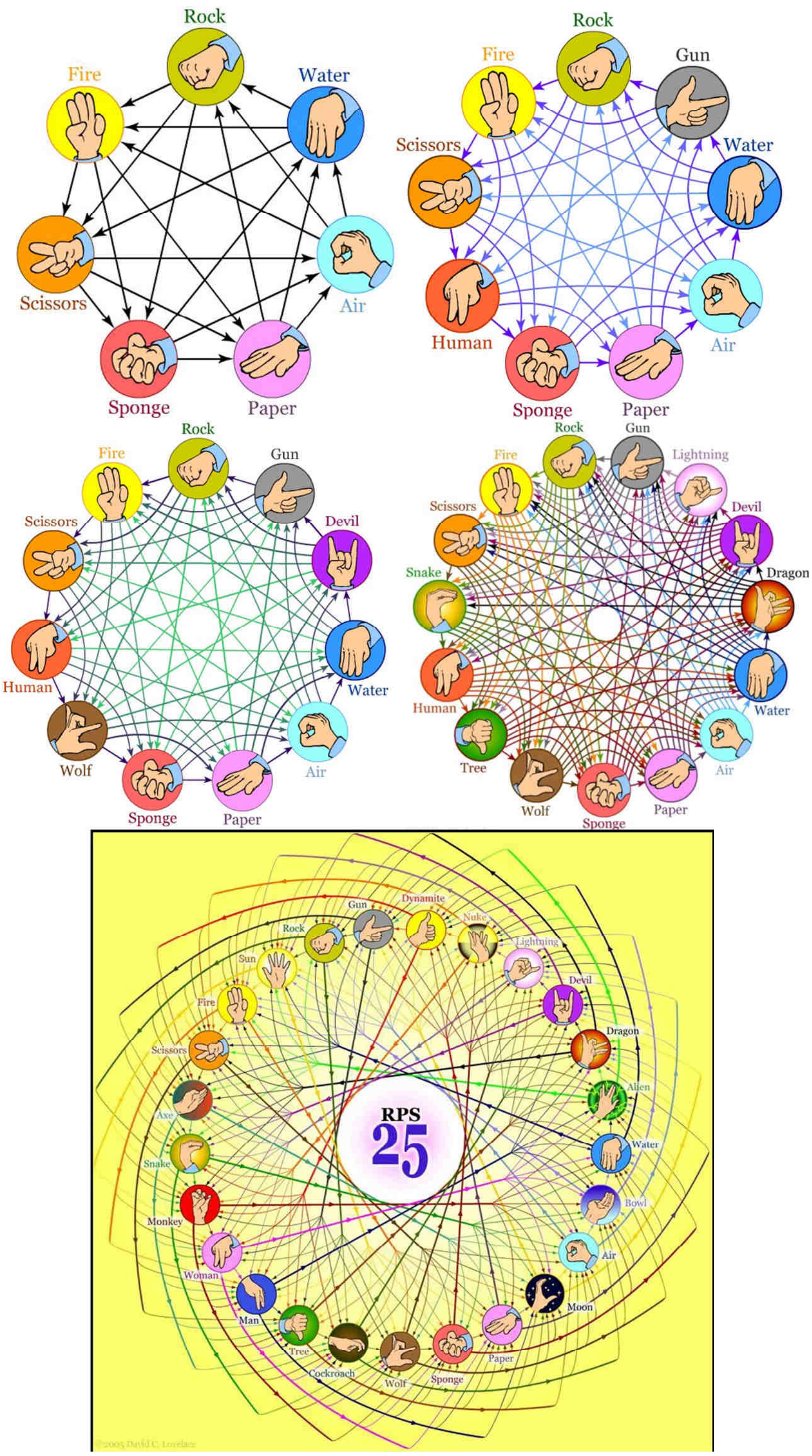
Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 207 – Aprile 2016 – Anno Diciottesimo



Rudi Mathematici
Rivista fondata nell'altro millennio da
Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)
rudy.dalembert@rudimathematici.com
Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com
Alice Riddle (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM206 ha diffuso 3'077 copie e il 12/04/2016 per Google eravamo in 8'790 pagine.

David C. Lovelace, artista poliedrico quanto geniale, ha deciso che la "morra cinese", nota anche come "forbici, sasso, carta" era troppo semplice per i suoi gusti, e quindi ha inventato le versioni a 7, 9, 11, 15 e 25 variabili. Ci risulta (ma si paga, per avere il disegno) una versione a 101 variabili, ma anche fosse gratis non siamo sicuri siate pronti per cose del genere.

1. Matematica per gioco

"…era così ineffabilmente bella, così limpida ed elegante, che sono rimasto a guardarla incredulo per venti minuti. Poi sono uscito, e per il resto del giorno ho passeggiato senza meta, e infine sono tornato al tavolo per vedere se fosse ancora là. Ed era ancora là…"

La matematica è una cosa seria.

L'affermazione è talmente ovvia da sembrare banale: basta vedere come si usa, nel lessico ordinario, l'avverbio "matematicamente", con ogni probabilità il suo utilizzo maggiore da parte dei media si ha verso la fine del campionato di calcio, quando capita che il distacco in classifica dalle altre renda una squadra "matematicamente campione d'Italia" o, ahimè, "matematicamente retrocessa alla serie inferiore". In casi come questi, "matematicamente" sta a sottolineare l'inappellabilità del giudizio: dopo un'intera stagione passata a discutere sulla legittimità di un fuorigioco o sul reale valore del centromediano metodista – discussioni in cui più o meno tutte le opinioni hanno pari diritto di cittadinanza – si giunge all'ineluttabile e definitivo verdetto finale, marchiato a lettere di fuoco da quel "matematicamente".

Naturalmente, l'avverbio "matematicamente" è usato con molta più parsimonia (e inevitabilmente con connotazioni diverse) dai matematici; la cosa è in parte del tutto scontata, perché assai raramente dei professionisti devono specificare quello che potremmo chiamare il loro "auto-avverbio di modo": avete mai sentito due biologi che premettono "biologicamente parlando…" o due chirurghi che precisano "dal punto di vista chirurgico…"? Non che non possa accadere, per carità, ma è evidente che nella maggior parte dei casi l'auto-avverbio è sostanzialmente pleonastico, dato sempre per scontato. Resta però incontrovertibile il fatto che "matematicamente" è avverbio entrato nel lessico comune, a differenza di quanto abbiano fatto, ad esempio, altri auto-avverbi professionali quali "elettrodinamicamente" o "otorinolaringoiatricamente"; e che venga usato appunto con un severo paludamento di austera serietà.

Quel che spesso sfugge alla maggior parte delle persone è che la caratteristica principale della matematica non è tanto la sua capacità di dispensare certezze, quanto la sua eccezionale efficacia nel descrivere oggetti, leggi fisiche, processi. La matematica crea modelli, ed è così brava a farlo che molto spesso questi modelli hanno uno splendido corrispondente nel mondo fisico – cosa che non cessa di stupire sia i matematici sia i fisici – e pertanto questo contribuisce ad accrescere (sacrosantamente) l'autorevolezza della matematica anche presso il pubblico non specializzato.

Ciò non di meno, questo non implica che la matematica non possa avere uguale successo anche nell'analisi delle "cose poco serie". Periodicamente i giornali escono con articoli a metà strada tra lo scandalizzato e il derisorio quando scoprono che si sono applicati metodi matematici per stabilire quale sia il modo migliore per allacciarsi le scarpe, o per corteggiare un partner, o per trovare un parcheggio per la bicicletta. Ma una modellazione è una modellazione, e in sé non ha niente di stupido o geniale, fondamentale o ridicolo: al massimo, possono esserlo le applicazioni che ne conseguono. Senza poi dimenticare che può sempre accadere che la modellazione matematica della topologia dei lacci delle scarpe possa un bel giorno risultare identica a quella dell'interferenza dei campi gravitazionali delle coppie di buchi neri: la storia della scienza è piena di recuperi del genere.

In altri (e riassuntivi) termini, la matematica non è di per sé "seria", e ha diritto di essere serenamente applicabile ad ogni branca dello scibile, per quanto irrisorio; per di più, vista l'universalità e neutralità dei suoi modelli, può benissimo capitare che alcuni di essi, magari nati per scopi dall'alto valore conoscitivo e morale, si possano applicare, già belli e pronti, a futilità belle e buone[1]. Una volta accettato per buono cotanto principio, non può certo stupire se cultori di giochi anche moralmente riprovevoli, come il gioco d'azzardo, ricorrano alla matematica per chiedere quanti più lumi possibili intorno al proprio vizio. Per contro, può forse stupire che nel caso della Teoria della Probabilità – che è indubbiamente la disciplina della matematica più frequentata dai giocatori d'azzardo – sia praticamente accaduto il contrario; ovvero che la materia, ancorché trovarsi bella pronta e strutturata di fronte alle richieste dei giocatori, sia di fatto nata proprio da interrogativi di gioco.

La cosa può apparire sorprendente: quel che è certo è che la lista dei nomi dei matematici che si interessò alla questione originaria è davvero lunga e autorevole. E sembra proprio che la causa originaria dell'interesse matematico iniziale non vertesse già sui massimi sistemi della Teoria della Probabilità, ma su una questioncella puramente tecnica, di vero gioco giocato: ovvero su come si dovesse dividere la posta di una partita qualora questa non potesse giungere alla sua naturale conclusione. Un po' come se le maggiori menti matematiche del tempo si dedicassero a lanciar dadi e a imprecare contro le carte nei vicoli malfamati delle loro città e fossero sovente interrotti dall'inopportuno arrivo della forza pubblica.

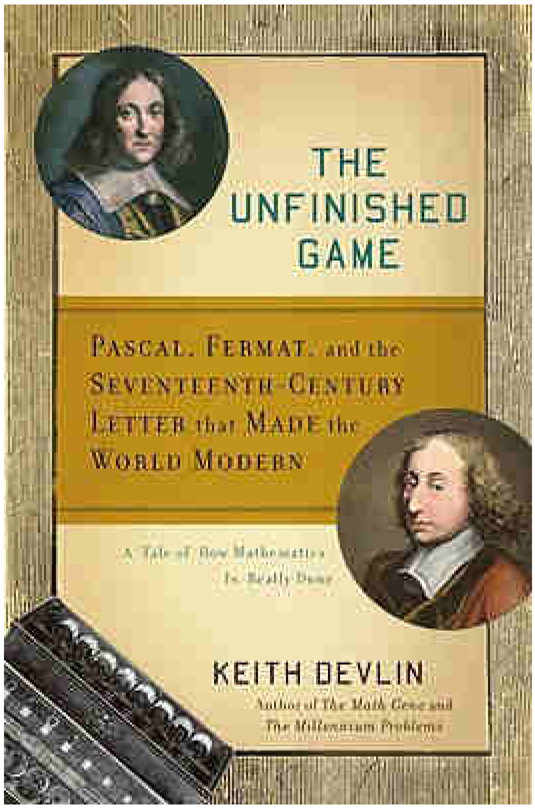
1. *Fra' Pacioli nel più celebre dei dipinti matematici*

I "tempi" di cui parliamo sono quelli attorno alla metà XVII secolo, anche se la diatriba risale a centosessant'anni prima: già fra' Luca Pacioli si era interessato della cruciale questione della divisione della posta nel 1494, e su di essa avevano questionato i migliori matematici del tempo, che allora erano quasi tutti italiani: Gerolamo Cardano, che ne scrive nel 1545; e poi Tartaglia, che dice la sua nel 1556. Ma è solo nel 1654 che si vedono finalmente dei progressi tali da poter far dire che con loro nasce la moderna Teoria delle Probabilità, e questo accade quando un accanito giocatore francese, Chevalier de Méré[2], che era molto bravo in matematica, decide di scomodare per la *vexata quaestio* i due nomi più augusti dell'olimpo matematico francese (e mondiale, al tempo): Pierre de Fermat e Blaise Pascal. Fermat e Pascal incominciano una dotta corrispondenza, e quel carteggio è universalmente riconosciuto come l'atto di nascita della Teoria delle Probabilità.

[1] Concetto questo, certamente ben chiaro a tutti i frequentatori della matematica ricreativa, e ancor più (soprattutto a causa della parola "futilità") ai lettori di questa Prestigiosa Rivista.

[2] In prima stesura, avevamo scritto in questa nota "Supponiamo che "chevalier" sia il titolo nobiliare, ma non ne siamo affatto sicuri." – A quel punto il GC, che ritiene la Francia suo territorio di caccia, si è scatenato. Ecco le sue precisazioni: "In tutti i libri che ne parlano, trovo "Cavaliere di Méré"; Wikipedia francese lo dà come "Antoine Gombaud, chevalier de Méré", anche se non specifica se si sta trattando della Méré ridente cittadina dello Yonne o di quella omonima nello Yvelines: io propendo per il primo, che anticamente conteneva la regione dello Champagne, anche se la cosa non pare molto importante (a occhio, distano due-trecento chilometri); è interessante invece il fatto che anticamente, suppergiù a metà strada tra i due, ci fosse la provincia dell'Angoumuois, dove è nato il Nostro, una parte della quale successivamente diventerà nota come Charente (e lì c'è una città di nome Cognac); per contro, nell'Yvelines ci sarà poco da bere (confina con Parigi), ma se volete vedere Versailles la tassa di soggiorno la pagate agli Yvelinesi.". Ecco qua.

Il carteggio tra i due grandi francesi è facilmente reperibile in rete[3], e può sempre essere istruttivo leggere il confronto tra due grandi menti che, con amabile corrispondenza, gettano – forse ancora inconsapevolmente – le prime basi di una nuova disciplina matematica. D'altro canto, è in generale curioso scoprire come alcune diatribe che oggi possono apparire irrisorie erano un tempo occasione di polemica. L'esempio più classico è, forse, quello che vedeva i primi pionieri interessati sia al gioco che alla matematica scannarsi sulla probabilità di fare 11 con i dadi.



2. *Corrispondenza che merita approfondimenti*

Vale forse la pena di ricordarne la natura: da che mondo è mondo i dadi hanno sei facce numerate da 1 a 6 e si lanciano in coppia. Un tiro di dadi può pertanto avere come "risultato" tutti i numeri da 2 a 12 compresi. Anche i meno dotati matematicamente dei giocatori si saranno presto accorti che fare 12 è abbastanza difficile (in realtà, ha la stessa identica difficoltà di avvenimento del 2, ma si sa, gli umani si lamentano se i colpi fortunati sono pochi, e non danno invece molta importanza alla scarsa frequenza delle sventure), mentre altri risultati – ad esempio il 7 – arrivano molto più spesso sul tavolo da gioco. Sempre senza la necessità di essere dei luminari in Teoria dei Gruppi o Geometria Differenziale, è abbastanza semplice capire che sono diverse le "coppie" che generano il risultato 7; sei e uno, cinque e due, tre e quattro servono magnificamente alla bisogna, mentre per ottenere l'ambito 12 ci vuole necessariamente una coppia di sei. E fin qui, non abbiamo fatto altro che intrattenere matematicamente i fanciulli delle prime classi delle elementari.

Anche il seguito è elementare, per chi abbia incontrato anche solo di sfuggita le prime pagine di qualsivoglia scritto sul calcolo delle probabilità, ma oggettivamente bisogna riconoscere che, per una disciplina all'alba della sua storia, aveva la sua ragione di esistere. C'era insomma chi sosteneva che, proprio per la definizione delle "coppie" di dadi sopra raccontata, la probabilità di uscita del risultato 11 fosse identica a quella del 12. La logica di fondo è immediata: "per fare 12 ci vuole necessariamente la coppia data da un sei e un altro sei; non esistono altre combinazioni. Per fare 11 ci vuole necessariamente la coppia data da un sei e un cinque; non esistono altre combinazioni. Ergo, la probabilità di fare 11 e quella di fare 12 sono identiche".

Vediamo spuntare una selva di sorrisi di compatimento nei volti dei lettori: l'errore nel ragionamento è evidente, pensano gli smaliziati: i lanci dei dadi sono indipendenti[4] l'uno dall'altro, anche se avvengono contemporaneamente, e i dadi sono parimenti ben distinguibili l'uno dall'altro, nel nostro caro vecchio mondo fisico. Immaginiamo di colorarne uno di rosso e uno di verde: si vede allora subito che il ragionamento corretto

[3] Ad esempio qui: http://www.york.ac.uk/depts/maths/histstat/pascal.pdf, anche se fa un po' effetto leggere in inglese la corrispondenza di due francesi…

[4] Il concetto di eventi "indipendenti" è forse quello più importante nel concetto di probabilità, almeno per quanto riguarda le basi fondamentali della disciplina. Non lo approfondiremo qui perché troviamo più significativo, nell'esempio raccontato, il concetto di "distinzione dei dadi", e soprattutto perché di "eventi indipendenti" si parla a lungo in altre parti del giornalino (che in questo Aprile 2016 è venuto fuori – un po' a sorpresa degli stessi autori – quasi completamente monografico).

non è quello sopra raccontato, ma quello che sancisce che "per fare 12 ci vuole necessariamente la coppia data da un sei (rosso) e un sei (verde); non esistono altre combinazioni. Per fare 11 ci vuole la coppia data da un sei (rosso) e un cinque (verde); ma va bene anche il caso di un cinque (rosso) e un sei (verde). Ergo, la probabilità di fare 11 è esattamente il doppio di quella di fare 12".

Per quanto ovvia possa sembrare, la conclusione merita attenzione, e sarebbe buona norma evitare di abbondare con i sorrisi di sufficienza verso chi cadesse nell'errore storico (che, come abbiamo detto, ha avuto illustri precedenti). L'aver dipinto metaforicamente i dadi di rosso e di verde significa aver posto in risalto la capacità fisica di distinguerli uno dall'altro: ma i matematici non dovrebbero lasciarsi guidare poi troppo dalla fisica, e di tanto in tanto dovrebbero chiedersi anche che cosa succederebbe se – per pura ipotesi – i due dadi distinguibili non lo fossero affatto. La domanda non è oziosa, dal punto di vista matematico: tutta la "dimostrazione" che chiama in causa cinque e sei rossi e verdi si scioglie come neve al sole, e occorre trovare una dimostrazione alternativa, oppure…


3. *Satyendranath Bose*

…oppure bisogna arrivare a conclusioni diverse. Nei primi anni '20 del secolo scorso, uno sconosciuto fisico indiano si vide rifiutare più volte un articolo sull'effetto fotoelettrico dalla riviste accademiche di fisica alle quali lo aveva spedito. La ragione del rifiuto era tutta in quello che sembrava essere un marchiano errore sul calcolo delle probabilità, errore sostanzialmente identico a quello descritto sopra nella valutazione della probabilità di uscita di 11 o 12 nel lancio della coppia dei dadi. Ciò nonostante, il giovanotto di Calcutta insisteva testardamente, e nel 1924 spedì l'articolo niente meno che ad Albert Einstein, che era allora (come del resto è tuttora) il fisico più famoso del mondo, e che per di più aveva da poco vinto il Premio Nobel proprio per la sua memoria del 1905 sull'effetto fotoelettrico. A differenza dei valutatori delle riviste, Einstein si entusiasmò alla lettura, la trovò geniale, si mise in contatto con l'autore e iniziò con lui una collaborazione che portò ad una completa e innovativa statistica quantistica. Il giovane indiano si chiamava Satyendranath Bose[5], la statistica venne denominata "di Bose-Einstein" e risultò essere complementare a quella "di Fermi-Dirac"; le due diverse statistiche sono talmente importanti e cruciali che conducono alla radice della divisione delle particelle elementari in due grandi classi, quella dei "fermioni" e quella dei "bosoni".

Evidentemente, l'ipotesi della "distinguibilità" di oggetti fisici può apparire superflua per i dadi, ma è tutt'altro che scontata per le particelle elementari. Per buona sorte dei giocatori d'azzardo, gli oggetti con cui si celebrano i rituali del gioco sono tali da potersi trattare con una sola, ordinaria statistica, almeno finché non verranno inventati la roulette quantistica[6] o le lotterie ad effetto tunnel. Per contro, il giocatore mediamente inesperto è ancora ampiamente vittima di diversi aspetti del calcolo della probabilità che sembrano violare il senso comune. Si appellano spesso alla "Legge dei Grandi Numeri", ma ne trascurano l'elemento centrale, ovvero che l'avvicinarsi della frequenza alla media

[5] Gli abbiamo dedicato il compleanno "Etimologia particolare" in RM168, Gennaio 2013.

[6] Non c'è da scherzarci poi troppo sopra: gli scacchi quantistici sono già diventati una realtà (http://research.cs.queensu.ca/Parallel/QuantumChess/QuantumChess.html), e si basano sul principio di sovrapposizione degli stati che ha reso celebre il gatto di Schrödinger: un pezzo sulla scacchiera può, secondo opportune regole, collassare in uno stato (ad esempio cavallo) o in un altro (magari torre, regina, pedone…). Su YouTube potete già apprezzare uno scontro al vertice tra Stephen Hawking e l'attore Paul Rudd, anche se a fini prettamente cinematografici.

teorica al crescere del numero dei tentativi non comporta affatto che la differenza tra frequenza e probabilità debba ridursi a zero[7]; si rendono ben conto che la probabilità di fare "testa" per venti volte di seguito è irrisoria, e quindi concludono (tragicamente) che dopo 19 teste è quasi inevitabile che debba uscire "croce", e così via.

Con ogni probabilità, ai due padri fondatori del calcolo delle probabilità certi errori dovevano sembrare davvero infantili, pur essendo loro solo all'inizio della storia della disciplina. Ma non possiamo esserne del tutto certi: in fondo, si sta parlando del regno dell'aleatorietà, che si regge, vive e sopravvive proprio sulla speranza che si verifichino eventi improbabili. Quel che è invece quasi certo è che ad entrambi doveva piacere lo spirito del gioco, almeno in qualche senso.

4. *La "scommessa di Pascal" nella versione di Calvin & Hobbes*

Prendiamo ad esempio il piissimo Blaise Pascal[8]: una delle sue più famose creazioni è assolutamente metafisica, ma altrettanto assolutamente basata sullo spirito del giocatore d'azzardo: la "scommessa di Pascal". Seppure espressa in termini filosofici e religiosi, la logica è esattamente quella che si basa sul calcolo del "valore della scommessa". In estrema sintesi, Pascal analizza la convenienza o meno di credere in Dio in funzione della sua esistenza o meno. Il credente si troverà a guadagnare il paradiso nel caso che Dio esista e a perdere nulla qualora Dio non esista; per contro, il non credente non guadagnerà nulla nel caso che Dio non esista, e sarà invece punito con la dannazione eterna qualora esista. In conclusione conviene credere, dice il religiosissimo Blaise, perché a credere si vince o si pareggia, mentre a non credere si pareggia o si perde.

L'altro papà francese della Teoria della Probabilità, Pierre de Fermat[9], non ci risulta che abbia lasciato ai posteri una altrettanto esplicita proposta di giocare d'azzardo, ma forse ha fatto di peggio. Fermat non era un matematico professionista: e se è vero che la definizione "matematico professionista" non si attaglia bene praticamente a nessuno studioso del XVII secolo, è anche vero che i grandi uomini di scienza del periodo erano comunque persone in grado di guadagnarsi il pane, in un modo o nell'altro, grazie alle loro ricerche e studi. Fermat no: è passato alla storia della matematica come il più grande di quelli che si possono a buon diritto chiamare "dilettanti", visto che la sua professione è stata quella di uomo di legge, avvocato e politico, e che la percorse per intero fino a raggiungere le più alte cariche del *cursus honorum*.

Un dilettante che, comunque, non potrebbe essere facilmente tralasciato se si decidesse di stilare una virtuale classifica per nominare "il più grande matematico dei suoi tempi", con tanto che quei tempi erano tutt'altro che poveri di grandi nomi. Certo è che questa sua caratteristica torna utile nell'argomento che trattiamo, perché così il ricercato legame con il gioco è del tutto automatico: "dilettante" significa certo innanzitutto "amatore", ma è evidente che il suo significato profondo è posto proprio nella differenziazione di chi

[7] Per dirla più chiaramente: la probabilità di fare testa (o croce) è 0,5, e all'aumentare dei lanci la frequenza osservata dei lanci si avvicina sempre più al valore teorico. Ciò nonostante, la differenza effettiva tra le Teste e le Croci continua a crescere al crescere di N, cosa che basta e avanza a scoraggiare qualsiasi tentativo di "divinare" l'esito di un lancio su base statistica.

[8] L'avevamo già detto che di lui abbiamo parlato in "I lati di Dio", RM053, Giugno 2003? No? Ah, ecco…

[9] Di lui invece abbiamo parlato soprattutto in RM091, Agosto 2006, "Polenta d'estate".

affronta un argomento non con l'idea di farne un lavoro, ma solo di divertirsi. E che Fermat affrontasse tutta la matematica come un gioco è abbastanza evidente: saltava di fiore in fiore e trattava i più svariati argomenti guidato probabilmente solo dal gusto del momento. Non scrisse grandi opere, ma si interessò di tutto, ed fu talmente bravo che arrivò conoscere quasi tutti i suoi grandi contemporanei che della scienza fecero una professione.

5. *Fermat eternamente segnato dal suo Ultimo Teorema*

L'aspetto giocoso è insomma – almeno in un certo senso – insito in tutto il suo approccio alla matematica, e a ben vedere la congettura che scrive a lettere di fuoco il suo nome nei volumi di storia della matematica (e che peraltro è ben lontana dall'essere il suo contributo più significativo nella sua amata disciplina) potrebbe essere dovuta prevalentemente proprio alla sua volontà di giocare.

L'"Ultimo Teorema di Fermat", che solo da pochi anni può a buon diritto chiamarsi davvero "teorema", non può infatti nascere che da un errore o da uno scherzo. La terza possibilità, ovvero che non fosse né uno sbaglio né un tiro mancino, è ormai davvero molto, molto improbabile, più o meno come l'uscita di una ventina di "teste" di seguito nei lanci ripetuti d'una moneta. La questione centrale della storia è talmente nota che è quasi superfluo ricordarla[10]: l'espressione $A^n + B^n = C^n$, con A, B e C interi positivi, che è del tutto banale per $n = 1$ e che scatena l'eponimo Teorema di Pitagora per $n = 2$, non ha soluzione veruna per $n = 3$ o superiore.

Nel 1637 l'avvocato Fermat scrive sul margine della sua copia dell'*Arithmetica* di Diofanto di aver trovato una bella dimostrazione del fatto, ma che il margine del libro è troppo piccolo per contenerla. Il nostro eroe morirà poi solo nel 1665, ma nella quasi trentina d'anni che vive dopo aver scritto quel frettoloso appunto, non trova il tempo di argomentare meglio la supposta dimostrazione, forse per carenza di margini sufficientemente ampi.

In realtà, il dilettante Fermat adorava comportarsi così: trovava argomenti che lo divertivano, ci pensava un po' su, scriveva da qualche parte le conclusioni a cui era arrivato, e poi passava ad altro. Il guaio è che era maledettamente bravo, e quasi tutte le affermazioni che semina in giro, da una parte all'altra, risultano poi vere alla prova dei fatti. Non proprio tutte, sia ben chiaro: ma quasi. A questo punto il piatto è servito: Fermat ha spesso ragione, quindi ci sono ottime speranze che la sua congettura sia vera; l'esposizione del problema è di una semplicità disarmante; deve trattarsi di una dimostrazione certo più lunga del testo che può prendere posto in un margine, d'accordo, ma per la stessa ragione, visto che Fermat stava lì lì per scrivercela, non potrà neppure essere troppo più lunga. Il risultato di tutte queste premesse è che fin dalla scoperta della Congettura (peraltro diventata nota solo dopo la morte di Fermat) un bel po' di matematici pensano che sia il caso di dedicarvi un po' di tempo, se non altro per riservarsi un posticino nelle note a piè di pagina dei manuali, dove verosimilmente sarebbe stato riportata una frase del tipo "1.*Congettura formulata da Pierre de Fermat nel 1637 e dimostrata pochi anni dopo da Talmatematico De Numeribus*".

[10] Soprattutto per gli affezionati lettori di questo giornaletto, che si ritrovano tutti i mesi riportata in prima pagina la scritta "*Hanc marginis exiguitas non caperet*". Del resto, quale slogan migliore per una rivista che intende "giocare con la matematica"?

Quel che succede nei tre secoli e mezzo successivi è un crescendo che trasforma la Congettura nel Sacro Graal della matematica: per quanto la sua importanza concettuale fosse tutto sommato di scarso rilievo – è celebre la posizione in merito di Gauss, che pur dimostrando con nonchalance la validità della congettura per $n = 3$, affermò di non essere interessato alla questione, e che avrebbe potuto elencare facilmente decine di congetture della Teoria dei Numeri altrettanto semplici da esporre e difficilissime da dimostrare – la sua resistenza ad essere dimostrata era tale che molti grandi matematici si dedicarono con sempre maggiore impegno ad allargare l'ipotetico margine di Fermat. Senza successo, però: la Congettura riceveva ampi progressi, risultava valida per sempre maggiori valori di n, ma rimaneva indimostrata nella sua generalità. Anche se ormai erano quasi tutti convinti che fosse corretta, tant'è vero che assume il nome di "Ultimo Teorema di Fermat[11]" ben prima che si potesse a buon diritto chiamarla "teorema", bisogna aspettare 358 anni prima che ne venga data una dimostrazione piena e formale.

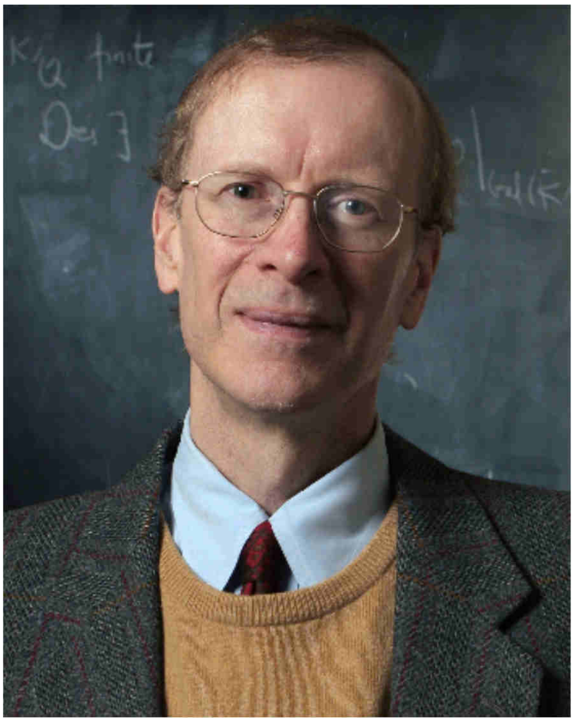

DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX.
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.
Nunc primum Græcè & Latinè editi, atque absolutissimis Commentariis illustrati.
AVCTORE CLAVDIO GASPARE BACHETO MEZIRIACO SEBVSIANO, V.C.
LVTETIAE PARISIORVM,
Sumptibus SEBASTIANI CRAMOISY, via Iacobæa, sub Ciconiis.
M. DC. XXI.
CVM PRIVILEGIO REGIS.

6. *Arithmetica di Diofanto*

E a questo punto è inevitabile tornare ad esaminare la predisposizione al "gioco" di Pierre de Fermat perché, in tutta questa lunga storia, la parte realmente misteriosa è ormai solo quella nascosta nella mente del grande francese. L'unica cosa realmente certa è che la dimostrazione finalmente raggiunta nel 1995 non è quella a cui si riferiva Fermat nel 1637: il percorso teorico che mette la parola "fine" alla ricerca della dimostrazione della Congettura implica conoscenze e approcci matematici ben lontani da quelli che possedeva Fermat[12]. Rimangono pertanto tre sole possibilità, con diversissime probabilità di verosimiglianza l'una dall'altra. Quella di gran lunga più probabile è che Fermat si fosse sbagliato: nei tre secoli e mezzo di ricerca sono state trovate molte dimostrazioni "quasi giuste" dell'UTF, ed è probabile che la "dimostrazione che non entrava nel margine" fosse una di queste. Tra l'altro, questo potrebbe anche giustificare il silenzio trentennale successivo attuato da Fermat stesso; tornato sul problema, potrebbe essersi accorto che la "bella dimostrazione" non era tale, e aver accantonato in austero silenzio il problema. L'ipotesi più romantica è anche la meno credibile, ovvero che Fermat avesse effettivamente trovato una dimostrazione "semplice e valida", e che questa resista ancora, nonostante quasi quattro secoli di ricerche da parte dei più grandi geni matematici della storia, a nascondere la sua evidenza. L'ultima ipotesi è quasi altrettanto irrisoria, ma è quella che più ci piacerebbe fosse reale: e cioè che il vecchio buontempone avesse capito che la dimostrazione della sua Congettura, così apparentemente semplice, fosse in realtà una montagna quasi impossibile da scalare, e avesse comunque deciso di far finta d'averla trovata, per prendere un po' in giro amici e colleghi. Davvero poco verosimile, come ipotesi: ma da un dilettante che adora usare la matematica per gioco, ci sarebbe pure da aspettarselo.

[11] Tant'è vero che la sigla UTF (o meglio FLT, Fermat's Last Theorem, in inglese) è acronimo universalmente noto nella letteratura matematica.

[12] Per non parlare del fatto che è lunga un centinaio di pagine. Altro che margine…



7. *Andrew John Wiles*

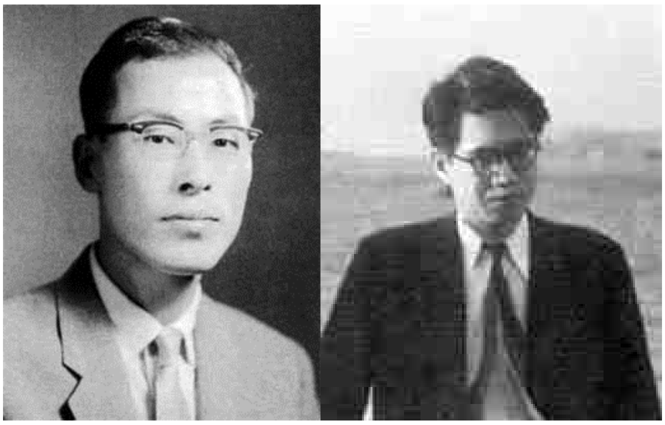
L'uomo che ha chiuso la caccia matematica più lunga della storia si chiama Andrew John Wiles. Nato l'11 Aprile 1953 in quella che è forse la città più matematica del mondo, Cambridge, Inghilterra, è vivo e vegeto e qualcuno dei nostri lettori potrebbe aver avuto la fortuna di conoscerlo, o nutrire ancora la speranza di farlo. Uno dei problemi maggiori, nel riportare la sua biografia, è quello comune a tutti quei personaggi che hanno dedicato la loro intera esistenza a perseguire un unico obiettivo: e nel caso di Wiles il faro guida della sua vita è stata proprio la dimostrazione dell'Ultimo Teorema di Fermat. Al di fuori di questo, non resta davvero molto altro da raccontare.

È lo stesso Andrew che racconta come avesse solo dieci anni quando incontra in un libro della biblioteca pubblica il racconto della Congettura, venendone folgorato. L'esposizione è comprensibile anche ad un decenne come lui, e a quell'età non esistono sfide che possano realmente considerarsi impossibili. Comincia subito a provare a cercarne una dimostrazione, e si può affermare senza tema di smentita che non abbia più smesso di farlo.

Prende la laurea di primo grado nel 1974 a Oxford; passa poi a Cambridge per ottenere il dottorato; è abbastanza saggio da non proporsi di usare l'UTF come tema della tesi, conscio com'è che un soggetto del genere può rimanere senza progressi per secoli, e normalmente i dottorandi intendono concludere i loro studi accademici un po' prima: si dedica quindi allo studio della teoria di Iwasawa sulle curve ellittiche. Nel 1980 ottiene il dottorato, che ha preparato anche in una lunga trasferta ad Harvard, e quindi passa un anno in Germania, a Bonn. Continua la sua carriera accademica in modo brillante, ma tutto sommato non troppo diverso da quanto fanno molti giovani ricercatori di successo: un altro anno a Princeton, seguito da un periodo come *visiting professor* a Parigi, e così via. Nulla di particolarmente notevole, fino al 1986, quando giunge alle sue orecchie una notizia sconvolgente per il ragazzino di dieci anni che ancora abita dentro di lui.

Per la gran parte degli esseri umani, la notizia, più che sconvolgente, è semplicemente incomprensibile: un'idea iniziale di Barry Mazur e Jean-Pierre Serre è stata sviluppata e provata da Gerhard Frey e Ken Ribet, e si era giunti alla conclusione che l'Ultimo Teorema di Fermat è una conseguenza implicita nella congettura di Shimura-Taniyama[13]. Per Wiles, invece, suona ovviamente come una fanfara: per coronare il sogno della sua vita non resta che dimostrare la Congettura di Shimura-Taniyama.

[13] Congettura che apparentemente – almeno per i non iniziati – ha ben poco a che fare con $A^n + B^n = C^n$, visto che più o meno asserisce che "ogni curva ellittica definita su numeri razionali è modulare". Goro Shimura è oggi un ormai anziano matematico giapponese, che ha seguito i corsi di quello stesso Iwasawa a cui Wiles ha dedicato la tesi di dottorato; Yutaka Taniyama, pure giapponese, ha avuto vita assai più breve, essendosi suicidato nel 1957, pochi giorni dopo il suo ventinovesimo compleanno.



8. *Goro Shimura e Yutaka Taniyama*

Andrew decide semplicemente di sparire: o meglio, di dedicarsi esclusivamente, e in gran segreto, alla dimostrazione della congettura di Shimura-Taniyama. Per sette anni non si dedica ad altro: abbastanza curiosamente, non riuscirà a dimostrare appieno la congettura dei due giapponesi, ma i progressi che compie in quel tentativo sono sufficienti a dimostrare l'Ultimo Teorema – che finalmente può davvero chiamarsi tale – di Fermat. Il percorso è tutt'altro che facile, e richiede spesso cambi di approccio e momenti di delusione: il maggiore è certamente quello che incontra poco dopo il suo annuncio ufficiale del 23 Giugno 1993, quando al termine di un suo ciclo di lezioni a Cambridge annuncia di aver dimostrato l'UTF. Un piccolo ma cruciale errore nella sua dimostrazione viene scoperto, e i suoi sette anni di intenso lavoro sembrano sfumare di colpo. Pur demoralizzato oltre ogni dire dall'annuncio, Andrew riesce a trovare lo spirito necessario per rimettersi al lavoro e cercare di risolvere comunque l'impresa, aggirando l'errore.

Ci vorrà un altro anno intero. Finalmente, il 19 settembre del 1994 ha quella che lui stesso chiama "rivelazione", e l'ultimo ostacolo è finalmente abbattuto. Quando vede scritta la soluzione dei suoi problemi su carta, fa quello che è scritto in testa a quest'articolo[14].

Andrew John Wiles ha coronato il sogno di sé stesso bambino, ha messo la parola fine ad una caccia durata più di trecentocinquanta anni, e indubbiamente ha scritto il suo nome nel grande libro della storia della matematica. Una delle cose che si è più spesso raccontata tra gli addetti ai lavori è la strana nemesi che sembrava averlo accompagnato: nato nel 1953, aveva ancora quarant'anni nel 1993, quando sembrava aver raggiunto il traguardo della dimostrazione dell'UTF; il ritardo causato dalla presenza dell'errore ha richiesto un ulteriore anno di lavoro, fino alla risoluzione del settembre 1994 e alla successiva ufficializzazione con la pubblicazione nel 1995. Sembra tutto sommato un ritardo risibile, rispetto ai quasi quattro secoli di purgatorio, ma per Wiles è un ritardo che ha un'importanza cruciale: la Medaglia Fields, il riconoscimento più alto per un matematico, non può essere assegnata a studiosi che abbiano superato i quarant'anni.

[14] … e che noi abbiamo riportato in maniera non troppo esplicita, sperando che qualche lettore si confondesse abbastanza da pensare che si stesse parlando di una lunga partita a un tavolo di gioco. Dubitiamo fortemente d'esserci riusciti.

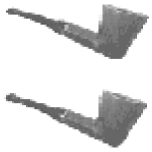
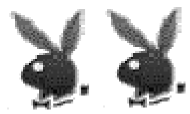
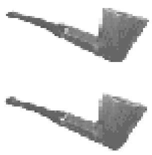
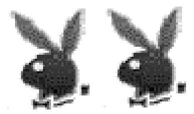
9. *Il Premio Abel (assegno escluso)*

Nel 2002, il governo norvegese ha istituito un altro grande premio matematico, in occasione del duecentesimo anniversario della nascita di Niels Henrik Abel: un premio assai prestigioso, che al contrario della Medaglia Fields non ha limiti di età, anzi: solitamente tende a premiare l'intera carriera di un matematico, e i suoi "laureati" sono in genere tutt'altro che ragazzini[15]. Si tratta dell'*Abelprisen*, il "Premio Abel", che forse non è ancora celebre quanto la Medaglia Fields, ma in compenso è comprensivo di un assegno davvero sostanzioso in corone norvegesi.

In quest'Aprile 2016, il Premio Abel è andato ad Andrew John Wiles. Se il vecchio Pierre de Fermat aveva davvero avuto intenzione di giocare, con la sua innocente nota a margine dell'Aritmetica di Diofanto, non si può negare che Wiles abbia deciso di accettare la partita, e di essersi alzato dal tavolo con una gran bella vincita.

[15] E, a conferma del fatto che neppure RM è ormai più una ragazzina, possiamo con compunzione affermare che quando il Premio Abel venne istituito noi c'eravamo già, e lo celebrammo a modo nostro, dedicando il compleanno ad Abel ("*Rue St.Marguerite N° 41*") in RM055, Agosto 2003, pochissimo tempo dopo l'attribuzione del primo Premio Abel a quel Jean-Pierre Serre che, come si è visto, ha anch'egli dato il suo contributo alla dimostrazione dell'UTF.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	Alice Riddle	Piotr R. Silverbrahms
Probabilmente, un giardino bonsai			
Prima o poi, ce la faremo!			

2.1 Probabilmente, un giardino bonsai

Sappiamo, da fonti *fide digna* (se non si fa il plurale con l'inglese, io non lo faccio neanche con il latino, chiaro?) che due domande vi perseguitano da tempo e permeano di incubi le vostre notti insonni; con colpevole ritardo, ci premuriamo di alleviare le vostre pene.

Chinotto e Giuseppi hanno superato brillantemente l'inverno: il primo grazie alle amorevoli cure di Doc, i secondi grazie al fatto di essere stati bellamente ignorati per tutto l'inverno da Rudy, che notoriamente ha il Pollice Verde dell'Agente Arancio; questi ultimi due, ormai, svettano imponenti e maestosi sopravanzando di due interi centimetri le primule del vaso di fianco (beh, dai, è un vaso piuttosto alto...).

Rudy e Doc non hanno ancora ripreso a tirare con l'arco; quindi, potete aggirarvi tranquillamente per il Canavese senza tema di essere colpiti dagli strali dei *Random Companion of Sherwood* (nel senso che il loro tiro continua ad essere piuttosto randomico). Quindi, non è nel vano tentativo di infilzare un povero paglione indifeso che questo numero esce in ritardo: abbiamo avuto un po' di impegni (alcuni imprevisti altri prevedibili, ma "Procrastinazione" è il nostro secondo, terzo e quarto nome) ma, se state leggendo queste righe, vuol dire che ce l'abbiamo fatta[16].

Una cosa della quale invece probabilmente non vi importa nulla è il fatto che Rudy sta (per l'ennesima volta) mettendo ordine nel *Math Manor*, e gli è capitato sott'occhio un vecchio problema: "Se rompo a caso in due punti un bastoncino, quante sono le probabilità che con i tre pezzi riesca a costruire un triangolo?". Il problema è piuttosto famoso (ed è, probabilmente, uno dei meno amati da Treccia) perché potete fare abbastanza le pulci su quel "rompo a caso in due punti": prima rompo in un punto a caso, poi prendo un bastoncino a caso e lo rompo di nuovo a caso, o scelgo due punti a caso sul bastoncino intero e poi rompo in quei punti? Logicamente, le risposte sono diverse nei due casi.

Comunque, non è questo il problema: quello che è venuto in mente a Rudy gli somiglia, ma non "tira a fregare".

Supponiamo che, sul nostro campo di tiro, in zona sufficientemente riparata (praticamente sotto lo scudo di Capitan America, o davanti al paglione), vengano posti a dimora Chinotti & Giuseppi (visto, che c'entravano?), ai vertici di un triangolo equilatero.

[16] Se volete avere una vaga idea, sappiate che Rudy sta scrivendo queste righe il *due aprile*.

Scegliamo quindi tre punti *a caso* (distribuzione uniforme! Dai, non sto barando), uno per ogni lato del triangolo testé definito, e tracciamo (con violette, margherite nane e mammole) il triangolo avente come vertici questi tre punti (che è un triangolo di sicuro, contrariamente al caso precedente); la domanda è: ma il ciuffo di insalata dei prati (noto anche come *tarassaco*, fuori dal Piemonte) che svetta rigoglioso nel centro del triangolo di Chinotti e Giuseppi, con che probabilità è all'interno del triangolo "casuale" che abbiamo costruito?

Questa volta, sbrigatevi a risolverlo, per due motivi: tanto per cominciare, speriamo di ridurre il ritardo del prossimo numero, quindi avete meno di un mese; infine, potreste perdere il centro del triangolo, visto che Rudy è ghiottissimo di insalata dei prati, e siamo ormai a fine stagione[17].

2.2 Prima o poi, ce la faremo!

Nel senso che esiste una categoria di problemi dei quali riusciamo regolarmente a sballare l'enunciazione; il mese scorso abbiamo provato a metterne uno in bella prosa, e potete ammirare i risultati nella parte "Soluzioni & Note"; testardamente, ci riproviamo. Ma prima, la grande notizia: per una volta, abbiamo il problema *in tempo*!

Il "Club dell'Anno" è un club in lenta ma continua crescita: infatti, quest'anno ha raggiunto la rispettabile cifra di 2016 associati, e questi si aspettano di arruolare un nuovo membro con una semplice e toccante cerimonia alla mezzanotte del 31 dicembre.

In un consesso così ampio, non potete pretendere che tutti conoscano tutti (qui, intendiamo "conoscersi" in una forma un po' più ampia rispetto al trovarsi su feisbuc); per uno strano scherzo del caso, se due soci del club si conoscono tra i loro, allora ciascuno di loro ha lo stesso numero di conoscenze nel club (e viceversa); se, invece, due soci non si conoscono, allora il numero delle loro conoscenze è necessariamente distinto (e viceversa).

Nelle vesti del segretario del club, vi si chiede di dimostrare che:

1. Esiste un membro che ne conosce altri 62.
2. L'anno prossimo, esisterà un membro che conoscerà altri 63 soci.

"...e che cosa c'è di complicato?" Beh, tanto per dirne una, in prima stesura mi ero dimenticato le due parentesi con dentro scritto "e viceversa"... Che guaio sarebbe stato? Toh, un'espansione! Oh, attenti che di questa come al solito non abbiamo soluzione (del problema "giusto" sì, tranquilli. Qualunque sia il "problema giusto").

3. Bungee Jumpers

Dimostrate che se:

$$\exists n \in \mathbb{N}^+ : \quad \frac{\sigma(n)}{n} = \frac{5}{3},$$

allora $5n$ è un numero perfetto dispari.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Era Una Notte Buia e Tempestosa

Se non sbagliamo – e su cose come queste siamo ragionevolmente sicuri di non sbagliare – l'ultima volta che questa saltuaria rubrica di recensioni ha visto la luce è stata in RM195. Correva l'Aprile 2015, e visto che questo numero corre parimenti d'Aprile, è facile deduzione che sia passato ben un anno. Deduzione altrettanto facile, ma invero erronea, sarebbe quella di pensare che questa nostra EuNBeT sia diventata a cadenza annuale; ma non è così.

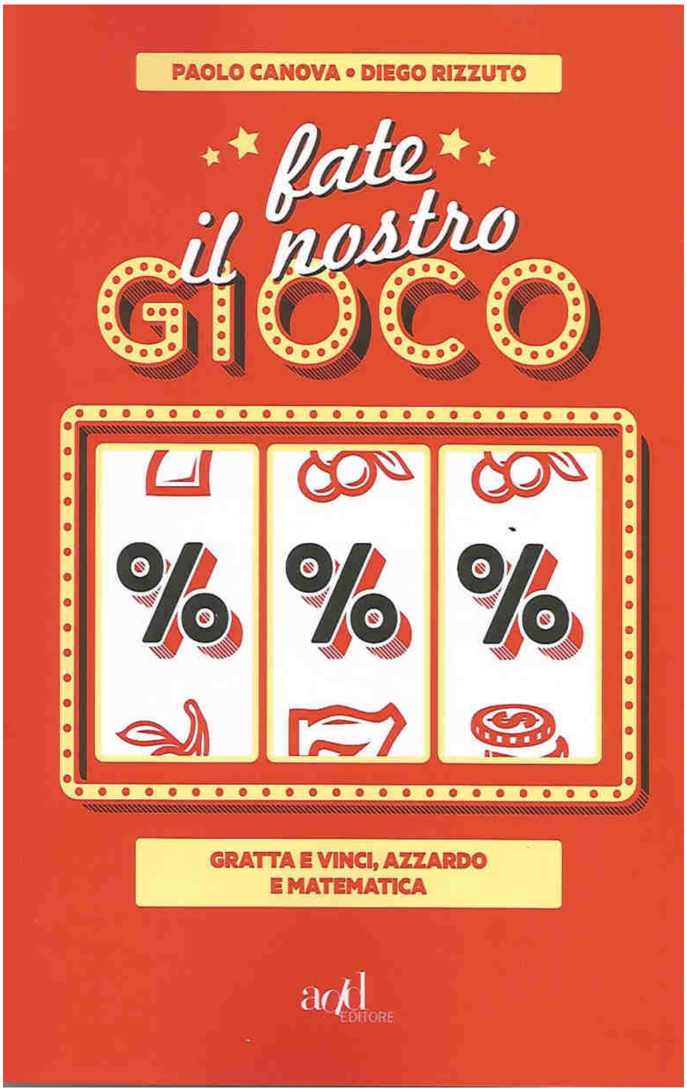
Valgono le solite regole, e più volte ricordate: recensiamo solo libri che hanno a che fare con amici di RM, e nel recensirli saremo spudoratamente di parte. Siccome gli amici di

[17] Quando fa il fiore, diventa immangiabile.

RM sono tutti presi da fregola scrittoria, siamo costantemente in imbarazzo perché ormai hanno visto la luce decine di libri importanti, da questo punto di vista, e non abbiamo neppure uno straccio di scuse per impetrare pietà a coloro che, colpevolmente, abbiamo dimenticato/evitato/perso l'occasione di recensire.

Quasi per chiedere scusa a tutti, stavolta faremo una recensione doppia, nel senso che parleremo due volte dello stesso libro: se pensate che ciò sia proporzionale al numero di copie omaggio che abbiamo ricevuto, beh, avete ragione. Se pensate anche che gli autori ci stiano particolarmente simpatici, beh, avete ragione anche in questo.

4.1 Fate il nostro gioco (*RdA*)



Siccome quando serviranno ormai sarà tardi, prima del libro procuratevi *due* segnalibri.

Quanto sopra statuito parte da due assunti:

1. Che non leggiate il libro tutto d'un fiato.
2. Che non facciate le "orecchie" ai libri.

Sorvoliamo sul secondo punto, visto che tra i nostri lettori ci sono spiriti sensibili che non vorremmo turbare con l'ostentazione della nostra profonda conoscenza del turpiloquio nei confronti dei limofolioflessori[18]; per quanto riguarda il primo punto, qualsiasi possa essere la vostra conoscenza nel campo, vi perdereste di sicuro dei pezzi.

"Fate il nostro gioco", di Paolo Canova e Diego Rizzuto, consta della bellezza di 254 pagine, delle quali 221 di testo "effettivo" (tolti indici, introduzioni, ringraziamenti et similia) e 20 di note; le note sono (includendo la "nota zero": e già nelle prime pagine i Nostri ci spiegano che i guai nascono proprio dal non contare lo zero) 60, quindi avete:

- Una nota ogni 3,68 pagine
- Una lunghezza media di nota di 0,3 pagine

E, visto che sono piuttosto rari i casi in cui le note rimandano ad un link o a un libro, ma si tratta più che altro di approfondimenti e svolgimento di calcoli, non solo non vanno ignorate ma vanno affrontate con la dovuta calma, mettendo un segnalibro nel punto dove eravate arrivati del testo effettivo e, eventualmente, prendendo alcuni appunti. E siccome

[18] Qualcuno dia una voce alla Crusca, che c'è del lavoro da fare.

libri del genere non stanno mai aperti alla pagina quando togliete tutte e due le mani, il secondo segnalibro è una necessità.

In tempi non sospetti, una delle frasi preferite dello scrivente è sempre stata "Rudy non gioca *mai* d'azzardo"; consideravamo la cosa un punto di originalità nel nostro parlare, ma il libro di Paolo e Diego ci ha riportato a una più sana visione della realtà: non solo i gestori dei vari giochi qui esaminati non giocano d'azzardo, ma neppure i giocatori lo fanno. Nelle immortali parole di Martin Gardner, "Cambiare i propri soldi in monetine e ascoltarne il suono mentre le si butta una per una nel fiume è un metodo indubbiamente più gratificante di passare il tempo".

Con la certezza di utilizzare il termine sbagliato, vorremmo dire che abbiamo apprezzato il punto di vista "soggettivo" del libro; per chiarire il concetto, partiamo da una facile battuta.

La parola "probabilità" compare talmente poche volte che sicuramente gli Autori hanno scritto il libro pensando ad Alice.

Quante volte vi è capitato di spiegare a qualcuno, in un profluvio di lavagne sature di fattoriali, quanto sia inutile giocare al "Gratta & Vinci", ricevendo in risposta l'affermazione "Ma mio cuggino due mesi fa ha vinto cinque euri!" (sgrammaticature non necessariamente ma solitamente incluse)?

Bene, "Fate il nostro gioco" riesce a demolire agilmente obiezioni di questo genere[19], dividendo la famiglia dei giochi nelle categorie "Il passato non influenza il futuro" (cui viene giustamente dedicata buona parte del libro) e "Il passato influenza il futuro", e analizzando i giochi in ognuna delle due categorie in modo attento e, per quanto riguarda il risultato, completo.

Siccome a parlare solo bene di un libro non si chiama "recensione" ma "incensione"[20], passiamo a cosa ci pare manchi, quantomeno dal punto di vista di persone ragionevolmente ferrate in matematica. Tranquilli, ce la caviamo con poco.

Paolo e Diego si sono trasformati in questi anni in due palline da flipper completamente impazzite e non hanno fatto altro che tenere conferenze e dimostrazioni in giro per l'Italia che, come contenuti, rappresentano una visione di primo livello del libro, e di questo siamo loro grati; il libro rappresenta un approfondimento dematematizzato, come direbbe Doc, in grado di interessare all'argomento il partecipante più o meno casuale ad una delle conferenze del Dinamico Duo. Ma i metodi dei "giochi" evolvono di continuo e, pur augurando a Paolo e Diego tante edizioni di grande successo continuamente aggiornate, la cosa ci ricorda la Corsa della Regina Rossa, in questi termini.

Egoisticamente, avremmo apprezzato altre cento-centocinquanta pagine che andassero maggiormente nel dettaglio matematico del problema, fornendo materiale matematico per l'analisi dei vari tipi di gioco. Siamo consci del fatto che fare una cosa del genere avrebbe tolto un paio di ordini di grandezza al numero di copie vendute (e richiesto tempi suppergiù geologici), e quindi abbiamo iniziato questo periodo con un ben preciso avverbio.

Parlato del libro, resta da parlare degli autori, ma della cosa è meglio se ne occupi Doc. Voi cosa pensereste, di una persona in grado di iniziare una telefonata con la frase "Pronto, è la Guardia di Finanza? Ci prestate qualche roulette sequestrata, che vorremmo aprire una bisca[21]?" o una conferenza con "Il 13 marzo[22] non è successo nulla di importante...".

Sulla telefonata non garantisco, ma alla conferenza c'ero. Quindi, meglio se di loro ne parla qualcun altro.

---

[19] Anche se la battuta alla fine della sezione dedicata a Roy C. Sullivan ci pare un filino pesante... Opinione personale, chiaramente: i precedenti non li aveva decisi lui, *poer nano*!

[20] ...vi ha risposto, la Crusca? No, perché ce ne sarebbe un'altra...

[21] "...finta". Ma non esistono prove abbiano aggiunto questa parola.

[22] A beneficio dei lettori distratti e soprattutto di Diego e Paolo: indovinate quando cade il compleanno di Rudy…

4.2 Fate il nostro gioco (*AR*)

Ovvero intermezzo. Come potete immaginare dal ritardo del numero, questo mese mi devo sbrigare, e visto che il libro è arrivato dalle mie parti un po' in ritardo, vi risparmio la terza versione delle lodi. Ma sappiatelo, il libro recensito contiene la parola probabilità solo in forma comprensibile. E se lo dico io potete fidarvi.

4.3 Fate il nostro gioco (*PRS*)

«1729»

La foto la mettiamo subito in bella vista, a scanso equivoci. Così, se qualcuno dovesse poi ipotizzare che la recensione a "*Fate il nostro gioco*" è spudoratamente positiva solo perché i redattori di Rudi Mathematici sono ammanicati cogli autori del libro, gli risparmiamo la fatica di fare ricerche in rete. E un po' anche perché la foto in questione è oggettivamente un documento storico prezioso. Non son poi tanti i gruppi di persone in Italia che si interessano di gioco e di matematica: e per di più, sono gruppi che appaiono raramente al completo. Lo sanno bene gli eroici spettatori delle (rare) conferenze di RM, che vengono quasi sempre con la speranza di vedere dal vivo la misteriosa Alice Riddle, e rimangono inevitabilmente delusi. Lo sanno altrettanto bene i fortunati spettatori delle (numerosissime) conferenze dei ciclo "*Fate il nostro gioco*"[23], che si ritrovano sul palco sempre solo quei caciaroni di Diego e Paolo, anche se i più accorti hanno capito che dietro ai due c'è una ancora più misteriosa anima governatrice, quella di Sara. Se è così difficile vedere anche uno solo dei due gruppi al completo, quanto sarà improbabile vederli riuniti tutti e sei? Più o meno come fare Sei (appunto) al Superenalotto: cosa che, nel caso non abbiate letto il libro, potreste non sapere che è molto, molto meno probabile di essere colpiti da un meteorite. Eppure, vista la foto? Eccoli tutti lì, ben mescolati, Alice-Paolo-Rudy-Piotr-Diego-Sara, e poi ditemi se dopo avere la prova provata della possibilità dell'impossibile, non vi viene subito la voglia di vendere casa e investire il malloppo in Gratta&Vinci.

10. *tre per due sei*

In realtà, le frequentazioni tra i due gruppi sono così rare da non lasciare soddisfatti il gruppo con l'età media più alta (mentre probabilmente la cosa rincuora quello mediamente più giovane…), ma certo è che si potrebbe facilmente giocare a rimarcare identità e differenze evolutive: identità della città di riferimento (Torino), della composizione numerica e di genere dei gruppi (FMM), della citata convergenza di temi di interesse specifico (Gioco e Matematica), e potremmo continuare per un bel po'. Se non andiamo a fondo, è perché dobbiamo confessare che sono soprattutto le differenze a farci impallidire: i giovani hanno più coraggio, perché del loro impegno hanno estratto una professione, mica come noi che continuiamo imperterriti a fare i dilettanti; perché hanno coniugato matematica e gioco nella maniera più etica possibile, ovvero mostrando il "lato oscuro" del gioco, quello d'azzardo, e si sono armati di matematica per denunciarne i pericoli; mentre per noi matematica e gioco si coniugano solo al fine di generare un po' di

[23] Come? Pensavate che "Fate il nostro gioco" fosse solo un libro? Ah, quanto vi sbagliate…

divertimento; e soprattutto perché noi, consci dei nostri limiti, evitiamo come la peste le richieste di dedicarci all'educazione dei giovani virgulti, mentre loro hanno fatto dell'educazione, dell'informazione cautelativa verso i giovani il nerbo della loro attività.

Insomma, ci stracciano. A dire il vero, non ci eravamo ancora resi ben conto, prima di quest'elenco, di quanto ci straccino: non vi pare che esagerino? Un po', vero? Di conseguenza, dovremo trovare rapidamente la maniera di vendicarci, per esempio stroncando il loro libro: e cominceremo subito.

È scritto male. La copertina è brutta. La carta è scadente, a volte puzza perfino. Il numero di pagine è una potenza di due[24], noto segno di maleducazione. Ci sono troppe virgole. Mancano almeno tre punti e virgola. Il font prescelto è volgare. La casa editrice ha il nome di un'operazione matematica, evidentemente con intenti terroristici o quantomeno subliminali. Pesa troppo. Non si sa dove metterlo in libreria. Ma tanto in libreria non ce lo mettiamo, quindi quest'ultima cosa ci può pure stare bene.

Ecco fatto.

D'accordo, proviamo a tornar seri almeno un po'. Ma recensire il libro è davvero difficile, perché bisognerebbe quantomeno ricordare davvero che è il frutto di un progetto omonimo di informazione contro il rischio del gioco d'azzardo che Diego e Paolo portano avanti da anni nelle scuole superiori della Repubblica: che la loro forza sta nel trasformare le conferenze in informazione precisa e documentata, ma coniugata in maniera intelligente e divertente, e gli studenti escono dalle aule magne con la faccia sorridente e la testa più informata. E bisognerebbe quantomeno accennare che Diego Paolo e Sara hanno preso la cosa tanto sul serio da fondare "Taxi1729"[25], la prima società di consulenza e informazione matematica di cui noi siamo a conoscenza, soprattutto per portare avanti questo progetto che adesso è anche un libro. *[E infine, bisognerebbe quantomeno sapere cosa abbia scritto Rudy nella recensione che precede questa, se non altro per evitare di far morire di noia il povero lettore, che magari si ritrova a rileggere cose già sentite appena alla pagina precedente – NdPRS].*

Solo dopo queste premesse si può tentare davvero di trasmettere un'immagine del contenuto del libro, e mettere in guardia il lettore: perché se è vero che il lettore medio di RM è già sufficientemente edotto dei rischi nascosti nel gioco d'azzardo e nelle mille forme di lotterie, questo non basta a classificare il libro come "già noto". Perché certo, Diego e Paolo devono necessariamente ricordare, in un libro che è diretto a tutti, quali siano le basi matematiche che servono a capire perché, a lungo andare, non esiste alcun gioco d'azzardo che sia conveniente giocare; ma lo fanno in maniera completa e diretta, e con un linguaggio che, diretto a non matematici, può tornare estremamente utile anche ai matematici.

È istruttivo anche per il lettore già edotto trovare definizioni apparentemente poco matematiche, ma estremamente efficaci dal punto di vista educativo, come la definizione di "praticamente impossibile" per probabilità inferiori a uno su un milione; è una sfida anche per chi sa calcolare una probabilità condizionata provare a mettere nel giusto ordine una decina di eventi a bassa probabilità di avvenimento; è estremamente divertente – e questo lo è per i matematici forse ancor più che per coloro che matematici non sono – scoprire come sia stato effettivamente possibile, in rarissimi casi, trovare una debolezza nei sistemi di gioco d'azzardo e trarne vantaggio; anche se il più bello di questi aneddoti riguarda un matematico canadese che ha trovato un difetto in una locale lotteria istantanea, insomma un Gratta&Vinci, e ha preferito informarne il governo piuttosto che approfittarne. Per convincere le autorità, ha messo in una busta chiusa una decina di

[24] I lettori più attenti avranno notato che Rudy e Piotr non sono d'accordo neppure nel conteggio delle pagine. Come diamine ha fatto questa rivista a sopravvivere per 17 anni?

[25] Non staremo a ricordare la genialità del nome, che è una palese citazione, invitando quei lettori che non sono ancora a conoscenza del celebre aneddoto che coinvolge due grandi matematici e un tassì con numero di matricola 1729 ad una rapida e piacevole ricerca. Ci limitiamo a far notare che abbiamo messo "1729" in testa a quest'articolo a mo' di citazione perché i due loschi figuri sappiano che ci siamo accorti benissimo che hanno contrabbandato quel numero all'interno del libro, in una sorta di auto-citazione non esplicita.

tagliandi, ancora intonsi, dichiarandoli "vincenti", e in un'altra una decina di tagliandi "perdenti": ha messo tutto in una busta più grande e ha aspettato una telefonata, che è puntualmente arrivata. Senza esagerare con gli spoiler, diremo solo che la domanda che a tutti viene spontanea, "perché non ne ha approfittato, invece di denunciare il difetto?" ha una risposta molto gratificante dal punto di vista matematico, e abbastanza deprimente dal punto di vista italiano.

Ma non è un libro di aneddoti, è un libro utile. Un libro pensato per informare tutti, soprattutto i giovani, di quanto sia stupido giocare intensivamente ed estensivamente, in attesa del colpo risolutore. Un libro che usa la matematica, ma che non scorda la psicologia, che è l'elemento chiave per capire i meccanismi del gioco compulsivo.

Per chi li ha visti all'opera, poi, è anche un libro che sotto sotto è un diario, una summa ragionata di tutti gli artifici, i meccanismi, le sceneggiature inventate per trasmettere al meglio il messaggio che Diego e Paolo vogliono far arrivare. E non è una dote da poco.

Titolo	Fate il nostro gioco
Sottotitolo	Gratta e Vinci, Azzardo e Matematica
Autori	Paolo Canova – Diego Rizzuto
Editore	ADD Editore
Data Pubblicazione	Marzo 2016
Prezzo	14 Euro
ISBN	**9788867831128**
Pagine	256

5. Soluzioni e Note

Aprile.

In ritardo come al solito, o più del solito, ma sperando di riuscire a fare un numero monografico (beh, più o meno, a parte questa parte che non possiamo veramente controllare noi, grazie al cielo…), ci lanciamo in uno storico numero pieno di contributi esterni. Speriamo che vi piaccia e proviamo a lasciarvi più spazio possibile.

Cominciamo con la sfida al BJ di RM205, che già il mese scorso era stata raccolta da ***Valter***, che ha ancora mandato un'aggiunta:

> Mi rendo conto di essere stato sintetico e un po' confuso nell'esposizione. È che non ne ero molto convinto nemmeno io. Provo a dettagliare leggermente di più (sempre con i miei dubbi di sbagliare qualche passaggio). Scusatemi se "storpio" qualche termine ma sono un autodidatta.
>
> Se unisco i 4 punti mediani dei lati con segmenti attengo un parallelogramma (i segmenti sono paralleli a 2 a 2 con le diagonali del quadrilatero e quindi paralleli fra loro).
>
> Le diagonali del parallelogramma sono i segmenti centrali che dividono la figura nei 4 quadrilateri.
>
> I 4 triangoli formati dalle diagonali del parallelogramma sono uguali.
>
> Resta da dimostrare che la somma delle aree delle coppie di triangoli agli angoli opposti coincida.
>
> Riguardo a tali triangoli si nota che:
>
> - i triangoli ai vertici opposti del quadrilatero hanno il lato sul parallelogramma uguale

- gli angoli su tali lati coincidono con quelli formati dalle diagonali del quadrilatero (sono paralleli alle 2 diagonali ed insistono sugli stessi segmenti cioè i lati del quadrilatero).

Unendo i triangoli opposti sul lato uguale si hanno quadrilateri simili a quello di partenza (mi pare si possa dimostrare lavorando sugli angoli e sulla lunghezza dimezzata dei lati). I due quadrilateri hanno quindi uguale area che risulta essere 1/4 di quella di partenza.

Con traslazioni e riflessioni su tali triangoli mi pare si riesca a piastrellare il parallelogramma (l'area del parallelogramma è 1/2 di quella del quadrilatero).

Provo a dire cosa mi sono immaginato riguardo a: "i 2 quadrilateri con area rispettivamente minore e maggiore si trovano in angoli opposti della figura"

- tralascio i quadrilateri che hanno almeno 2 lati opposti paralleli (dalla formula dell'area dei trapezoidi mi pare di possa dedurre che hanno aree a 2 a 2 uguali; per i quadrati e i rombi le 4 aree coincidono essendo i lati paralleli e uguali)

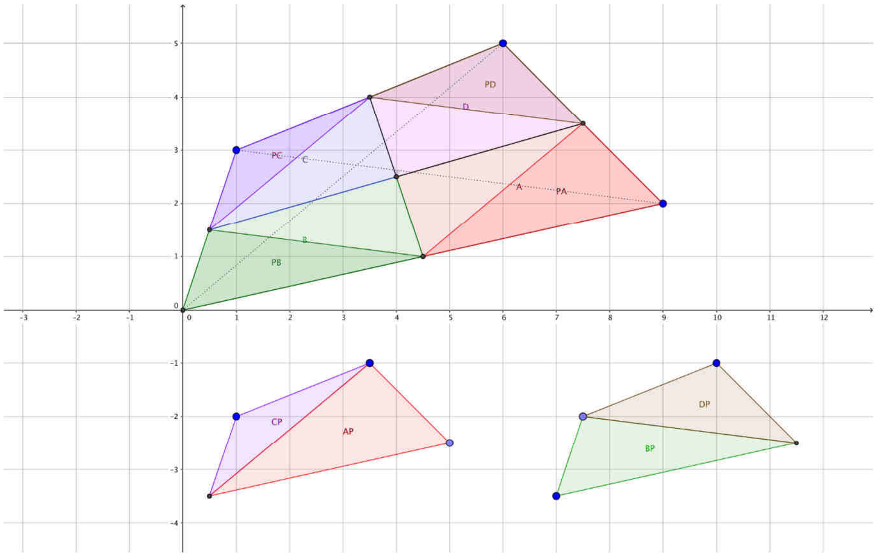
- quindi per le coppie di lati opposti c'è una direzione in cui la figura "va a stringersi" (e un'immagine mentale che mi faccio partendo dal fatto che tali lati non sono paralleli)

- c'è quindi un vertice in cui arrivano i 2 "restringimenti" e quello opposto da cui partono

- mi pare si possa dedurre che i 2 quadrilateri su tali vertici non hanno area uguale (tutti i lati di uno dei due sono maggiori dei rispettivi lati dell'altro)

- se uno degli altri 2 triangoli è il più piccolo dei 4 l'altro deve essere il più grande (dovendo corrispondere la somma delle aree delle coppie di triangoli opposti).

Allego un disegno fatto con geogebra che chiarisce meglio della mia farraginosa esposizione (in attesa delle critiche e confutazioni costruttive che arriveranno).



Critiche costruttive, arrivate!

Nel frattempo noi andiamo avanti.

5.1 [Calendario 2008]

Ancora una soluzione ad un calendario da parte di ***Sawdust***, ormai superiore ai miei superlativi.

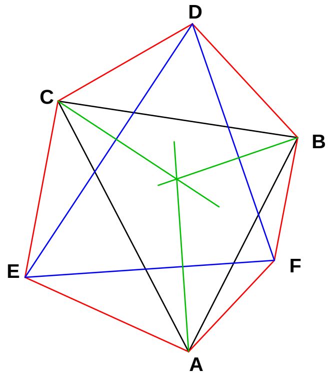
5.1.1 Febbraio 2008 – USAMO 1997 – Problema 2

I testo del problema, per prima cosa:

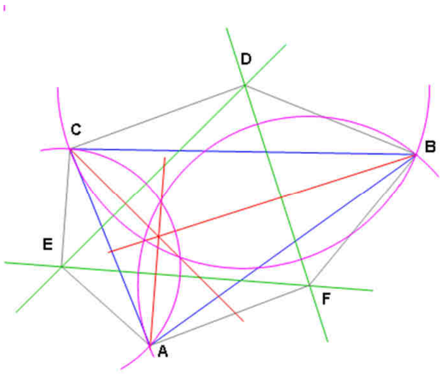
Sia ABC un triangolo; siano tracciati i triangoli isosceli BCD, CAE ed ABF esterni ad ABC, aventi BC, CA e AB come basi. Provate che le linee passanti per A, B e C perpendicolari rispettivamente alle linee EF, FD e DE sono concorrenti..

E la sua soluzione:

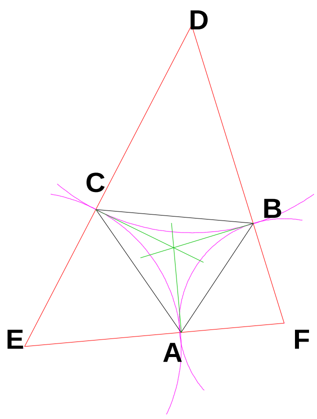
Il problema presenta la situazione raffigurata qui a fianco.



Essendo i 3 triangoli esterni ABF, BCD e CAE isosceli possiamo considerare per ognuno una circonferenza col centro nel vertice (rispettivamente D, E ed F) e passante per i 2 estremi della base, come rappresentato qui di seguito.



Nel caso in cui i triangoli isosceli siano tracciati in modo tale che i punti A, B e C si trovino sui segmenti EF, FD e DE le 3 circonferenze di cui sopra diventano tangenti tra loro a coppie come qui sotto.

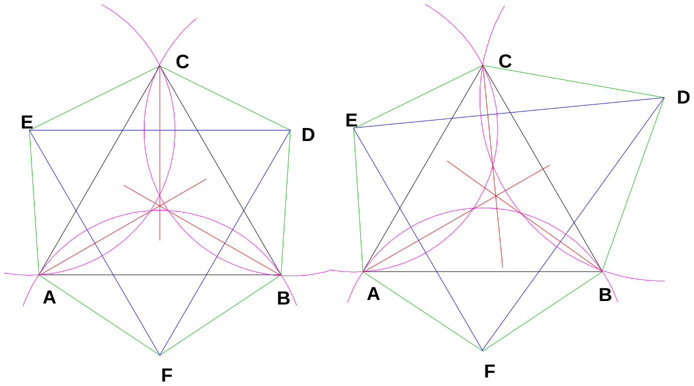


Dai disegni si vede che così come sono concorrenti le tangenti comuni di 3 circonferenze tangenti tra loro, sono concorrenti anche le rette passanti per i punti di intersezione di 3 circonferenze secanti.

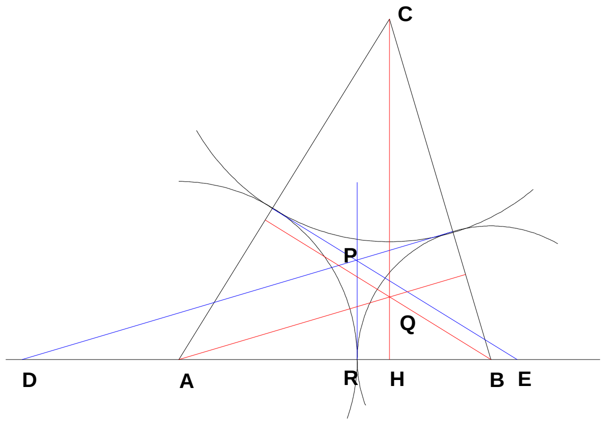
A questo punto può diventare interessante cercare di trovare il perché.

Nel caso in cui ABC è un triangolo equilatero e i tre triangoli esterni hanno tutti la stessa altezza, ovviamente le rette richieste si incontrano nel "Multicentrum"[26] di ABC, ma basta già solo variare l'altezza di uno dei tre triangoli isosceli per spostare il punto di convergenza.

[26] Non voglio fare pubblicità, ma un punto che è: Incentro, Circocentro, Ortocentro, Baricentro e magari anche qualcos'altro, come posso chiamarlo?



Però, se lasciamo un attimo da parte il problema e ci limitiamo al caso delle 3 circonferenze tangenti (o secanti, che come abbiamo visto non fanno differenza), troviamo questa situazione.



Le linee blu sono le tangenti comuni alle circonferenze, mentre le rosse sono le 3 altezze del triangolo che ha per vertici i centri delle cfr.

È evidente che i triangoli DPR e EPR sono simili ai triangoli AQH e BQH, per cui così come le altezze concorrono nell'ortocentro Q, anche le tangenti concorrono in P.

Un regalo di Buona Pasqua per noi tutti, ma un po' in ritardo per voi… non certo per colpa dell'autore. Ma queste belle soluzioni geometriche sono regali per tutte le occasioni.

5.2 [206]

5.2.1 Noioso come un prof...

Spero che siate pronti per una gita veloce qui. Vediamo di che cosa si trattava:

> *Supponiamo un gruppo di duemilasedici persone, che hanno sei argomenti di conversazione predefiniti: tutte le conversazioni a due sono prestabilite e sono possibili. È possibile trovare tre persone mutuamente interessate allo stesso argomento? Qual è la dimensione minima del gruppo per cui questo è possibile? O meglio, qual è il gruppo minimo per il quale esiste almeno un ménage a trois sullo stesso argomento?*

Beh, in tanti hanno sentito "puzza di Ramsey", come dice il Capo. Il primo a scriverci è stato ***Adam***:

> È un problema della teoria di Ramsey, no? Vuoi sapere il minimo n tale che un edge-colouring di K_n con 6 colori abbia necessariamente un triangolo monocromatico. R(3,3,3,3,3,3), eh?

Eh? Sì. Con problemi del genere può facilmente succedere che vengano incubi terribili. Prendete il nostro ***Alberto R.***:

> In altre parole. Con 6 colori si devono colorare i lati di un grafo completo di N vertici, evitando qualunque triangolo monocromatico. Qual è l' N minimo a partire dal quale ciò diventa impossibile?
>
> Non riuscendo a dare una risposta, dopo aver oscurato la stanza, acceso sei candele e coperto il mio tavolo a tre gambe con un drappo nero, ho evocato lo spirito di Ramsey chiedendo il suo aiuto. È comparso e mi ha risposto che sì, lui gli RM li legge e li risolve quasi tutti (si è anche complimentato con voi) ma, su questo problema, non era in grado di aiutarmi. Vi consiglia, però, di correggere la pagella aggiungendo una decine di pipe, birre e conigliette.
>
> Sarà vero quanto mi ha detto il fantasma? Non lo garantisco: relata refero.

Ecco, sospettiamo un'indigestione, il fantasma di Ramsey è l'unico che appare praticamente solo al Capo, che non mangia quasi mai, e quando lo fa allucina un pochetto. Però la situazione peggiora a vista d'occhio, leggete che cosa ci scrive ***Valter***:

> Questo volta temo di non aver capito neanche la domanda. Tanto per partecipare ci provo lo stesso: "qual è il gruppo minimo per il quale esiste almeno un ménage a trois sullo stesso argomento?"
>
> Chiamo A,B,C,D,E le persone del gruppo e numero da 1 a 6 gli argomenti.
>
> Con 4 di loro mi pare si esaurisca la possibilità di non avere un "ménage a trois". L'unica combinazione che permette con 4 di loro di non averlo mi pare sia:
>
> A 1,2,4
>
> B 2,3,5
>
> C 1,3,6
>
> D 4,5,6
>
> Le combinazioni di coppie di persone/argomento sono: AB/2, AC/1, AD/4, BC/3, BD/5, CD/6 (l'unico modo per non avere 3 persone con lo stesso argomento è che ognuna delle 6 coppie abbia un argomento, dei 6 previsti, diverso).
>
> Aggiungendo la quinta persona E deve esistere "almeno un ménage a trois".
>
> Il gruppo cercato dovrebbe essere di 5 persone (ma ripeto: forse non ho capito neanche la domanda).
>
> "Aiutino": che siano i NOSTRI più Gaetanagnesi, ma allora chi sarebbe la "persona ben precisa" che si deve assentare? Non sono proprio una volpe nel capire i giochi parole e cose simili e posso aver frainteso completamente anche l' "Aiutino".

Non si preoccupi ***Valter***, gli aiutini del Capo di solito sono fatti apposta per confondere le acque… Del resto tutte le risposte su questo problema terminano con un punto interrogativo, anche quella di ***NickBe***:

> In 'noioso come un prof', se capisco bene, chiedete di determinare il più piccolo insieme di persone tale per cui sicuramente si trovino tre persone che hanno lo stesso argomento di discussione tra loro. I possibili argomenti di discussione sono sei. Allora, considerando il grafo (completo) che ha per nodi le persone e per archi colorati gli argomenti di discussione (un colore per ogni argomento), volete sapere qual è il numero di Ramsey multicolore R(3,3,3,3,3,3). Siete sicuri che questo si possa trovare semplicemente ragionando sulla persona da togliere ecc come nel caso di R(3,3) (cioè quello in cui ci sono solo due argomenti di discussione)?

Persona da togliere? Non sarà quello che diceva il Capo? Forse. Per fortuna che adesso arriva ***Franco57***, a risolvere la situazione:

> Il numero minimo di persone per il quale esiste almeno un *ménage a trois* sullo stesso argomento, essendo disponibili solo 6 argomenti, non è altro che il numero di Ramsey R(3,3,3,3,3,3), ma secondo wikipedia[27] nessuno conosce la soluzione: *A multicolour Ramsey number is a Ramsey number using 3 or more colours. There is*

[27] https://en.wikipedia.org/wiki/Ramsey's_theorem#A_multicolour_example:_R.283.2C_3.2C_3.29_.3D_17

only one non-trivial multicolour Ramsey number for which the exact value is known, namely R(3, 3, 3) = 17.

In effetti mi pare che il quesito sia una versione più avanzata di quello già proposto nel numero di settembre 2009 per la rete di collegamenti tra le città della Catalogna e risolto appieno solo dal bravissimo *Cid*[28].

Tutto quello che sono riuscito a fare è dimostrare che con 1958 persone (anno della prima candelina di due RM, nonché del sottoscritto) sicuramente esiste un terzetto che può conversare sullo stesso argomento. Ma non so se il numero può essere abbassato.

Infatti con n argomenti ho calcolato ricorsivamente un numero V_n abbastanza grande da garantire che ci sia sicuramente almeno una possibilità di conversazione a tre: $V_n = 1 + n! \cdot \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$.

Con un solo argomento risulta $V_1 = 3$ che è banalmente vera (un solo argomento e almeno tre persone).

Per calcolare V_n ricorsivamente, scegliamo una persona di riferimento A ed aggiungiamo tante persone da garantire che ce ne siano almeno altre V_{n-1} che parlino con A dello stesso argomento a. Allora o l'argomento a è presente tra almeno una coppia (B,C) nel gruppo delle V_{n-1}, e quindi (A,B,C) parlano di a, oppure a non è presente nel gruppo dei V_{n-1}. Ma in questo caso quel gruppo ha $n-1$ possibili argomenti e per ipotesi induttiva sappiamo che tra loro esiste di una conversazione a tre. Quindi garantiamo sempre che tre persone possano parlare tra loro.

Per garantire che ci siano almeno altre V_{n-1} persone che parlino con A dello stesso argomento basterà, ed è anche necessario, che ci siano almeno altre $1 + n \cdot (V_{n-1} - 1)$ persone (principio della *piccionaia*) e quindi impostiamo V_n proprio a questo valore più uno (A stesso).

La formula è adesso verificabile ricorsivamente:

$$V_n = 2 + n \cdot (V_{n-1} - 1) = 2 + n \cdot \left(1 + (n-1)! \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k!} - 1\right) = 1 + \frac{n!}{n!} + n! \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k!} = 1 + n! \cdot \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$$

Posto $s_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$, usando la nota[29] approssimazione del numero di Nepero $s_n < e < s_n + \frac{1}{n \cdot n!}$, cioè $s_n \cdot n! < e \cdot n! < s_n + \frac{1}{n}$, possiamo scrivere più sinteticamente

$$\boxed{V_n = 1 + \lfloor e \cdot n! \rfloor}$$

[28] http://www.rudimathematici.com/archivio/129.pdf#page=26

[29] $$e - s_n = \frac{1}{(n+1)!} + \frac{1}{(n+2)!} + \frac{1}{(n+3)!} + \cdots = \frac{1}{(n+1)!}\left(1 + \frac{1}{(n+2)} + \frac{1}{(n+2)(n+3)} + \cdots\right) <$$
$$< \frac{1}{(n+1)!}\left(1 + \frac{1}{(n+1)} + \frac{1}{(n+1)^2} + \cdots\right) = \frac{1}{(n+1)!} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{n+1}} = \frac{1}{n \cdot n!}$$

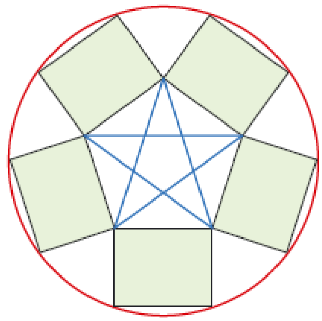
> $V_2 = 6$ risolve il famoso problema di quante persone siano necessarie affinché tra loro sicuramente tre si conoscano oppure siano estranee tra loro. $V_3 = 17 = R(3,3,3)$ corrisponde a quanto su riportato. $V_6 = 1958$ garantisce che su 1958 persone con 6 possibili argomenti ve ne siano almeno tre che possano conversare tra loro, ma non esclude che il limite possa essere ancora più basso!

Che ne dite? Noi dobbiamo andare avanti, ma voi scriveteci per chiarire l'aiutino o anche solo per i consueti e motivati commenti di protesta ai testi dei problemi.

5.2.2 Ostara!

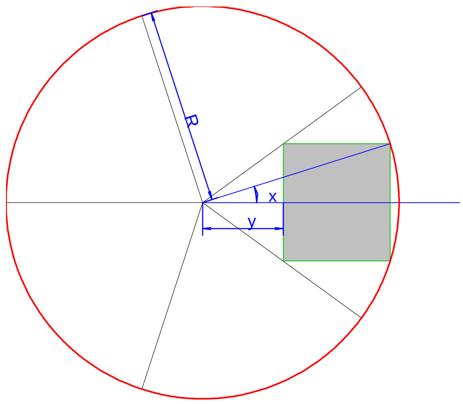
Problema apparentemente bello e facile, ci hanno scritto in tanti... Vediamo di riprendere il testo il più in fretta possibile, facendo riferimento alla figura:

> *Avete il cerchio rosso definito; dovete tracciare il tetragrammaton blu in modo tale che i cinque rettangoli grigi abbiano la massima area possibile.*



Va bene, qui ci si diverte. Problema geometrico significa che cominciamo da ***Sawdust***:

> Ovviamente il problema richiede di massimizzare l'area di un rettangolo compreso all'interno di un angolo al centro di 72°.



> Bisogna vedere per quale angolo x il seno con raggio R è uguale al seno di 36° su un raggio y, e poi il coseno dell'angolo x (con raggio R) meno il coseno di 36° su raggio y.
>
> $$\begin{cases} R\sin x = y\sin 36° \\ A = 2R\sin x \cdot \left(R\cos x - y\cos 36°\right) \end{cases}$$
>
> Posto $R = 1$ si ha che
>
> $$y = \frac{\sin x}{\sin 36°}$$
>
> da qui l'area cercata diventa
>
> $$A = 2\sin x \cdot \left(\cos x - \frac{\sin x}{\sin 36°}\cos 36°\right) = 2\sin x \cdot \left(\cos x - \frac{\sin x}{\tan 36°}\right)$$
>
> e la derivata di questa roba diventa
>
> $$-4\cot(36)\sin x\cos x + 2\cos^2 x - 2\sin^2 x$$
>
> che si azzera per x=18°, ossia quando i lati esterni dei rettangoli sono anche lati di un decagono (o quelli pari o quelli dispari) inscritto nella circonferenza data. Lati

che, manco a farlo apposta, sono uguali alla sezione aurea del raggio della circonferenza, infatti $2\sin 18° = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \Phi$.

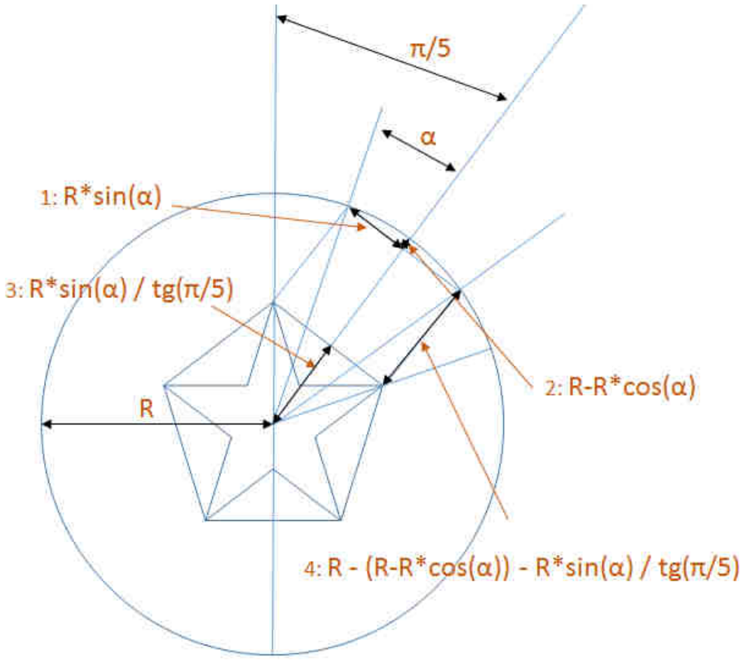
L'altro lato del rettangolo è invece lo sgorbio che segue

$$\frac{\sqrt{2\sqrt{5}+10}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5-\sqrt{5}}}$$

che è pari a circa 0,52573, per un'area barbecuistica di quasi 0,325 in un cerchio di raggio unitario.

Beh, avendo tagliato l'ambientazione viene difficile capire dove sono i cuochi, ma direi che il resto si capisce. Vediamo la versione di ***Andrea***:

Vista la relazione 1 , ne discendono la 2, la 3 e infine la 4.



L'area del rettangolo sarà dunque:

5. $A = (2\cdot R\cdot\sin(\alpha))\cdot(R - (R\text{-}R\cdot\cos(\alpha)) - R\cdot\sin(\alpha) / \mathrm{tg}(\pi/5))$;

Cioè

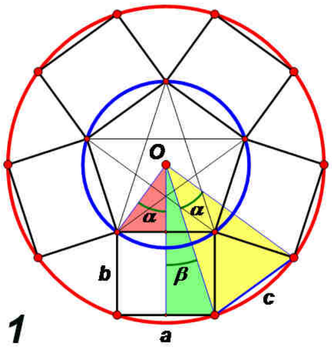
$$A = 2\cdot R^2\cdot(\sin(\alpha)\cdot\cos(\alpha)-\sin^2(\alpha)/\mathrm{tg}(\pi/5));$$

Per trovare il massimo basta annullare la derivata prima, dalla quale si ottiene:

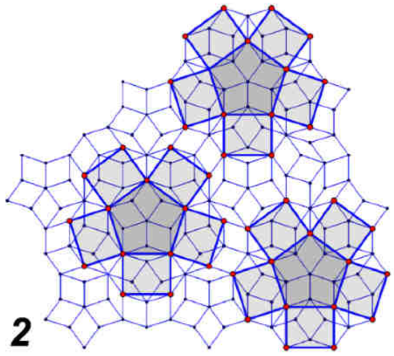
$\alpha = \pi/10$, per un'area massima di $0.3249\cdot R^2$;

Che corrisponde ad un lato del pentagono pari a: $L = 2\cdot R\cdot\sin(\pi/10)$.

Secondo me ***Andrea*** aveva un altro allonimo, ma ultimamente sto facendo un tale pasticcio con gli allonimi che soprassiedo e vado avanti con il prossimo solutore, trattasi di ***trentatre***:



1



2

In fig. 1 - R : raggio cerchio rosso, r : raggio cerchio blu; α, β gli angoli in O dei triangoli rosso e verde; a e b i lati del rettangolo; S la sua area; si ha

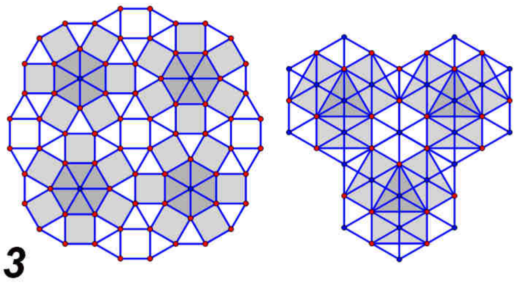
- $a = 2r\sin\alpha = 2R\sin\beta \rightarrow r = R\sin\beta / \sin\alpha$ da cui
- $b = R\cos\beta - r\cos\alpha = R(\sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha)/\sin\alpha = R\sin(\alpha-\beta)/\sin\alpha$
- $S = ab = (2R^2/\sin\alpha)\cdot\sin\beta\sin(\alpha-\beta)$
- R e α sono costanti e il massimo si ha per $\beta = (\alpha-\beta) \rightarrow \beta = \alpha/2$
- da $R=1,\ \alpha = 36°$ segue
- $r = b = \sin 18° / \sin 36° = 1/(2\cos 18°) = \sqrt{(3-\varphi)/5} = 0.52573$, con φ : sezione aurea
- $a = 2\sin 18° = 1/\varphi = 0.61803$
- $\boxed{S = \tan 18° = \sqrt{(7-4\varphi)/5} = 0.32492}$.

L'angolo in O del triangolo giallo è uguale ad $2\beta = \alpha$; quindi sul cerchio rosso si ha un decagono regolare con lo stesso lato del pentagono interno.

La figura (vertici del pentagono e dei rettangoli) si può inscrivere in una tassellatura di Penrose – fig. 2. Più precisamente in qualsiasi tassellatura di Penrose sono presenti infinite figure simili, e di tutte le dimensioni che si ottengono dilatando quella in figura per ogni potenza di φ.

La soluzione dipende solo da α e vale per ogni poligono regolare di n vertici; all'esterno si ha sempre un poligono regolare di $2n$ vertici con stesso lato, e l'area è $S = \tan(90°/n)$.

Per l'esagono (n=6) il rettangolo diventa un quadrato, e la figura si può inserire in una tassellatura del piano a triangoli e quadrati, come in fig. 3. Per il triangolo (n=3) basta una tassellatura di soli triangoli.



3

Vi sarete ormai accorti che le soluzioni presentano uno stesso risultato, fatto abbastanza inusuale tra le nostre pagine. Prima di chiudere vi passiamo l'intervento di ***BR1***, un po' lungo ma senz'altro uno dei nostri preferiti, avendo utilizzato la nostra letteratura ed aggiunto una unità di misura nota solo a noi.

"Per quest'altra volta" rispose Scharlach, "le prometto questo labirinto invisibile, incessante, d'una sola linea retta". Indietreggiò di alcuni passi. Poi, accuratissimamente, fece fuoco.

Così si conclude il racconto di J.L. Borges *La morte e la bussola,* che lessi quasi cinquant'anni fa nell'antologia per le Scuole Medie mostrata qui accanto[30], e nel quale incontrai per la prima volta il termine *Tetragramaton*[31] (e JLB)… Avevo sempre pensato che, con "*fece fuoco*", Borges intendesse dire che il raffinatissimo criminale Red Scharlach si era infine liberato del suo arcinemico detective Erik Lönnrot sparandogli, dopo averlo attratto nella villa Triste-le-Roy grazie ad un diabolico enigma talmudico-romboidale; e che Lönnrot si fosse reso conto troppo tardi d'esser proprio lui a rappresentare *la quarta lettera del Nome*… Invece adesso da RM206 viene fuori una sorprendente interpretazione alternativa: Scharlach aveva allestito sul prato della villa una simmetrica zona barbecue, ed all'arrivo di Lönnrot – quarto ed ultimo degli ospiti attesi – si era semplicemente premurato di dar inizio alla serata appiccando il *fuoco* alla carbonella…

Comunque, possiamo immaginare che Scharlach in altre occasioni abbia invitato una imprecisata quantità di ospiti, riorganizzando di volta in volta l'area globale di cottura per accogliere l'opportuno numero N di barbecue; solo supporremo che i tête-à-tête (N=2) e le cene solitarie (N=1) Scharlach li consumasse altrove, e non sul prato della villa Triste-le-Roy. Sarà quindi:

$$1) N \geq 3$$

Le varie figure che seguono illustrano in genere il caso canonico N=5 previsto dal Quesito di RM206, ma vanno intese per N arbitrario; la prima qui sotto permetterà di impostare i vari calcoli relativi al Quesito:

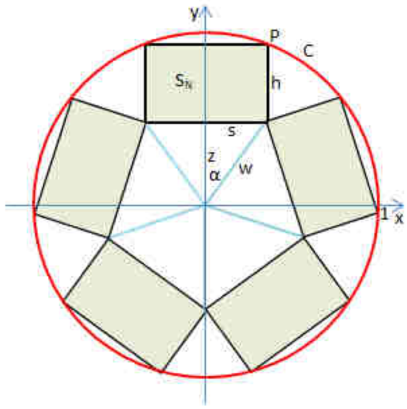


Figura 1: il prato dei barbecue

La Figura 1 è sostanzialmente quella riportata nel testo del Quesito presentato in RM206, con un paio di piccole varianti:

[30] Non ci si lasci ingannare dall'anno di edizione riscontrabile su Internet (1975); la copia che conservo risulta pubblicata nel marzo 1967…

[31] Con una sola *emme*, e l'iniziale maiuscola…

- nel corpo dell'N-gono regolare al centro non è illustrata la stella ad N punte[32], bensì la suddivisione dell'N-gono regolare negli N triangoli isosceli che lo compongono
- la figura è ruotata di 180°, e sovrapposta ad un sistema di assi cartesiani con origine coincidente col centro del cerchio rosso C, assunto di raggio R unitario[33]. In questo modo, per tutte le quantità geometriche lineari considerate in seguito si potranno e dovranno prendere in considerazione i soli valori positivi, ed inferiori all'unità

Nella Figura 1, le quantità indicate rappresentano:

- s: il semi-lato dell'N-gono; viene assunto come variabile principale del Quesito. Il doppio di s costituisce il primo lato dell'area rettangolare da assegnare ai cuochi
- z: l'apotema dell'N-gono
- w: il raggio della circonferenza circoscritta all'N-gono oppure, volendo, la dimensione dei lati eguali degli N triangoli isosceli che compongono l'N-gono
- α: la metà dell'angolo al centro degli N triangoli isosceli che compongono l'N-gono
- S_N: l'area assegnata a ciascun cuoco per il suo barbecue; è la quantità da massimizzare secondo il testo del Quesito
- h: l'altro lato dell'area rettangolare da assegnare ai cuochi

Allora, in sostanza il Quesito richiede di gonfiare e sgonfiare l'ampiezza dell'N-gono per cercare il valor massimo dell'area S_N assegnabile a ciascun cuoco; ciò si può fare immaginando di far variare il valore di s (come sopra definito) fra i suoi valori estremi logicamente concepibili. Al suo minimo, s può tendere ad annullarsi; ciò corrisponde ad un N-gono di dimensioni infinitesime, da cui si protendono N sottilissime strisce per i cuochi, di lunghezza 1, e di area S_N nulla, come illustrato a sinistra nella Figura 2 qui sotto:

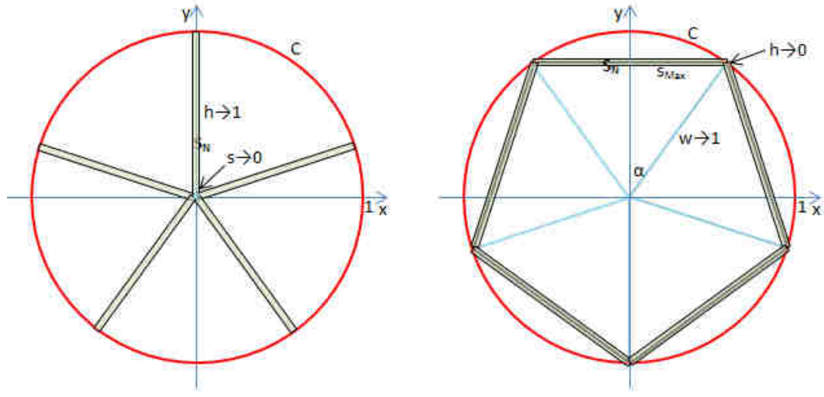


Figura 2: i limiti estremi per le dimensioni dell'N-gono

All'estremo opposto, s può assumere al massimo il valore per cui l'N-gono viene espanso fino a renderlo inscritto nella circonferenza C, come mostrato a destra nella Figura 2; ancora, l'area S_N assegnabile a ciascun cuoco tenderà ad azzerarsi, essendo il suo spessore h infinitesimo.

[32] Che sarebbe un (N–1)-grammaton…

[33] Ciò avendo adottato un'arbitraria unità di misura di lunghezza, chiamiamola *Rudo*. Per N=5 – situazione canonica – si vedrà che la superficie ottimale assegnabile a ciascun cuoco è di circa 0,325 *Rudi quadri*; se assumiamo che un normale cuoco pretenda 3 m² di spazio per potersi destreggiare agevolmente, allora 1 *Rudo* è pari a poco più di 3 metri.

Fra le due configurazioni limite mostrate in Figura 2 ve ne sono infinite intermedie, simili a quelle di Figura 1, da cui è evidente che l'area S_N assume valori non nulli, fra i quali va cercato il massimo.

Ora, riferendosi alla Figura 1, poiché gli angoli al centro degli N triangoli componenti l'N-gono devono essere tutti uguali fra loro, si può scrivere, con semplici considerazioni trigonometriche:

$$2)\begin{cases} \alpha = \dfrac{\pi}{N} \\ s = w \sin\alpha \\ z = w\cos\alpha \\ w^2 = s^2 + z^2 \end{cases}$$

Riconsiderando per un momento la parte destra della Figura 2 – quando w assume valore 1 – si possono fissare i limiti di variazione di s:

$$3) 0 \le s \le \sin\left(\frac{\pi}{N}\right)$$

Adesso, essendo l'equazione della circonferenza rossa C nel sistema di riferimento cartesiano scelto la seguente:

$$4) x^2 + y^2 = 1$$

essendo poi l'ascissa del punto P (vertice superiore destro del rettangolo attribuibile al primo cuoco, cioè ovviamente Scharlach) pari proprio alla nostra variabile s, ed essendo ancora l'ordinata dello stesso punto P pari a $z+h$, dalla condizione di giacenza di P sulla circonferenza C e dalla 4) si ha:

$$5) z + h = \sqrt{1 - s^2}$$

La superficie S_N da massimizzare è data poi, utilizzando la 5):

$$6) S_N = 2sh = 2s\left(\sqrt{1-s^2} - z\right)$$

Ricavando quindi z dalle seconda e terza delle 2) si ha:

$$7) S_N = 2s\left[\sqrt{1-s^2} - \frac{s}{\tan\left(\frac{\pi}{N}\right)}\right]$$

Ora, per ricavare il massimo valore di S_N occorre annullare la derivata della 7) rispetto ad s; posto per definizione:

$$8) K_N \equiv \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{N}\right)}$$

si ha:

$$9) \frac{dS_N}{ds} = \frac{d}{ds}\left[2s\left(\sqrt{1-s^2} - K_N s\right)\right] = 2\left[\sqrt{1-s^2} - \frac{s^2}{\sqrt{1-s^2}} - 2K_N s\right] = 0$$

Con qualche calcoletto, si arriva all'equazione biquadratica risolvente:

$$10) 4s^4(1+K_N^2) - 4s^2(1+K_N^2) + 1 = 0$$

Da cui:

$$11) s_{1,2}^2 = \frac{2(1+K_N^2) \pm \sqrt{4(1+K_N^2)^2 - 4(1+K_N^2)}}{4(1+K_N^2)} = \frac{1 \pm \sqrt{\frac{K_N^2}{1+K_N^2}}}{2}$$

Ricordando la 8), con ulteriori passaggi si perviene a:

$$12) s_{1,2}^2 = \frac{1 \pm \cos\left(\frac{\pi}{N}\right)}{2}$$

E quindi:

$$13)\begin{cases} s_1 = \sqrt{\dfrac{1-\cos\left(\frac{\pi}{N}\right)}{2}} = \sin\left(\dfrac{\pi}{2N}\right) \\ s_2 = -\sqrt{\dfrac{1-\cos\left(\frac{\pi}{N}\right)}{2}} = -\sin\left(\dfrac{\pi}{2N}\right) \\ s_3 = \sqrt{\dfrac{1+\cos\left(\frac{\pi}{N}\right)}{2}} = \cos\left(\dfrac{\pi}{2N}\right) \\ s_4 = -\sqrt{\dfrac{1+\cos\left(\frac{\pi}{N}\right)}{2}} = -\cos\left(\dfrac{\pi}{2N}\right) \end{cases}$$

Escludendo i valori negativi s_2 ed s_4, restano s_1 ed s_3; ricordando poi il vincolo di massimo valore per s espresso dalla 3), ed analizzando di conseguenza la relazione:

$$14) s_3 = \cos\left(\frac{\pi}{2N}\right) \leq \sin\left(\frac{\pi}{N}\right)$$

si ricava che questa è verificata per:

$$15) \cos\left(\frac{\pi}{N}\right) \leq \frac{1}{2}$$

Ora, essendo $N \geq 3$, la 15) risulta vera solo per $N=3$, quando si ha:

$$16) s_3 = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Sostituendo nella 7):

$$17) S_N = 2s\left[\sqrt{1-s^2} - \frac{s}{\tan\left(\frac{\pi}{N}\right)}\right] = 2\frac{\sqrt{3}}{2}\left[\sqrt{1-\frac{3}{4}} - \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)}\right] = 0$$

Quindi, l'unico valore algebricamente significativo di s_3 corrisponde al caso degenere in cui S_N si annulla (un minimo, quello illustrato nella parte destra di Figura 2), per cui terremo per buono il solo valore s_1, qui sotto rinominato s_N:

$$18) s_N = \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)$$

La massima area disponibile per ciascuno degli N cuochi sarà allora, ricorrendo ancora alla 7):

$$19) S_{N_{Max}} = 2s_N\left[\sqrt{1-s_N^2} - \frac{s_N}{\tan\left(\frac{\pi}{N}\right)}\right] = 2\sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\left\{\sqrt{1-\left[\sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^2} - \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{N}\right)}\right\}$$

Dopo qualche quintale di passaggi trigonometrici si arriva a:

$$20) S_{N_{Max}} = \tan\left(\frac{\pi}{2N}\right)$$

Con il valore canonico $N=5$, tale area vale circa 0,325 Rudi quadri. L'area massima totale occupabile da tutti gli N cuochi è poi data da:

$$21) S_{NT_{Max}} = N\tan\left(\frac{\pi}{2N}\right)$$

Ragionando in termini adimensionali, la frazione F_N dell'area A_C del cerchio rosso C di raggio unitario occupata dagli N barbecue è:

$$22) F_N = \frac{S_{NT_{Max}}}{A_C} = \frac{N\tan\left(\frac{\pi}{2N}\right)}{1^2\pi} = \frac{N}{\pi}\tan\left(\frac{\pi}{2N}\right)$$

La Figura 3 che segue mostra l'andamento di F_N al variare di N:

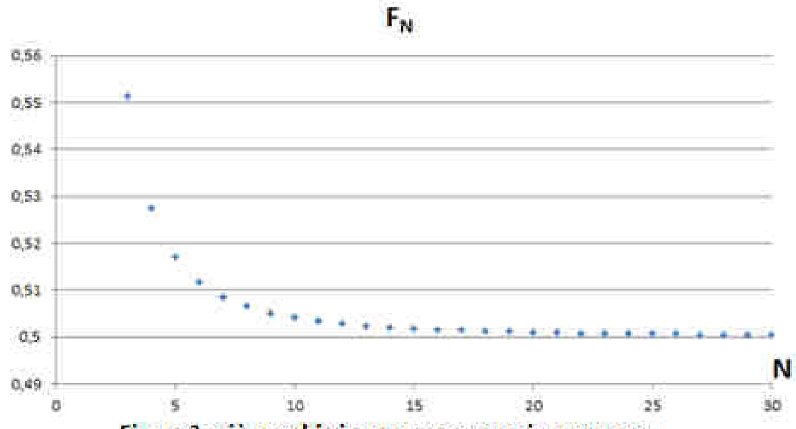


Figura 3: più cuochi vi sono, meno spazio occupano...

Con 3 soli cuochi, tale frazione risulta essere pari a:

$$23) F_3 = \frac{3}{\pi}\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cong 55{,}13\%$$

Deriviamo ora la 22) rispetto ad *N*, e verifichiamo se e quando tale derivata è non negativa:

$$24) \frac{dF_N}{dN} = \frac{d}{dN}\left[\frac{N}{\pi}\tan\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right] = \frac{1}{\pi}\tan\left(\frac{\pi}{2N}\right) - \frac{1}{2N\left[\cos\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^2} \geq 0$$

Si ricava con qualche calcolo che la disequazione espressa nella 24) è vera se:

$$25) \frac{\sin\left(\frac{\pi}{N}\right)}{\left(\frac{\pi}{N}\right)} \geq 1$$

Il rapporto a primo membro della 25) è la ben nota funzione sinc(x), che è sempre inferiore all'unità tranne che nel punto limite x=0, quando assume valore 1; quindi la 25) non è (quasi) mai vera, la nostra derivata 24) sarà (quasi) sempre negativa, e quindi l'area massima totale occupabile dai cuochi andrà sempre decrescendo man mano che il numero *N* degli invitati dal nostro Red Scharlach cresce.

La derivata 24) tende ad annullarsi quando nella 25) si realizza l'eguaglianza, cioè quando il rapporto π/N tende a 0, quindi al tendere di *N* all'infinito; per vedere quale frazione del cerchio rosso *C* occupino in totale gli infiniti cuochi ospiti di Scharlach occorre calcolare il limite:

$$26) F_\infty = \lim_{N\to\infty} F_N = \lim_{N\to\infty}\left[\frac{N}{\pi}\tan\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]$$

Ricorrendo al sempre benemerito de l'Hôpital si ha:

$$27) F_\infty = \frac{1}{\pi}\lim_{N\to\infty}\left[\frac{\frac{d}{dN}\tan\left(\frac{\pi}{2N}\right)}{\frac{d}{dN}\frac{1}{N}}\right] = \frac{1}{2} = 50\%$$

In questa situazione estrema, l'*N*-gono regolare si trasforma in un cerchio blu di raggio pari alla metà della radice quadrata di 2 (cioè 0,707+ Rudi), mentre le aree individuali attribuibili ai singoli cuochi degenerano in esigue striscioline filiformi di area nulla, alcune delle quali sono mostrate in verde assieme al suddetto cerchio blu nella Figura 4 qui sotto:

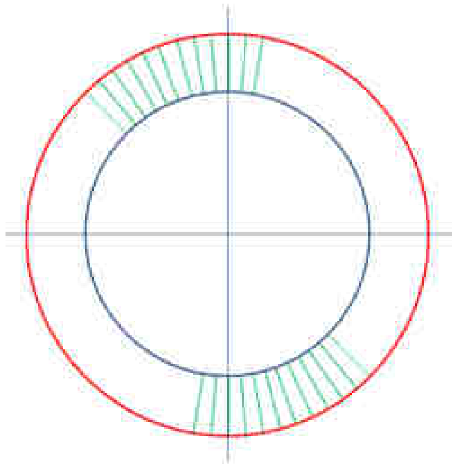


Figura 4: il caso dell'∞-grammaton

Ed è tutto; buona N-grigliata pasquale…

E qui bisognerebbe fermarsi, è tardi, abbiamo esaurito l'argomento e le soluzioni arrivano tutte (incredibile ma ancora vero) alla stessa conclusione. Però proviamo almeno a ringraziare tutti gli altri che hanno scritto con belle, bellissime soluzioni: ***Franco57***, ***Trekker***, ***Valter***, ***NickBe***, … e di sicuro ci siamo dimenticati qualcuno. Grazie a tutti e alla prossima!

6. Quick & Dirty

Due domande su tre punti, totale sei.

Consideriamo il centro di un tetraedro regolare e due vertici qualsiasi: è facile vedere che giacciono tutti sullo stesso piano. Questo è vero anche per i tetraedri irregolari?

Scegliamo tre punti a caso su una sfera: qual è la probabilità che giacciano tutti e tre nello stesso emisfero? Il bordo dell'emisfero è considerato come facente parte dell'emisfero.

7. Pagina 46

La funzione $\sigma(n)$ è la somma dei divisori interi positivi di n, inclusi 1 e n, e n è un numero perfetto se e solo se $\sigma(n) = 2n$; prima di affrontare la dimostrazione, dobbiamo rivedere alcune proprietà di questa funzione.

7.1 Preliminari

7.1.1

Se la decomposizione in primi di n è:

$$n=\prod_{i=1}^{k} p_i^{a_i},$$

allora i divisori di n sono i numeri:

$$d=\prod_{i=1}^{k} p_i^{b_i}$$

con $0 \leq b_i \leq a_i$. Quindi, un'espressione per $\sigma(n)$ può essere:

$$\begin{aligned}\sigma(n) &= \prod_{i=1}^{k}\left(1+p_i+p_i^2+\ldots+p_i^{a_i}\right)\\ &= \left(1+p_1+p_1^2+\ldots+p_1^{a_1}\right)\left(1+p_2+p_2^2+\ldots+p_2^{a_2}\right)\ldots\left(1+p_k+p_k^2+\ldots+p_k^{a_k}\right)\end{aligned}$$

Quando questo prodotto viene espanso, nella somma compaiono solo i divisori d e nessuno di loro viene perso.

7.1.2

Il fattore $\left(1+p_i+p_i^2+\ldots+p_i^{a_i}\right)$ contiene a_i + 1 termini; se n è dispari, tutti i suoi divisori primi saranno dispari e, se anche $\sigma(n)$ è dispari, allora tutti i suoi fattori $\left(1+p_i+p_i^2+\ldots+p_i^{a_i}\right)$ saranno dispari. Essendo questo fattore la somma di a_i + 1 numeri dispari, allora anche a_i + 1 sarà dispari. Quindi ogni a_i sarà pari e possiamo concludere che quando n e sono $\sigma(n)$ entrambi dispari, allora n è un quadrato.

Si vede inoltre che $\sigma(n)$ è moltiplicativa, ossia che, se m e n sono primi tra loro:

$\sigma(mn) = \sigma(m)\,\sigma(n)$.

Questo si verifica osservando che, se le scomposizioni in fattori primi di m e n sono:

$$n=\prod_{i=1}^{k} p_i^{a_i} \quad \text{e} \quad m=\prod_{i=1}^{t} q_i^{b_i},$$

dove nessuno dei primi p e q siano uguali tra loro, allora esplicitando è possibile raggruppare i termini in modo tale da giungere all'espressione data.

Supponiamo ora che i divisori di n siano:

$$d_0=1<d_1<d_2<\ldots<d_r=n;$$

allora i numeri:

$$\frac{n}{d_1},\frac{n}{d_2},\ldots,\frac{n}{d_r}$$

costituiscono lo stesso insieme ma in ordine inverso; quindi entrambi gli insiemi hanno la stessa somma, e abbiamo:

$$\sigma(n)=\frac{n}{d_1}+\frac{n}{d_2}+\ldots+\frac{n}{d_r}=n\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}+\ldots+\frac{1}{d_r}\right).$$

Quindi $\sigma(n)/n$ non è altro che la somma dei reciproci dei divisori di n.

Come *corollario*, si evince che:

> Se m divide n, allora un divisore di m è un divisore anche di n, e il reciproco di un divisore di m è il reciproco di un divisore di n, e quindi la somma dei divisori di n è almeno pari alla soma dei divisori di m. Ossia, se m divide n,
>
> $$\frac{\sigma(n)}{n}\geq\frac{\sigma(m)}{m}.$$

7.1.3

Infine, osserviamo che, essendo $\sigma(n) = 2n$ è la definizione di numero perfetto, deve essere $\sigma(n)/n = 2$.

7.2 Conclusione

Veniamo ora alla dimostrazione effettiva del teorema: dimostriamo che se $\sigma(n)/n = 5/3$, allora $5n$ è dispari e $\sigma(5n)/(5n) = 2$.

Dall'ipotesi abbiamo che deve essere $3\sigma(n) = 5n$, il che significa che 3 divide n. Se ora n fosse pari, anche sarebbe un divisore di n, e quindi avremmo:

$$\frac{\sigma(n)}{n}\geq\frac{\sigma(6)}{6}=\frac{12}{6}>\frac{5}{3}=\frac{\sigma(n)}{n}$$

che è una contraddizione: quindi n deve essere dispari, e anche $5n$ lo sarà.

Ma da $3\sigma(n) = 5n$ segue che $\sigma(n)$ deve anch'esso essere dispari e, come abbiamo visto prima, questo fatto combinato con il fatto che n sia dispari implica che n sia un quadrato: quindi, siccome il primo *3* divide n, lo deve dividere anche 3^2.

Verifichiamo ora se 5 divide *n*: se questo fosse vero, anche $3^2 \cdot 5 = 45$ dovrebbe dividere *n*, e quindi dovrebbe essere:

$$\frac{\sigma(n)}{n} \geq \frac{\sigma(6)}{6} = \frac{12}{6} > \frac{5}{3} = \frac{\sigma(n)}{n},$$

che è una contraddizione; quindi, 5 non divide *n*, e 5 e *n* sono primi tra loro.

Dal fatto che $\sigma(n)$ è moltiplicativa (se i fattori sono primi tra loro), abbiamo:

$$\frac{\sigma(5n)}{5n} = \frac{\sigma(5)\sigma(n)}{5 \cdot n} = \frac{6 \cdot \sigma(n)}{5n} = \frac{6}{5}\frac{\sigma(n)}{n} = \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{3} = 2$$

che è la tesi.

8. Paraphernalia Mathematica

Il semplice fatto che stiate leggendo queste righe vi qualifica come appassionati di matematica ricreativa. La diffusione della materia è limitata, le pubblicazioni specializzate nel campo virtualmente assenti, al punto che Rudi Mathematici, pur essendo portata avanti da una terna di cialtroni, è riuscita a ritagliarsi uno spazio e a essere ragionevolmente nota tra gli italici cultori dei giochi matematici. Grazie al cielo, non è certo l'unico luogo (fisico o virtuale) in cui si parla giocosamente di matematica in lingua italiana (basta spulciare tra i contributi di un qualsiasi "Carnevale della Matematica" per averne conferma, e certo il CdM non copre tutto lo spazio dei ludomatematici italiani), ma resta indubbio il fatto che la matematica ricreativa nazionale non richiami folle oceaniche di estimatori.

Come sempre in questi casi, viene spontaneo cercare il confronto: sarà così anche altrove? Come se la cavano all'estero? Sono più bravi (molto probabile…)? Possiamo copiarli e rubargli delle idee? (Forse questo non dovevamo scriverlo, ma è uno dei quesiti principali di una redazione che si rispetti).

Ebbene, non siamo in grado di generalizzare, ma al di fuori della corona delle Alpi ci sono parecchie cose interessanti. Ne citeremo solo un paio (e non saranno citazioni a caso): ***Mathsjam*** (http://www.mathsjam.com/), che è una splendida invenzione inglese[34] che tutto fa meno che volersi rifugiare nella "*splendid isolation*", anzi: persegue la radicata convinzione che tutti i matefili dovrebbero incontrarsi almeno una volta al mese, in un pub o in qualsivoglia locale, per parlare delle cose che più li affascinano. Se fate un giro nella loro home-page potete vedere il lungo elenco di città, non solo inglesi e non solo europee, che ospitano i "mathsjam", i miscugli matematici, e restarne entusiasti: poi potreste forse notare che nel lungo elenco non figura neppure una città italiana, ed essere colti da subitanea depressione. In questo triste caso, sappiate che Mathsjam sarebbe ben contenta di percorrere la nostra penisola, e l'unica che manca è un po' di italica buona volontà.

L'altro evento che necessita una citazione (anzi, un ossequio) è inevitabilmente il G4G: la sigla sta per "***Gathering for Gardner***", (http://www.gathering4gardner.org/) ed è ovviamente di per sé una dichiarazione di intenti. È virtualmente impossibile vivere in quest'inizio di XXI secolo, amare i giochi matematici e non conoscere Martin Gardner[35]: ed è per questo che, ormai da dodici edizioni, tutti coloro che intendono ricordarlo e celebrarlo si riuniscono ogni due anni (in quelli pari, per la precisione) in una grande conferenza ad Atlanta. Si tiene proprio nei giorni a cavallo tra Marzo e Aprile in cui dovrebbe uscire questo numero.

Ebbene, che ci crediate o meno, esiste almeno un legame tra Mathsjam, G4G e Rudi Mathematici: legame che è garantito da Adam Atkinson, che da molti anni segue RM, ma che è soprattutto uno strenuo diffusore di Mathsjam e di tutti gli aspetti interessanti e divertenti della matematica. È anche un assiduo frequentatore di G4G, e quest'anno salirà anche sul palco per tenere un intervento (è schedulato per le ore 10.00 del 2 Aprile, fateci un salto se siete da quelle parti[36]). Lui dice che il G4G è così aperto e democratico che essere uno *speaker* nell'occasione non comporta necessariamente essere personalità importanti della matematica, ma noi, provinciali come siamo, facciamo fatica a credergli. Il suo *speech* riguarda la "Formula di Samaritani" che (come c'era d'aspettarsi in un numero monografico sul gioco e le lotterie), è spesso chiamata in causa dai "ritardisti", ovvero da quelli che pervicacemente continuano a credere che se un numero del lotto è da tanto che non esce, allora è più probabile che esca prima rispetto agli altri che gli fanno compagnia nell'urna. Adam ne approfitta per fustigare un po' i ritardisti, ma anche per

[34] Nel senso di "nata in Inghilterra"; l'inventore è però australiano…

[35] Come dice la prima frase del sito: "G4G is a conference, a foundation, and a community of people who have a strong personal connection to Martin Gardner."

[36] E sempre che abbiate sottomano una macchina del tempo, visto che stiamo scrivendo queste righe nella mattinata del 4/4…

analizzare un po' più a fondo la Formula di Samaritani, che potrebbe non necessariamente essere una sciocchezza: capita spesso che gli sciocchi chiamino a loro difesa, fraintendendo e mal interpretando, argomentazioni che sciocche non sono. È forse questo il caso della Formula di Samaritani? Beh, per parafrasare una nota canzone, lo scopriremo solo leggendo…

8.1 La Formula di Samaritani

di Adam Atkinson (ghira@mistral.co.uk)

Ogni tanto, dalla fine degli Anni Novanta in poi, spuntano occasionalmente in newsgroup italiani come *it.scienza.matematica, it.scienza.fisica, it.fan.dewdney* (ormai defunto) e *it.hobby.enigmi* persone che ci chiedono per quante estrazioni di fila un numero può mancare nelle estrazioni del lotto. O, come direbbero loro, "qual è il ritardo massimo teorico nel lotto?" Qui stiamo parlando del lotto tradizionale, non del Superenalotto.

Ovviamente rispondiamo "non c'è un massimo", o "infinito"; ma spesso queste persone vogliono sentirsi dire (o dicono loro a noi) che la risposta è 220. Almeno, una ventina di anni fa era 220: forse adesso dicono un altro valore per motivi che diventeranno chiari più tardi.

Se si chiede loro come mai ci dovrebbe essere un limite di 220, dicono che lo afferma la Formula di Samaritani:

$$\boxed{\log_{(17/18)} 1/300000 = 220}$$

La prima volta che io e altri abbiamo incontrato questa affermazione non ci era esattamente chiaro perché avrebbe dovuto avere alcun senso.

Ci è stato detto che 300000 è 50 x 6000. Il che è vero. Il "50" perché nel passato c'erano 10 "ruote" del lotto (e molto tempo fa ce n'erano 8, pare) e in ogni ruota si estraggono 5 numeri. E ovviamente 17/18 appare perché è la probabilità che un dato numero NON esca in una data estrazione[37]. Il "6000" perché fino ad una ventina di anni fa c'erano state in tutto circa 6000 estrazioni.

Più generalmente, il "ritardo massimo teorico" sarebbe

$$\boxed{R_{max} = \log_{(17/18)} 1/d}$$

ove d è il "numero di numeri" che sono già stati estratti.

A questo punto uno si può anche interrogare sul significato di "massimo teorico". Magari non vuol dire quello che sembra voler dire…

Invece di dire "lunghezza di un blocco di assenze" o qualcosa del genere, dirò "ritardo" perché è più breve, nonostante il fatto che l'uso di termini come "ritardo" potrebbe dare l'impressione che il concetto di "ritardo" nelle estrazioni del lotto abbia un qualche senso o utilità.

Forse non tutti, ma almeno alcuni ritardisti seguaci di Samaritani sembrano affermare che, secondo Samaritani, il ritardo massimo possibile dopo che d numeri sono stati estratti è il logaritmo in base 17/18 di d. Questo è palesemente assurdo, e se Samaritani ha veramente detto questo era matto. O magari un truffatore[38] di qualche tipo.

[37] Nell'assai improbabile caso che qualcuno non conosca il meccanismo del Gioco del Lotto: in ogni urna (tecnicamente detta "ruota") ci sono 90 numeri (da 1 a 90), e se ne estraggono cinque ogni volta. La probabilità di "non estrazione" di un numero è quindi 85/90, ovvero 17/18.

[38] Un fil-rouge che percorre tutto l'articolo di Adam è quest'alternanza di qualifiche attribuite ai "ritardisti": se sono in buona fede, allora non capiscono il concetto di "eventi indipendenti" (o, peggio ancora, lo capiscono ma si rifiutano di credere che l'indipendenza degli eventi comporti automaticamente la caduta di significato del concetto di "ritardo"); se non sono in buona fede, allora, beh… sono ovviamente in malafede e perseguono volontariamente attività truffaldine. Adam riconosce che potrebbero esserci anche casi in cui più che la mancata comprensione o la malafede conti l'ignoranza, ma gli pare inutile doverlo specificare di volta in volta. Infine, Adam è inglese e di lingua madre inglese: parla un italiano fantastico (il suo articolo è scritto in italiano da lui,

Forse non tutti, ma almeno alcuni ritardisti seguaci di Samaritani affermano pertanto che c'è garanzia di vincere dei soldi facendo questo:

- Si aspetta che un numero non esca da 160 estrazioni (o, nei loro termini, "abbia un ritardo di 160");
- Visto che secondo la Formula di Samaritani il ritardo massimo possibile è 220, si punta su questo singolo numero (una cosa possibile nel lotto italiano ma, per quel poco che so di queste cose, non in molte altre lotterie);
- Ogni volta che non esce, si aumenta la scommessa di circa l'11%.

Quando il numero uscirà si rivinceranno tutti i soldi persi fino a questo punto finora e ci si guadagnerà anche qualcosa. Se si hanno più soldi a disposizione, si può anche cominciare con ritardi minori di 160. Visto che un ritardo di 221 sarebbe impossibile in questo universo alternativo, si può calcolare quanti soldi si devono avere a disposizione per poter vincere 10 euro in questo modo. Per cominciare con una scommessa da 1 euro a ritardo 160, bisogna avere qualche migliaio di euro.

C'è da divertirsi con questa idea. Chiamiamo questo divertimento "lo sfottimento tramite la partecipazione": se più numeri raggiungono un ritardo di 220 (sulla stessa ruota) insieme, dovranno uscire insieme perché un ritardo di 221 è impossibile. Ma cosa succede se 6 numeri arrivano ad un ritardo di 220 insieme? Questo deve essere impossibile. Allora uno di questi deve uscire prima. Andiamo un po' oltre: con le dovute estrazioni possiamo fare in modo che, grazie al potere mistico della Formula di Samaritani, si potranno prevedere 17 cinquine di fila! Se gli stessi cinque numeri escono 204 volte di fila e le estrazioni passate sono tali che fra i numeri restanti ci sono 5 con ritardo 220, 5 con 519, …, e 5 con 204, le prossime 17 cinquine sono obbligate. Per motivi a me incomprensibili, i ritardisti sembrano offendersi se dici loro queste cose; ma se offrono un modello balordo del lotto, è doveroso esplorare le conseguenze assurde del modello.

In passato, quando un numero ha raggiunto un "ritardo" molto alto, mi sembra di aver capito che almeno qualcuno si è rovinato o suicidato[39]. Non posso dare tutta la colpa ai ritardisti: anche la stampa sembra dare l'impressione che i ritardi abbiano un qualche significato. Sto pensando, per esempio, al caso del 53 a Venezia nel 2005. Chiaramente, la Formula di Samaritani così come è presentata dai ritardisti è una balla. E uno potrebbe benissimo fermarsi qui dicendo "Se le estrazioni sono indipendenti, questo è palesemente assurdo. Avanti il prossimo." Ma è opportuno tenere presente che i ritardisti non dicono soltanto cose false. Possono anche dire cose vere ma irrilevanti. Per esempio citano la Legge dei Grandi Numeri e il Teorema del Limite Centrale.

Simuliamo 6000 estrazioni di un gioco del lotto con 10 ruote e vediamo quant'è il ritardo più lungo. Facciamolo più volte per vedere com'è la distribuzione del massimo ritardo. Magari 220 è un valore insolitamente alto? Evidentemente il massimo ritardo potrebbe essere qualsiasi cosa da 17 a 6000 anche se 17 e 6000 sarebbero entrambi molto rari.

senza traduzione) e utilizza termini che potrebbero risultare offensivi per chi si riconoscesse nella categoria dei "ritardisti". E si preoccupa anche di eventuali conseguenze in cui potrebbe incorrere Rudi Mathematici per ospitare la sua verve anti-ritardista. Noi, da parte nostra, riteniamo ovviamente che un "ritardista" non possa non riconoscersi nelle categorie succitate, e che il principio di non-contraddizione aristotelico dovrebbe ancora avere una buona valenza giuridica nei tribunali italiani: specialmente considerando che il massimo che si possa imputare agli anti-ritardisti è di provare ad insegnare le basi della Teoria delle Probabilità, mentre ai "ritardisti" si può quantomeno imputare una sorta di "concorso di colpa" negli eventi riportasti nella nota a piè di pagina seguente.

[39] Purtroppo, ad Adam sembra bene: come ricorda anche il libro di Paolo Canova e Diego Rizzuto che abbiamo recensito qualche pagina fa, il famoso caso del "53 sulla ruota di Venezia" ha causato almeno il suicidio di una casalinga, e la rovina di diverse famiglie.

Sorpresa: 220 era il valore più comune! C'è un elemento di fortuna, forse: durante la simulazione altri valori da 221 a 226 sono stati i più comuni per un po'. La mediana qui è 226, la media è 229 a meno di qualche decimale, e lo scarto quadratico medio è circa 22,2.

Il valore 220 non sembra particolarmente alto. Se Samaritani o i ritardisti vogliono ingannare qualcuno con una finta soglia invalicabile, non dovrebbe essere come minimo un valore raggiunto raramente nelle simulazioni? Non hanno mai controllato?

Nel 1999 sono apparsi degli articoli sulla Formula di Samaritani sulla rivista ***MC-Microcomputer*** nella rubrica "Intelligiochi"[40] di Corrado Giustozzi e nella rubrica dedicata al software "Mathematica" di Francesco Romani.

I numeri vecchi della rivista sono ormai disponibili sul web. Per esempio, https://issuu.com/adpware/docs/mc191 per il numero di gennaio 1999. Alcune delle discussioni erano sul forum "matenigmici" di MC-Link (ormai sparito, immagino). Se mi ricordo bene, i partecipanti principali nella discussione su Samaritani erano Francesco Romani ed Elio Fabri dell'Università di Pisa, Dani Ferrari, un ingegnere a Roma, ed io, Adam Atkinson, un inglese arrogante antipatico elitario che non voleva riconoscere il genio di Samaritani…

8.1.1 Modelli del lotto

Quando ho insistito, i ritardisti che ho incontrato (virtualmente) sembravano affermare che le estrazioni del lotto sono indipendenti e che tutte le combinazioni hanno la stessa probabilità di uscita. Curioso… confesso che se volessi fare il ritardista andrei in giro dicendo che le estrazioni NON sono indipendenti: sembrerei eccentrico, certo, ma essere un ritardista che afferma che le estrazioni sono indipendenti implica essere o stupido o truffatore, che mi sembra peggio.

Comunque, non è impossibile che il gioco del Lotto abbia difetti tali che le cinquine abbiano probabilità diverse, o che le estrazioni non siano indipendenti.

Quando ho incontrato per la prima volta il fenomeno dei ritardisti e la Formula di Samaritani, le estrazioni venivano ancora fatte a mano da bambini. Bambini orfani, se ho capito bene. Le palle erano inserite in un qualche meccanismo in un ordine specifico: mischiate un po', quindi veniva estratto il primo numero; poi le palline erano mischiate un altro po', eccetera. C'era chi sosteneva che la distribuzione del primo numero non fosse uniforme. Questo non sembra del tutto implausibile. Ma così poco uniforme da rendere il gioco tale che qualcuno riesca a trarne vantaggio? Inverosimile.

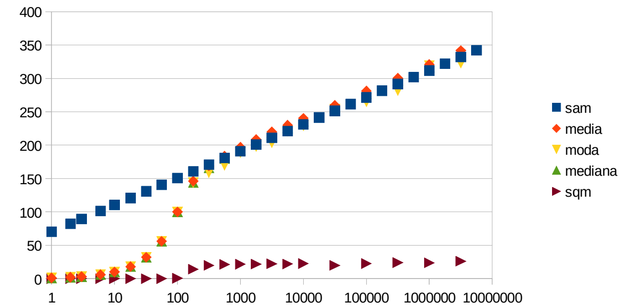
Se le estrazioni sono indipendenti ma i numeri hanno probabilità diverse, in realtà i ritardisti hanno più torto che mai, in quanto i numeri meno probabili arriveranno solitamente a ritardi maggiori, e giocarli peggiorerà le possibilità di vincere. Ma in quasi tutto questo articolo do per scontato che stiamo usando il modello naturale in cui le estrazioni sono indipendenti e ogni cinquina ha la stessa probabilità di uscire. Partendo da questo presupposto, però, è possibile creare un Gioco del Lotto con estrazioni non indipendenti! Inseriamo le palle nell'ordine dei loro ritardi, mischiamo poco e male, usiamo solo orfani con braccia corte, e via di questo passo. Si potrebbe fare in modo che i numeri più "ritardanti" diventino più probabili. Ma si potrebbe anche fare in modo che i numeri appena usciti diventino più probabili! Questo sarebbe più divertente. Ma anche in questo caso, avvantaggiando in qualche modo i numeri con ritardo maggiore, non è chiaro come potrebbe importare "quanto" fosse il ritardo maggiore.

Chiaramente se qualcuno afferma sia che le estrazioni sono indipendenti e le cinquine sono equiprobabili, sia che uno studio dei ritardi è utile, questo qualcuno è o folle o truffatore. O ignorante, o qualcuno che non pensa a quello che dice; ma se qualcuno dice che studia i ritardi fin da prima della mia nascita, allora è proprio negato, e definirlo matto mi sembra pienamente giustificato. Uno che non capisce l'indipendenza degli

[40] Per vedere gli altri argomenti trattati su "Intelligiochi", vedete https://it.wikipedia.org/wiki/Intelligiochi

eventi dopo cinquanta anni di studio ha seri problemi. Ascoltare quello che ha da dire lui sulla teoria delle probabilità è come chiedere a me come funzionano i sottogruppi normali.

È forse possibile che i ritardisti, come alcuni dei personaggi nei libri di Smullyan, credano di credere che le estrazioni siano indipendenti, ma in realtà credono che non lo siano. Però non è una cosa che vogliono sentirsi dire.



Torniamo alla nostra simulazione. Proviamo vari numeri di estrazioni per un Gioco del Lotto con 11 ruote e vediamo cosa succede: qui vediamo il "numero di Samaritani" per numeri di estrazioni da 1 a circa 10 milioni. Vediamo anche alcuni dati sulla distribuzione del massimo ritardo in tot estrazioni del lotto a 11 ruote: la media, la moda, la mediana e lo scarto quadratico medio della distribuzione. Per numeri bassi di estrazioni, Samaritani fornisce un numero impossibilmente alto, ma per numeri da qualche centinaio in su, tutti gli indici di tendenza centrale e il numero di Samaritani sono più o meno uguali. Quindi viene il sospetto che Samaritani volesse stimare il massimo ritardo, e non trovare una soglia "invalicabile". Questo vorrebbe dire che i ritardisti moderni non capiscono quello che diceva, o che fingono di non capire per ingannare meglio i creduloni. Io almeno sono rimasto sorpreso nel vedere che lo scarto quadratico medio non sembra variare col numero di estrazioni.

Dani Ferrari, menzionato prima, è andato alla Biblioteca Nazionale a Roma a cercare il libro di Samaritani, "*La teoria e il calcolo matematico dei ritardi. Studio teorico e pratico sul giuoco del Lotto*" del 1937. ("Giuoco"? Retrò! Ma ok, Samaritani l'ha scritto nel 1937 quindi lasciamo stare).

Dani ha concluso che, come immaginavamo, Samaritani non era né scemo né truffatore, ma voleva stimare il massimo ritardo; non intendeva trovare un valore oltre il quale non fosse possibile andare. Magari in uno dei prossini decenni cercherò di comprare questo libro: ma sembra difficile da trovare…

Come possiamo derivare la Formula di Samaritani?[41]

Per cominciare, possiamo trattare un singolo numero del lotto come una moneta sbilanciata: una moneta che, una volta lanciata, mostri "testa" (il numero esce) con probabilità $p = 1/18$, e "croce" (il numero non esce) con probabilità $q = 17/18$. Chiediamoci cosa si possa dire sulla lunghezza del blocco più lungo di croci.

A quanto pare è un risultato noto[42] che il blocco più lungo di croci ha lunghezza media data da:

$$\boxed{\log_q(1/np)}$$

Come si ottiene questo risultato? Usiamo un po' di spannometria. Avremo circa np teste e quindi circa np blocchi di croci. (Non ci preoccupiamo più di tanto di +/–1 qui, stiamo facendo la spannometria). Diciamo esattamente np blocchi di croci.

A questo punto possiamo procedere in almeno due modi. (Esercizi per il lettore)

Modo I – Scriviamo la probabilità che un'osservazione da una distribuzione geometrica con media 18 sia $\leq k$. Eleviamo questo valore alla np-esima per ottenere la probabilità che

[41] Uno degli articoli di Francesco Romani si trova su http://www.digitanto.it/mc-online/PDF/Articoli/191_166_169_0.pdf.

[42] Vedi, per esempio, http://www.johndcook.com/blog/2012/11/14/probability-of-long-runs/ e http://www.csun.edu/~hcmth031/tspolr.pdf Ho riscritto la formula nel secondo articolo per renderla il più simile possibile alla Formula di Samaritani

np osservazioni siano tutte $\leq k$. Va bene, non sono indipendenti perché c'è un vincolo sulla somma, eccetera, ma andiamo avanti. Prendiamo la derivata rispetto a k per ottenere la densità. Deriviamo rispetto a k di nuovo, e vediamo per quale valore di k è 0. Questo valore sarà la moda.

Modo II – Consideriamo un elenco dei valori delle lunghezze dei blocchi di croci: 1/18 di questi numeri sarà 0; $17/18^2$ sarà 1, ecc. Ci chiediamo quale sia il valore tale che avremo mediamente UN blocco di lunghezza maggiore o uguale a quel valore.

In entrambi i casi otteniamo

$$\boxed{\log_q(1/np)}$$

o qualcosa di molto simile.

Come possiamo estendere questo ad un lotto con 11 ruote? Chiaramente i numeri non sono indipendenti. Esattamente cinque numeri in una data ruota escono ad ogni estrazione. Ma visto che stiamo facendo spannometria, sorvoliamo. Trattiamo le 11 ruote del lotto come 990 monete indipendenti, lanciate n volte in parallelo. Ma a questo punto tanto vale trattare il lotto come $990n$ lanci di una sola moneta. Chiaramente questo permetterebbe "ritardi" maggiori di n, e farebbe contare come un ritardo singolo un blocco di croci alla fine di un gruppo di n accanto al prossimo gruppo di n, ma per n abbastanza grande ce ne freghiamo.

Col metodo (I) la Formula di Samaritani spunta subito!

$$\boxed{\log_{(17/18)}(18/990\text{n})=\log_{(17/18)}(1/55\text{n})}$$

Come sospettavamo, la Formula di Samaritani stima il massimo ritardo, e non un limite al valore più alto che questo può avere (che è ovviamente n dopo n lanci o infinito in generale).

Questo risultato sul massimo blocco di croci in n lanci di una moneta sbilanciata si conosceva prima del 1937? Sembra possibile, ma non lo so.

Col metodo (II) abbiamo esattamente $55n$ "successi" e di nuovo la Formula di Samaritani spunta subito. Chiaramente, c'è il problema che i primi 55 numeri sono tutti 0, i successivi 55 sono al massimo 1, ecc. ma per n abbastanza grande ce ne freghiamo di nuovo.

8.1.2 Come migliorare la Formula di Samaritani?

Ovviamente, la Formula di Samaritani è completamente inutile per giocare al lotto, ma se vogliamo qualcosa che funzioni meglio per n basso (sempre inutile per giocare a lotto, però) possiamo fare come ha fatto Francesco Romani nel suo articolo su ***MC-Microcomputer***. Calcoliamo la distribuzione <u>esatta</u> del "ritardo massimo" di una singola moneta lanciata n volte invece di approssimare, come abbiamo fatto, con il nostro "diciamo che esca testa np volte".

Consideriamo un singolo numero nel lotto (o moneta sbilanciata): $p = 1/18$, $q = 17/18$.

Definiamo

$$\boxed{g(n,r)}$$

come la probabilità che dopo n lanci/estrazioni si è verificato un ritardo r**.** Avremo:

$$\boxed{g(n,r)=0}$$

per $n < r$, e

$$\boxed{g(r,r)=q^r}$$

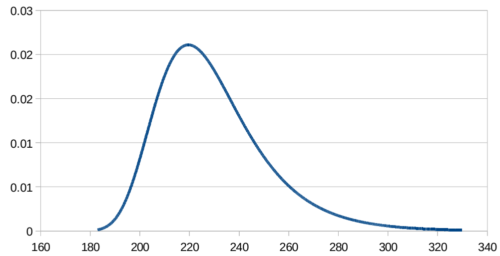
$$\boxed{g(n,r)=g(n-1,r)+(1-g(n-r-1))\,pq^r}$$

per $n > r$.

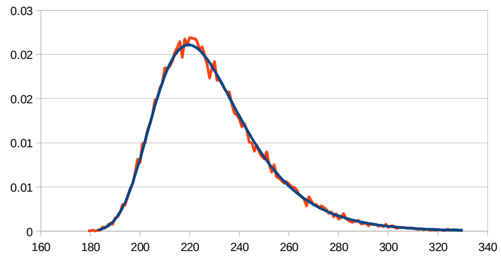
Questo perché se abbiamo visto un ritardo r dopo n estrazioni, o l'avevamo già visto dopo $n - 1$ estrazioni, o abbiamo avuto $n - 1 - r$ estrazioni senza ritardo r, poi un'uscita, poi un ritardo di r.

La probabilità che dopo n estrazioni il ritardo massimo sia esattamente r è dato da

$$g(n, r) - g(n, r+1)$$

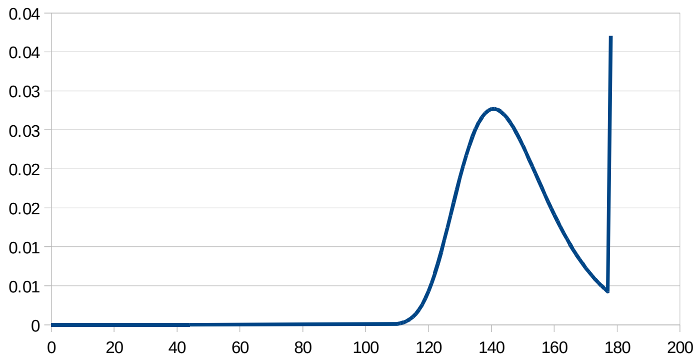


Come abbiamo fatto prima, per passare all'intero "lotto" con tutte le sue estrazioni e ruote, prendiamo la versione cumulativa di questo per avere la probabilità del massimo ritardo minore o uguale a r, e prendiamo la 990esima potenza per avere la probabilità del massimo ritardo in tutto il lotto minore o uguale a r (ignorando il fatto che i numeri non sono tutti indipendenti fra di loro in una singola estrazione in una singola ruota). Ecco un grafico della distribuzione del massimo ritardo usando la tecnica di Romani per 6000 estrazioni di una lotteria a 10 ruote (quindi 900-esima potenza non 990-esima). La moda è 220.

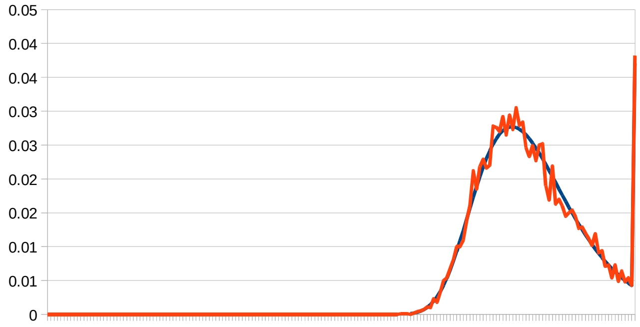


Aggiungiamo le simulazioni che abbiamo fatto prima: per i nostri scopi, questo sembra ottimo.

È divertente notare che per n basso, la distribuzione del massimo ritardo è bimodale. Per esempio, per $n = 178$ e 11 ruote, si ha il grafico seguente:



Aggiungiamo i risultati di 10000 simulazioni:

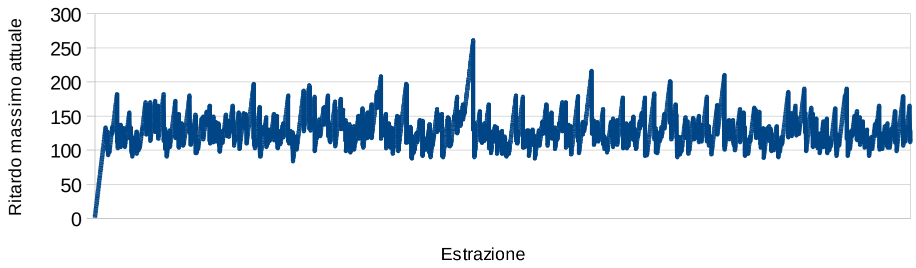


Ottimo, di nuovo. Per n = 100, si vede quasi soltanto la moda a n = 100.

8.1.3 Centenari

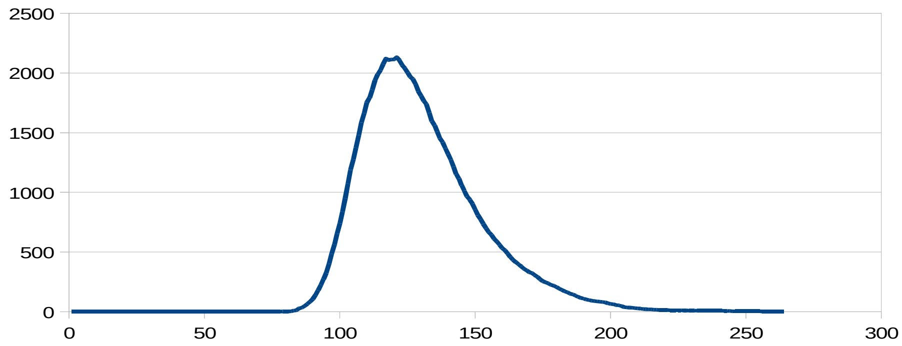
Qualcuno parla dei "centenari" (numeri con ritardo oltre 100) come se fossero speciali. Sono almeno abbastanza rari da essere notevoli?

Facciamo un grafico del massimo ritardo attualmente presente per 10000 estrazioni e vediamo cosa succede:



I "centenari" non solo non sono rari, sono usuali.

Dopo un milione di estrazioni, le frequenze dei "massimi ritardi attuali" sono:



Avere almeno un numero con un ritardo oltre 100 sembra abbastanza normale.

Una domanda ragionevole può essere "Come fa la Formula di Samaritani ad essere una truffa se te la regalano?" Magari questo ci spinge a suppore che è più probabile che i ritardisti siano sciocchi anziché truffatori. Ma forse la Formula di Samaritani serve come articolo civetta, o campione gratis, e vogliono venderti riviste, software, previsioni personalizzate. Magari vogliono dirti che ci sono tipi di ritardi più sofisticati o avanzati. Ritardi di livello, ritardi compensati, ritardi all'aglio, olio e peperoncino. Chiaramente, la riposta come sempre è "Le estrazioni sono indipendenti? Sì? Allora sei scemo o truffatore. Avanti il prossimo."

8.1.4 Conclusioni

La conclusione finale è che la Formula di Samaritani non è balorda e che Samaritani probabilmente non era uno sciocco. Sono i suoi seguaci moderni ad esserlo (o sono truffatori), loro che usano una formula basata sulla supposizione che gli eventi sono indipendenti per cercare di dire che non lo sono. Non avendo visto il libro personalmente non posso essere sicuro che Samaritani non fosse un ritardista, ma Dani Ferrari non è affatto sciocco e sono dispostissimo a fidarmi di lui.

Continua ad essere probabile che chi parla della Formula di Samaritani è probabilmente in malafede o poco intelligente. Faccio eccezione per me stesso nel contesto di questo articolo, ovviamente. Usare un altro termine (per esempio, quello del risultato di base per la singola moneta) potrebbe essere meglio se non vuoi essere preso per folle. Lo stesso metodo di "trattare i numeri come indipendenti anche sapendo che non lo sono" sembra funzionare abbastanza bene anche per lanci di un dado, per numeri decimali casuali, ecc. (Una specie di lotto a ruota singola dove un numero viene estratto tra 6 o 10 possibilità).

Mentre la formula di Samaritani è inutile per il Lotto come funziona realmente, magari se qualcuno dice "Sto per lanciare un nuovo gioco del Lotto esattamente come quello normale. Volete scommettere su quanto sarà stato il massimo ritardo fra 100 anni?" potrebbe avere una qualche utilità ma si dovrebbero conoscere i termini precisi della scommessa.

Lo scopo di questo articolo è in parte:

a) aiutare chi si trova a lottare con le scemenze dei ritardisti;
b) mostrare che la Formula di Samaritani non è assurda come potrebbe sembrare, ma che i ritardisti (magari volutamente) non sembrano capirla. È un peccato che il nome di Samaritani sia infangato ingiustamente dai ritardisti.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms