Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 232 – Maggio 2018 – Anno Ventesimo

Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da

Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM231 ha diffuso 3'257 copie e il 14/05/2018 per Google eravamo in 8'730 pagine.

A quanto ci dice l'eccellentissimo e aghiotato ***Davide MANA*** (...non lo conoscete? Ciò è male), questo aggeggio circola su Feisbuc e "...probably exist only to reap your personal data so that obscure companies will be able to use them to hijack the democratic process somewhere", ma l'idea a noi "Orfani del Tubolario" sembra carina. Anche se restiamo dell'opinione che Davide lo abbia modificato a proprio favore: "The Metaphysical Wanderer That Doesn't Know Mercy" è troppo bella per essere vera.

1. Honni soit qui mal y pense!

"Nel Tomo secondo per entro il Calcolo Integrale ritroverà il Lettore un Metodo affatto nuovo per li Polinomi, né in luogo alcuno prodotto; quello è del celebre, e non mai abbastanza lodato Signor Conte […] Cavaliere di singolarissimo merito nelle scienze tutte, e ben noto al mondo letterario. Ha egli voluto fare a me quella grazia nel comunicarmelo, che io non meritava, ed io rendo a lui, ed al Pubblico quella giustizia, che si conviene."
(Maria Gaetana Agnesi, "Istituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana", 1748)

È una signorina di venticinque anni.

Alta dieci metri e pesante diciotto tonnellate, continua a girare su sé stessa ogni tre minuti, per essere certa di farsi ammirare da tutti in ogni dettaglio e da ogni punto di vista. È arrivata di nascosto, di notte, perché voleva comparire sulla scena come una vera star, inaspettata e sconvolgente: e sconvolgente lo è certo stata, e lo è ancora; non tanto per le dimensioni – che sono peraltro indubbiamente ragguardevoli – quanto per l'aspetto: se mai si dovesse stilare una classifica delle più spudorate, non c'è dubbio che lotterebbe per il podio.


1 *Imperia*

Soprattutto perché è una statua, ed è esposta in pubblico. E di scandalo ne ha generato a profusione, a differenza delle statue dell'arte classica non è neppure nuda, ma a ben vedere il risultato è anche più dirompente: i pochi abiti che indossa servono infatti più a esaltare, a mettere bene in mostra piuttosto che a celare le sue forme generosissime; potrebbe quasi essere la rappresentazione tridimensionale e gigantesca delle eroine dei fumettacci che, mezzo secolo fa, i ragazzini italiani leggevano di nascosto dei genitori, secernendo ormoni a raffica esaltati da quei censuratissimi disegni in inchiostro di china. Come se non bastasse la sua ricercata non-nudità, c'è la nudità dei due personaggi maschili a ribadire la totale supremazia femminile rispetto al sesso forte: piccoli, vecchi, grassi e goffi sono da lei tenuti beffardamente (e metaforicamente) sui palmi delle mani, e il fatto che i corpi nudi di entrambi siano addobbati con una possente corona non li aiuta affatto a salvaguardare la loro immagine: anzi.

Si chiama Imperia, e abita a Costanza, su un molo che si protende sulle acque del lago.

Lago che i tedeschi chiamano *Bodensee*, mentre il resto del mondo lo noma più semplicemente "lago di Costanza", ovviamente declinandolo nella propria lingua madre. È un lago certo notevole: tra i laghi alpini è secondo per estensione solo al lago di Ginevra, ed è formato dal giovane Reno che si allarga in pianura subito dopo essere sceso dalle Alpi. Proprio in corrispondenza della città di Costanza il Reno abbandona il lago e si decide a recuperare la sua identità di fiume: poco più a ovest poi giocherellerà un po', facendo lo sbruffone rotolando giù per le cascate di Schaffhausen[1], poi riprenderà il suo ruolo ufficiale di funzionario di confine: già prima del lago svolge il compito di frontiera tra Svizzera e Liechtenstein, e poi tra Svizzera e Austria; prima e dopo Sciaffusa separa Germania e Svizzera; poi da Basilea in avanti, dopo una brusca virata verso nord, va a marcare quello che è verosimilmente il confine fluviale più significativo e disgraziato della storia d'Europa, separando Francia e Germania. Da un fiume così nazionalmente indeciso, è inevitabile aspettarsi un lago almeno altrettanto multinazionale: e infatti il Lago di Costanza tripartisce le sue acque e le sue coste tra Austria, Svizzera e Germania.

E da un lago che è al tempo stesso uno e trino, non ci si può aspettare altro che una storia complicata e intricata, densa di conflitti, pacificazioni, scandali e risoluzioni. Complicazione per complicazione, tanto vale raccontarla all'indietro, partendo proprio dalla giovane Imperia che è ormai diventata – con buona pace dei molti bei monumenti dall'alto valore artistico e storico pur presenti in città – il soggetto più fotografato di Costanza.

L'autore di Imperia è lo scultore tedesco Peter Lenk, tutt'altro che nuovo all'esperienza di produrre statue scandalose; anzi, si può certo dire che la sua fama è legata a doppio filo con la sua capacità di suscitare polemiche per mezzo della sua originale arte provocatoria e piena zeppa di riferimenti esplicitamente sessuali. La stessa statua di Imperia – che comunque, ci crediate o meno, è una delle meno scollacciate dell'artista – ha provocato un discreto pandemonio tra gli abitanti e le istituzioni della città lacustre; l'intenzione dello scultore era quella di celebrare (a suo modo: il verbo "celebrare" può essere inteso in molti significati diversi…) l'evento storico indubbiamente più importante mai verificatosi a Costanza[2], ovvero il celebre Concilio Ecumenico tenutosi tra il 1414 e il 1418. Trattandosi di un episodio cruciale nella storia della Chiesa Cattolica, a quei tempi travolta dallo Scisma d'Occidente, l'installazione della statua non poteva non causare delle inevitabili polemiche religiose: un po' per l'evidente intento dissacrante, un po' perché situata in una zona geograficamente sensibile alle diverse coniugazioni del cristianesimo. Se l'Austria è sempre stata prevalentemente cattolica, le altre due nazioni che si affacciano sul lago hanno alle spalle una storia religiosa abbastanza controversa, nel lungo scontro tra Riforma e Controriforma.

2 *Papa Martino V e l'imperatore Sigismondo*

Al consiglio comunale di Costanza gli animi si scaldarono un bel po', quando si parlò di fare posto a quella gigantesca fanciulla in abiti succinti e dal sorriso sornione che, non solo metaforicamente, teneva in pugno sia il potere secolare dell'imperatore sia quello spirituale del papa: e non si raggiunse l'accordo tra le parti necessario per poter installare la bella Imperia sul suolo pubblico di Costanza. Doveva aver certo pesato anche

[1] Quella che noi chiamiamo "Sciaffusa", nome che suona indubbiamente bene anche in italiano; già che siamo in tema, ne approfittiamo proditoriamente per ricordare che l'amena città famosa per le Cascate del Reno è stata la meta di una gita della Redazione talmente memorabile da aver generato un intero capitolo di "*Rudi Ludi*", il nostro secondo libro: il capitolo 24°, per la precisione, quello che introduce nientepopodimeno che John Horton Conway. Ma di certo lo sapete già, perché non dubitiamo che *Rudi Ludi* l'abbiate già letto nel 2008, anno in cui è uscito (e subito esaurito, vista la ridottissima tiratura). Ma poi, diamine, se per caso foste tra i pochissimi che non hanno fatto in tempo a procurarsene una copia, sappiate che una fortunata congiunzione astrale ha fatto in modo che quel libro sta per tornare a nuova vita: si è assicurato infatti il numero 42 (!!!) della collana "*Sfide e giochi matematici*" che Hachette manda in edicola settimanalmente da un anno. Per l'occasione avrà un titolo nuovo: "*In teoria, è un gioco!*" e regnerà indiscusso nelle edicole italiane per sette giorni, a partire dal prossimo 8 Giugno.

[2] Il secondo episodio in classifica, se qualcuno ne fosse curioso, è verosimilmente l'invenzione e i primi voli dei dirigibili, nel 1900: il conte Ferdinand von Zeppelin nacque (e operò) proprio a Costanza.

l'opinione del vescovato di Friburgo, che definì la scultura "*priva di gusto e in grado di turbare la pace religiosa*". Ma un consiglio comunale, almeno in Germania, non ha giurisdizione sui luoghi della città che non sono di proprietà comunale: e gran parte dell'area del porto di Konstanz non appartiene al Comune, ma alla Deutsche Bundesbahn, la società delle Ferrovie Tedesche. Ai ferrovieri Imperia piaceva, e così, in una notte del 1993, lasciarono che la statua fosse innalzata su un molo di loro proprietà, quello dove ancor oggi Imperia impera.

Peter Lenk, nel creare la scultura, si è grandemente ispirato a un racconto di Honoré de Balzac, intitolato appunto "*La Belle Impéria*[3]". Nel racconto Imperia è una cortigiana, o più esplicitamente una prostituta, che si muove tra i principi e i cardinali riuniti a Costanza per il Concilio, ovviamente ottenendone favori e privilegi, e da lei serenamente sbeffeggiati. Su queste basi letterarie non è difficile interpretare l'intento satirico della statua che, forte del potere di seduzione femminile, tiene in palmo di mano sia l'imperatore Sigismondo del Lussemburgo, che del Concilio fu il maggior propugnatore, sia Martino V, che proprio da quel Concilio ottenne l'investitura papale.

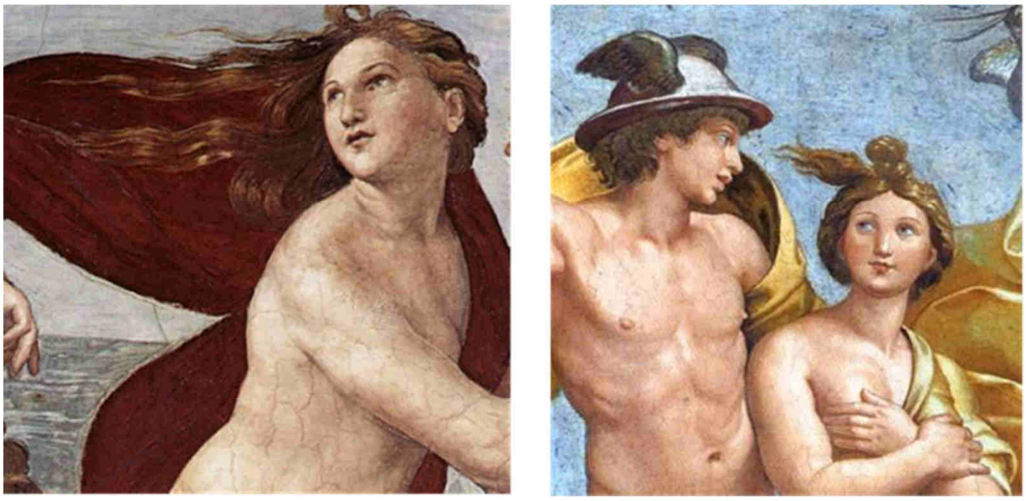
A difesa sia di Peter Lenk sia di Honoré de Balzac, va detto che nei cinque anni del Concilio a Costanza le prostitute pullulavano davvero, e verosimilmente la cosa non era vista allora come particolarmente scandalosa. Anzi, se Lenk si è ispirato a Balzac, è anche indubbio che lo stesso Balzac si sia ispirato a fatti generalmente riconosciuti come assodati dagli storici: ad esempio, che il termine "cortigiana" nella sua attuale (e non troppo positiva) accezione sia nato proprio nelle corti papali verso il quindicesimo secolo, perché le regole vaticane imponevano che non solo i prelati che frequentavano la corte papalina, ma persino i soldati dello Stato Pontificio fossero scapoli. Questo ha ingenerato ovviamente un florido mercato per la prostituzione, e probabilmente anche una certa tolleranza nei confronti delle etere che vi esercitavano. È inoltre noto che a quei tempi era quasi normale, per i cardinali, avere delle amanti: ma se la cosa era tollerata, non cambiava comunque l'obbligo di celibato per i principi della chiesa; ciononondimeno sono proprio i cardinali, nel caso della corte papalina, a rivestire quel ruolo di "cortigiani" che nelle corti normali è destinato alla nobiltà. Così, le donne che si ritrovavano a frequentare il Vaticano, magari perché lì condotte come protette degli altri prelati e che comunque non potevano certo essere loro consorti, si ritrovavano ad essere definite "cortigiane", termine che potrebbe così essere diventato sinonimo della loro professione. Peraltro, l'assunzione a corte implicava una vera e propria "evoluzione" del ruolo: in maniera non troppo dissimile da quanto avvenne per le geishe giapponesi, le cortigiane dovevano acquisire istruzione, linguaggio, modi e capacità tali da poter muoversi a corte seguendo l'etichetta richiesta.

È inoltre certo che alcune cortigiane romane divennero famosissime, in molti casi delle autentiche e autorevoli celebrità: e una delle più famose si fa chiamare proprio Imperia, anche se il suo vero nome è Lucrezia Corgnati, e vive in un periodo un po' successivo al Concilio di Costanza. Nata nel 1486 da Diana, anch'essa prostituta, entra giovanissima nella corte papale e grazie alla sua eccezionale bellezza viene corteggiata praticamente da tutti. Saggiamente, si concede solo a pochi: tra questi, il suo amante più potente e significativo è certamente Agostino Chigi, banchiere che a quel tempo era forse l'uomo più ricco del mondo[4]. Ma frequentò di certo anche Raffaello, che la ritrasse in più di un'opera: ad esempio in "Le Nozze di Amore e Psiche" e nella "Loggia di Galatea"; la modella è evidentemente la stessa in entrambe le opere, e non vi è dubbio che si trattasse di Imperia: l'artista disse chiaro e tondo che non avrebbe sprecato la sua arte ritraendo altre. Di certo era bellissima se, oltre a piacere a banchieri e pittori, persino tra i vicoli

[3] È uno dei "Cento allegri racconti" (*Les Cent Contes drolatiques*) pubblicati a Parigi tra il 1832 e il 1837. Forse Lenk può consolarsi delle difficoltà incontrate nell'erezione della sua statua pensando che lo stesso Balzac, per pubblicare il suo racconto, ha faticato un bel po', a causa dell'evidente anticlericalismo che vi era sotteso.

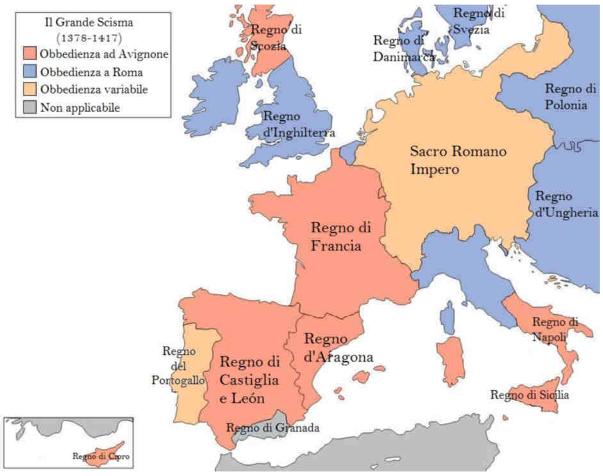
[4] …e ovviamente Palazzo Chigi, sede del Presidente del Consiglio dei Ministri della Repubblica Italiana, prende il nome da lui. Comunque, il ricco Agostino costruì per Lucrezia/Imperia una villa, per i pochi periodi in cui le consentiva di non abitare nel suo palazzo: villa che oggi viene chiamata "La Farnesina" e che sì, e proprio quella che oggi ospita il Ministero degli Affari Esteri e che ospita le pitture di Raffaello appena ricordate.

romani a cavallo tra XV e XVI secolo girava il detto "Roma è stata benedetta due volte dagli dei: Marte le ha donato l'Impero, Venere le ha dato Imperia".



3 *Galatea (a sinistra) e Amore e Psiche (a destra): sempre Imperia, ritratta da Raffaello*

Così, anche se la vera Imperia non frequentò il Concilio di Costanza, Costanza oggi ospita una gigantesca Imperia ispirata alla penna di Balzac, a sua volta ispirato dalla più famose delle cortigiane. Resta però il fatto che l'evento storico più importante per Costanza fu proprio quel Concilio, e che parlarne solo in termini di scandali erotici non può non sembrare riduttivo; è certo facile convenirne, ma non si può negare, d'altra parte, che anche gli affari seri e importanti che vennero discussi sulle rive del Bodensee all'inizio del Quattrocento hanno un aspetto quantomeno curioso, almeno agli occhi dei moderni.



4 *Mappa delle obbedienze durante lo Scisma*

Per orizzontarvisi un po' bisogna partire quantomeno dallo Scisma d'Occidente, che inizia ben quarant'anni prima del Concilio, nel 1377. Papa Gregorio XI, pur essendo francese, ha deciso di riportare la sede apostolica da Avignone, dove stava da ormai settant'anni, a Roma, che riteneva fosse la sede naturale. L'anno successivo Gregorio muore e in aprile viene eletto papa Urbano VI, ma alcuni cardinali francesi sono decisamente insoddisfatti, perché avrebbero voluto l'elezione di un pontefice disposto a ricondurre oltralpe la corte papale, mentre Urbano non è di questo avviso. I ribelli arrivano al punto di disconoscere l'autorità del nuovo pontefice, e in settembre si riuniscono e ne eleggono un altro, Clemente VII. La cristianità si ritrova insomma ad avere due papi[5], entrambi eletti, più o meno legittimamente, da consessi di cardinali. Più avanti, la Storia e la Curia sistemeranno le cose per i posteri, dichiarando uno effettivamente "papa" e l'altro "antipapa", quindi ben al di fuori della lista dei successori di San Pietro, ma per i contemporanei la situazione era più ingarbugliata. E non si trattava di questione di poco conto: la separazione – lo scisma, appunto – è talmente netto e violento che l'Europa si divide in due, con molti stati che rimangono fedeli alla cosiddetta "obbedienza romana" mentre altrettanti si dichiarano pronti a seguire la "obbedienza avignonese".

[5] No, nessun confronto salace sulla situazione contemporanea, per favore. È oggettivamente tutta un'altra cosa.

Sia alla corte romana, sia a quella di Avignone si continua ad eleggere papi (o antipapi), quando – la crisi è oggettivamente lunga – un pontefice muore. Roma farà succedere a Urbano VI papa Bonifacio IX, e a questi Innocenzo VII, e dopo di lui Gregorio XII. Avignone rimpiazzerà Clemente VII con Benedetto XIII.

La cosa sembra risolversi nel 1409, quando finalmente Gregorio XII e Benedetto XIII acconsentono a che si tenga un concilio ecumenico per risolvere l'annosa e dannosa diarchia. Il Concilio si tiene a Pisa, ed è un fallimento completo: entrambi i pontefici vengono dichiarati eretici e scismatici, e in loro sostituzione viene eletto pontefice Alessandro V. Ma la cosa ovviamente non sta affatto bene né a Gregorio né a Benedetto che rifiutano di mollare la tiara, con il bel risultato che dal Concilio che doveva ridurre da due a uno il numero dei pontefici, di papi ne escono addirittura tre: uno di linea romana, uno di linea avignonese e uno della nuova di zecca "linea pisana". Anche quest'ultima "linea", una volta dipartito fra i più Alessandro VI, continua con le elezioni pontificie, e nel 1410 elegge Baldasserre Cossa, che prende il nome apostolico di Giovanni XXIII[6].

5 *Tre pavoni con la tiara ricordano il Concilio in una targa sul selciato di Costanza*

Breve riepilogo generale: alla vigilia del Concilio di Costanza "regnano" sulle anime cristiane tre papi: Gregorio XII a Roma, Benedetto XIII ad Avignone e Giovanni XXIII a Pisa. Sui corpi dei sudditi del Sacro Romano Impero domina un imperatore non ancora con pieni poteri, il già citato Sigismondo del Lussemburgo, già eletto ma non ancora incoronato.

Forse spazientito, il quasi-imperatore convince uno dei quasi-papi, Giovanni XXIII, a indire un nuovo Concilio per risolvere una volta per tutte la questione. Forse convinto del fatto che la politica in terra d'Italia non può non finire in una pletora di complicati pasticci, impone anche che il nuovo Concilio si tenga in terra tedesca. E così il Concilio di Costanza può finalmente avere inizio.

Inizia, ma ci vorranno cinque anni, prima che se ne veda la fine. Si susseguono questioni che mostrano una disarmante continuità della natura politica umana dal Medioevo ai giorni nostri: dapprima ci si accapiglia per stabilire una sorta di "legge elettorale", che decida se i voti degli aventi diritto si debbano contare "per testa" o "per nazione"[7]; poi si deve decidere come superare un certo numero di "conflitti di interesse", e così il Concilio si preoccupa innanzitutto di autodefinirsi "più autorevole del papa", in modo che nessuno dei vari pontefici possa agire d'autorità contro di esso; infine si scambiano infinite opinioni su quale debba essere il reale "programma" del Concilio stesso. Poi, alla fine, i nodi cruciali si sciolgono, ma non certo in maniera serena e condivisa: ad esempio, per vivacizzare la noia delle discussioni, nel 1415 si organizza il rogo per Jan Hus, filosofo, teologo e religioso boemo, colpevole di voler riformare la chiesa e pertanto giudicato

[6] Giovanni XXIII è un nome un po' troppo famoso per non meritare una precisazione ormai necessaria. La Chiesa non riconosce (probabilmente non "può" riconoscere) storicamente più di un papa alla volta, e di conseguenza gran parte dei nomi di pontefici elencati nelle righe precedenti non vengono considerati veri papi, ma – appunto – antipapi. Baldassarre Cossa è uno di questi (anche se, per quasi mezzo millennio, la stessa Chiesa lo ha formalmente riconosciuto come papa vero e proprio), ed è per questo che papa Roncalli, nel 1958, ha potuto assumere (e rendere famoso) il nome di Giovanni XXIII. Tanto per precisare, i papi ufficialmente riconosciuti nel periodo dello Scisma d'Occidente fino al Concilio di Costanza sono solo Bonifacio IX, Innocenzo VII e Gregorio XII. Tutti gli altri sono considerati antipapi.

[7] Vincerà il conteggio "per nazione", con grande scorno degli italiani, che in termini individuali erano la maggioranza.

eretico. Visto il notevole successo dell'operazione, l'anno dopo concedono una replica bruciando ancora un altro boemo, Girolamo da Praga[8].


6 *Jan Hus inquisito al Concilio di Costanza*

Per tornare al punto essenziale della proliferazione dei papi, il Concilio si pone naturalmente l'obiettivo di eliminare tutti e tre i pontefici che rivendicano la legittimità della tiara. Hanno gioco facile con Giovanni XXIII, quello della linea pisana: già strapazzato da Sigismondo prima del Concilio, ritrova a Costanza accusato anche dei reati di simonia e scandalo. Gregorio XII, papa romano, capisce per tempo che tira una brutta aria e accetta di essere deposto senza fare troppe storie. Il tenutario del pontificato avignonese, invece, è di altra pasta: Benedetto XIII non accetta di dimettersi e contesta la legittimità del Concilio. I giochi sono però ormai fatti, e la tiara d'Avignone non ha abbastanza seguito per poter contrastare l'assemblea conciliare: anche lui finisce deposto, con il buon peso delle accuse di eresia, scisma, spergiuro.

Così, finalmente, l'undici novembre – giorno dedicato a San Martino – dell'anno di grazia 1417, il Concilio di Costanza, trasformatosi in conclave, può eleggere un nuovo (e soprattutto unico) pontefice, che proprio per festeggiare il santo patrono di cotanta data assume il nome apostolico di Martino V. Al secolo, Martino V si chiama Ottone[9] Colonna, e la sua elezione al soglio pontificio ravviva il prestigio della casata dei Colonna, che peraltro era già da tempo[10] ben inserita nella "nobiltà romana", quella strana aristocrazia che, per evidenti ragioni, non può essere strettamente dinastica, ma che segna comunque in maniera indelebile due millenni della storia della capitale. Oltre a Martino V, la famiglia annovera almeno due dozzine di cardinali, uno stuolo di principi e notabili, e ha sempre giocato un ruolo rilevante sui sette colli: basti ricordare che a scagliare il celeberrimo "schiaffo di Anagni" sul volto di papa Bonifacio VIII, nel 1303, fu Giacomo (detto "Sciarra[11]") Colonna.

Ed è proprio una aristocratica fanciulla dell'insigne stirpe dei Colonna, Giustina, che nella seconda metà del Seicento va in sposa all'altrettanto nobile conte Montino Riccati, gentiluomo della serenissima Repubblica di Venezia. Il matrimonio è ben riuscito, e la vita della coppia è presto allietata dalla nascita di un erede, a cui viene apposto il nome di Jacopo.

[8] Oltre che essere vista da molti storici come il maggior prodromo alla Riforma Protestante, la messa a morte di Jan Hus e di Girolamo è indubbiamente la ragione principale per cui i boemi, da prima ancora dell'avvento di Lutero, Calvino e Zwingli, sono diventati profondamente anticattolici. Potrebbe essere solo un caso, ma è comunque significativo che la più crudele e sanguinaria delle guerre di religione europee, la Guerra dei Trent'Anni, venga scatenata proprio dall'episodio della celebre "Defenestrazione di Praga".

[9] Oddone, secondo alcuni; addirittura solo Oddo, secondo altri ancora.

[10] La tradizione della famiglia Colonna vuole che le sue origini risalgano addirittura alla gens Iulia, quella di Giulio Cesare.

[11] "Sciarra" significa "rissa", e il soprannome è illuminante. Perfino l'episodio dell'oltraggio anagnino va un po' contestualizzato: uno "schiaffo" a un pontefice è una altissima violazione simbolica, ovviamente: ma se si puntualizza che il celebre manrovescio sembra sia stato sferrato con un guanto di ferro, insomma con un pezzo d'armatura medievale, anche dal punto di vista strettamente fisico non deve essere stato uno scherzo.

7 *Jacopo Riccati*

Jacopo Francesco Riccati nasce a Venezia il 28 maggio 1676. Rimane orfano di padre all'età di dieci anni, ma non ha certo problemi finanziari, e la famiglia lo indirizza serenamente verso un buon grado di istruzione. La tradizione di famiglia lo vorrebbe giureconsulto, ed è infatti alla Facoltà di Legge che, dopo una tradizionale istruzione al Collegio dei Gesuiti di Brescia, Jacopo si iscrive quando accede all'Università di Padova, nel 1693.

Come accadeva spesso in quei tempi in cui le materie scientifiche non erano tenute in gran conto per quanto riguardava il futuro professionale degli studenti, è proprio all'università che Riccati scopre il fascino della scienza. Il suo primo amore è l'astronomia, che a Padova veniva insegnata da Stefano degli Angeli; questi, che a suo tempo aveva avuto tra i suoi studenti anche Bonaventura Cavalieri, era un entusiasta dei "nuovi" metodi del calcolo infinitesimale introdotto da Newton nei suoi Principia Mathematica. Trasmette la sua passione a Jacopo, che si rivela terreno altrettanto fertile per questa nuova scienza. Ma *noblesse oblige*, come dicono i francesi, e Jacopo si sente obbligato a finire gli studi giuridici intrapresi. Così si laurea in legge nel 1596 e subito dopo si sposa con Elisabetta dei Conti d'Onigo; e anche questo deve annoverarsi tra i matrimoni ben riusciti, se il numero dei figli vale come indice in questo senso: Elisabetta regalò a Jacopo la bellezza di diciotto pargoli, anche se soltanto la metà di loro arrivò all'età adulta.

Per quanto dottore in legge e membro attivo e maggiorente di Castelfranco Veneto, in cui aveva grandi possedimenti e di cui fu sindaco a lungo, Jacopo Riccati destinò gran parte della sua esistenza alla scienza, e lo fece attraverso quel metodo che nel Settecento era, di fatto, l'unico percorribile al di fuori dei (peraltro scarsi) canali accademici: la corrispondenza e i salotti. Pur non raggiungendo la quantità di contatti e carteggi epistolari di Leibniz, Riccati stabilì una tale quantità di relazioni da essere considerato un dotto sapiente da gran parte degli studiosi europei. Per quanto riguarda la matematica – che resterà sempre il principale, ma non l'unico dei suoi interessi – Riccati si forma essenzialmente attraverso lo studio individuale e i contatti con i grandi contemporanei: tra questi, intrattiene carteggi con Nicolaus[12] Bernoulli (con il "primo" con questo nome litigherà anche un po'), Jacob Herman, e cento altri.

Nel frattempo, insegnava anche a un numero selezionato di allievi: la sua opera più famosa, quel "*Della separazione delle indeterminate nelle equazioni differenziali di primo e di secondo grado, e della riduzione delle equazioni differenziali del secondo grado e d'altri gradi ulteriori*" nasce prevalentemente come libro di testo per i suoi allievi, tra i quali si annoverano innanzitutto i suoi stessi figli (uno dei quali, Vincenzo, sarà a sua volta matematico, mentre una altro, Giordano, si occuperà di raccogliere e pubblicare tutte le opere dell'augusto genitore) e altri destinati a lasciare il segno, come Giuseppe Suzzi, Lodovico Riva e Maria Gaetana Agnesi[13]. Ed è proprio l'Agnesi che nella prefazione alle sue "*Instituzioni*" rende merito e grazie a Jacopo Riccati per averle mostrato il "metodo dei polinomi" per l'integrazione. In realtà, sia Jacopo sia il figlio Giordano supervisionarono la stesura dell'opera di Maria Gaetana passo passo, fin da 1745.

[12] Numero d'ordine I e II: come ricordiamo anche in "Lessico famigliare", RM093, ottobre 2006, per muoversi nella genealogia dei Bernoulli non bastano i nomi propri, ci vogliono anche gli ordinali, tali e quali ai papi.

[13] Protagonista di "Lost in translation", RM112.

Nonostante il vastissimo panorama di problemi affrontati, Jacopo Riccati ha legato il suo nome sostanzialmente ad un solo oggetto:

$$\frac{dy}{dx} = ax^m + by^2$$

che anche oggi è chiamata "Equazione di Riccati" e non dà problemi di denominazione, anche se a studiarla furono due matematici: Jacopo e su figlio Vincenzo.

Pur essendo ufficialmente un giureconsulto, il suo valore di matematico era indubbiamente riconosciuto e fuori discussione, se è vero gli venne offerta una cattedra all'Università di Padova, il seggio da Consigliere Aulico a Vienna e perfino la Presidenza dell'Accademia delle Scienze di San Pietroburgo. Onori che Jacopo sempre rifiuta, con la sola eccezione della nomina all'Accademia delle Scienze di Bologna, che aveva tra i soci anche suo figlio.

A differenza di Imperia, non amava troppo mettersi in evidenza.

2. Problemi

2.1 "Ovvio!" Ma anche no...

In questo modo, siamo scontenti sia io che Doc: lui odia la prima parte del titolo, io la seconda.

In effetti con un po' di forza bruta non è difficile vedere "che cosa viene fuori", ma il dimostrarlo e il verificare di non essere vittima di un qualche "cigno nero" è tutta un'altra faccenda.

Ma prima, un po' di aneddotica (vera, questa volta)

Una delle cose che stupiscono di più i miei colleghi *[sia quelli di là che quelli di qua: Rudy Speaking]* è il fatto di riuscire a prendere appunti su pezzetti di carta minuscoli, facendo durare foglietti poco oltre il formato francobollo per riunioni interminabili: recentemente, riordinando il vecchio baule di famiglia, ho scoperto che la cosa deve essere ereditaria: infatti ho trovato un vecchio quaderno (formato A5) di mio padre con pagine e pagine di appunti scritti minuscoli (e con un'ottima grafia... non ditelo ai colleghi, ma io so *scrivere* piccolo, ma non riesco mai a *rileggere* cosa ho scritto... la calligrafia non l'ho ereditata) e, ad un certo punto, una paginata di numeri scritti per traverso.

Mi sono allora ricordato che mio padre aveva questa strana abitudine: quando una riunione (all'epoca, i *meeting* si chiamavano così) stava diventando noiosa, con l'aria più seria di questo mondo iniziava a calcolare il Triangolo di Tartaglia. E siccome le riunioni erano *molto* lunghe, la volta del quaderno era arrivato alla *ventesima riga*.

Ciascuno si sceglie i passatempi che preferisce, ma questo sicuramente non fa per me: il mio triangolo sarebbe sicuramente scaleno, e dopo un po' i lati tenderebbero anche a diventare curvilinei; però giocherellare a tempo perso con i numeri mi piace. Ci vorrebbe solo uno schema che non richieda di essere bravi a disegnare... E quindi, mi sono lanciato sulle righe e le colonne. Solo tre, di queste ultime.

Nel senso che cominciavo in prima riga scrivendo 1, 2 e 3. Poi, nelle righe successive, scrivevo nell'ordine i numeri a, b, $a+b$ (con $a<b$), dove a e b erano i *più piccoli numeri* non ancora comparsi nell'elenco (in nessuna delle tre colonne).

La cosa poteva, con un certo ordine, andare avanti per *molto* tempo (dividendo il foglio in più colonne si risparmia un mucchio di carta, e... ma non divaghiamo), e dopo un po' cominciavate a porvi delle domande, come ad esempio in che colonna sarebbe comparso il numero di m cifre tutte uguali tra loro $ddd...d$ o un qualche altro numero dalle caratteristiche un po' strane.

Procedendo per forza bruta la cosa è ovvia, ma dimostrare come funziona è tutta un'altra faccenda...

2.2 Zen, but not too much...

Certe volte, solo l'inglese può affrontare certi *nonsense* (non per niente, *nonsense* è inglese...).

Con l'arrivo della bella stagione (anche troppo... Stiamo scrivendo queste note in un pomeriggio domenicale in cui il termometro comincia per "3". Lato Celsius: meglio specificare, prima che arrivi lo spiritoso di turno[14]), abbiamo deciso di riorganizzare il nostro giardino orientale (nel senso filosofico, non geografico: infatti si trova sul balcone sud, quindi il mantenere le piante a livello "bonsai" – unica taglia concessa dalle dimensioni del suddetto balcone che non ardisce ad autodefinirsi "terrazzo" neppure nei momenti di massimo egocentrismo – richiede l'utilizzo di diserbanti più che di fertilizzanti) secondo una logica Zen.

[14] Quello che usa la scala Kelvin. Comunque, ad un veloce controllo, comincia per "3" anche lì. Con la Reaumur, forse, vi salvate.

Ma, come dice il titolo, mica tanto: se ben ricordiamo, lo Zen proibisce (beh, quasi: a Ryoanji, per esempio...) le forme quadrangolari, in quanto considerate troppo "simmetriche": qui, il problema base si riferisce a quattro alberi.

L'idea è, giustappunto, di piantare un "certo numero" di bonsai (cominciamo con quattro, ma non ditelo a Basho che si arrabbia), nascondendo la terra di cui necessitano le radici sotto uno strato di sabbia (insomma, una roba tipo "quattro alberi striminziti in un deserto senz'acqua"[15]). Per mantenere l'opportuno "spirito Zen", vorremmo essere ben sicuri che ci sia una sana rappresentzione del vuoto, tenendo libero il centro (o mettendoci una simpatica e statica gru di bronzo da un paio di metri: dipende se vi piace o no lo stile cinese).

Con calma: definiamo *centro* qualsiasi punto avente la caratteristica che *qualsiasi* (o quasi, vedete voi: le linee passanti per gli alberi possono essere considerate dei casi "un po' particolari". Dai, non fate i matematici) *linea passante per questo punto divide l'insieme degli alberi in due sottoinsiemi della stessa cardinalità* (insomma, per qualsiasi linea per il centro ci sono tanti alberi da una parte quanti dall'altra). Adesso, siccome vorremmo partire con quattro alberi, ci trovate una condizione necessaria e sufficiente per avere un centro?

Mentre stavamo per andare in macchina (nah, non è vero, ma suona bene) ci è venuto un dubbio: non rischiamo, per un qualche numero di punti, di avere configurazioni *policentriche*? Esistono?

Adesso, se volete l'espansione, non fate gli spiritosi, proponendo cose tipo un numero dispari di alberi: se aumentiamo il numero dei bonsai? Esistono regole? Esistono centri?

Oh, finalmente un giardino nel quale non si fatica con la zappa, ma solo con il neurone...

3. Bungee Jumpers

Supponiamo di aver colorato tutti i numeri interi di rosso, verde o blu, in modo tale che ogni numero abbia uno e un solo colore.

Sono valide per qualsiasi numero le seguenti regole:

1. La somma di due qualsiasi verdi (blu) è blu (verde)
2. L'opposto do ogni verde (blu) è blu (verde)

Si sa inoltre che 1492 è rosso e 2011 è verde.

Trovare una regola che definisca con precisione il colore degli interi.

[Olimpiadi Americane di Matematica, 2011].

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Maggio!

Facciamo ancora festa, e non vi immaginate nemmeno quanto. Ne succedono di tutti i colori, in Redazione, e come potete facilmente credere siamo presissimi con tutt'altro che la redazione della Prestigiosissima Rivista, così continuiamo ad essere in ritardo. Se riusciamo a ridurre un po' il ritardo rispetto al mese precedente, avete avuto pochissimo tempo per inviarci soluzioni… però se invece ritardiamo ancora non ne usciamo più… questo paradosso si risolverà naturalmente con l'uscita di RM232.

Passiamo alle vostre soluzioni.

4.1 [231]

4.1.1 Siamo in ritardo

I problemi dello scorso mese erano tutti pieni di torte e non vi immaginate nemmeno quanto si sia festeggiato in Redazione negli ultimi mesi. Vediamo il primo quesito:

[15] ...momento... Accidenti! DICIASSETTE sillabe! Beh, forse potete dirglielo, e ci cava fuori un haiku...

Abbiamo disposto otto tavoli in cerchio, che indicheremo arbitrariamente come N, NE, E, SE, S, SO, O, NO. Su ognuno dei tavoli N, E, S, O ci sono un certo numero di torte rettangolari (non necessariamente lo stesso numero su ognuno dei tavoli), mentre gli altri tavoli sono vuoti. La logica della festa procede nel modo seguente:

1. *Viene spostato, sul tavolo NE, un numero di torte pari alla media aritmetica delle torte presenti sui tavoli N e E; operazione equivalente viene effettuata su ognuno dei tavoli vuoti (calcolo effettuato a "bocce ferme", quindi contate il vecchio numero di torte sul tavolo E quando fate il conto per il tavolo SE). Procedete quindi a distribuire ai commensali le torte "avanzate", in modo da sgombrare i tavoli N, E, S, O.*
2. *Viene spostato, sul tavolo N, un numero di torte pari alla media aritmetica delle torte presenti sui tavoli NE e NO; operazione equivalente, secondo le condizioni statuite al punto (1), viene effettuata anche sui restanti tavoli.*

Se alla fine del giro vi avanza qualcosa, distribuite la torta avanzata, se siete "in debito", ne fate arrivare il necessario dalla cucina. La cosa va avanti per venti passi, quando vi accorgete che sui quattro tavoli coinvolti a quel giro restano 1, 2, 3 e 4 torte, non necessariamente in quest'ordine.

Quante erano, per ogni tavolo, le torte dopo il primo giro?

Si riesce a calcolare quante erano le torte all'inizio?

La soluzione arrivata per prima in redazione è – come spesso accade – quella di ***Valter***, che vi passiamo subito:

> Mi sfugge qualcosa perché mi viene una cosa strana. Mi sa che non interpreto bene "calcolo a bocce ferme". Mi pare che tutte le torte vengano spostate ogni volta.
>
> Chiamo il numero di torte presenti nei 4 tavoli A, B, C, D. Il numero totale di torte spostate dovrebbe essere:
>
> $$(A+B)/2 + (B+C)/2 + (C+D)/2 + (D+A)/2 = A+B+C+D.$$
>
> Quindi 10 torte sono alla fine e 10 erano all'inizio (mi sa che c'è qualcosa che non va…). Un esempio di come possano essere andata la cose.
>
> All'inizio le torte N, E, S, O potrebbero essere 1, 4, 1, 4. Sposto 2 mezze torte da:
>
> - N a NE e NO
> - S a SE e SO
>
> Sposto 2 torte da:
>
> - E a NE e SE
> - O a NO e SO.
>
> Ora ho 2,5 torte in ogni tavolo. Potrebbero rimanere tali ad ogni passo (p.e. spostandole tutte nel tavolo alla destra).
>
> Al ventesimo giro poi sposto p.e.:
>
> - 1 torta da NE a N
> - 0 torte da NO a N
> - 2,5 torte da NO a O
> - 1,5 torte da SO a O
> - 1 torta da SO a S
> - 2 torte da SE a S
> - 0,5 torte da SE a E
> - 1,5 torte da NE a E.
>
> Restando con 1, 2, 3, 4 torte a N, E, S, O.

Più tardi ci ha ancora scritto:

> Chiaramente il ventesimo e ultimo passo non segue le regole (mi capita anche sul lavoro che pezzi del discorso mi rimangano solo in testa …).

> È l'unico modo che sono riuscito a escogitare per non sezionare le torte in troppi pezzi (sempre che quanto scritto abbia un senso riguardo al problema …).

Come al solito il problema non era spiegato molto bene. Ma non c'è niente da fare, per una soluzione migliore bisogna aspettare un altro generoso lettore. Passiamo all'altro problema.

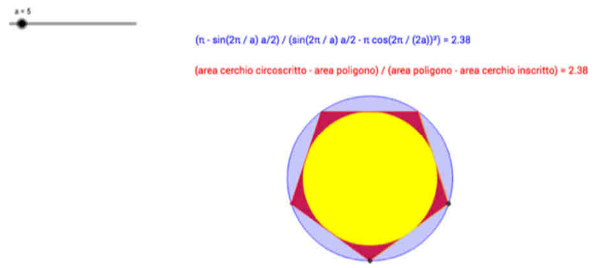
4.1.2 Tagliare la torta

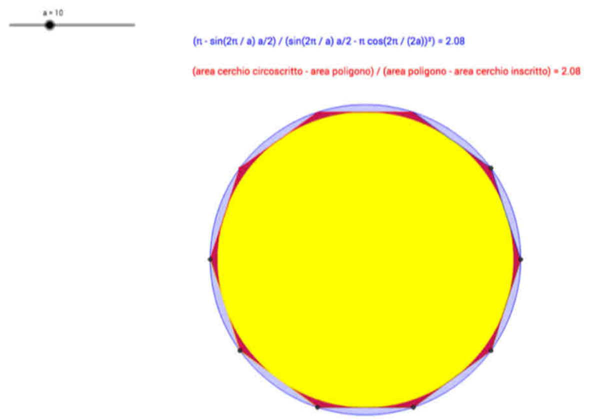
Questa volta tagliamo le torte in modo… rude:

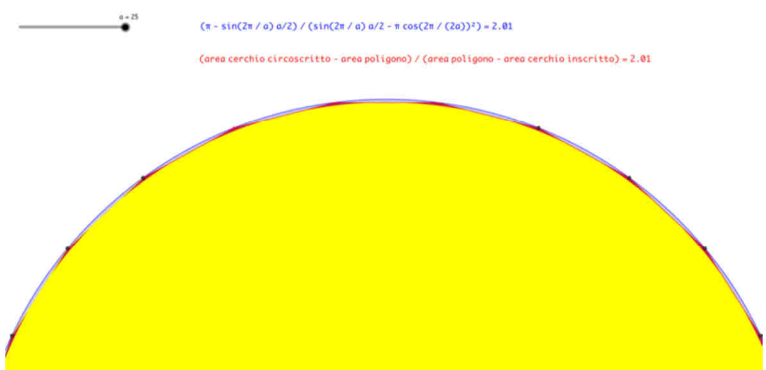
> *Il "taglio alla Rudy" prevede di applicare ad una torta circolare l'algoritmo:*
>
> *1. Tracciare, sul bordo circolare, un n-agono regolare*
>
> *2. Tracciare, all'interno dell'n-agono, un cerchio*
>
> *3. Ricominciare da (1) con il cerchio ottenuto al punto (2).*
>
> *Definiamo Regioni del Primo Tipo (RdPT) quelle che hanno il bordo "esterno" formato da un arco di cerchio e il bordo "interno" formato da un lato di n-agono, e Regioni del Secondo Tipo (RdST) quelle che hanno come bordo "esterno" due lati di n-agono e come bordo "interno" un arco di cerchio.*
>
> *Per un n grande, secondo il principio "uno taglia, l'altro sceglie", volete tutte le RdPT o tutte le RdST?*

Anche qui cominciamo con ***Valter***:

> Ho fatto alcuni "esperimenti" con GeoGebra:







Il cerchio circoscritto ha raggio unitario.

Nella scritta in blu ho calcolato il rapporto fra "Regioni del Primo e del Secondo Tipo" (usando le differenze fra cerchio circoscritto/poligono e poligono/cerchio inscritto).

Nella scritta in rosso le aree dei due cerchi e del poligono le ha calcolate GeoGebra (l'ho fatto per verificare che le mie formule fossero corrette).

Con un tool online mi sono fatto calcolare il limite per a–>∞ che è risultato essere 2. Wolfram mi ha poi fornito questa "Series expansion at a=∞" della mia formula:

Series expansion at a=∞:

$$2+\frac{4\pi^2}{5a^2}+\frac{172\pi^4}{525a^4}+O\left(\left(\frac{1}{a}\right)^6\right)$$

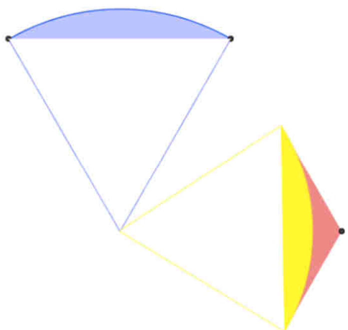
(Laurent series)

Mi pare vi si possa dedurre che il limite è proprio 2 (i tre ultimi addendi hanno a al denominatore).

Di più non sono riuscito a fare (confido nell'aiuto di qualche solutore più esperto).

Anche qui ***Valter*** non si è veramente accontentato di aspettare, ma ci ha inviato una seconda puntata, che procediamo a passarvi subito:

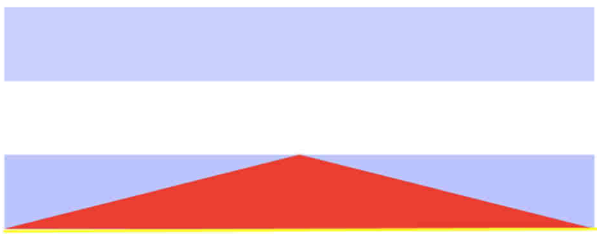
È una farneticazione; vedete un po' voi cosa farne. C'è un modo intuitivo per capire che RdPT/RdST = 2 (chiaramente se sono corretti i miei calcoli)? Sono giunto allo sproloquio che espongo. Mi sono concentrato su queste due zone:



Al tendere ad infinito dei lati del poligono tendono a:

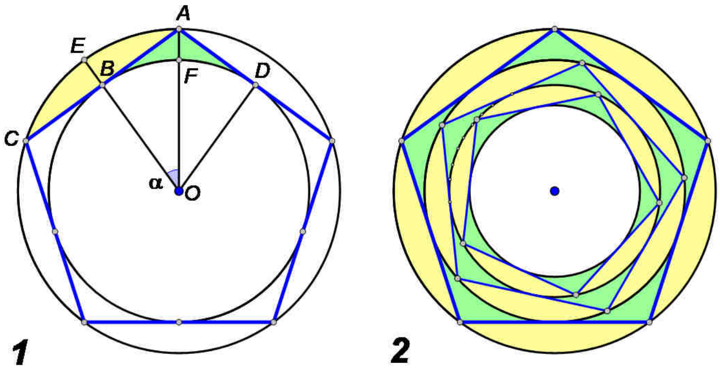
- un segmento di retta l'arco dei cerchi inscritto e circoscritto
- ad avere uguale lunghezza i due segmenti di cui sopra
- altezze = segmento circolare blu e zona rossa (che tende quindi a diventare un triangolo).

Ingrandendo molto si dovrebbe quindi tendere a (ho mantenuti i colori delle immagini alla mail precedente):



Come si nota l'area blu è doppia di quella rossa.

Bene, come vedete la soluzione è chiara, vediamo come lo dimostra ***trentatre***:



I parametri di un n-agono (in figura $n = 5$) sono

r : raggio cerchio circoscritto (OA)

a : raggio cerchio inscritto o apotema (OB)

l : lato (AC)

S : area del poligono

α : semiangolo del lato rispetto al centro O .

Le relazioni fra questi sono (con gli angoli in radianti)

$$a = r \cdot \cos\alpha$$

$$l = 2r \cdot \sin\alpha$$

$$S = n \cdot (l \cdot a / 2) = n \cdot r^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\alpha = \pi / n$$

In fig.1 le aree $G = AECB$ (in giallo) e $V = ABFD$ (in verde) sono

$$G = \frac{\pi r^2 - S}{n} = r^2 \cdot (\alpha - \sin\alpha \cdot \cos\alpha)$$

$$V = \frac{S - \pi a^2}{n} = r^2 \cdot \cos\alpha \cdot (\sin\alpha - \alpha \cdot \cos\alpha)$$

- e il loro rapporto è

$$k = G / V = \frac{\alpha - \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{\cos\alpha \cdot (\sin\alpha - \alpha \cdot \cos\alpha)} .$$

Il rapporto non dipende dalla dimensione del cerchio e vale per tutti cerchi successivi – o più precisamente per tutte le aree comprese negli anelli fra due cerchi (in fig.2 sono indicati i primi tre anelli). Le aree in un anello e le analoghe nel successivo sono nel rapporto $(a / r)^2 = \cos^2\alpha$. Continuando ad aggiungere cerchi il rapporto fra tutte le aree gialle e quelle verdi resta sempre k, che dipende solo da α, quindi da n; il suo valore decresce con n e tende a 2, come in tabella

n	k
3	3.5873
4	2.6598
5	2.3766
6	2.2470
...	...
∞	2

La somma delle aree gialle è, per ogni n e qualsiasi numero di cerchi, almeno due volte quella delle aree verdi.

E con questo ci fermiamo. Alla prossima!

5. Quick & Dirty

Definiamo "pentagono parallelo" un pentagono per cui ogni diagonale è parallela al lato con cui non ha vertici in comune.

È facile vedere che ogni pentagono regolare è un pentagono parallelo.

Ogni pentagono parallelo è un pentagono regolare?

> *No, questo non è necessario: ricordiamo che ogni endomorfismo porta rette parallele in rette parallele, quindi qualsiasi trasformazione di questo tipo che deformi in modo diverso i due assi cartesiani trasformerà un pentagono parallelo in un pentagono parallelo, e almeno uno dei due non sarà regolare.*
>
> *Ad esempio, partendo da un pentagono regolare, applicando la trasformazione:*
>
> $$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
>
> *si "raddoppiano" le dimensioni del pentagono lungo l'asse x, lasciando invariate quelle lungo l'asse y. Si ottiene quindi un pentagono che, pur non essendo regolare, resta parallelo..*

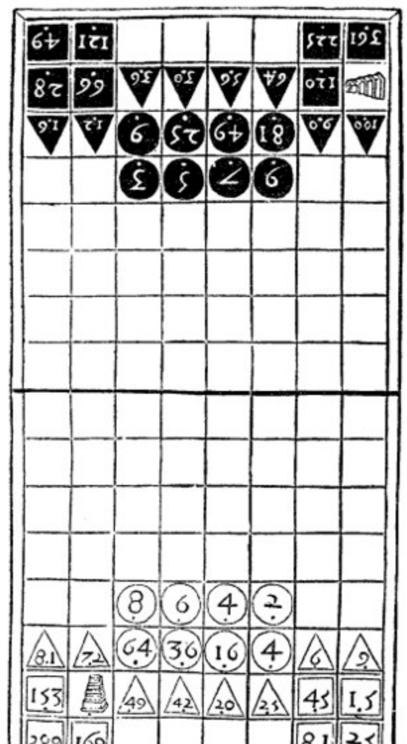
6. Zugzwang!

Sappiamo benissimo che non giocate mai i giochi che vi presentiamo, quindi questa volta ve ne tocca uno praticamente ingiocabile: conoscendo il vostro spirito di contraddizione, abbiamo buone speranze.

Non solo, ma gli cambiamo anche il nome.

6.1 La Battaglia dei Numeri

No, non si chiama così. Ma è una buona traduzione del nome *corretto*, che dovrebbe essere ***Aritmomachia***. Mettiamo una certa enfasi su "corretto" in quanto buona parte di quanto segue lo abbiamo recuperato dai riferimenti della pagina inglese di Wikipedia (quella italiana è ancora uno stub... Dal Medio Evo, ci pare di capire) che però cataloga il tutto sotto la voce *Rithmomachy*.



1 *La scacchiera e i pezzi (Thanks, Wiki!)*

Dicevamo, gioco decisamente complicato. A cominciare dalla ***scacchiera***, che somiglia doppiamente (nel senso che è 8×16, lato lungo tra i due giocatori) a quella degli scacchi. Quadrato nero in basso a destra, ma non sembra particolarmente importante.

I ***pezzi*** sono di tipo diverso e muovono in modo diverso: per il movimento *regolare* richiedono la strada sgombra, per quello *irregolare* possono saltare eventuali pezzi intermedi

- I ***cerchi*** muovono di una casella in qualsiasi diagonale
- I ***triangoli*** muovono di due (e solo due) caselle verticalmente o orizzontalmente. Hanno il movimento irregolare del cavallo degli scacchi (una ortogonale più una diagonale).
- I ***quadrati*** muovono di tre (e solo tre) caselle verticalmente o orizzontalmente. Hanno il movimento irregolare simile a quello del triangolo, ma prolungato su due caselle in ortogonale (ma sempre una in diagonale).

- Le ***piramidi*** sono pezzi composti da due quadrati, due triangoli e due cerchi (all'inizio): muovono come uno qualsiasi dei pezzi che la compongono, a scelta, sia regolare che irregolare.

La cattiva notizia è che i pezzi hanno, scritti sopra, dei valori *diversi* per il bianco e per il nero.

I cerchi bianchi hanno i valori 2, 4, 6, 8, 4, 16, 36, 64.

I cerchi neri hanno i valori 3, 5, 7, 9, 9, 25, 49, 81

I triangoli bianchi hanno i valori 2, 6, 20, 25, 42, 49, 72, 81

I triangoli neri hanno i valori 12, 16, 30, 36, 56, 64, 90, 100

I quadrati bianchi hanno i valori 15, 25, 45, 81, 153, 169, 289

I quadrati neri hanno i valori 28, 49, 66, 120, 121, 225, 361

La piramide bianca è formata dai quadrati 36 e 25, dai triangoli 16 e 9, dai cerchi 4 e 1 (totale 91)

La piramide nera è formata dai quadrati 64 e 49, dai triangoli 36 e 25, dal cerchio 16 (totale 190)

Forse. Nel senso che siamo *sicuri* che nell'ultima piramide c'è un cerchio in meno, e siamo sicuri che i numeri sono diversi tra bianco e nero, ma alcune fonti scambiano il bianco con il nero. Comunque, all'inizio del gioco i pezzi sono messi come nella figura qui sopra (ri-forse: secondo alcuni, i cerchi bianchi in prima fila sono una colonna più a destra e i neri una più a sinistra. Il bello è che questa nuova disposizione la dà lo stesso che ha fatto il disegno, che non corrisponde...). Le due piramidi sono le due piramidi, andate a rivedervi la composizione.

E avete finito la parte semplice. Perché adesso discutiamo di come si prende.

Tanto per cominciare, essendo anche noto come ***The Philosopher's Game***, quando prendete un pezzo non gli saltate addosso occupando la sua casella e buttandolo fuori dalla scacchiera (tranne in due casi): no, vi avvicinate (più o meno spiritualmente) e lo convincete con la forza delle vostre ragioni.

Presa per ***Incontro***: il vostro pezzo atterra su quello avversario e toglie il pezzo avversario dalla scacchiera. Poco apprezzato, presumiamo.

Presa per ***Assalto***: il valore del vostro pezzo, moltiplicato o diviso per il numero delle caselle vuote che separano i due pezzi è pari al valore indicato sul pezzo avversario all'interno della vostra area di movimento regolare, allora "convincete" il pezzo avversario.

Presa per ***Imboscata***: se la somma, differenza, prodotto o divisione di due vostri pezzi che hanno all'interno della loro area di movimento un pezzo avversario è uguale al valore del pezzo avversario, il pezzo avversario viene "convinto".

Presa per ***Assedio***: se quattro vostri pezzi occupano tutte le caselle dove un pezzo avversario potrebbe finire per *mossa regolare*, il pezzo avversario viene tolto dal gioco (...ma perché non si è mangiato tutto prima lui? Mah...).

Esisterebbe anche quella per ***Potenza***, ma è uguale a quello per assalto, a parte il fatto che il pezzo avversario è una potenza del valore del vostro pezzo (qui non contano le caselle di distanza: è in zona, è una potenza, convinco).

Esistono alcune altre prese ma sono collegate alle Vittorie Proprie, di cui parleremo nell'apposito tomo.

Le piramidi, esattamente come i robot giapponesi, possono dividersi in pezzi o ricomporsi, purché queste operazioni vengano eseguite un pezzo per volta: *evidentemente*, se il pezzo uscito era l'unico di una data tipologia, la piramide perde quella capacità di movimento.

Non crediate la cosa sia finita qui: anche capire ***quando si vince***, non è cosa semplice: infatti, esistono due tipi di vittorie: quella ***comune*** e quella ***propria***.

Le vittorie comuni sono:

De Corpore: avete catturato (o "convinto"? Le fonti non sono chiare) un certo numero di pezzi. Insomma, contate i "corpi".

De Bonis: i pezzi catturati (o convinti?) assommano ad un certo valore. Insomma, contate i loro "beni".

De Lite: questo è poco chiaro: come il De Bonis, ma il numero delle cifre presenti sui pezzi è minore di un certo valore. Effettivamente, potreste andare in "lite giudiziaria", su questa regola...

De Honore: come il De Bonis, ma con il De Corpore al contrario: meno pezzi possibili. Insomma, vi basate su quanto i pezzi catturati sono "onorevoli".

De Honore Liteque: De Honore e De Lite.

...e queste erano quelle comuni... Quelle proprie richiedono non tanto di catturare dei pezzi, ma di mettere un certo numero di pezzi in linea nel campo avversario:

Victoria Magna se tre vostri pezzi allineati formano una progressione aritmetica.

Victoria Major se di quattro vostri pezzi allineati tre formano una progressione di un dato tipo (aritmetica, geometrica o armonica) e tre (due dei primi tre e il quarto) ne formano una di un altro tipo.

Victoria Excellentissima se di quattro vostri pezzi allienati riuscite a costruire tutti i tipi di progressione, a gruppi di tre.

Se avete in area di influenza di un pezzo un pezzo avversario che vi consente *hic et nunc* una delle Vittorie Proprie, potete prenderlo e vincere (questo è l'altro metodo di presa cui avevamo accennato poco sopra).

Wikipedia ha anche un capitolo sulla popolarità, ma lì abbiamo cominciato a pensare ci prendesse per i fondelli...

7. Pagina 46

Notiamo per prima cosa che 0 deve essere rosso, in quanto se fosse blu (verde) allora $0+0=0$ sarebbe verde (blu).

Inoltre, n è rosso, allora anche $-n$ deve essere rosso, in quanto se $-n$ fosse verde (blu), allora $-(-n)=n$ sarebbe blu (verde).

Quindi, è sufficiente stabilire quali interi *positivi* sono rossi, blu o verdi.

Sia x il più piccolo intero positivo *non-rosso*: supponiamo sia *verde*. Allora:

$2x = x + x$ è blu (in quanto somma di due numeri verdi).

$4x = 2x + 2x$ è verde (in quanto somma di due numeri blu)

$5x = 4x + x$ è blu (in quanto somma di due numeri verdi)

$7x = 5x + 2x$ è verde (in quanto somma di due numeri blu)

$8x = 4x + 4x$ è blu (in quanto somma di due numeri verdi).

Per induzione su k, si può verificare che qualsiasi numero nella forma $(3k+1)x$, per $k\geq 0$, è verde e $(3k+2)x$ è blu: infatti, abbiamo già verificato la cosa per $k = 0, 1, 2$ e, supponendolo vero per k, si vede che:

$(3(k+1)+1)x = (3k+2)x + 2x$ è verde (in quanto somma di due numeri blu)

$(3(k+1)+2)x = (3k+1)x + 4x$ è blu (in quanto somma di due numeri verdi)

Si noti che nel caso x fosse stato blu anziché verde, la dimostrazione resta comunque valida scambiando tra di loro questi due colori.

Si dimostra che i restanti numeri $3x$, $6x$, $9x$ sono rossi: infatti, se $3kx$ fosse verde, allora $(3k+1)x = 3kx + x$ sarebbe blu (in quanto somma di due verdi), il che è una contraddizione; mentre se $3kx$ fosse blu, allora $(3k+2)x = 3kx + 2x$ sarebbe verde (in quanto somma di due numeri blu), il che è una contraddizione. Quindi, $3kx$ è rosso.

Si può dimostrare che ogni numero y che *non* sia un multiplo di x deve essere rosso: infatti, consideriamo la sequenza:

$$x, 2x, 4x, 5x, 7x, 8x, 10x, 11x, 13x, 14x, ...,$$

formata da interi verdi e blu alternati.

Se $y<x$, allora y è rosso in quanto x è il più piccolo intero *non-rosso*.

Supponiamo y sia tra due interi della sequenza che differiscono di x:

$$(3k+1)x < y < (3k+2)x$$

Se y è blu, dovendo essere anche $-(3k+1)x$ blu, allora $y-(3k+1)x$ è verde. Ma la diseguaglianza vista qui sopra implica che $0 < y-(3k+1)x < x$, contraddicendo quindi il fatto che x sia il più piccolo numero *non-rosso*. Nello stesso modo si vede che se y è verde, $-y+(3k+2)x$ è verde; ma $0 < -y+(3k+2)x < x$, portando alla stessa contraddizione che un numero *non-rosso* deve essere minore del più piccolo numero *non-rosso*. Quindi, y deve essere rosso.

Resta da esaminare il caso in cui y si trovi tra due interi della sequenza che differiscano di $2x$: $(3k+2)x < y < (3k+4)x$.

In questo caso, se y è verde, allora $y-(3k+2)x$ è blu, mentre se y è blu, allora $(3k+4)x-y$ è blu. Ora, $0 < y-(3k+2)x < 2x$ e $0 < (3k+4)x-y < 2x$, e quindi in entrambi i casi y non può essere rosso e quindi avremmo un intero blu tra 0 e $2x$. Ma dal primo caso sappiamo che questo intero non può essere tra x e $2x$ e, sempre per l'ipotesi che x sia il più piccolo intero *non–rosso*, non potrà essere neppure tra 0 e x. Infine, neppure $y-(3k+2)x$ o $(3k+4)x-y$ possono essere x, in quanto y non è un multiplo di x.

Quindi, y deve essere rosso.

Sappiamo ora che *i soli* interi positivi *non-rossi* sono i multipli di x nelle forme $(3k+1)x$ e $(3k+2)x$; sappiamo dai dati del problema che 2011 è verde, quindi 2011 deve essere un multiplo di questo tipo. Ma 2011 è primo, quindi le sole possibilità sono $x=1$ o $x=2011$.

Sappiamo inoltre che 1492 è rosso: essendo $1492=3*497+1$, si ha che $x=1$ è impossibile, lasciando solo la possibilità $x=2011$.

Quindi (per $k\geq 0$):

gli *interi positivi verdi* sono i numeri nella forma $2011(3k+1)$.

gli *interi positivi blu* sono i numeri nella forma $2011(3k+2)$.

gli *interi negativi verdi* sono nella forma $-2011(3k+2) = 2011(3(-k-1)+1)$.

gli *interi negativi blu* sono nella forma $-2011(3k+1) = 2011(3(-k-1)+2)$.

Condensando le definizioni, per m intero:

I numeri nella forma $2011(3m+1)$ sono verdi;

I numeri nella forma $2011(3m+2)$ sono blu;

Tutti gli altri numeri sono rossi.

8. Paraphernalia Mathematica

8.1 Alice non deve sapere.

Nel senso che anche se si chiama Alice, questa volta fa Eve, mentre Rudy (o Doc) fa Alice e l'altro fa Bob.

OK, da adusi lettori di sproloqui rudeschi, avrete capito che stiamo parlando di crittografia, e io e Doc abbiamo intenzione di comunicare senza essere intercettati (da Alice).

"Potreste usare un algoritmo a doppia chiave... Ce lo avete raccontato tali e tante volte, che..." Sì, certo. Ma questa volta volevamo affrontare una situazione più complessa: la Polizia Segreta considera sospetto chiunque se ne vada in giro con un computer, figuriamoci che cosa pensa quando qualcuno va a spasso con voluminosi numeri (pseudo)primi. Non solo, ma dopo tutti i guai di Cambridge Analytica, non è proprio che ci fidiamo da matti, delle app che circolano.

Un qualcosa di semplice basato su carta, matita e fiammifero[16]?

Sino a qualche tempo fa, la risposta era "no": i sistemi di decrittazione, ormai, hanno raggiunto un livello di sofisticazione tale che gli unici affidabili ormai sono i sistemi a chiave unica.

Ma qualcosa di nuovo e ragionevolmente semplice è nato, in realtà: avete letto *Cryptonomicon*, di ***Neal Stephenson***[17]? Nel libro viene spiegato e utilizzato dal protagonista un sistema di cifratura detto "Pontifex", basato su un semplice mazzo di carte da 52 (più due Jolly, differenti tra loro: praticamente tutti i "mazzi doppi" in vendita sono di questo tipo, oppure hanno un Jolly e una carta con i punti del bridge, il che è lo stesso). È raro che la narrativa serva ad esporre sistemi matematici complessi, ma qui la cosa è giustificata: infatti Stephenson per la progettazione di "Pontifex" ha chiesto aiuto a ***Bruce Schneier***, e scusate se è poco. Per mostrarvi i livelli di paranoia cui si arriva nel romanzo, basti dire che Schneier chiama il sistema "Solitaire", ma Stephenson decide di cambiargli nome per non far capire che è basato su un mazzo di carte.

Teniamo Solitaire (...tanto ormai lo sapete, che è basato sule carte, e possiamo chiamarlo così) temporaneamente come una "black box": sappiamo solo che si tratta di un "generatore a flusso di chiavi" (*key stream generator*): con ritorno, tra l'altro, nel senso che prendete la parte di chiave appena usata e la ributtate dentro il sistema per generare la prossima parte: vi serve generare una chiave lunga quanto il messaggio.

Avendo questa chiave, trasformate chiave e messaggio in sequenze numeriche (A=1, B=2, ..., Z=26 per il messaggio... per la chiave ci pensiamo dopo, supponiamo di farcela), e sommate numero per numero le posizioni corrispondenti *modulo 26*, ripassate in alfabetico e mandate al compare: quest'ultimo, supponendo conosca la chiave, non fa altro che sottrarre dal cifrato la chiave (sempre modulo 26) e ottiene il messaggio in questione.

Oh, se questo metodo di cifratura vi pare troppo semplice, liberissimi di utilizzarne di più complessi, anche se non dovrebbe essere il caso: infatti, ogni sistema in cui la chiave ha la lunghezza del messaggio è considerato virtualmente non scassinabile se non per tentativi di individuazione della chiave.

A cosa serve il mazzo di carte? Beh, a costruire la chiave per cifrare il messaggio.

"Rudy, per quale motivo continui a ripetere 'chiave per cifrare il messaggio'? Non puoi dire 'chiave' e basta?" Beh, no. La "chiave" (senza l'altro pezzo) è in realtà *l'ordine nel quale mettiamo, all'inizio, il mazzo*: un ordine che conosciamo io e Doc, e che siamo in grado di replicare sia io che Doc.

"Ah, allora c'è qualcosa che deve essere noto ad entrambi!" Certo. Deve. Ma (e qui sta il bello dell' "innocenza" degli strumenti utilizzati) se siete dei dilettanti potete utilizzare

[16] Scoprire a che cosa serva il fiammifero nel processo di cifratura è lasciato come semplice esercizio al lettore.

[17] No? Male ma non troppo: neanch'io. Lo tengo per l'estate (o forse anche prima).

"F(iori)-Q(uadri)-C(uori)-P(icche), da 2 a K poi A", oppure una sequenza che varia settimanalmente: ad esempio, oggi (e ancora per domani: poi si cambia) la sequenza comincia con: PK-P2-P7-F3-F4-F9-FJ-F8-FK-P8-F5-F10... e avanti in questo modo[18].

"...Quindi devo studiarmi a memoria una sequenza di 52 segni, una nuova tutte le settimane?" No: basta conoscere la regola per recuperarla, ed essere d'accordo sulla sua applicazione: la regola per la sequenza qui sopra è: "la soluzione del problema di Bridge della Settimana Enigmistica in edicola sabato scorso, scritta tutta di seguito": se vi piomba in casa la Polizia Segreta, potete sempre dire che siete un incapace a bridge ma vorreste impararlo, ma con i segnetti non vi ritrovate e quindi usate un mazzo vero simulando la distribuzione delle carte sul tavolo... Chi sospetterebbe di un incapace del genere?

L'unica cosa che potrebbe insospettire è che cinquantadue è il doppio di ventisei, che sarebbero le lettere dell'alfabeto che intendiamo usare... o forse i due jolly.

Già, ci servono anche i jolly. Che devono essere diversi, dicevamo. Chiamiamoli "R" (Rosso) il primo e "B" (Nero: se le figure sono JQK, "B" può essere "Nero") il secondo.

Supponiamo di avere il nostro mazzo da 52 nella sequenza richiesta, e i jolly posizionati secondo accordo[19], a questo punto cominciate con le seguenti operazioni:

1. Trovate R e spostatelo in basso di una posizione (in modo ciclico: se era l'ultima carta, diventa la prima).
2. Trovate B e spostatelo in basso di due posizioni (stesso discorso di cui sopra). Mi raccomando, non fate i pigri: se trovate prima "B", resistete alla tentazione di spostarlo subito, possono nascere guai, se sono molto vicini e spostate prima B.
3. Spaccate il mazzo in tre parti in corrispondenza dei jolly, scambiando quelle sopra al primo jolly con quelle sotto al secondo jolly. Qui, ignoriamo il fatto che i jolly abbiano un colore. Notate che non sono coinvolti nel movimento (restano attaccati al blocco centrale di carte).
4. Eseguite un "taglio contato", ossia:
    a. Trasformate l'ultima carta del mazzo in un numero (F2=1, ..., PA=52, jolly=53 va benissimo).
    b. Fate un taglio del mazzo al valore ottenuto *lasciando l'ultima carta al fondo del mazzo e non contandola* ("...e perché?" Secondo Schneier, serve a rendere reversibile la tappa).
5. Trovate la prima carta di uscita:
    a. Trasformate la prima carta del mazzo in numero come sopra
    b. Guardate che carta è quella in quella posizione dall'inizio del mazzo *esclusa la prima carta* e segnatevela: se è un jolly, non segnate niente e ricominciate da (1). *Non modificate l'ordine delle carte*: state solo "guardando".
6. Trasformate la prima carta d'uscita in un numero, ma questa volta tra 1 e 26 (ad esempio, F2=1, … QA=26, C2=1, …

A questo punto, avete la prima lettera (o numero) della chiave di cifratura del messaggio: ricominciate da capo, *senza mescolare il mazzo* e andate avanti sin quando non avrete un numero di lettere nella chiave di cifratura pari alla lunghezza del messaggio.

Lungo? Certo. Noioso? Certo. Ma anche molto sicuro, almeno a quanto sostiene Schneier.

Non solo, ma ***Boris Pogorelov*** e ***Marina Pudovkina*** hanno dimostrato che risponde alle caratteristiche (algebriche) di base richieste ad una buona cifratura.

Qualche *caveat*, di cui vi sarete probabilmente già accorti.

[18] Per evidenti motivi di riservatezza, non ve la diamo completa (Alice potrebbe leggere queste note).

[19] Lasciamo alla vostra fantasia definire quale possa essere "l'accordo": potrebbe essere una cosa del tipo "R sempre dopo PA, B sempre dopo F2" (asso di picche e due di fiori, abbiamo scelto la carta più alta e quella più bassa), ma ci pare sconsigliabile. Un qualsiasi metodo basato anche sullo stesso numero della Settimana Enigmistica (ma su un altro gioco) e un po' di "modulo 52" dovrebbe andare bene.

Tanto per cominciare, ogni chiave va utilizzata una volta sola: altrimenti, diventa semplice (beh, per cifratori esperti) ricavare da due messaggi cifrati la chiave usata.

Inoltre, usate messaggi brevi: il metodo è (appunto in quanto manuale: *non sognatevi* di implementare un algoritmo...) farraginoso e noioso, ed è quindi facilissimo commettere errori: come in tutti i sistemi *stream*, l'errore non si limita ad un carattere, ma si propaga per tutto il resto del messaggio, che diventa incomprensibile.

Nel nostro piccolo, ci permettiamo di segnalare una cosa che non ci convince appieno: una delle debolezze del primo sistema DES era che la *S-Table* (quella che si occupava degli shift) era composta solo di 1 e 2, non prevedendo mai shift di dimensioni maggiori: siamo sicuri che nelle operazioni (1) e (2), il limitarsi a uno e due shift non indebolisca il sistema?

Quando avete finito, mi raccomando, rimettete in (dis)ordine le carte...

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms