Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 212 – Settembre 2016 – Anno Diciottesimo

Rudi Mathematici
Rivista fondata nell'altro millennio da
Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)
rudy.dalembert@rudimathematici.com
Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com
Alice Riddle (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM211 ha diffuso 3119 copie e il 04/09/2016 per Google eravamo in 8'130 pagine.

...settembre, e tutti noi non attendiamo altro che di rivedere la nostra simpatica e paziente prof di mate... OK, qualche riga di spiegazione: tutti gli anni, la Marvel fa una serie di copertine con i propri supereroi dedicate alla scuola. Per quelle dell'anno scorso il tema era il bullismo (chissà come mai, mi ricordo solo quella con Hulk...), mentre quest'anno si è optato per il progetto STEAM: siccome la "M" sta per "Math", abbiamo scelto quella.

1. Rettitudine

"Alcune manciate di persone hanno scritto tecnicamente di logica combinatoria, e alcune di queste, inclusi noi stessi, hanno pubblicato qualcosa di sbagliato. Poiché alcuni dei nostri compagni di peccato sono tra i più attenti e competenti logici del panorama contemporaneo, interpretiamo questo fatto come la prova che il soggetto è davvero ostico. Pertanto, è necessario che ci sia completezza nell'esposizione, per necessità di accuratezza; in questo caso, la sintesi eccessiva si risolverebbe in un cattivo affare, una falsa economia, ancor più di quanto accade nelle materie ordinarie. "

(Prefazione a *Combinatory Logic*, 1956)

"Elementi" di Euclide, Libro I, Definizione IV: "*La linea retta è quella che giace ugualmente rispetto ai suoi punti*".

Non si può dire che questa definizione sia perfettamente chiara e immediatamente comprensibile. Anzi, a dire il vero, un gran numero di commentatori la ritiene del tutto oscura: testi e siti anche autorevoli dichiarano la loro incapacità di comprenderne esattamente il significato, spesso limitandosi a considerarne solo la primissima parte "Una linea retta…" e concludendo che, se non altro, con questa definizione Euclide assume che le rette siano pur sempre delle linee, che sono state definite poco prima[1]. Per quanto riguarda la seconda parte, con quel misterioso "giace ugualmente rispetto ai suoi punti", spesso si limitano a sospendere il giudizio confessando l'incapacità di capire.

Altri, più costruttivamente, si rifanno alle "*Definizioni dei termini di geometria*" di Erone[2] (che ricalcano spesso quelle euclidee), e comparano la definizione eroniana un po' più prolissa e dettagliata con quella euclidea: "*La linea retta è una linea che rispetto a tutti i suoi punti giace diritta e massimamente tesa tra le sue estremità*". C'è forse maggiore chiarezza; ma c'è anche, forse, la perdita di qualcosa di significativo, se non addirittura di poetico. La definizione di Erone usa termini fisici, come quel "massimamente tesa", e comunque non risolve quello che con ogni probabilità è il "residuo euclideo" della definizione, riportando sempre quel concetto di "giacere diritta" che appare in fondo solo un'ulteriore semplificazione "fisica" del "giacere ugualmente" di Euclide.

Gli storici della matematica hanno in realtà problemi assai più seri da risolvere: ad esempio, in merito alla parziale somiglianza tra la "definizione di retta" di Euclide e quella di Erone, il problema cruciale è quello di assicurarsi che la definizione euclidea a noi giunta sia proprio quella originale dell'autore degli "Elementi", e non che magari ci sia arrivata indebitamente arricchita da commenti successivi (magari contaminata proprio dalla definizione eroniana). Se così fosse, non sarebbe forse scelta così cattiva il limitarsi a considerare la IV Definizione solo come lo statuire che la retta è una linea, e sorvolare sul resto.

Resta però il fatto che le prime Definizioni di Euclide sono un vero rompicapo per i critici moderni: riportando le prime sette, troviamo questa sequenza:

- I) Un punto è ciò che non ha parti.
- II) Una linea è lunghezza senza larghezza.
- III) Gli estremi di una linea sono punti.
- IV) Una linea retta è quella che giace ugualmente rispetto ai suoi punti.
- V) Una superficie è ciò che ha soltanto lunghezza e larghezza.

[1] "Una linea è lunghezza senza larghezza", Elementi Libro I, Definizione II.

[2] Erone di Alessandria (10 d.C. – 75 d.C., più o meno) è di circa tre secoli e mezzo posteriore a Euclide di Alessandria (325 a.C. – 275 a.C., più o meno). Peraltro, alcuni sostengono che le "*Definizioni dei termini di geometria*" siano da attribuire non a Erone, ma a Diofanto di Alessandria (200 d.C. – 284 d.C., più o meno), nato circa due secoli dopo Erone, e quindi mezzo millennio dopo Euclide (più o meno). Tutti concittadini, comunque, il che la dice lunga sulla matematica africana dell'epoca.

VI) Gli estremi di una superficie sono linee.
VII) Una superficie piana è quella che giace ugualmente rispetto alle sue rette.

Molti commentatori hanno notato diverse stranezze, se non proprio delle anomalie. Ad esempio:

a) Il punto sembra essere definito due volte (I e III), e analogamente sembra doppia la definizione di linea (II e IV).
b) Euclide si prende la briga di stendere queste definizioni, ma non ne fa poi alcun uso negli "Elementi".
c) Esiste una certa analogia tra queste definizioni geometriche del Libro I e quelle proprie dei Numeri nel Libro V.

Certo non è facile immaginare cosa passasse per la testa di Euclide quando scrisse come incipit alla sua opera queste definizioni: e certo occorrono studi approfonditi e professionali per dare qualsivoglia tentativo serio di interpretazione (se non proprio di ermeneutica) di un testo così celebre e antico. Però è certo lecito giocare, magari concedendosi delle assunzioni interpretative tutt'altro che dimostrate. Ad esempio, si potrebbe partire dall'assunto che Euclide sia stato assai attento nella scelta delle parole, e che abbia inteso davvero dare definizioni il più possibile stringate e precise; e magari anche assumere che Euclide, in una sorta di geniale precognizione, avesse in qualche modo già capito i limiti della geometria che prende il suo nome, quella euclidea, o perlomeno che avesse capito – forse proprio a causa delle difficoltà incontrate nella stesura delle definizioni e dei postulati – che la geometria euclidea non era che una delle molte geometrie possibili: in altre parole, che Euclide fosse, assai più dei suoi immediati successori, del tutto consapevole che il celeberrimo V Postulato doveva proprio essere un postulato, e non un teorema.

Su questi presupposti quasi fantascientifici, si può immaginare che Euclide ritenesse cruciale (e avesse davvero ben chiaro) il concetto di dimensione geometrica, e che pertanto ritenesse opportuno definire le caratteristiche delle dimensioni e le relazioni fondamentali che intercorrono tra l'una e l'altra. Al pari di quanto si fa normalmente per la costruzione dei numeri, potrebbe aver deciso di definire ogni dimensione in forma ricorsiva, utilizzando le caratteristiche della precedente (cosa che spiegherebbe anche l'analogia tra le Definizioni del Libro I e del Libro V), e definendo, per ogni dimensione, tre entità essenziali:

1) L'elemento caratteristico della dimensione N
2) La relazione con la dimensione precedente, N – 1
3) L'elemento peculiare (o meglio, "neutro") della dimensione N.

La prima dimensione da prendere in considerazione è quella che noi chiamiamo "dimensione zero", il vuoto, il nulla. Dubitiamo che Euclide avesse familiarità con il numero zero, ma non sembra impossibile che potesse considerare esistente il nulla, specialmente considerando il potenziale evocativo della sua prima definizione. Di certo, comunque, possiamo facilmente concedergli che per la Dimensione Zero non abbia senso la "relazione con la dimensione precedente", per l'ottima ragione che questa non è neppure pensabile; e neppure la relativa definizione dell'elemento neutro, perché il vuoto non contiene nulla, e di conseguenza non può contenere enti con attributi peculiari.

Allora la "tripletta di definizioni" per la Dimensione Zero si riduce a una sola, e le prime sette definizioni possono rientrare nella struttura; tre dimensioni per tre "definizioni cardine", meno due impossibili, uguale sette; e questo stabilirebbe una sorta di coincidenza sistematica tra le definizioni I-II-V, le III-VI e le IV-VII. Inoltre, anche se nel Libro I Euclide non definisce nulla per la Dimensione Tre, lo fa poi nel Libro XI; e qui sembra ripetere la medesima logica definitoria, salvo omettere la definizione dell' "elemento neutro", verosimilmente perché non era in grado di immaginare spazi curvi. Acquisendo queste eccezioni, le triplette di definizioni per le quattro tipologie di dimensione passano dalle 12 teoriche a 9, facilmente rappresentabili in una griglia di questo tipo:

DEFINIZIONI di EUCLIDE	Elemento Caratteristico	Relazione con Dimensione N-1	Elemento Neutro
Dimensione 0	I-I) Punto è ciò che non ha parti		
Dimensione 1	I-II) Linea è lunghezza senza larghezza	I-III) Gli estremi di una linea sono punti	I-IV) Una linea retta è quella che giace ugualmente rispetto ai suoi punti
Dimensione 2	I-V) Superficie è ciò che ha soltanto lunghezza e larghezza	I-VI) Gli estremi di una superficie sono linee	I-VII) Una superficie piana è quella che giace ugualmente rispetto alle sue rette
Dimensione 3	XI-I) Un solido è ciò che ha lunghezza, larghezza e profondità	XI-II) Limite di un solido è la superficie	

La prima colonna, quella che abbiamo chiamato "dell'elemento caratteristico", è assolutamente coerente in tutti i suoi quattro elementi. Se volessimo generalizzare il vocabolario di Euclide chiamando Dim1, Dim2 e Dim3 quelle che vengono chiamate "lunghezza", "larghezza" e "profondità", e sostituissimo il termine "dimensioni" al temine "parti" della I-I, ci ritroveremmo praticamente con quattro definizioni che coinciderebbero, anche dal punto di vista verbale, con le etichette di riga della griglia.

La seconda colonna non è meno coerente della prima: l'unica eccezione è l'ovvia assenza della definizione nella riga della Dimensione 0, e mette pianamente in relazione gli "elementi caratteristici" della dimensione N – 1 definendoli come "estremi" (noi probabilmente preferiremmo il termine "sezioni") della dimensione N.

La terza è quella che contiene la Definizione I-IV, che ha aperto quest'articolo, e la parallela definizione I-VII. Sono davvero così oscure?

Euclide ha certo ben chiaro che non tutte le linee sono rette, e che non tutte le superfici sono piane; anzi, è probabile che si renda conto che la linea retta e la superficie piana siano davvero delle eccezioni, rispetto alle infinite possibili varietà di linee e di superfici. Ma come definire questa particolarità? Cosa distingue davvero una intricata matassa di un filo di lana da una linea perfettamente e infinitamente rettilinea? E come sintetizzare questa peculiarità in una definizione che sia allo stesso tempo completa e sintetica?

Euclide sceglie il termine "giacere ugualmente", e lo coniuga rispetto ai componenti dell'oggetto: punti per la linea retta, rette[3] per la superficie piana. Come è possibile "definire" la differenza tra una linea qualunque (una parabola, una linea a forma di "S", una linea qualsiasi, insomma) e una linea retta?

È possibile, forse è addirittura naturale, porre l'attenzione sulla curvatura. Una linea ad "S" fa una curva a destra e una a sinistra; una parabola è molto curva vicino al vertice e sempre meno curva tanto più se ne allontana; uno scarabocchio di linea continua è pieno di modi diversi di curvarsi su sé stesso. Ma la "curvatura" non è concetto semplice da descrivere, soprattutto in sede di definizioni iniziali: Anche perché per definire la curvatura di una linea occorre, in un certo senso, "uscire" dalla dimensione della linea e osservarla da fuori, così come per osservare la curvatura di una superficie è necessario guardarla dallo spazio. Un ipotetico punto "intelligente" che fosse costretto a muoversi nell'universo monodimensionale di una linea potrebbe mai capire se la sua linea è curva o retta?

Se però ci si prende la libertà di poter giudicare gli oggetti della dimensione N guardandoli dalla dimensione N+1, la differenza di comportamento diventa evidente; e una definizione possibile potrebbe essere proprio quella che, per distinguere le linee che cambiano continuamente curvatura da quelle che non lo fanno, faccia ricorso all'espressione "*giace ugualmente rispetto ai suoi componenti*". «Guardate quelle linee

[3] È forse opportuno notare che i parallelismi degli enti generici di ogni dimensione (punto-linea-superficie-spazio) e degli "elementi neutri" o "speciali" ([punto "retto"]-retta-piano-[spazio "retto"]) potrebbe dare adito a confusione perché non esiste di fatto un [punto "retto"] e non è noto ad Euclide quello che lui avrebbe forse chiamato [spazio "retto"]. Però il parallelismo tra la definizione I-IV e I-VII illustra bene che gli oggetti rispetto ai quali occorre "giacere ugualmente" sono appunto gli elementi neutri, non i generici. La definizione corrispondente in basso a destra della griglia dovrebbe suonare, per analogia, come "Uno [spazio "retto"] è quello che giace ugualmente rispetto ai suoi piani", e non genericamente come "…rispetto alle sue superfici".

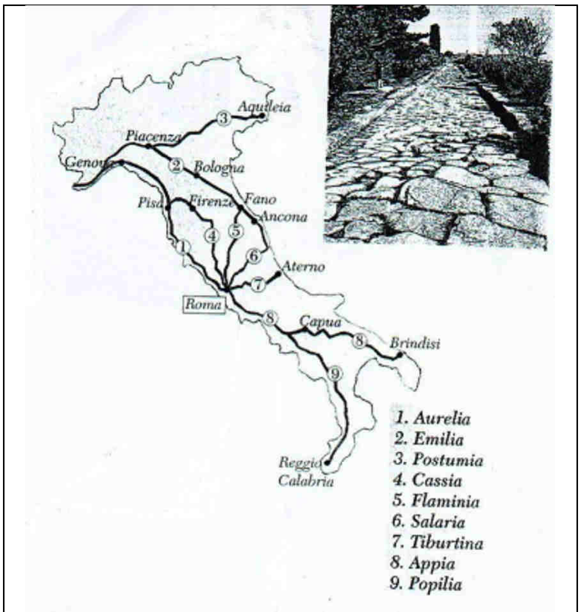
aggrovigliate: cambiano direzione», sembra dire Euclide, «e in un certo senso il "modo di giacere" dei loro punti in un certo intervallo è diverso dal modo in cui "giacciono i punti" in un altro intervallo».

Se fosse stata questa, l'intenzione di Euclide, allora bisognerebbe una volta di più meravigliarsi della sua capacità di sintesi e della sua efficacia: perché, se riferito alla curvatura, "giacere ugualmente" non implica necessariamente "assenza di curvatura", ma semplicemente "curvatura costante". La definizione di retta, secondo questa nostra fantasiosa interpretazione del pensiero euclideo, non comprende solo quelle linee che noi convenzionalmente chiamiamo appunto "rette (euclidee)", ma tutte quelle che hanno curvatura costante: ad esempio, i cerchi.

Siamo convinti che, se tutto questo fosse vero, il vecchio alessandrino avrebbe fatto festa, nell'Iperuranio, quando sono comparse le geometrie non euclidee; specialmente quella riemanniana sferica che definisce "rette", su una sfera, i cerchi massimi della sfera medesima.

"*La linea retta è la più breve tra due punti*" è un mantra che si ripete fin dalle scuole elementari; ed è in fondo consolatorio che rimanga valido anche cambiando tipo di geometria. Basta definire opportunamente la retta, e Euclide potrebbe averlo fatto, duemilatrecento anni fa, in modo sorprendentemente moderno. E poi, in fondo, il "percorso più breve" non può non dipendere dall'ambiente che si percorre; e talvolta dipende anche dal soggetto che cammina sul percorso. Gli Antichi Romani, ad esempio, per quanto assai maldestri in teoria, sembra che avessero ben chiara la messa in pratica del concetto.

Cassia, Emilia, Aurelia, Flaminia. Tiburtina, Tuscolana, Prenestina, Casilina, Ardeatina. E naturalmente Salaria, Appia, Domiziana, Egnatia, Popilia, e decine di altre. A dar retta a Strabone, i Romani eccellevano in tre cose che invece i Greci trascuravano bellamente: fogne, acquedotti e, forse soprattutto, strade.



1 *(alcune delle) Vie consolari romane*

Tutte le strade portano a Roma, recita il proverbio: proverbio che adesso non è certo più vero in senso letterale, e forse lo era solo in parte anche duemila anni fa, quando, in effetti, la quasi totalità delle strade era di costruzione romana, e aveva Roma come uno dei due estremi[4]. In parte perché prima ancora che a "portare a Roma", lo scopo delle consolari era quello di portare le legioni romane verso le periferie della Repubblica e dell'Impero. Lo dimostrano con banale evidenza i nomi stessi delle strade: se oggi è uso comune identificare una strada tramite i due punti estremi collegati (A3, Salerno-Reggio Calabria; A11, Firenze-Mare; A4,Torino-Trieste, eccetera), buona parte delle vie romane ne esplicita soltanto uno, che tanto il punto di partenza era scontato: la Tiburtina va a Tibur, odierna Tivoli; la Tuscolana porta a Tusculum, patria di Catone; e naturalmente la Prenestina a Palestrina, che un tempo si chiamava Preneste, la Casilina a Casilinum, e così via.

La destinazione prevalentemente militare è riconoscibile anch'essa nei nomi stessi, perché un bel gruppo di vie prendono il nome non dalla destinazione, ma dell'autorità che ne volle la costruzione: autorità che era assai spesso la massima, quella del console (e non

[4] E quindi, nella logica euclidea, Roma è di dimensione N – 1 rispetto alla dimensione N delle sue strade…

per niente si dicono ancora "vie consolari") o almeno del censore. L'Aurelia voluta da Gaio Aurelio Cotta, quella più esplicitamente settentrionale, che nella catalogazione contemporanea è la strada statale SS1; la Cassia di Cassio Longino, oscuro console o censore, ora SS2; e continuando in senso orario nell'immaginario orologio che ha al centro Roma la SS3, la Flaminia, che servì a Gaio Flaminio Nepote per raggiungere il nord della penisola (precede storicamente sia l'Aurelia che la Cassia); toccava l'Adriatico a Fano, e seguiva la costa fino a Rimini. Di qui, un'altra consolare celeberrima, l'Emilia di Marco Emilio Lepido saettava nella pianura padana fino a Piacenza e poi fino a Milano.

I consoli portavano eserciti, prima ancora che merci, commerci, collegamenti: e le strade volute dai consoli servivano prima d'ogni altra cosa a velocizzare gli spostamenti delle legioni. I legionari si muovono a piedi, rischiano di essere attaccati durante gli spostamenti, e non sono particolarmente interessati agli aspetti turistici del viaggio: prima si arriva all'accampamento, meglio è. Tutte queste esigenze (pensate per pedoni in forze, dirette verso una sola destinazione, sicurezza nel cammino, velocità di percorso) generano la caratteristica principale delle vie romane: sono diritte, rettilinee per quanto più è possibile farle). Una collina la si affronta come si affronta una pianura: si tira diritto, e se la natura costringe a forti pendenze, pazienza; il concetto di "tornante" è lontano dall'ideologia romana, e comparirà solo più tardi, quando le esigenze commerciali si faranno più significative di quelle militari, e si dovrà constatare che un robusto legionario ventenne supera con facilità pendenze del tutto proibitive per un carro pieno di grano tirato da una coppia di buoi.


2 *L'Appia nei pressi di Venosa (foto che, una volta tanto, non comporta problemi di copyright, visto che è di un redattore di RM)*

Lo racconta bene Paolo Rumiz nel suo ultimo libro[5]: insieme a Paolo Carnovalini, cartografo, e altri due compagni, lo scrittore si è avventurato nel ripercorrere interamente l'Appia antica, da Roma a Brindisi. Tra i molti scopi dell'avventura che ha visto i novelli viandanti percorrere seicento chilometri, toccare tre mari e scandire ventinove tappe di viaggio, c'è certo anche il desiderio di fornire un'alternativa "laica", italiana, al Cammino di Santiago; e il libro che ne risulta, in effetti, è in parte una cronaca, in parte un romanzo storico e in parte – forse soprattutto – un manuale denso di mappe e consigli per chi volesse ripetere l'avventura.

Consigli preziosi e necessari, perché a differenza del Cammino di Santiago, perfettamente segnato e ormai attrattiva turistica per centinaia di migliaia di pellegrini[6] ogni anno, l'Appia non esiste più in molti tratti dei suoi 612 chilometri, e si è reso necessario, per gli eroici viandanti, ritrovarla, riconoscerla, prefigurarla.

È la più antica delle vie consolari, la più vecchia strada d'Europa: diretta come un fuso da Roma verso l'Oriente, e non c'è prova migliore che l'asse portante dell'Antichità fosse quello che da Roma arrivava al porto ideale per chi era diretto in Grecia, e poi a Bisanzio: anche perché l'Appia continua, dopo aver saltato l'Adriatico, e col nome di "via Egnatia" arriva fino ad Istanbul.

[5] Paolo Rumiz, "Appia", Feltrinelli, giugno 2016, ISBN 978-88-07-03190-8, euro 19.

[6] "Pellegrini" è il termine più consono e abituale per chi va verso Santiago de Compostela; Rumiz ci tiene molto, però, a far sì che i percorritori dell'Appia abbiano il nome di "viandanti".

Ebbene, la strada più antica d'Europa, spesso interrotta da cavalcavia, frantumata da proprietà private, cancellata da campi di grano, viene ritrovata con l'aiuto di testi di storia, d'archeologia, da innumerevoli segni fisici sopravvissuti ai millenni; ma soprattutto viene ritrovata dai moderni cartografi grazie alla sua natura geometrica: la Linea, la chiamano gli autori del viaggio; il carattere rettilineo e deciso, essenziale, allo stesso tempo storico, geografico e matematico.

L'Appia prende il nome da Appio Claudio Cieco, il censore che fortissimamente volle che Roma costruisse il primo tratto della via, quello che portava all'antica Capua[7], la fedele alleata. Oltre ad essere la più antica – e forse più importante – delle strade di Roma, ha anche un'altra caratteristica unica, sebbene assai meno importante: se la strada di Gaio Flaminio Nepote si chiama Flaminia, se quella di Marco Emilio Lepido si chiama Emilia, se quella di Gaio Aurelio Cotta è l'Aurelia; insomma, se tutte le consolari sono nominate dal nome della "gens" di appartenenza, dal nome familiare, perché la strada di Appio Claudio Cieco si chiama Appia, e non Claudia?

La prevalenza del *praenomen* è insolita, nell'onomastica delle vie di Roma; e la *gens* di Appio, la Claudia, è sempre stata tra le più importanti dell'Urbe; eppure, in questo caso il nome proprio della persona prevale su quello della famiglia. È cosa che capita raramente anche in contesti più ampi: in tutta la storia umana, i personaggi ai quali ci si è soliti riferire con il solo nome e senza cognome sono assai pochi, e indiscutibilmente tutti di rilevanza eccezionale: i grandi fondatori delle religioni, come Budda, Gesù, Maometto; eccezionali conquistatori di terre e di popoli, come Alessandro, Napoleone, Cesare[8]; e pochi altri.

È assai più raro che il nome prevalga sul cognome, altrimenti; ciò non di meno, talvolta può accadere: e come è accaduto nel caso di Appio Claudio Cieco, che ha trasmesso il suo nome personale alla più duratura delle sue creature, può accadere anche in casi meno eclatanti: ad esempio, ad un matematico.


3 *Haskell Brooks Curry*

Haskell Brooks Curry nasce il 12 settembre 1900 a Millis, Massachusetts, Stati Uniti d'America. Millis è cittadina di poche migliaia di abitanti, ad una ventina di chilometri da Boston, ed è a Boston che i genitori di Haskell, Samuel e Anna, lavorano: il padre è il presidente e la madre è il preside della School of Expression: un istituto che, a giudicare dal nome, ha come obiettivo l'uso corretto del linguaggio.

Haskell non sembra inizialmente interessato né al linguaggio né alla matematica: può certo permettersi le migliori scuole dello stato, e non per niente il suo "liceo" è l'Harvard College, ovvero l'istituto preparatorio per gli studenti di Harvard; ma la sua intenzione, quando vi entra sedicenne, è quella di dedicarsi alla medicina. Qui però accadono un paio di cose significative: la prima è che la preparazione dei futuri medici prevede un

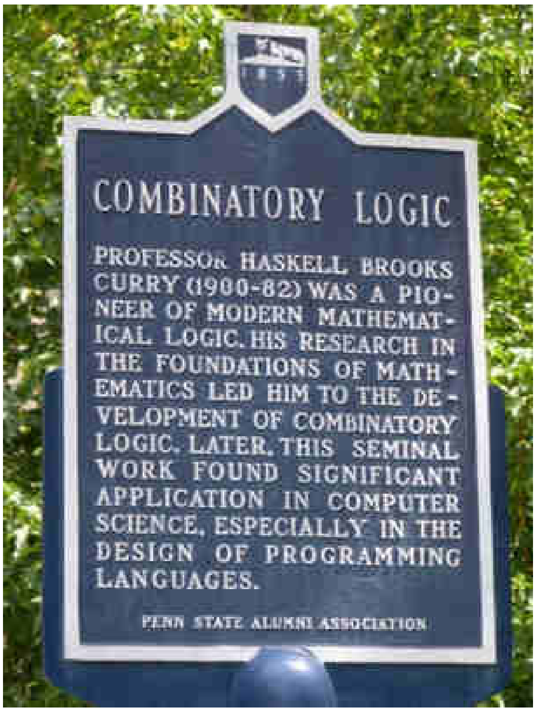
[7] Tanto per evitare facili confusioni: la Capua antica dei Romani è quella che oggi corrisponde, grosso modo, a Santa Maria Capua Vetere; la Capua moderna sorge più o meno dove si trovava il porto (fluviale) romano di Casilinum, estremo della via che si chiamava, per questa ragione, Casilina. Tra le due Capua la distanza è irrisoria, circa 5 chilometri, ma storicamente significativa.

[8] A dirla tutta, "Caesar" non è propriamente un *praenomen*, ma un *cognomen*, comunque…

corso di matematica, e il giovane Curry scopre che la materia gli piace molto; la seconda è che siamo nel 1917, nel bel mezzo della Prima Guerra Mondiale per gli abitanti d'Europa, anche se solo all'inizio della guerra per gli americani, e Haskell Curry decide che deve arruolarsi; e anche che per farlo deve prepararsi bene in matematica. Non è di comprensione immediata la ragione per cui il diciassettenne Curry ritenesse che l'U.S. Army avesse più bisogno di matematici che di medici, ma in ogni caso in breve cambia indirizzo di studi, e nel 1918 si mette in lista nel Corpo di Addestramento per Studenti dell'Esercito.

La guerra finisce prima che Haskell riesca a diventare un vero soldato, ma il guaio ormai è fatto: l'ex-studente di medicina non esiste più, e Harvard laurea un nuovo matematico nel 1920. In verità, Curry sembra raggiungere la piena consapevolezza del suo campo di studi a fatica o, per dirlo galileianamente, "provando e riprovando". Anziché dedicarsi alla carriera accademica, si dà inizialmente all'industria, entrando alla General Electric; qui scopre di essere portato più per la scienza teorica che per quella applicata, e quindi lascia il MIT (doveva continuava a studiare), la GEC e torna ad Harvard, iscrivendosi a Fisica. Ottiene il Master nel 1924, ma nel frattempo ha capito che più che la fisica gli interessa la matematica, quindi decide di applicarsi ad un Dottorato di Ricerca in matematica.

Ma la matematica è vasta, e il procedere per approssimazioni successive sembra una caratteristica fondamentale delle azioni di Curry: la sua tesi di dottorato riguarda la teoria delle Equazioni Differenziali, ma accade che mentre la prepara incappa in testi di Logica, e ne resta affascinato. Cerca di cambiare indirizzo al suo dottorato di ricerca, ma non è facile: cerca aiuto in Norbert Wiener, che insegnava al MIT ("*Uhmm… evita la logica a meno che tu non abbia davvero qualcosa da dire*", sembra che gli abbia risposto il grande vecchio), ma nonostante le difficoltà si appassiona ai Principia Mathematica di Russell e Whitehead, e viene colpito dall'idea di applicare la teoria combinatoria al grande testo.



4 *Targa alla Penn University*

Alla fine, riesce a cambiare indirizzo di dottorato: il suo relatore per la tesi sulle Equazioni Differenziali è George Birkhoff, che non si mostra risentito, e anzi gli scrive una bella raccomandazione per l'università di Princeton; ed è qui, sotto la guida di Veblen, che Curry inizia seriamente ad interessarsi di Logica.

Siamo nel 1928, un periodo in cui è assai difficile arrivare a scoprire qualcosa di matematico prima che lo facciano i tedeschi: e, in effetti, qualcuno a Göttingen aveva già percorso la strada ideata da Curry. Il destino però è uno strano distributore di carte, e in fretta si scopre che il tedesco che aveva affrontato il problema, Schönfinkel, non è più in grado di proseguire la ricerca, perché ricoverato in un ospedale per malattie mentali[9]; ad Haskell non rimane allora che correre a Göttingen per cercare di parlare con il miglior collaboratore di Schönfinkel, ed eventualmente proseguire la ricerca. Prima di partire per la Germania però, decide di sposare Mary, una sua compagna di liceo.

[9] È abbastanza inquietante, rileggendo le biografie degli studiosi di logica, notare quanti di essi abbiano avuto problemi mentali. La logica, più che "fredda", sembra assassina.

Così, alla fine, il dottorato di Haskell Curry arriva in terra tedesca: dopo un anno di ricerche guidato da Paul Bernays, il successore di Schönfinkel, Curry riesce a presentare la sua tesi di dottorato: "Fondamenti della Logica Combinatoria[10]", il cui relatore ufficiale – seppur verosimilmente solo per via formale, non effettiva – risulta essere niente meno che David Hilbert.

Il resto, fortunatamente per Curry, è una vita accademica ragionevolmente tranquilla: ottiene una cattedra all'università della Pennsylvania che lo mette al sicuro dei guai provocati dalla Grande Depressione, pubblica altre opere sulla Logica Combinatoria, è tra i fondatori dell'Associazione per la Logica Simbolica. Tra i suoi maggiori contributi del periodo sta la dimostrazione della stretta relazione che sussiste tra la Logica Combinatoria e il Lambda-Calcolo di Alonzo Church.

Un ulteriore cambio nella direzione di ricerca avviene solo nel 1940, e di nuovo a causa della guerra incombente: Haskell Curry decide di dedicarsi alla ricerca in matematica applicata, e anche alla fisica applicata, fino a raggiungere l'Aberdeen Proving Ground, uno di quei territori dell'esercito statunitense in cui vengono testate le armi. È qui che incontra il primo calcolatore elettronico, l'ENIAC; da logico qual è, se ne appassiona abbastanza da scrivere due memorie sulle interpolazioni dell'ENIAC, e da cercare di convincere – senza successo – il Senato Accademico della Pennsylvania University ad acquistare un computer.

5 *Il logo dell'Haskell*

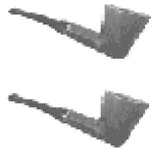
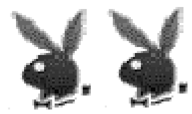
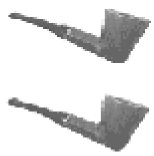
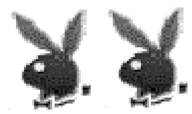
Haskell Curry è stato certo tra i maggiori logici del ventesimo secolo, anche se il suo astro non raggiunge la brillantezza di Russell, Gödel o altri; è però curioso che il suo nome venga ricordato, al pari di Appio Claudio, più nel nome proprio che col cognome. "Haskell", in suo onore, è il nome dato al linguaggio di programmazione rilasciato nel 1990 a Yale da un Comitato in cui spiccavano i nomi di Simon Peyton Jones e Paul Hudak. La pubblicazione del testo che annuncia la nascita e le caratteristiche del nuovo linguaggio dichiara che il nome è dedicato ad Haskell Curry, e la citazione posta in apertura al documento è la stessa che si trova all'inizio di questo articolo.

L'Haskell è un brillante esempio di linguaggio per la programmazione funzionale, ed è particolarmente adatto all'analisi del linguaggio; questa caratteristica, in un certo senso, chiude bene il cerchio della carriera – e della vita – di Haskell Brooks Curry; la sua prima scuola era quella fondata dai suoi genitori, la "School of Expression", al quale lui stesso si dedicò a lungo, nonostante i suoi altri impegni di lavoro: una scuola specializzata nella capacità di espressione linguistica. Oggi, la ricerca in rete di "Haskell School of Expression" restituisce subito le pubblicazioni di Paul Hudak sul linguaggio Haskell.

Dalla lingua retorica al "linguaggio per l'analisi del linguaggio", attraverso la matematica; un cerchio ampio, ad ampia curvatura, ma che comunque si chiude: in un certo senso euclideo, un vero esempio di rettitudine.

[10] Naturalmente, il titolo originale è in tedesco: "*Grundlagen der kombinatorischen Logik*".

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	**Alice Riddle**	**Piotr R. Silverbrahms**
I "Giochi di Rudy"			
Un problema dal mondo fuori di qui			

2.1 I "Giochi di Rudy"

Chi lo conosce, sa benissimo che Rudy ha una pessima abitudine: quando inizia a fare qualcosa, una volta determinate le linee guida ad un livello estremamente generale, inizia a preoccuparsi di dettagli infinitesimi, lasciando di solito ad altri l'onore e l'onere degli elementi intermedi: ai quali poi contribuisce con entusiasmo, e di solito il resto della banda resta piacevolmente sorpreso di trovare già fatte un incredibile numero di minuzie noiosissime *[Infatti, la mia giustificazione di solito è "meglio fare le cose noiose sin quando c'è l'entusiasmo della novità" (RdA)]*. Quelli di voi che sono sopravvissuti al primo capitolo di *Rudi Ludi* ne hanno avuto un preclaro esempio, non molto lontano dalla realtà: alla decisione "Scriviamo un libro" il Vostro è partito in quarta a decidere dimensione e tipologia del carattere tipografico da utilizzare, e solo in un secondo tempo si è interessato a quale potesse essere l'argomento del libro.

Convivere con un persona di questo genere richiede una grande serenità interiore, come ben sanno moglie, figli e colleghi (sì, succede anche nella vita reale e sul lavoro *fuori di qui*), anche perché molti di questi *dettagli* sono particolarmente ingombranti: per citarne uno, l'estate passata era convinto di poter costruire qualcosa di interessante con i bastoncini del gelato, pur non avendo la più pallida idea di cosa farne; l'ordine, in famiglia, era quindi di mangiare *unicamente coni*, almeno in sua presenza (fortunatamente, non ha spinto il suo interesse sino a comprare i bastoncini sciolti, a tutto c'è un limite).

Il guaio è che quest'anno il materiale "c'è quasi": nel senso che secondo lui, da un buon numero di cubi di lato un pollice[11] dovrebbe nascere qualcosa di interessante ("...e cosa?" "Non lo so, ma c'è di sicuro"): figuratevi la sua gioia quando ha scoperto che, nel Luogo del Divano Quantistico, un mucchio di parallelepipedi di legno (tutti con tutti i lati di un numero intero di pollici) stava occupando spazio da anni nel solaio!

Sapete tutti che Rudy non è esattamente un *bricodrago* (se non si diceva, da adesso si dice: sarebbe un "drago del bricolage"), quindi sta cercando di minimizzare il lavoro, nel

[11] La posizione di Rudy sulla Brexit è articolata ma condensabile in un "o state dentro alle stesse condizioni degli altri, o fuori dalle scatole", e quindi ha intenzione di sfruttare le misure imperiali senza pagare i diritti *[in realtà, un centimetro era troppo poco, e un decimetro troppo. Un pollice dovrebbe andare bene. E adesso tifo per l'indipendenza della Scozia e la sua entrata in Europa]*.

senso di ridurre al minimo il numero di tagli necessari, eventualmente risistemando i pezzi dopo ogni taglio; per il parallelepipedo 3x3x3 esiste una bellissima dimostrazione di minimo di Martin Gardner[12], ma visto che i pezzi qui sono un mucchio (e tutti diversi), quello che sta cercando di calcolare Rudy è quanti tagli siano necessari e sufficienti per ridurre a cubetti unitari un parallelepipedo AxBxC, fermo restando che potete risistemare come vi pare i blocchi dopo ogni taglio, anche se dovete affrontare un solo parallelepipedo per volta.

Prendetevela pure tranquilla, per quanto riguarda la soluzione: è talmente impegnato a far di conto che non si è accorto che "stranamente" è sparita la sega a nastro. Ma soprattutto, *per favore*, nelle soluzioni non dategli delle idee su cosa fare con i cubi!

2.2 Un problema dal mondo fuori di qui

Se ci avete mai scritto una mail (oltre a quella di iscrizione) o avete mai ricevuto un numero di questa rivista, sapete benissimo che la nostra tendenza è ad essere costantemente e metodicamente in ritardo; questo in quanto abbiamo anche dei lavori *fuori di qui*: abbiamo sempre tenuto i due ambienti separati e abbiamo intenzione di continuare a farlo, ma di recente nell'azienda dove lavora Rudy è comparso un interessante problema: nel caso specifico è stato agilmente risolto per forza bruta, ma risolvere la sua generalizzazione ci pare piuttosto interessante. Cercheremo di fornire meno dati possibili per mantenere l'anonimato aziendale, nel caso non ce la facessimo è colpa dei correttori di bozze.

Un ben preciso dipartimento all'interno dell'azienda per la quale lavora Rudy ha una presenza molto diffusa sul territorio del nord Italia, sia come abitazione che come luogo di lavoro, anche se più della metà dei dipendenti si trova in una determinata città; nonostante buona parte delle attività intradipartimentali si svolgano via audio e video conferenze, esiste l'abitudine, una volta l'anno, di organizzare una riunione plenaria (fuori dalle mura dell'ufficio) alla quale partecipano tutti (e, di solito, è invitato anche Rudy, ma non viene contato).

Come sempre, fa piacere spendere il meno possibile, per organizzare queste riunioni, quindi la posizione del posto del ritrovo si vorrebbe determinare in modo tale che le trasferte (pagate un tot a chilometro, in linea d'aria, ma solo se uscite dalla città) costino il meno possibile al dipartimento.

Qualcuno ha proposto di calcolare il *baricentro del dipartimento* (peso 1 per tutti: su, siate seri), e poi scegliere l'albergo più vicino; qualcun altro sosteneva che sarebbe costato meno farlo in un albergo della città più "popolata" da dipendenti.

Come dicevamo, la cosa è stata velocemente risolta con un foglio di calcolo nel caso particolare, ma quello che vorremmo sapere da voi è se esiste una soluzione generale, e sotto quali condizioni.

Infine, i due dati che tutti aspettavate:

1. "Rudy non conta" in quanto lavora *per* quel dipartimento ma non *in* quel dipartimento, e la sua trasferta la pagano altri.
2. No, "la città" non è Milano.

Confessate, siete talmente pettegoli che non aspettavate che questo...

3. Bungee Jumpers

AD e BE sono bisettrici nel triangolo ABC; dimostrare che la distanza[13] da AB di un qualsiasi punto M su DE è la somma delle sue distanze da BC e AC.

La soluzione, a "Pagina 46"

[12] No, non ve lo diciamo. Se non ve la ricordate, ricalcolatevela.

[13] Questa parola ci fa ricordare un simpatico problemino suggerito questa estate da ***Zar***: "Qual è la distanza tra due diagonali senza punti in comune di due facce contigue di un cubo unitario?" A noi, il problema è "simpatico" in quanto richiede di ricordarsi la definizione formale di distanza.

4. Soluzioni e Note

Settembre.

Il mese che più si presta ai ritorni e alle ripartenze, ed anche noi, ripartiamo, come ogni mese, del resto. Ad agosto riceviamo sempre poche soluzioni, soprattutto perché anche i lettori tendono a portarsi in spiaggia pensieri leggeri. Ma la nostra matematica è talmente leggera che non ha bisogno di carta, solo di bit, che ormai passano per l'aere e – per quanto incredibile possa esserci sembrato quando abbiamo incominciato questa avventura – si può comodamente leggere su lettori digitali in diverse forme, dal telefonino al lettore e-pub. E così nelle prossime pagine vi godrete soluzioni digitali sia veloci, sia meditate, tutte leggere.

Ma non perdiamo tempo in ciance, vediamo che cosa ci avete mandato durante il mese di agosto, che c'erano tanti problemi e anche un Quick&Dirty controverso. Buon divertimento.

4.1 [211]

4.1.1 Quick&Dirty

Ebbene sì, il Capo ha ovviamente stimolato la vostra curiosità. La domanda e la prevista risposta le trovate nell'apposito capitolo più sotto, qui i vostri contributi, partendo da ***Alberto R.***, particolarmente *spiritoso*:

> Poiché, come già sapete (RM207 pag. 23), sono un esperto in sedute spiritiche, ho evocato lo spirito di Euclide e, seguendo il vostro consiglio, gli ho illustrato la trisezione dell'angolo. Mi ha risposto in malo modo che stavo dicendo un mare di stronzate (ha usato proprio questa parola). Quando gli ho chiesto perché fosse così arrabbiato, mi ha detto che l'ho scocciato mentre era beatamente in ferie in una amena località dell'inferno (Si sa che le persone intelligenti vanno tutte all'inferno).
>
> Poi, però, si è scusato della sua scortesia e mi ha spiegato: "Per tracciare la retta AC con BC=DE non c'è altro modo che prendere un punto C a caso e poi spostarlo leggermente a destra o a sinistra a seconda che BC risulti minore o maggiore di quanto necessario. Ciò richiede un numero infinito di operazioni di successiva approssimazione che IO non consento nella MIA geometria".
>
> "Grazie della spiegazione – gli ho risposto – ma ti informo che la TUA geometria ormai non è più soltanto tua perché è diventata patrimonio dell'umanità".
>
> Mi ha sorriso ed è scomparso.

Sì, lo sappiamo. Ma non vi preoccupate cari lettori per l'inferno, anche se il nostro ***Alberto*** sa bene di che cosa parla, molto probabilmente l'inferno non esiste. E vediamo la versione di ***Valter***:

> A me verrebbe:
>
> 1/2 * (180° – (180 – 1/2 * (180° – (180° – AD – BF))) = BF
>
> che risolto dà AD = 3 * BF.
>
> Giustifico con un po' di passaggi:
>
> (180° – AD – BF) è l'arco AB
>
> 1/2 * (180° – AB) è l'angolo in B del triangolo ABE (lo chiamo AE per conformità col nome degli archi)
>
> 180° – AE è l'angolo in B del triangolo CBE (lo chiamo CE per conformità col nome degli archi)
>
> 1/2 * (180° – CE) è l'arco BF.
>
> Riguardo alla terza nota dei PM: nelle operazioni con riga e compasso ciò che è vietato potrebbe essere: "si riporta la lunghezza DE ..." (non sapevo che doveva perdersi memoria di quanto il compasso fosse aperto dopo averlo usato; ne ho imparata una nuova)?

Visto, Capo, che li leggono i PM, i nostri lettori? Non preoccupatevi, ***Valter*** ritorna poi nel seguito, ha risolto tutti i problemi. E anche ***Alberto R.***, o quasi.

4.1.2 NickBe

Forse vi ricorderete che il Capo propone spesso ad agosto problemi che ha ricevuto dai lettori durante l'anno, questo, come dice il nome, è del grande ***NickBe***. Vediamo prima di tutto il testo, epurato dai commenti sarcastici del Capo:

> *Un orco famelico rapisce un certo numero (non meglio specificato) di nanetti. L'orco dice ai nanetti che li metterà su dei gradini consecutivi di una scala girati in modo che ciascuno di essi possa vedere solo i nanetti che stanno sui gradini più bassi del proprio e non quelli che stanno sui gradini più alti. Dopo di che l'orco metterà sulle teste dei nanetti dei cappelli (un cappello sulla testa di ogni nanetto) di* 6 *colori diversi, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, (ad esempio giallo, verde, blu, rosso, bianco, nero). I nanetti non sanno quanti cappelli di ciascun colore verranno messi, qualche colore potrebbe anche non comparire. Vista la loro disposizione, ogni nanetto vedrà solo i cappelli dei nanetti che sono sui gradini più bassi del suo ma non vedrà né i cappelli dei nanetti che sono su gradini più alti né il proprio cappello. Dopo aver fatto ciò, l'orco comincerà a chiedere ai nanetti, partendo da quello più in alto e procedendo in ordine, il colore del cappello che hanno in testa. Ciascun nanetto potrà rispondere dicendo solo il nome di uno dei sei colori. Se dirà esattamente il colore del cappello che ha in testa verrà liberato, altrimenti ucciso. Ogni nanetto sente quello che dicono gli altri quando vengono interpellati ma non potrà dire nulla al di fuori del colore che gli viene richiesto, pena la morte immediata. Prima di fare tutto ciò, viene lasciato un po' di tempo ai nanetti per elaborare la strategia migliore. Qual è la strategia che salva certamente il maggior numero di nanetti? Quale è questo numero? Cosa accade se invece di* 6 *colori, l'orco ne usa n? Che cosa succede, se i nanetti sono "k"?*

Siete pronti? Arriva la soluzione di ***Valter***:

> Non sono riuscito a immaginare di meglio (solita premessa).
>
> Cerco di essere meno telegrafico e evitare indentature (è una deformazione dovuta al mio lavoro).
>
> Ho immaginato una strategia base ed una "improved" che dovrebbe come minimo dare gli stessi risultati di quella base.
>
> La prima metà dei nanetti risponderà con il colore dei cappelli della seconda metà nell'ordine così che la seconda metà risponderà certamente in modo corretto mentre la prima metà dovrebbe avere $1/n$ probabilità di rispondere correttamente (detto n il numero dei colori).
>
> Nella versione migliorata il primo nanetto dichiara il colore dell'ultimo, il secondo del penultimo e così via come nella prima versione solo che, se si accorge che il nanetto che lo segue ha il colore del cappello di quello che intenderebbe dichiarare, sceglie il colore del cappello del primo nanetto precedente quello che dovrebbe dichiarare e con colore del cappello diverso (se non esiste rimane sul colore di partenza).
>
> La seconda metà dei nanetti analizzando l'ordine dei colori dichiarati e quello dei cappelli dei nanetti che li seguono dovrebbero continuare a conoscere i colori dei loro cappelli (facendo un ragionamento più elaborato che nella versione base per tenere conto della clausola aggiuntiva) mentre nella prima metà dei nanetti, nei casi in cui si verifica la clausura aggiuntiva della versione "improved", un nanetto ha la certezza di dichiarare il colore giusto.
>
> Propongo un esempio per corroborare la mia ipotesi:
>
> nanetti: da N_0 a N_9
>
> colori: da C_0 a C_9 (C_5 e C_8 mai presenti).
>
> Configurazione dei nanetti/cappelli:

> N_0/ C_1 N_1/C_2 N_2/C_4 N_3/C_6 N_4/C_7 N_5/C_9 N_6/C_7 N_7/C_4 N_8/C_3 N_9/C_0
>
> Dichiarazioni:
>
> N_0 —> C_0 (N_1 sa di non avere C_0)
>
> N_1 —> C_3 (N_2 sa di non avere C_3)
>
> N_2 —> C_4 (indovina il colore del suo cappello e N_3 sa di non avere C_4)
>
> N_3 —> C_9 (N_4 sa di avere C_7 perché N_3 non ha dichiarato C_7)
>
> N_4 —> C_7 (indovina il colore del suo cappello che è anche quello di N_6: vedi punto precedente)
>
> A questo punto dalle dichiarazioni fatte dalla prima metà dei nanetti e potendo vedere il colore dei cappelli dei nanetti che li seguono la seconda metà dei nanetti dovrebbe dichiarare correttamente il colore dei propri cappelli.
>
> N_5 —> C_9 (indovina il colore del suo cappello in quanto dichiarato da N_3)
>
> N_6 —> C_7 (indovina il colore del suo cappello in quanto dichiarato da N_4)
>
> N_7 —> C_4 (indovina il colore del suo cappello in quanto dichiarato da N_2)
>
> N_8 —> C_3 (indovina il colore del suo cappello in quanto dichiarato da N_1)
>
> N_9 —> C_0 (indovina il colore del suo cappello in quanto dichiarato da N_0)
>
> Nella versione base indovinerebbero sicuramente il colore del proprio cappello 6 nanetti (N_4 non lo indovinerebbe) mentre in quella “improved” la indovinerebbero sicuramente 7 nanetti.

La situazione non sembra molto positiva per i poveri nanetti. Vediamo che cosa ne pensa ***Alberto R.***:

> Numerati gli N nani da 1 a N, dall’alto al basso, ogni nano dispari dichiara il colore del cappello che vede sulla testa del pari che gli sta davanti. Ogni nano pari ripete la parola pronunciata dal dispari che lo precede. In questo modo si salvano tutti i pari e, mediamente, se i colori sono 6, un sesto dei dispari. Non è un gran risultato, poveri nanetti! Ma tu, Dick, non potevi trovare un’ambientazione meno sadica?
>
> Per fare di meglio bisogna barare, il che non è riprovevole perché se *vim vi repellere licet*, a maggior ragione è lecito respingere la violenza con l’imbroglio.
>
> Ogni nano a partire dal secondo, nel dare la risposta corretta secondo la segnalazione di chi lo precede, dovrebbe nascondere nella risposta l’informazione circa il colore del cappello successivo. Ad esempio potrebbe dire “rosso” oppure “il mio è rosso” oppure “il mio cappello è rosso” oppure “ho un cappello rosso” oppure “ce l’ho rosso” etc, etc, secondo una corrispondenza preventivamente concordata tra i colori e le parole usate nella risposta. Così si salverebbero tutti eccetto, probabilmente, il primo. Sembra, però, che ciò non sia possibile poiché è precisato che “Ciascun nanetto potrà rispondere dicendo *solo il nome di uno dei sei colori…*” Però anche in una sola parola è possibile nascondere informazione in funzione del modo e del tempo in cui è pronunciata. Ad esempio “rosso” può essere pronunciato a voce bassa o a voce alta, con tono perentorio o con tono incerto, subito o lasciando trascorrere qualche secondo dopo la domanda. Già con queste tre sfumature bivalenti abbiamo a disposizione tre bit, sufficienti fino a otto colori.

Barando o no, ***Alberto*** salva quasi tutti i nani: l’idea è la stessa che propone ***Emanuele***. Vediamo la sua versione:

> Dall’enunciato del problema si evince che ogni nanetto deve dire uno degli n colori, pena la morte immediata ... quindi si desume che un nanetto possa dire una qualsiasi cosa, per esempio “42” e verrà ucciso subito dopo ... nel frattempo gli altri nanetti hanno comunque sentito le ultime parole del loro pari.
>
> Quindi presupposto che sia possibile quanto scritto sopra ho pensato che il primo nanetto che verrà interrogato dall’orco si sacrifichi per salvare tutti i suoi compari, semplicemente enunciando un numero di k–1 cifre (k è il numero dei nanetti) in cui

ogni cifra andrà da 1 a 6, 1 corrisponde al primo colore 2 al secondo e così via. Ogni cifra indicherà la posizione (codifica) del colore del cappello in testa al nanetto partendo dal secondo, tutti i nanetti (i quali si sa hanno una memoria e una precisione di ferro) ascolteranno tale numero, individueranno la cifra corrispondente alla propria posizione e quindi sapranno esattamente il colore del propri cappello.

Se invece non è possibile per il primo nanetto enunciare un numero siffatto (immagino che l'orco gli mozzerà qualcosa di vitale prima che abbia finito) il metodo che ho in mente ne salverà almeno un numero pari a INT(k/2) cioè il risultato della divisione intera di k/2.

Indicando con I l'indice d'ordine del nano interrogato (I=1 è il più alto), i primi Int(k/2) nanetti si sacrificheranno, ma potrebbero anche casualmente dire il colore del proprio cappello, dicendo il colore del cappello nanetto alla posizione k–I (o potrebbe andare bene anche (k/2)+I se k è pari o INT(k/2)+I+1 se dispari, dipende dagli accordi presi), quindi dal nanetto (k/2)+1 se pari o Int(k/2)+I+1 i nanetti conosceranno il colore del proprio cappello.

In particolare ci teniamo (soprattutto per il Capo, che dai Giuseppi in avanti quest'anno cavalca il tormentone dei diversamente qualcosa) a riportare il commento finale di ***Emanuele***:

Io mi chiedo perché una persona "diversamente alta" la si indichi come nanetto ... e non nano visto che nanetto indicherebbe una persona diversamente alta al quadrato.

Assolutamente d'accordo.

4.1.3 Quando bara l'arbitro

Il Capo ha trovato un bel gioco da giocare sulla spiaggia, chissà se lo avete provato? Eccolo:

Si parte da una scacchiera quadrata di lato n, sulla quale voi avete posto i numeri da 1 a n^2; ogni giocatore cancella un numero dalla scacchiera, con la condizione che il numero deve essere adiacente a quello cancellato alla mossa appena precedente dall'altro giocatore: siccome per il primo giocatore alla prima mossa non ci sono mosse precedenti, il primo giocatore cancella il numero che preferisce. I punti sono la somma dei numeri cancellati da ogni giocatore, e vince chi ne fa di più. Fine partita quando finiscono i numeri. Voi siete l'arbitro, e i numeri sono posti sulla scacchiera a vostro insindacabile giudizio.

1. *Esiste una disposizione che dia la vittoria al primo giocatore? Esiste qualche n per cui questo è impossibile?*
2. *Esiste una disposizione che dia la vittoria al secondo giocatore? Esiste qualche n per cui questo è impossibile?*
3. *Esiste una disposizione per cui la partita sia patta? Esiste qualche n per cui questo è impossibile?*

Soluzioni dai soliti sospetti, cominciamo con ***Valter***:

Quanto espongo non è rigoroso e ho un dubbio di interpretazione.

Il dubbio riguarda la frase "Fine partita quando finiscono i numeri"; se si intende che la strategia dei due "giocatori ottimali" li deve portare comunque a esaurire tutti i numeri della scacchiera l'analisi è più semplice.

Dico ciò perché, a partire dalla scacchiera 3 x 3, vi sono percorsi che possono isolare una o più caselle della scacchiera che non potranno più essere utilizzate in seguito.

Il fine partita in questi casi, avverrebbe quando il potenziale giocatore di turno non avrà più alcuna casella adiacente da poter scegliere.

Nell'esposizione evidenzio quando penso che la soluzione proposta sia valida solo nel caso della strategia più semplice cercando , dove riesco, un abbozzo di schema di soluzione per quella più generale.

Dalle regole del gioco si deduce che ambedue i giocatori potranno cancellare solo numeri presenti su caselle della scacchiera dello stesso colore di quella con cui hanno iniziato.

Se il primo giocatore parte da una casella bianca poi incontrerà in seguito, comunque scelga, solo casella bianche e il secondo nere.

Alla prima domanda rispondo di sì in quanto se pongo nella metà delle caselle dello stesso colore (o metà più una nel caso di lato dispari) i numeri a partire dalla metà (o metà meno uno) in su chiaramente il primo giocatore, scegliendo un numero a caso presente nelle caselle di tale colore, vincerà a mani basse in quanto l'altro potrà solo scegliere numeri inferiori a qualsiasi scelto dal primo.

P.e. con una scacchiera 5 x 5 pongo nelle caselle bianche i numeri da 13 a 25 (assumendo che sono quelle bianche ad avere una casella in più).

Per quanto detto, inoltre, a mio avviso non esiste alcun n per cui è impossibile ed, inoltre, la soluzione è valida anche nel caso in cui non sia necessario esaurire tutte le caselle in quanto il primo giocatore, in qualunque momento finisca il gioco, avrà cancella un numero di caselle almeno uguale a quelle dell'altro.

Alla secondo domanda rispondo no nel caso in cui si debbano cancellare tutte le caselle in quanto basta che scelga una casella del colore per cui la somma totale sia superiore, o al massimo uguale (nel caso di pareggio), a quella dell'altro.

Abbozzo una dimostrazione per assurdo, che però non riesco a completare, per il caso meno semplice.

Dal rispondere affermativamente alla seconda domanda deriva che qualunque casella il primo giocatore scelga il secondo vince.

Inizio facendo scegliere al primo giocatore una casella su uno dei 4 angoli.

Il secondo giocatore sceglie quella fra le due caselle ai lati dell'angolo che lo fa vincere.

Ora riparto facendo scegliere al primo giocatore la casella che aveva scelto il secondo.

Il secondo giocatore per vincere, visto che ipotizzo che possa sempre vincere, dovrà scegliere la casella d'angolo.

Se scegliesse un'altra casella si andrebbe incontro a una contraddizione in quanto avrebbe dovuto, a maggior ragione, vincere il primo giocatore e non il secondo nella prima ipotesi vincendo persino ora senza che gli sia sommata anche la casella d'angolo.

Qui mi fermo perché non ho le capacità per approfondire ma ho la sensazione che proseguendo con ragionamenti analoghi per mosse successivi si debba giungere ad una contraddizione da cui la dimostrazione per assurdo (mi avete detto che a volte gradite i vaneggiamenti).

Alla terza domanda, nel caso si debbano cancellare tutte le caselle, la risposta è sì se la scacchiera ha lato pari mentre è no se ha lato dispari.

La somma dei numeri di tutte le caselle è infatti un numero pari se il lato è un numero pari ed un numero dispari se il lato è un numero dispari.

Il quadrato di un numero dispari sommato ad 1 è infatti divisibile per 2 ma non per 4; lo si verifica facilmente ottenendo tale quadrato dallo sviluppo della formula: $(m + 1)^2 + 1$ in cui si pone $m = n - 1$ cioè al numero pari immediatamente precedente ad n.

Notato ciò dalla formula che mi da la somma di tutti i numeri presenti nelle caselle: $(n^2 + 1) * n^2$ ottengo quanto detto.

> È poi facile disporre nel caso di lato pari i numeri nelle caselle dei due colori di modo che la somma sia uguale per entrambi e ciò la metà della somma totale. Questo invece è impossibile nel caso di lato dispari in quanto la somma totale è un numero dispari.
>
> Nel caso meno semplice abbozzo una dimostrazione del fatto che sia sempre possibile disporre i numeri per fare in modo che la partita dia patta in una scacchiera con lato pari.
>
> Lo faccio cercando di dimostrare che i due giocatori ottimali sono entrambi obbligati, per non perdere, a scegliere una strategia che, combinata con quella dell'altro, li porta a cancella tutte le caselle.
>
> Parto dal fatto che in una scacchiera 2 x 2 il caso più semplice e quello meno coincidono:
>
> 1 2
>
> 3 4.
>
> Cerco quindi di generalizzare a scacchiere più grandi.
>
> Procedo a spirale partendo dal centro con i 4 numeri più grandi disposti come nella scacchiera 2 x 2 per poi proseguire sempre a spirale attaccandomi al numero più grande con i successivi 4 disposti nel modo alternato per cui la somma dei numeri nelle 2 caselle nere sia uguale a quella nelle 2 caselle bianche e proseguo così di 4 in 4 a spirale sino a completare la scacchiera.
>
> Per capirci propongo come esempio quanto si ottiene con una scacchiera 4 x 4 (non ho approfondito di più ma aggiungo solo che nel disporre i numeri mi preoccupo che quelli adiacenti tra i quadrati concentrici a partire da quello centrale siano il più distanziati possibile per scoraggiare un giocatore a scegliere di saltare al quadrato più esterno prima che si sia completato quello interno):
>
> 07 05 06 04
>
> 08 13 14 03
>
> 10 15 16 01
>
> 09 11 12 02
>
> Il primo giocatore dovrebbe essere incoraggiato a scegliere il numero 16 che è quello che gli permette di avere il divario maggiore dal secondo comunque questo scelga.
>
> Da questo punto i giocatori dovrebbero essere incoraggiati a proseguire a spirale dal centro verso la periferia: prima di tutto per non dover scegliere un numero più basso di quello che sceglierebbero se rimanessero nel quadrato interno ed inoltre per non dare modo, in una delle mosse successive, al rivale di rientrare nel quadrato interno e quindi migliorare rispetto a lui.

Dovreste sapere chi arriva ora, certo, ***Alberto R.***, con la solita salutare e aspettata critica costruttiva alle regole del gioco:

> "*Fine partita quando finiscono i numeri*". Ma allora bisogna introdurre una precisazione: è lecito tornare su una casella già visitata (ovviamente acquisendo zero punti). Diversamente è facile che la partita non arrivi a conclusione o perché un giocatore finisce in stallo o perché una casella resta isolata e irraggiungibile.
>
> Come esempio del primo caso (e con ovvio significato dei simboli) si consideri la partita A(1,1) B(2,1) A(2,2) B(2,3) A(1,3) B(1,2). Adesso A non possiede mosse lecite. Stallo!
>
> Come esempio del secondo caso A(1,2) B(2,2) A(2,1) B(3,1). A questo punto la casella (1,1) è isolata e irraggiungibile.
>
> Ma avendo consentito di ripassare su una casella già toccata sorge un altro problema, perché la partita può protrarsi all'infinito. È sufficiente che un giocatore (e quello in svantaggio ne ha interesse) ripeta sistematicamente al contrario

l'ultima mossa del suo avversario. Dobbiamo quindi introdurre un'ulteriore norma che vieti tale comportamento.

Ora che abbiamo rattoppato alla meno peggio le regole del gioco, iniziamo a giocare.

Se coloriamo le caselle in bianco e nero come una normale scacchiera, salta all'occhio che ogni giocatore accede sempre e solo a caselle dello stesso colore, determinato dalla prima mossa del primo giocatore. Dunque il risultato del gioco è predeterminato e indipendente dall'abilità dei giocatori. Un gioco po' stupido, direi.

Per l'arbitro è facilissimo favorire il primo giocatore, basta che metta numeri grandi su un colore e piccoli sull'altro. È invece ovviamente impossibile disporre i numeri in modo da favorire chi fa la seconda mossa, visto che non si può impedire al primo di scegliere il colore più conveniente.

Più interessante è la domanda se si possono disporre i numeri in modo che conducano alla parità.

Se la scacchiera $N \cdot N$ è pari ciò è sempre possibile. Scriviamo in fila i numeri da 1 a N^2 e costruiamo le seguenti coppie associando:

Il primo con l'ultimo, cioè 1 e N^2

Il secondo col penultimo cioè 2 con $N^2 - 1$

Il terzo col terzultimo cioè 3 con $N^2 - 2$

Etc.

La somma dei componenti di ciascuna coppia è costante, d'altra parte le coppie sono in numero pari (perché se N è pari N^2 è divisibile per 4) quindi le coppie possono essere distribuite (a caso) metà sulle caselle bianche è metà sulle nere (che sono in ugual numero dato che la scacchiera è pari).

Se invece la scacchiera è dispari, allora la somma di tutti i numeri da 1 a N^2 è dispari (come si dimostra facilmente) e non è quindi possibile che la somma dei numeri scritti sulle caselle bianche sia uguale alla somma dei numeri scritti sulle caselle nere.

Osservo infine che la situazione non cambia se si sostituisce la mossa verso la casella adiacente con una mossa "a salto di cavallo", perché anche in questo caso si passa alternativamente da una casella di un colore a una casella dell'altro colore.

Cambia invece molto, e si complica moltissimo, se ogni giocatore gioca col suo cavallo!

Come scrivevo nelle premesse, la critica costruttiva determina parecchie altre possibilità di affrontare il problema, e con questo passiamo al prossimo problema.

4.1.4 Legge e Ordine!

In questo caso il Capo confronta due metodi di ordinamento:

Abbiamo una lista di n oggetti numerati da 1 a n da ordinare, con i seguenti due metodi, che ad ogni passo:

- *Controllo la lista dal primo sin quando non trovo un oggetto che dotato del numero x sul dorso, si trova nella posizione y, con x<y, lo metto al suo posto*
- *Preso un oggetto qualsiasi fuori posto, lo si mette a posto con lo stesso metodo*

Sono i due metodi finiti? Quanti passi occorrono? Qual è il massimo numero di passi che impiega ciascun metodo, se si parte con il (dis)ordinamento che massimizza (per ciascuno di loro) questo valore?

Bello vero? Alzi la mano chi ha riconosciuto metodi informatici di ordinamento! Vediamo chi ha scritto per primo:

Mi pare che la strategia di Rudy, con l'avvertenza di sistemare sempre il volume che va più a sinistra, sia quella ottimale.

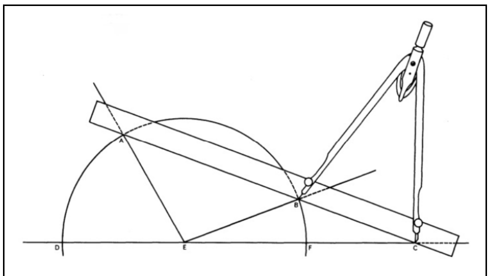
> I volumi alla sinistra dell'ultimo sistemato compreso sono nella loro posizione corretta e lo rimarranno sino alla fine in quanto non verranno più spostati.
>
> La procedura non può interrompersi prima che tutti i volumi siano al loro posti in quanto se quelli alla destra dell'ultimo sistemato non fossero già ordinati significa che almeno uno di essi si trova oltre la sua posizione corretta (chiaramente non possono essere disordinati e tutti alla sinistra della loro posizione).
>
> Siccome ogni sistemazione fa muovere i volumi di un solo passo a destra non si può fare meglio dei passi necessari per portare il volume che è più distante, contando da sinistra, nella sua posizione (lo si deve spostare a destra di un passo alla volta sino a quanto raggiunge il suo posto).
>
> La strategia mi pare richieda proprio quel numero di spostamenti in quanto altrimenti vi sarebbe un altro volume posizionato alla destra di quello più distante che viene spostato almeno una volta di più e quindi sarebbe quello il più distante contraddicendo la premessa.
>
> Il (dis)ordinamento che massimizza il numero di giorni, per quanto detto, dovrebbe essere quello in cui i volumi sono posizionati in ordine inverso; in questo caso, detto "*n*" il numero dei volumi, ci vorrebbero $n-1$ spostamenti.

Non avete quasi riconosciuto la prosa, vero? Si trattava di ***Valter***. Ben 8 pagine di S&N a settembre: incredibile. Grazie ad ***Emanuele***, ***Alberto R.*** e ***Valter***, che hanno scritto questo capitolo, ma anche a tutti gli altri che ci leggono e ci incoraggiano mandando commenti vari. Alla prossima!

5. Quick & Dirty

Metodo piuttosto utile...

Per trisecare l'angolo AED, si tracci un semicerchio come indicato, e si estenda DE sulla destra. Mantenendo la stessa apertura DE e con la riga passante per il punto A, si riporti la lunghezza DE in modo tale che i due punti si trovino uno sul semicerchio (indicato con B) e uno sulla prosecuzione di DE (indicato con C). Si può dimostrare che l'arco BF è un terzo dell'arco AD.



6 *Riassunto.*

Fatelo. E poi spiegatelo a Euclide.

> <u>Come detto nel PM dello stesso numero, che tanto nessuno li legge:</u>
>
> *Quando si dice "Mantenendo la stessa apertura...", "...si riporti la lunghezza DE in modo tale che...", si sta barando. Nella geometria di "riga e compasso", il compasso si chiude dopo il semicerchio, e in questo modo state facendo l'equivalente di due "segni" sulla riga.*
>
> *Nel caso non ve ne foste accorti, la costruzione è dovuta ad Archimede, mentre il disegno è di Martin Gardner*[14]*. E il metodo funziona, quindi se non vi piace prendetevela con questi due.*

6. Zugzwang!

Ragazzi, siamo fieri di noi. Questo gioco lo abbiamo scoperto con un'indagine in terre desolate e selvagge, con sprezzo del pericolo che Indiana Jones sembrava *Monsu Travet*, nutrendoci di cibi locali e rischiando la vita a ogni passo.

6.1 Il Nobile e Antico Giuoco dell'Orso

Fuor di metafora: Rudy e consorte hanno passato una settimana nel *Luogo del Divano Quantistico*, e il tempo era il solito ("fetente" è un eufemismo); sono andati a mangiare

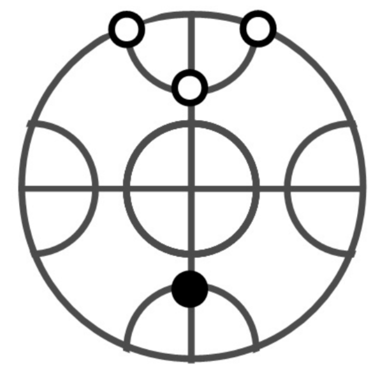
[14] Mathematical Carnival, ultimo capitolo, "How to trisect an angle".

con persone che non vedevano da molto tempo; data la temperatura e il luogo, il piatto non poteva essere che una *Polenta Concia* seguita da una *Trota al burro* a Km. 0.002 (in orizzontale: in verticale, 0.02) e, per quanto riguarda l'ultima affermazione, sapete tutti cosa ne pensa Rudy della guida di Paola.

All'ingresso, era pubblicizzata una passeggiata con torneo del "Gioco dell'Orso" giocato direttamente sulle incisioni rupestri; la curiosità del Ludantropologo si è immediatamente risvegliata e, con l'aiuto di Mauri e Ale (i due amici indigeni) abbiamo cominciato a raccogliere informazioni sul gioco, narrato da una signora che, probabilmente, sculacciava Quintino Sella ogni volta che lo vedeva giocare con la fionda *[Basti dire che Rudy, ragionevole conoscitore di tutti i dialetti piemontesi e in grado di capire l'occitano, capiva quello che chiedeva Ale, ma nulla di cosa rispondeva la bisnonna di Pietro Micca]*.

Comunque, passando attraverso svariate lingue (e una congrua quantità di vini), siamo riusciti ad appurare le regole del gioco. Nel quale gioco una delle pedine è l'Orso che, come tutti voi dovreste ben sapere[15], è il simbolo araldico della città di Biella.

Ma veniamo al gioco.



7 *Scacchiera e posizione iniziale.*

Per prima cosa, dovete incidere su una roccia *granitica* (mi raccomando: è importante) il diagramma tracciato in grigio scuro qui di fianco; poi, dovete procurarvi dei sassi tondeggianti suppergiù delle stesse dimensioni: consigliamo le *sieniti* del locale torrente per svolgere il ruolo della pedina singola (l'Orso, qui indicato da un tondo nero in basso), mentre i tre cacciatori possono essere gloriosamente rappresentati da quarzi levigati da millenni[16] di scorrere delle acque (sarebbero i tre tondi bianchi in alto).

Comunque, dovete metterli così. Poi, se sono *post-it* e carta di riciclo, lo scenario ci perde, ma va bene lo stesso.

Regole semplicissime: ognuno dei due giocatori muove *una pedina* da un incrocio a un altro incrocio *collegato*; scopo del gioco è *catturare l'Orso* (la pedina nera, qui: rossa se usate la sienite) bloccando ogni suo movimento con una pedina dei *cacciatori* (sì, le pedine bianche), nel qual caso vincono i cacciatori, o *sfuggire alla cattura per* 40 *mosse* (nel qual caso è patta: si contano le mosse dell'Orso, quindi a metà della quarantesima mossa vince l'Orso).

Logicamente, le pedine non si possono saltare, ognuna può muovere solo da un incrocio ad un incrocio collegato, non esiste il "mangia". Muove prima l'Orso.

Vi sembra svantaggiosa verso l'orso? Beh, esistono due regole ausiliarie:

1. Si giocano un numero *pari* di partite, alternandosi nei ruoli.
2. L'Orso ha l'incarico di tenere il conto delle mosse (annunciandole ad alta voce subito dopo aver compiuto la sua), e *può barare*, dicendo un numero qualsiasi: se il Cacciatore se ne accorge (e ha testimoni a carico), la mossa (dei due giocatori) non viene contata nel computo delle quaranta ma viene fatta lo stesso.

Mah... Secondo noi, se sono vietate le bevande alcooliche, è un gioco facilmente analizzabile con l'uso di un elaboratore: ma potrebbe servire a tenere buoni i bambini per qualche pomeriggio di pioggia, e intanto insegnar loro a contare fino a quaranta...

[15] Ve l'ha raccontato Doc, in un compleanno pieno di orsi, RM117.

[16] C'è un geologo in sala? Per levigare il quarzo con l'acqua, forse a parlare solo di "millenni" siamo stati ottimisti.

Per gli storici della matematica: la vecchietta ci ha stracciato sette a uno. E sostiene che la prima l'ha persa perché con quella roba di carta, non capiva niente... *n'teilo, i roc d'na vota?*[17]

7. Pagina 46

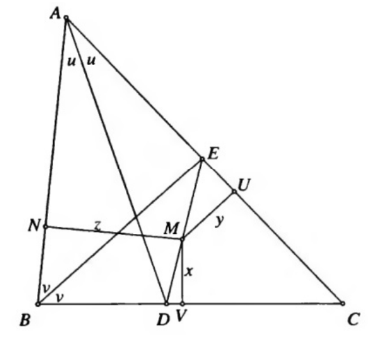
Con riferimento alla figura a fianco, si chiede di dimostrare che:

$$z = x + y.$$

La cosa si verifica immediatamente attraverso il seguente

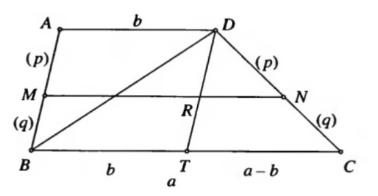
Lemma: Se ABCD è un trapezio con lati paralleli AD = b e BC = a, allora la lunghezza del segmento MN che unisce i punti M e N che dividono rispettivamente i lati AB e CD nel rapporto p/q vale:

$$MN = \frac{ap + bq}{p+q}.$$



1 *Condizioni iniziali.*

La situazione (con alcune aggiunte utili nel seguito) è presentata nella figura qui sotto.



2 *Lemma.*

Per prima cosa, mostriamo che MN è parallelo ad AD e BC.

Dal Teorema di Talete, si sa che una linea attraverso un triangolo parallela ad un lato divide gli altri due lati secondo la stessa ragione: quindi nel nostro disegno, relativamente al triangolo ABD, la linea per M parallela ad AD divide BD nella proporzione p/q; essendo però anche parallela a BC, nel triangolo DBC dividerà DC secondo la stessa proporzione, e quindi intersecherà DC in N.

Supponiamo ora $a > b$. Sia DT tracciata attraverso il nostro trapezio in modo tale da completare il parallelogramma ABTD; DT incrocerà MN in R, e MR e BT avranno entrambi lunghezza b, e sarà TC = $a - b$.

Nel triangolo DTC, RN è parallela a TC, e quindi:

$$\frac{RN}{TC} = \frac{p}{p+q} \quad \Rightarrow \quad RN = (a-b) \cdot \frac{p}{p+q}$$

E quindi:

$$MN = MR + RN = b + (a-b) \cdot \frac{p}{p+q} = \frac{bp + bq + ap - bp}{p+q}.$$

e:

$$MN = \frac{ap + bq}{p+q}.$$

La formula non dipende dal rapporto tra a e b, quindi il lemma è dimostrato.

[17] Il piemontese finale è biellese, e sta per "dove sono finite, le pietre di una volta?" (dotta citazione che rimanda a "*where have all the flowers gone?*"). Traduzione rubata al Capo mentre era distratto.

Ritornando al problema, supponiamo M divida ED nel rapporto p/q e che ES e DK siano perpendicolari ad AB (come indicato nella figura a fianco). Essendo MN parallela a queste perpendicolari, N divide SK secondo il rapporto p/q.

Sia ora SE = b e DK = a e siano DL e ET perpendicolari ad AC e BC. Allora, essendo D ed E sulle bisettrici degli angoli in A e B, si ha che DL = DK = a e che ET = ES = b.

SKDE è un trapezio in cui M e N dividono i lati non paralleli nel rapporto p/q: dal lemma quindi si ricava che:

$$z = MN = \frac{ap + bq}{p+q}.$$

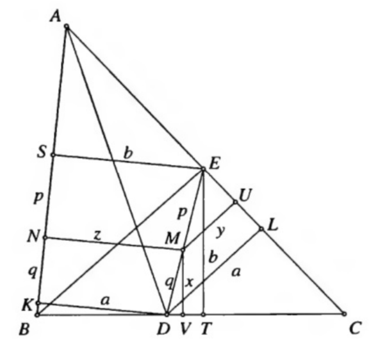
Nel triangolo DET, MV è parallelo a ET, e quindi si ha:

$$\frac{x}{b} = \frac{q}{p+q} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{bq}{p+q},$$

e con lo stesso ragionamento, essendo MU parallelo a DL:

$$\frac{y}{a} = \frac{p}{p+q} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{ap}{p+q}.$$

E dalle tre ultime espressioni si ricava la tesi $z = x + y$.



3 *Tornando al problema.*

8. Paraphernalia Mathematica

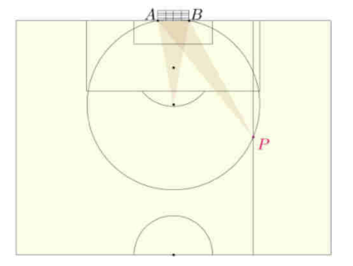
Siccome stiamo scrivendo questo durante le Olimpiadi, parliamo di sport. Ma siccome vorremmo essere originali, parliamo di uno sport che a chi scrive piace poco.

Gli articoli che abbiamo recuperato mostrano che questo disinteresse non è condiviso dagli estensori originali (e vorrei vedere… sono tutti portoghesi), infatti infarciscono delle opportune citazioni da situazioni partita la matematica: se riuscite a trovarne qualcuna più vicina a noi, liberi di parlarne.

8.1 La matematica nel pallone

Già, parliamo di calcio. E il primo punto ve lo avevamo presentato come problema qualche tempo fa ma, volendo tenere la trattazione completa, lo rivediamo.

8.1.1 Discesa in area

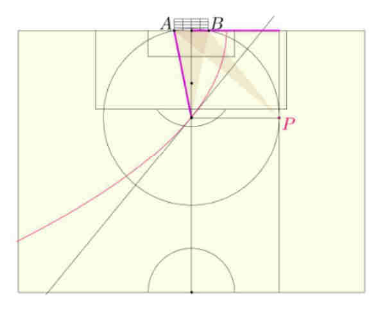


4 *...palla avanti, e correre!*

Consideriamo, per semplicità, la squadra avversaria assente, e un attaccante piuttosto incapace. Mentre procede all'attacco, si rende conto che per effettuare il tiro in rete con ragionevole sicurezza di segnare deve "vedere" la luce della porta secondo l'angolo massimo; nella figura a fianco, se il nostro baldo attaccante si trova nella posizione P e la linea retta rappresenta il cammino che percorre, possiamo cominciare a fare un po' di conti.

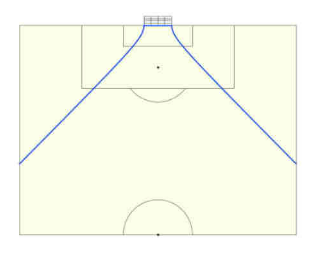
Consideriamo il cerchio passante per A, B (i pali della porta) e P. Uno dei teoremi meno ricordati *[almeno, dallo scrivente (RdA)]* della geometria euclidea sostiene che l'angolo sottendente AB con vertice in P è la metà dell'angolo al centro sottendente il medesimo segmento: quindi, se vogliamo massimizzare l'angolo in P, ci basta massimizzare l'angolo al centro.

Per studiare le sezioni coniche, purtroppo, bisogna aspettare la geometria analitica, e la cosa porta ad una certa qual mancanza di familiarità con le medesime nel momento stesso in cui non siano presenti un paio di assi cartesiani; se però ripensate alla definizione (geometrica) della parabola, è (quasi) immediato accorgersi che la retta bisecante il segmento AP perpendicolarmente è la tangente alla parabola avente fuoco in A e come direttrice il percorso del giocatore; siccome il centro del cerchio passante per A, B, P si trova sulla bisettrice di AP, il punto ottimale sarà sulla linea centrale del campo all'intersezione con la parabola.



5 *Da calcolare mentre si corre.*

Ma questo significa che la distanza tra il punto ottimale e il punto A è pari alla distanza tra l'asse centrale e il cammino del giocatore, e quindi possiamo costruire facilmente il punto ottimale sul cammino del giocatore come nella figura a fianco.

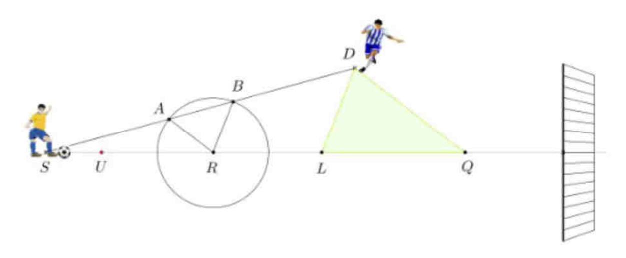


6 *Maradona was here.*

Certi che la delusione vi spingerà a fare gli opportuni calcoli, possiamo generalizzare il risultato, almeno dal punto di vista grafico: il luogo geometrico dei punti ottimali lo trovate nell'altra figura qui a fianco: se vi trovate lì sopra, a quanto dicono, mancare la porta è da incapaci. E sì, pare che il citato nella didascalia fosse bravissimo a farsi trovare su quelle due righe blu.

8.1.2 Deviazione in angolo

Comunque, quando finalmente arriva qualcuno e il campetto dell'oratorio smette di essere tutto vostro, è molto probabile che si formino almeno due squadre, e ci troviamo quindi a dover considerare anche il lavoro dei difensori; il caso più interessante (e anche il più semplice) è, secondo noi, quello nel quale l'attaccante sta procedendo lungo il suo cammino (rettilineo, come al solito), mentre il difensore si trova spostato rispetto alla traiettoria e intende bloccare la palla mandandola, eventualmente, fuori campo[18].

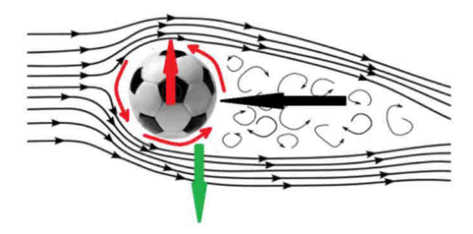


7 *Prudenzialmente, l'attaccante tira da fermo.*

Riferimento, come d'uso, alla figura a fianco *[...non vi ricorda niente? No, non c'entra: è solo che la costruzione gli somiglia]*. Per prima cosa, definiamo le unità di misura, e diciamo che SU ha valore unitario. Se ora r è il rapporto tra la velocità del pallone e quella del difensore, costruiamo il punto R in modo tale che il rapporto tra SR e SU sia uguale a r e, con centro in R, tracciamo il cerchio unitario e consideriamo i punti A e B, intersezione tra il cerchio e la retta passante per i due giocatori: possiamo definire i punti L e Q tali che DL sia parallelo a BR e DQ sia parallelo a AR: ma, per le regole di similitudine dei triangoli, abbiamo che il rapporto tra SL e DL è pari al rapporto tra SQ e DQ e entrambi sono pari a r. E quindi, il segmento LQ è la zona nella quale il difensore può intercettare la palla *[Ho detto "la palla"! Zittite la nonnina! (RdA)]*. A questo punto, è immediato stabilire quali siano le condizioni limite: la zona di confine tra l'impossibilità e la possibilità del blocco è data dalla tangenza al cerchio della retta SD (quando A e B coincidono). Se il difensore è oltre questa linea, non ce la farà mai.

8.1.3 "Je faccio er cucchiajo"

Due al prezzo di uno: tanto per cominciare, vi abbiamo detto dove trovare l'esempio, e inoltre ci pare un titolo più a "effetto" *[Scusate il bisticcio. Triplo, oltretutto. (RdA)]* rispetto all'originale "L'effetto Magnus".



8 *Se gira, si sposta.*

Quando una sfera oltre a muoversi nello spazio ruota anche su sé stessa (per semplicità – ma neanche poi tanto: succede quasi sempre – considereremo l'asse di rotazione perpendicolare alla direzione di movimento), la velocità di un punto sulla superficie della palla *rispetto all'aria* è diversa rispetto al punto agli antipodi: quando la rotazione su sé stessa è nella stessa direzione del moto di traslazione sarà maggiore, mentre quando è contraria sarà minore. Queste differenze ingenerano delle forze (non simmetriche) sulla palla che devono essere equilibriate, da cui, la situazione indicata nella figura: la freccia nera è la direzione del moto traslatorio, quella rossa (dritta) è la risultante delle differenze di velocità tra le due facce, la freccia verde è la forza che dovete introdurre per equilibrare il sistema. Quest'ultima forza è la responsabile dell'*Effetto Magnus*, che sposta il pallone.

[18] Sottolineiamo che il difensore intende bloccare la palla. Con una semplice variazione dei parametri, comunque, potete svolgere il calcolo secondo la proposta della simpatica nonnina del difensore che dagli spalti, con voce degna di Stentore, suggerisce: "...spezzagli le gambe, a quello!". Ecco, no.

Supponiamo il nostro attaccante voglia ottenere un effetto come quello indicato nella figura a fianco. La seconda più brutta formula della fisica classica[19] recita:

$$x = \frac{d\omega}{KS} y \left(1 - \frac{y}{d}\right),$$

dove (giustappunto), $K = 8m / (a\rho A)$.

Cerchiamo di essere più chiari:

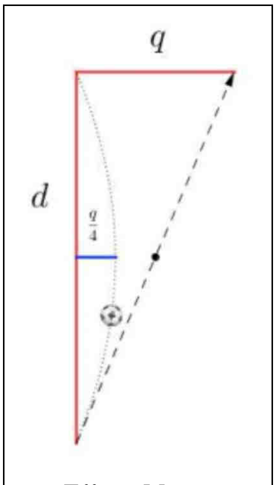
a = raggio del pallone

A = sezione del pallone

m = massa del pallone

ρ = densità del mezzo.

Quindi, il nostro attaccante, per ottenere la traiettoria indicata in figura, deve fornire alla palla una velocità angolare di:



9 *Effetto Magnus.*

$$\omega = \frac{KSq}{d^2},$$

e questa fornisce, per effetto Magnus, uno spostamento (nel punto di massima) pari a:

$$x = \frac{q}{d} y \left(1 - \frac{y}{d}\right),$$

e, nel caso foste interessati a questi insani dati, la palla deve effettuare $d\omega/(2\pi S)$ rotazioni.

8.1.4 "La bala es rotunda"

...ma anche no. Come i più anziani di noi sanno, in anni di scorticature guadagnate a giocare su campi che oggi neanche in BMX[20], la prima palla formata da esagoni e pentagoni è la Adidas "Telstar", del 1970, e il disegno venne, all'epoca, proposto da Buckminster Fuller: insomma, quella "cubica" degli ultimi campionati del mondo è, in realtà, un simpatico esempio di ritorno al passato.

E adesso abbiamo un piccolo problema: non sappiamo con chi non siamo d'accordo.

Nel senso che il nostro testo di riferimento cita un articolo di Dieter Kotschick relativo alla Teoria Combinatoria del Pallone da Calcio che, al momento, non siamo riusciti a reperire, e non sappiamo se la parte incriminata nasce nell'articolo originale o solo nella citazione; comunque, riportiamo le regole, e sottolineiamo la parte che non ci convince.

Il pallone da calcio deve:

1. Essere composto solo da esagoni e pentagoni (per garantire una buona sfericità).
2. I lati di ogni pentagono devono incontrare solo esagoni (isolando tra di loro, <u>per ragioni estetiche</u>, i pentagoni).
3. I lati di ogni esagono devono incontrare, alternandoli, esagoni e pentagoni (evitando, <u>per ragioni estetiche</u>, l'incontro di tre esagoni).

Non siamo d'accordo nel senso che secondo noi non si tratta di ragioni estetiche, ma semplicemente di mantenere una "sfericità" uniforme sull'intero pallone: se da una parte si incontrano pentagoni e pentagoni o esagoni e esagoni e esagoni (...OK, poco chiaro. Ma avete capito), ci pare si vengano a formare delle problematiche "bozze" sulla palla. Se poi

[19] Sappiamo benissimo che vi state ponendo due domande, cerchiamo di rispondere ad entrambe in una frase sola. La più brutta è l'equazione dei gas reali di Van derWaals, con dentro un "27", qui c'è un "8", quindi si classifica seconda; "classica", in quanto nel corso di Struttura della Materia ne compariva una (che abbiamo faticosamente rimosso dalla nostra mente: non ricordatecela, grazie) con dentro un "80". Le costanti sono sempre seccanti, in fisica, ma quando sono anche dei numeri interi la sensazione dello scrivente è che qualcuno stia misurando una lunghezza col termometro.

[20] Solo due parole, per riconoscerci tra adepti: "Grazie, Streptosil".

riuscite a fare una palla mostrando che abbiamo torto, ben felici di riconoscere le pure "ragioni estetiche": a noi interessa sapere perché, non aver ragione ad ogni costo.

Cambiamo discorso? Nel 1996, Kroto, Curl e Smalley hanno preso il Premio Nobel per la Chimica per aver scoperto i fullereni, che rispondono alle seguenti caratteristiche.

I fullereni (stabili):

1. sono composti unicamente di pentagoni e esagoni
2. I lati di ogni pentagono incontrano solo esagoni
3. Tre e solo tre spigoli si incontrano ad ogni vertice.

Vorremmo attrarre la vostra attenzione sul fatto che solo il terzo punto è diverso tra palloni e fullereni, quindi, sorgono alcune domande:

1. Esistono fullereni stabili diversi da C_{60}?
2. Esistono palloni da calcio diversi da quello standard?
3. Quanti palloni da calcio sono anche fullereni stabili?

Per rispondere a queste domande, partiamo dalla (seconda) più bella formula della matematica, $V - S + F = 2$.

Per quanto riguarda la prima domanda, se P è il numero dei pentagoni e E il numero degli esagoni, deve essere $F = P + E$. Dal fatto che ogni pentagono ha 5 lati e ogni esagono ne ha 6, ma ci vogliono *due* lati uniti assieme per fare uno spigolo, si ha:

$$S = (5\,P + 6\,E) / 2.$$

Con lo stesso ragionamento (ci vogliono *tre* spigoli per fare un vertice):

$$V = (5\,P + 6\,E) / 3.$$

Sostituendo e semplificando nella formula di Eulero, si arriva a $P = 12$, mentre *non ci sono limitazioni per gli esagoni.*

Va detto che con qualcuna è meglio non giocare a calcio: con C_{70}, a quanto pare, si gioca bene a rugby.

Quando parliamo di palloni da calcio, come dicevamo, abbiamo le limitazioni sopra viste per le facce e gli spigoli, ma il terzo punto non impedisce che ci siano più di tre spigoli che si incontrano in un vertice, quindi la formula per i vertici diventa una disuguaglianza: non solo, ma dalla terza condizione "della palla" si ha che *metà dei lati di un esagono sono anche lati di un pentagono,* ossia $3\,E = 5\,P$. Da cui, le *Condizioni Fondamentali per le Palle di Kotschick* diventano:

$$P \geq 12 \text{ e } 3\,E = 5\,P,$$

il che risponde alla seconda domanda.

Ora, per i fullereni abbiamo $P = 12$: per le palle da calcio abbiamo $3\,E = 5\,P$: quindi, un oggetto che sia contemporaneamente un fullerene e una palla da calcio deve seguire la Condizione di Buckminster, ed avere $P = 12$ e $E = 20$. *Quod erat demonstrandum*.

8.1.5 Tutti contro tutti (o quasi)

Stanchi, di questa logica stringente? Bene, passiamo a un po' di sana *illogica*, nella fattispecie ad alcune regole che, (s)fortunatamente, ci risultano abbandonate. *Enumeratio non fecit scientia*, come diceva Rabelais, ma ce la caviamo con un aneddoto.

Shell Caribbean Cup, 1994, qualificazione per le finali. Giocate due partite, con i risultati:

Barbados – Puerto Rico	0 – 1
Grenada – Puerto Rico	1 – 0

Si sta giocando Barbados – Grenada: Barbados deve vincere con una differenza reti di almeno 2, e siamo in una tranquilla situazione di 2 – 0, ma all'ottantatreesimo Grenada segna e si passa a 2 – 1.

Questo torneo aveva un paio di interessanti caratteristiche:

1. In caso di parità al termine dei tempi regolari, si passa ai supplementari ad oltranza sin quando viene segnato un goal.
2. *Nei tempi supplementari, ogni goal vale doppio*.

A sette minuti dalla fine, Barbados si rende conto che Grenada sta giocando unicamente sul difensivo, per evitare il terzo goal ed eliminarli. In questo momento, un geniale quanto purtroppo sconosciuto giocatore delle Barbados realizza la situazione e si precipita con il pallone verso la propria porta, segnando una rete, portando il punteggio su 2 – 2 e forzando (almeno per il momento) l'andata ai supplementari: Grenada (con leggero ritardo) realizza cosa sta succedendo e, negli ultimi cinque minuti dei tempi regolamentari *cerca di fare un goal in una qualsiasi delle due porte, ma Barbados le difende entrambe*.

Quei cinque minuti (dicono) sono entrati nella storia (comica) del calcio[21].

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms

[21] Eh? No, qui parliamo di matematica. Cercatevi il filmato, se volete sapere come è andata. *[...siamo troppo buoni... Barbados segna il golden goal al quarto minuto dei supplementari. Ma se trovate il video dall'ottantatreesimo, fatecelo sapere].*