni più “tranquille”.

Inoltre, andare un metro più lontano nel lancio del giavellotto è impresa fattibile, ma provate a incrementare di un metro il salto in alto, e qualche partecipante vi chiederà come mai non avete portato anche l’asta. Insomma, anche se appartenenti alla stessa categoria (Track o Field), fare confronti tra i diversi eventi sembra tutt’altro che semplice.

La luminosa idea di qualcuno è stata quella di cercare due formule che permettessero, per ogni evento, di *pesare* in modo diverso la prestazione: e per non farci mancare niente, ogni formula ha tre parametri sui quali intervenire: *additivo*, sottratto alla tua prestazione (OK, eventualmente cambiato di segno... non fate i pignoli); *esponenziale*, che tiene conto della fatica che hai fatto per migliorare la prestazione; *moltiplicativo*, per avere una proporzione tra i diversi sport. In pratica, le nostre formule diventano:

1.  $N = \text{int}(A \times (B - P)^C)$  per il *Track*
2.  $N = \text{int}(A \times (P - B)^C)$  per il *Field*

Dove “N” sono i punti che ricevete, e “P” è la vostra prestazione nell’opportuna unità di misura. “...e A, B e C?” Semplice, su quelli si litiga. O meglio, si discute.

Tanto per cominciare, ci si basa “...sui risultati passati all’interno del decathlon...”, il che significa che vi confrontate con qualcuno nella vostra categoria: Usain Bolt non corre contro di voi. E questo non è così difficile da stabilire per quanto riguarda il parametro B.

Per quanto riguarda gli altri parametri, potremmo avere qualche problema: il parametro C ha un’influenza fortissima, e anche A non scherza; ma procediamo con calma. Fermo restando che “ci si accorda”, la domanda successiva è: “ogni quanto?”. Si procede abbastanza a stima, e diventa interessante fare un’analisi dei tempi.

Il metodo è stato definito nel 1920, e sono seguiti aggiornamenti nel 1934, 1950, 1962, 1985. Il che significa che gli aggiornamenti sono stati ogni 12, 16, 12, 23 e (ad oggi) 35 anni. A occhio e croce, dopo qualche aggiustamento, ci si è stabilizzati su una formula che promette di durare per un certo tempo. Ma vediamo i parametri.

Evento	A	B	C	Unità di mis.
100 metri piani	25.4347	18	1.81	secondi
Salto in lungo	0.14354	220	1.4	centimetri
Getto del peso	51.39	1.5	1.05	metri
Salto in alto	0.8465	75	1.42	centimetri
400 metri piani	1.53775	82	1.81	secondi
110 metri ostacoli	5.74352	28.5	1.92	secondi
Lancio del disco	12.91	4	1.1	metri
Salto con l’asta	0.2797	100	1.35	centimetri
Lancio del giavellotto	10.14	7	1.08	metri
1500 metri piani	0.03768	480	1.85	secondi

A questo punto, “B” è abbastanza facile da interpretare: rappresenta la “peggiore prestazione possibile” (se un punteggio viene negativo, viene posto pari a zero): la nostra esperienza nel salto con l’asta è nulla, ma ci paiono valori abbastanza facilmente raggiungibili.

Più complesso interpretare il ruolo di C: abituati a considerare gli esponenziali come quelli che la fanno da padrone in una serie, effettivamente vediamo che il valore minimo è per il lancio del giavellotto, dove migliorare la propria prestazione di un metro è relativamente semplice, mentre il valore massimo è nei 110 ostacoli, dove tra ostacoli che rallentano la corsa e percorso breve, un secondo rappresenta un’enormità. Chi entra però in ballo brutalmente è il fattore A, che sconvolge in misura notevole il numero di punti attribuiti: se siete fuori forma in tutti gli sport e fate una prestazione da “due unità sopra il minimo” (...il giavellotto si ferma a 9 metri, il vostro salto in lungo è di 2,22 metri, fate i 100 in 16 secondi...), concludereste la gara con la miseria di 275 punti: ma di questi, 106 vi arriverebbero dall’emozionante prestazione nel lancio del peso (nella quale siete andati

appena oltre il vostro alluce sinistro), con il suo moltiplicatore abnorme. A questo punto, non è difficile dare priorità ad una data disciplina rispetto alle altre.

Esistono, logicamente, anche le tabelle “Masters”, che variano in funzione dell’età il termine A: vi basti sapere che una prestazione poco sotto 5000 sotto i 35 anni, se realizzata da un centenario, vi porta a 45750 punti (il bello delle tabelle Excel...).

Che cosa bisogna fare, per avere una prestazione “decente”? Solitamente si fanno i calcoli per l’ottenimento di un dato punteggio per ogni gara, grazie a Wikipedia (inglese), possiamo darvi qualche target:

Evento	1000 punti	900 punti	800 punti	700 punti	Unità di misura
100 metri piani	10,395	10,827	11,278	11,756	secondi
Salto in lungo	7,76	7,36	6,94	6,51	metri
Getto del peso	18,4	16,79	15,16	13,53	metri
Salto in alto	2,20	2,10	1,99	1,88	metri
400 metri piani	46,17	48,19	50,32	52,58	secondi
110 metri ostacoli	13,8	14,59	15,419	16,29	secondi
Lancio del disco	56,17	51,4	46,59	41,72	metri
Salto con l’asta	5,28	4,96	4,63	4,29	metri
Lancio del giavellotto	77,19	70,67	64,09	57,45	metri
1500 metri piani	3:53,79	4:07,42	4:21,77	4:36,96	min. e sec.

Kevin Mayer (Francia) è, al momento, il campione del mondo con un punteggio di 9126, ma qualche bello spirito dotato in matematica ha fatto qualche conto: se prendete nell’ambito decatletico la *miglior prestazione di sempre*, il “decatleta perfetto” accumula la bellezza di 10529 punti, mentre se calcolate i record mondiali (non del decathlon), ottenete un fantasmagorico 12500.

Adesso che avete dei target, tocca a voi.

*Rudy d’Alembert*  
*Alice Riddle*  
*Piotr R. Silverbrahms*