Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 199 – Agosto 2015 – Anno Diciassettesimo

NEW HORIZONS MISSION
Shedding Light on Frontier Worlds

Participation Certificate

Presented to

Rudi Mathematici

On August 31, 2005

Thank you for joining the first mission to the last planet! A compact disc bearing your name will be included on the New Horizons spacecraft, set for the first voyage to a new class of planets on the solar system's farthest frontier.

Come with us as we complete the reconnaissance of the solar system and unlock the secrets of Pluto, its moon, Charon, and the Kuiper Belt.

Certificate No. 308024

Rudi Mathematici
Rivista fondata nell'altro millennio da
Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)
rudy.dalembert@rudimathematici.com
Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com
Alice Riddle (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM199 ha diffuso 2'979 copie e il 02/08/2015 per Google eravamo in 10'500 pagine.

Sì, c'eravamo. E visto da vicino ***non*** è un "nano".

1. Pericolo pubblico numero uno

"Ho consacrato me stesso alla causa del Popolo.
È una buona causa: alla fine prevarrà, alla fine trionferà."

Il freddo, soprattutto.

E le vecchie ferite che dolgono, e il continuo nascondersi dagli inglesi che hanno spie dappertutto, e certo la fatica dell'attesa, perché aspettare è un lavoro, un lavoro duro. Ma è il freddo, soprattutto. In questa stanza gelida impossibile a scaldarsi, col ragazzino che solo a fatica riesce a portare un pasto al giorno, ma che non sa trovare legna o carbone per accendere un fuoco decente, davvero il minimo per combattere quest'umidità francese che a Gennaio è così terribile. Entra nelle ossa, si àncora sotto la pelle, e non se ne va via più fino a primavera. Meglio il gelo di Glasgow, meglio l'aria delle Highlands, secca e tagliente come una spada affilata: o forse è meglio solo nei ricordi, ma del resto sono solo i ricordi a tenere viva l'anima, in notti come queste.

Il ragazzino è scappato via, stamattina. La benda è caduta nella notte, capita spesso, e poi non può essere indossata di continuo. Bisogna pur lavarla, ogni tanto: e la pelle deve respirare libera, almeno di notte. Così il bimbo avrà visto la faccia, o meglio ancora, avrà visto che la faccia non c'è più. L'orbita vuota e cupa dell'occhio perduto nel mare di Cadice non è davvero un bello spettacolo per nessuno, figuriamoci per un bimbetto. E non è neppure la scena peggiore: un orbo è in fondo uno spettacolo quasi ordinario, in tempi violenti come questi, e dovrà abituarcisi, ma la chiostra dei molari bene in mostra pur con la bocca chiusa è vista ben peggiore. La guancia aperta e devastata dalla fiamma dell'esplosione spaventa di più: la mandibola esposta è orribile, inattesa, e scandalizza chiunque, è come se ricordasse a tutti che dietro a una faccia c'è sempre lo schifo, che dentro ad ogni amabile testa abita un teschio simbolo di morte. Guardano una ferita e inorridiscono, perché si scoprono mortali: fanno i conti con le loro illusioni di eternità. Come evitare il ribrezzo, di fronte a tanto?

E gli amici non arrivano. La strada dalla Scozia è lunga, lunghissima se si deve percorrerla senza lasciarsi vedere e riconoscere, e da Edimburgo a Chantilly le occasioni di essere fermati, sorpresi, arrestati, sono davvero molte. Certo tantissime in Inghilterra, ma anche in questa Francia figlia giovane della Rivoluzione i rischi sono ovunque: Pitt odia l'esistente Francia Repubblicana almeno quanto aborre l'ancora inesistente Repubblica di Scozia. Speriamo che arrivino in tempo.

In tempo per aiutare Thomas, che sta letteralmente morendo di freddo.

Chissà se è vero che, prima di morire, l'intera vita viene ripercorsa col pensiero. Chissà com'è nata questa leggenda, peraltro, visto che a stretto rigor di logica non ci è dato di verificarla in nessun modo. Certo è che, se fosse vera, gli ultimi pensieri di Thomas si ritroverebbero ingarbugliati in uno strano paradosso: perché Thomas ha solo trentatré anni, un'età che sembra avere una strana e ferale attrazione per la morte degli eroi, ma che è comunque un'età davvero prematura per la dipartita. Ripassare mentalmente una vita così breve dovrebbe allora essere un'operazione relativamente veloce; ma la vita di Thomas, per quanto breve, è stata davvero intensa e avventurosa, e basterebbe ad intrattenere davanti al camino intere torme di nipotini, se il fato gli avesse riservato di averne.

Quante sere avrebbe potuto riempire di racconti stupefacenti? Il gusto dell'orrido dei bambini l'avrebbe certo costretto a rivivere per molte volte la battaglia navale davanti a Conil de la Frontera, dove aveva perso per sempre l'occhio e metà della faccia; ma certo i piccoli astanti avrebbero voluto sentire cento e cento volte ancora le tante tappe che lo avevano portato, più o meno inconsapevolmente, a fare tutto il giro del mondo: prima la deportazione in Australia, perché i maledetti inglesi mal tolleravano gli uomini d'intelletto che difendevano la causa del popolo scozzese; poi la fuga attraverso l'Oceano Pacifico, che in quell'occasione non tenne certo fede al suo nome. Viaggio che finisce in un naufragio nella Baia di Nootka, e che contempla, tra le cento altre, anche le avventure che lo vedono prima prigioniero dei nativi americani, poi trattato come ospite di riguardo dai messicani, quindi gettato in galera dagli spagnoli, e infine riscattato dai francesi.

Ai ragazzini piacciono le avventure, ma non appena cresciuti un po' si sarebbero appassionati anche ad altri tipi di battaglie: quelle combattute senza esclusione di colpi nelle aule dei tribunali e sui giornali; avrebbero sentito, attraverso i racconti, il brivido collettivo delle riunioni oceaniche in cui un intero popolo, una nazione da sempre oppressa e giudicata inferiore alzava la testa, e rivendicava diritti. E forse, più tardi ancora, i più grandi avrebbero chiesto anche maggiori dettagli sui paesaggi misteriosi dell'emisfero meridionale, sugli strani animali che popolano l'Australia, e sui colori dei fiori che lì dovevano sbocciare; in inverno, poi, con tutte le stagioni rovesciate che si ritrovano *downunder*…

Ma Thomas non ebbe mai nipoti, e neppure figli: nessuna memoria genetica, e quasi nessuna del tutto, perché quando il suo corpo esanime venne ritrovato nella stanza di Chantilly nessuno conosceva il suo nome. Fu solo per caso che, qualche giorno dopo quel 26 gennaio 1799 in cui morì, il postino ricordò che aveva portato a quello strano forestiero della corrispondenza indirizzata al "Citoyen Thomas Muir": e, per un rivoluzionario come lui, "cittadino" era il titolo che probabilmente più gli sarebbe piaciuto portare nella tomba.

1 *Thomas Muir nel 1793*

La breve, intensa, difficile e avventurosa vita di Thomas Muir era iniziata il 25 Agosto 1765 a Milton of Campsie, un piccolo borgo vicino Glasgow. Suo padre era un commerciante relativamente agiato, che pur non avendo ereditato proprietà familiari, era riuscito col proprio lavoro ad acquistare la tenuta di Huntershill, cosa che lo rendeva assai fiero e che si riverberò sull nome del figlio, che è spesso identificato come Thomas Muir il Giovane o, più esplicitamente e frequentemente, Thomas Muir di Huntershill.

Di famiglia presbiteriana, Thomas viene prima educato privatamente a casa tramite un tutore, poi entra all'università di Glasgow all'età di dieci anni, in classi speciali destinate proprio agli studenti di più giovane età. Inizialmente attratto dagli studi teologici, al college finisce coll'innamorarsi della materia che lo accompagnerà per tutta la vita: il diritto. Specialmente, il diritto delle genti.

Si laurea a diciassette anni[1], nel 1782 e, per quanto giovane, è già chiaramente collocato politicamente: è un Whig Repubblicano, forte contestatore della politica di Henry Dundas, il conservatore scozzese molto amico di William Pitt[2]. Tanto Muir lotta e si strugge per una Scozia indipendente e repubblicana, tanto Dundas è ben contento di essere a capo di una nazione strettamente legata alla monarchia inglese.

Del resto, che Thomas sia davvero poco tollerante verso l'ordine costituito è chiaro fin dalla sua prima giovinezza: non ha ancora vent'anni quando si scontra con le autorità accademiche in difesa di un professore maltrattato: finisce con l'essere espulso dall'università di Glasgow (più precisamente, decide di auto-espellersi) e finirà gli studi post-laurea ad Edimburgo, dove diventa a tutti gli effetti avvocato. È verosimile che, anziché cavalcare la notorietà dovuta alla sua battaglia universitaria, Muir preferirebbe restare in ombra per qualche tempo, ma non ci riesce: nel 1790 si accende ad Edimburgo

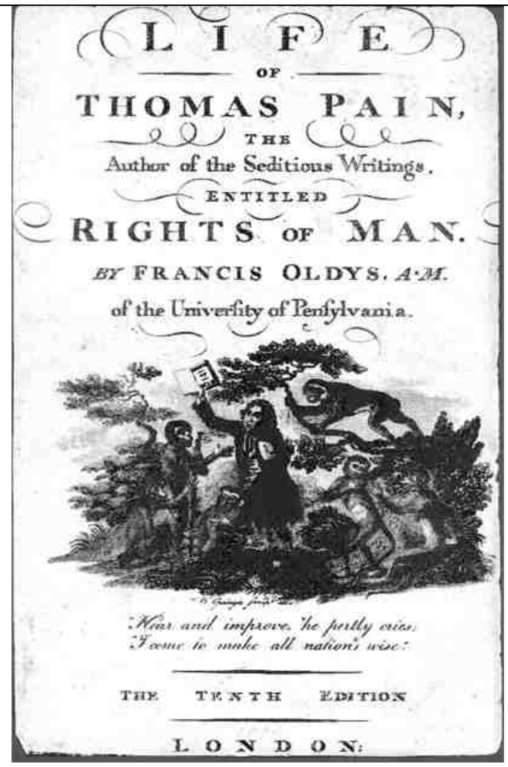
[1] Va inteso che sia il concetto di Università (dove Thomas era entrato a dieci anni) sia quello di laurea erano un po' diversi da quelli di adesso…

[2] William Pitt il Giovane (1759-1806), primo ministro inglese per quasi tutto il tempo in cui l'Inghilterra ha fatto la guerra contro la Francia Rivoluzionaria e Napoleonica.

una acerrima causa legale tra proprietari terrieri (*Landlords*) e gli Amici del Popolo (*Society of the Friends of the People*), un movimento radicale e riformista che si batte soprattutto per il suffragio universale, ancora mera utopia nella Scozia di fine XVIII secolo. Thomas finisce con il diventare il principale difensore della Society.

Del resto, sono gli anni della Rivoluzione: la Francia ribolle di fermento, e se i conservatori di tutto il continente tremano di preoccupazione e paura, i progressisti trovano incitamento e stimolo per le loro battaglie. In Scozia, il vento rivoluzionario giunge molto attenuato: la rivoluzione porta con sé libertà, fratellanza e uguaglianza, ma si lascia anche dietro una spaventosa striscia di sangue. I Whig repubblicani di Scozia sono ad un tempo esaltati e spaventati. Muir, da canto suo, inizia una corrispondenza con i Repubblicani Irlandesi, e propone che i due movimenti antimonarchici si uniscano per guadagnare forza e visibilità.

Ma è difficile essere repubblicani, e repubblicani forti, nel Regno Unito di Gran Bretagna. Per quanto non vi siano esplicitate intenzioni di secessione, alcune pubblicazioni dei movimenti repubblicani vengono accusate di contenere principi, o quanto meno intenzioni, di tradimento verso l'Unione con l'Inghilterra. Come ammette anche Lord Daer, un nobile scozzese che ammira fieramente i principi della Francia rivoluzionaria, "gli amici della libertà in Scozia sono stati quasi unanimemente nemici dell'Unione con l'Inghilterra. Questi sono i fatti, quali che siano le cause, buone o cattive."



2 *Una biografia di Thomas Paine*

Di fatto Muir, come principale sostenitore dei movimenti repubblicani, si ritrova improvvisamente ad essere considerato il nemico pubblico numero uno per il governo inglese. All'inizio del 1793 viene arrestato con l'accusa di sedizione, mentre Dundas medita di cambiare l'accusa direttamente in quella di "alto tradimento". Per fortuna di Muir, la situazione è ancora prematura, e Thomas viene rilasciato dietro cauzione. Sa bene che la sua libertà è precaria e preziosa al tempo stesso, quindi decide di correre in Inghilterra, per cercare di mobilitare i Whig inglesi: ma è il 1793, l'anno in cui i rivoluzionari di Francia stanno processando Luigi XVI e Maria Antonietta, e la vita in pericolo del re francese preoccupa oltremodo i Whig di Londra, che non sono animati da fede repubblicana. Per quanto stupito di cotanta preoccupazione, Muir, a conferma del fatto che è un uomo più d'azione che di meditazione, prende e parte verso Parigi: è sua intenzione convincere i rivoluzionari francesi che ghigliottinare il Re non sarebbe un'azione giusta né utile.

La sua straordinaria oratoria avrebbe potuto forse cambiare il corso della storia, o almeno salvare il collo di re Luigi, se solo fosse partito prima: in Francia Muir viene infatti accolto fraternamente dai rivoluzionari francesi, e si intrattengono con lui alcuni tra i maggiori nomi della rivoluzione, come Condorcet, Mirabeau e soprattutto Thomas Paine, l'autore de "I Diritti dell'Uomo". Ma è arrivato a Parigi proprio alla vigilia dell'esecuzione, e ormai con c'è davvero più nulla che possa impedire alla testa borbonica di finire nel cesto di Place de la Révolution.

E mentre Muir è in Francia, la guerra tra la repubblica rivoluzionaria e la sua "patria" inglese scoppia di nuovo. I conservatori diventano sempre più potenti anche in Scozia, e il suo nemico personale, Lord Dundas, manovra per anticipare la data del processo di Muir a Febbraio, anziché Aprile, come previsto. Questo farà sì che Thomas non potrà in nessun caso presentarsi in tempo in aula, e infatti, da questo momento, è a tutti gli effetti considerato un criminale ricercato dalle forze dell'ordine.

Eppure Thomas rientra in Scozia: riesce a partire dalla Francia solo a Giugno, e il viaggio lo porta prima a Belfast e poi a Dublino, ma infine tocca la sacra terra di Scozia proprio il giorno del suo 28° compleanno: qui però i governativi lo riconoscono immediatamente, e subito lo arrestano. È un momento molto difficile, per il movimento indipendentista scozzese: la massima autorità giudiziaria scozzese, il "Lord Justice Clerk", è Robert McQueen, ovvero Lord Braxfield. Strenuo difensore della corona britannica, sarà definito da un consesso di storici scozzesi del XXI secolo come il "più malvagio tra i malvagi[3]". Di lui è passata alla storia la frase "portatemeli in catene, penserò io a trovare la legge"[4] e non si può dire che non sia tipo da non mantenere le promesse: in una lunga serie di processi farsa a cui vengono sottoposti tutti i maggiori rappresentanti del movimento indipendentista, Braxfield avrà il coraggio di imputare ai prigionieri anche il reato di "sedizione inconscia" (*unconscious sedition*).

3 *Monumento agli Scottish Political Martyrs, Old Calton Hill, Edimburgo*

Sono i processi contro quelli che passeranno alla storia come i "Martiri Politici Scozzesi[5]"; il processo contro Muir è ancora portato ad esempio di come possa essere traviato quello che dovrebbe essere il momento più alto e sacro della legalità: un giudice perverso e di parte, una giuria accuratamente selezionata e composta solo da anti-riformisti, leggi inventate ad hoc[6]. L'intenzione era evidentemente non solo quella di eliminare Muir, ma anche di dare un colpo mortale al movimento indipendentista. Lo mostra anche la sentenza, che condanna Thomas a 14 anni di deportazione; era la prima volta che veniva emessa una sentenza con una pena così lunga, anche perché spesso i deportati non arrivavano vivi a destinazione, imbarcati com'erano su quelle che venivano chiamate "coffin-ships", le navi-bara.

Nonostante tutto, l'abilità oratoria e la capacità forense di Thomas Muir riescono, se non a cambiare l'esito del processo, almeno a disinnescare l'obiettivo recondito: la frase riportata in testa a quest'articolo è la più celebre della sua personale arringa. In conclusione il movimento degli Amici del Popolo non ne esce indebolito agli occhi del pubblico, anzi. Anche per questo, i processi e le persecuzioni continuano: mentre Muir attende la deportazione in galera o spaccando pietre sul greto del Tamigi ai lavori forzati, altri capi del movimento vengono processati e imprigionati.

Cinque "martiri" prendono infine posto sulla *Surprise*, la nave destinata a deportarli a Sydney, il primo di maggio 1794. Sono Joseph Gerrald, Maurice Margarot. William Skirving, Thomas Palmer e naturalmente Thomas Muir. Nonostante il Comitato di Salute Pubblica della Francia Rivoluzionaria avesse dato ordine alle sue fregate di

[3] O almeno uno tra i più malvagi tra i malvagi: "vilest villains".

[4] "*Let them bring me prisoners, and I will find them law*". Lord Braxfield era certamente coerente ai suoi principi: si conserva memoria anche di un'altra sua dichiarazione che recita: "In ogni paese, un governo dovrebbe essere come una corporazione, e in questo paese la corporazione è quella dei proprietari terrieri che sono i soli ad avere il diritto di essere rappresentati".

[5] In realtà più "politici" che "scozzesi", visto che tre su cinque erano inglesi.

[6] Tra l'altro, uno dei maggiori crimini imputategli consisteva nell'accusa di aver favorito la diffusione e la lettura de "I Diritti dell'Uomo" di Thomas Paine.

provare ad intercettare la *Surprise* per liberare i prigionieri scozzesi, questa riesce ad arrivare a Sydney il 25 Ottobre. D'altro canto, gli inglesi provarono a montare il caso di un presunto ammutinamento dei prigionieri, ma l'accusa era talmente falsa e mal gestita che finì per essere messa da parte.

In realtà, la deportazione in Australia è meno terribile di quel che si pensasse in patria. Qui agli scozzesi si lascia ampia possibilità di movimenti e riescono perfino a diventare proprietari di terreni in cui edificare case. Molti di essi prendono seriamente in considerazione l'idea di stabilirsi definitivamente agli antipodi come agricoltori, ma Thomas Muir non è dello stesso avviso: già al momento della scelta della casa, seleziona accuratamente il luogo meno controllato e da dove è più facile fuggire, se non altro perché è raggiungibile solo via mare, e questo gli dà diritto ad avere una barca[7]. Non è una cattiva idea: Thomas è famoso in tutto il mondo, e raccoglie simpatie soprattutto nei giovani paesi freschi di rivoluzione. Ad esempio, negli Stati Uniti, dove si arma una nave, la *Otter*, al comando del capitano Ebenezer Dorr, con la specifica missione di liberare Thomas Muir dal confino australiano.

Dell'incredibile viaggio di ritorno si è già accennato: bisogna solo forse ricordare che dal momento in cui lascia Sydney Thomas Muir è a tutti gli effetti un fuggitivo, passabile di esecuzione immediata sul posto se catturato dagli inglesi. Da Vancouver, dove era arrivata fortunosamente la *Otter*, Muir scappa verso la California a bordo di un vascello messicano, perché nel porto canadese pullulano le navi inglesi. In Messico cerca appiglio diplomatico, ma non è molto prudente: come referenze elenca i suoi amici rivoluzionari francesi e gli americani repubblicani, col risultato che le autorità spagnole – sostanzialmente monarchiche – cominciano a guardarlo con diffidenza, fino ad accusarlo esplicitamente d'essere una spia. Le sue richieste di essere rimandato negli USA cadono nel vuoto, e finisce su una nave diretta all'Avana. Paradossalmente, comunque, la situazione non è delle peggiori: essere prigioniero degli spagnoli è anche un modo per essere al sicuro dalla caccia forsennata che gli stanno dando le navi inglesi.


4 *Busto di Thomas Muir (di A.Stoddart)*

È il 26 Aprile 1979 quando la nave spagnola si sta avvicinando al porto di Cadice, ma trova un blocco di navi inglesi: Spagna e Inghilterra sono in guerra, e si contendono proprio sul mare il dominio militare[8]: Muir chiede ai suoi carcerieri di evitargli l'infamia di dover combattere contro navi che sono certamente piene di suoi compatrioti, ma il capitano spagnolo ha certo ben altri pensieri per la testa. Lo scontro a fuoco c'è, ed è battaglia vera: la battaglia in cui Thomas Muir perde mezza faccia per l'esplosione di uno shrapnel.

Dopo la battaglia, gli inglesi interrogano l'equipaggio, e forse qualcuno rivela la presenza di Thomas a bordo: il capitano della nave spagnola però alla fine li convince che Muir è tra i morti, mentre invece è riuscito, chissà come, a raggiungere terra. E qui inizia un

[7] I luoghi mutano aspetto, ma permangono. I nostri eventuali lettori australiani sappiano che la casa di Sydney di Thomas Muir si trovava nel luogo adesso ospitato da Kirribilli, e per la precisione in Jeffrey Street. Muir naturalmente la chiamò invece "Hunter's Hill", per ricordare il luogo della sua infanzia scozzese.

[8] Non per niente pochi anni dopo, a Trafalgar, la secolare disputa sul dominio del mare si risolve definitivamente a favore della Royal Navy.

altro calvario, fatto di fughe, nascondimenti, e davvero molto lavoro di diplomazia da parte dei francesi per farlo arrivare in Francia. Ci si riesce, alfine: è già il Novembre del 1797 quando Muir arriva, ancora quasi più morto che vivo, al porto di Bordeaux, dove viene accolto in pompa magna dai suoi amici rivoluzionari e ufficialmente nominato "Eroe della Repubblica Francese" e anche "Martire della Libertà".

Malato, quasi cieco, perpetuamente violato nel volto, Thomas è ormai solo l'ombra di sé stesso. Gli ci vogliono mesi per arrivare da Bordeaux a Parigi, ma quando ci arriva è di nuovo un tripudio di festeggiamenti e di onori. Ciò non di meno, Muir continua a ricordare ai francesi che più che celebrare lui, è importante che la Francia faccia del suo meglio per aiutare la causa repubblicana scozzese e i suoi molti compatrioti ancora in lotta. Scrive, sollecita il Direttorio: nella sua ultima lettera all'ente governativo, chiede il permesso di allontanarsi dalla capitale per degli affari particolari.

Gli "affari" riguardano l'accoglienza di esuli scozzesi che cercano di arrivare in continente: Thomas Muir usa il massimo della cura nel far perdere le sue tracce, per paura che la sua presenza possa rivelare alle spie inglesi lo sbarco dei ribelli scozzesi. Cancella le tracce, si rifugia in incognito in una casa di Chantilly: e qui muore, stremato dalle ferite e dal freddo.

Una vita incredibilmente breve e densa, e totalmente dedicata ad una sola causa.

Una vita, peraltro, dove non si trova la minima traccia di matematica.

Thomas non è certo un nome raro, tra i paesi di lingua anglosassone; anzi, è un nome che travalica le barriere linguistiche e si trova quantomeno in tutti i paesi occidentali. Muir, invece, non è un cognome che si incontri ad ogni piè sospinto, al di fuori dalla Scozia: ma in Scozia non dev'essere poi troppo insolito. Uno dei più famosi naturalisti moderni è John Muir, ingegnere scozzese naturalizzato statunitense, un antesignano del XIX secolo nella battaglia per la conservazione dei beni della natura. Da Glasgow arriva anche un William Muir, celebre orientalista, che di fatto ha dato persino il suo nome ad una scuola prestigiosa, il Muir College.

5 *(il secondo) Thomas Muir*

È certo però più curioso trovare traccia di un altro Thomas Muir, naturalmente anch'egli scozzese; appena più curioso scoprire che i due Thomas Muir nascono quasi nello stesso luogo, la periferia di Glasgow: uno appena a nordest, l'altro appena a sudovest. Ma certo è più stupefacente che, oltre al nome e cognome, abbiamo in comune anche il giorno di nascita.

Il secondo Thomas Muir nasce a Stonebyres il 25 Agosto 1844, e c'è davvero da chiedersi se sia in qualche modo imparentato col più celebre Thomas nato esattamente settantanove anni prima.

Di famiglia borghese (il padre George fabbricava scarpe), Thomas cresce e studia nei dintorni di Glasgow, soprattutto nella piccola città di Biggar: a scuola ha successo, ma mentre il suo più celebre omonimo adorava il diritto, questo Thomas Muir sembra andare matto per… il greco antico.

Gli piace così tanto, il Greco, che quando si iscrive all'Università di Glasgow non ha dubbi sulla sua carriera accademica: si è già preparato ed è ben predisposto verso un "*cursus studiorum*" dedicato allo studio dei classici.

Ma l'università è (o forse era, almeno in Scozia, almeno a quei tempi) un posto dove si incontrano tipi affascinanti, in grado di smuovere anche le opinioni più radicate: Thomas qui infatti incontra un professore che ha certo un gran carisma, se più tardi lo descriverà come "un grand'uomo, che mai dava segni di alterazione, che aveva sempre il pieno controllo, e che faceva perdere il controllo agli altri"; è un professore che lo affascina mostrandogli il primo grammofono mai realizzato, e che certo sa riconoscere gli studenti dotati. Il professore è Lord Kelvin, e avendo riconosciuto in Muir il talento matematico, lo convince senza troppa fatica a cambiare indirizzo di studi.

Tanto fu breve, intensa e drammatica la vita del Thomas Muir rivoluzionario, tanto fu lunga, placida e serena la vita del Thomas Muir matematico. A ventiquattro anni è tutore della prestigiosa St.Andrews University, e viaggia per l'Europa per informarsi della situazione della matematica continentale: scopre così che la "splendid isolation" britannica non è stata poi così splendida, almeno per quanto riguarda l'aggiornamento matematico.

La sua carriera procede fluida e senza scosse: assistente all'Università di Glasgow nel 1871, poi, per quasi vent'anni, professore alla Glasgow High School. Viene eletto presidente della Società Matematica di Edimburgo. Quello che lo fa passare alla storia della matematica è l'opera che pubblica nel 1882: il *Trattato sulla Teoria dei Determinanti*; altri ponderosi volumi seguiranno, sempre sui determinanti.

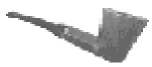
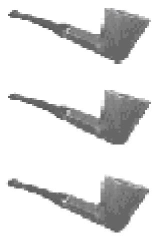
È quanto basta per farlo diventare noto e famoso. Viene accolto in seno alla Royal Society, e in breve riceve un invito prestigioso: Cecil Rhodes[9], il Primo Ministro di quella che allora si chiamava "Colonia del Capo" e che oggi conosciamo col nome più immediato di Sudafrica, gli offre il titolo di Sovrintendente Generale all'Educazione. Thomas rinuncia alla cattedra che contemporaneamente gli stava offrendo l'Università di Stanford – in parte anche perché la salute non troppo vigorosa della moglie era più adatta alla Colonia del Capo – e diventa sudafricano.

Qui, come Sovrintendente all'Educazione, vara diverse riforme; nel contempo la sua carriera accademica e la sua vita sociale continuano placidamente a raccogliere onori. Pur se lontano quasi diecimila chilometri dal Regno Unito, Thomas Muir dal Sudafrica continua a lavorare alla sua monumentale opera "*Storia dei determinanti*"; tanto monumentale che riuscirà a finirla solo dopo essere andato in pensione: l'ultimo volume, il quinto, vedrà la luce solo nel 1929. Il sesto rimarrà incompiuto, ci sta ancora lavorando quando l'opera viene interrotta dalla sua dipartita nel 1934: il che implica che Muir continuava ancora a scrivere libri alla verde età di novant'anni. Del resto, sembra che fino agli 84 anni d'età giocasse a tennis, riuscendo a battere i suoi nipoti.

Curioso quanto possano essere diverse due vite indossate da uomini che portano lo stesso nome, cognome, luogo di nascita e compleanno. O forse no: le vite sono sempre uniche, e non bastano certo poche etichette artificiose a renderle simili.

[9] Da lui prendeva il nome la Rhodesia, prima che decidesse di chiamarsi Zwimbawe.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	**Alice Riddle**	**Piotr R. Silverbrahms**
Quarti nobiliari			
Nim con il salto			

2.1 Quarti nobiliari

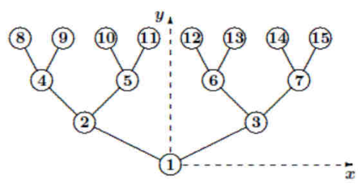
> *Disclaimer*: tutto questo nasce dalla recente scoperta di uno di noi di avere il cognome (in senso stretto, le *gens* e i *clan*, in cui si poteva essere cooptati, non contano) più antico d'Europa. Siccome la cosa è condivisa con un mucchio di europei (nelle diverse declinazioni nazionali), non è il caso di vantarsene. Però fa piacere.

No, dico, avete mai provato a tracciare un albero genealogico, di quelli *egoisti*?

Cominciamo con la definizione: un albero genealogico *egoista* è quello che al fondo contiene voi, al primo piano ha i vostri genitori (ignoriamo zii e zie, per questo è *egoista*), al secondo piano i vostri nonni (stessa nota sui... macomecavolosichiamano?), eccetera.

A margine, avete mica (disponibile gratuitamente: non è una cosa da farci star svegli la notte) un qualche trattato di antropologia che descriva come si chiamano i parenti/affini vari in italiano? Io la moglie di mio cugino la chiamo "Paola" (si chiama così), ma se scopro che esiste un termine astruso per definirne la parentela, pronto ad utilizzarlo. Qui, oltretutto, in due rami collaterali della famiglia esiste anche la strana usanza di avere il/la primogenito/a come padrino/madrina di battesimo del(la) primogenito/a della generazione successiva dell'altro ramo, e a ogni riunione di famiglia è divertentissimo vedere una vecchietta che dice "ciao, padrino!" a un quattrenne, solo perché il bisnonno del giovane... No, stiamo andando fuori tema. Restart. Albero genealogico. Egoista.

Il guaio degli alberi genealogici (anche quelli egoisti) è che occupano un mucchio di spazio. Più riuscite a risalire nelle generazioni, più spazio vi serve. E non conoscendo a priori la possibilità di remote parentele, dovete partire, per fare il disegno, dal *worst case*.



1 *"Voi siete qui"*.

Decisi ad organizzare il lavoro matematicamente, vi preparate uno scheminо del tipo a fianco: voi alla base, e tutto il parentado in linea diretta ai piani di sopra. Non solo, ma tutti attentamente numerati così non dovete fare equilibrismi del tipo "il prozio del bisavolo del cugino della fioraia..." (no, avevamo detto *egoista*. Il prozio e il cugino c'entrano quanto la fioraia).

La vostra idea è di mantenere uno spazio di *due* *centimetri* tra una generazione e l'altra e di avere, nell'ultima fila, uno spazio di *due centimetri* tra i vari *qualcosavoli*. Ma a questo punto, visto che siamo nel duemilaquindici, vi ponete qualche domanda:

Posto che sia "all'ultimo piano", qual è la coordinata del parente 2015? E comecavolosichiama?

In quanti, della sua generazione, hanno dovuto organizzarsi per dare origine ad un risultato insignificante come il sottoscritto?

Come è imparentato con me?

2.2 Nim con il salto

OK, facciamo un attimo di *outing*: fuori di qui abbiamo il problema di rappresentare, a dei *mathematically challenged people*, la navigazione in uno spazio esadimensionale discreto: in pratica, una *taxicab geometry* in sei dimensioni, all'interno della quale dovrebbero muoversi facendo delle scelte ad ogni "bivio" (si fa per dire: dovrebbe essere l'incrocio di sei rette perpendicolari tra loro... Per intenderci, una "rotonda alla francese" estesa a sei dimensioni... A noi vengono in mente un romanzo di Heinlein[10] e i quaternioni).

Quindi, se oltre ad esaminare le diverse possibili variazioni del problema riuscite a trovare un modo per rappresentarle tutte in un disegnino, potremmo anche dirvi "Grazie!" (no, non paghiamo: l'intranet è talmente rigida che già solo mettere un pulsante di "submit" richiede le autorizzazioni di cinque divinità tra loro incompatibili, quindi non verrà mai realizzata, però, ci piacerebbe sapere come farla).

Veniamo al problema; o meglio, veniamo al "problema premessa", che non è il problema, e dovreste conoscerlo tutti. Avete un mucchio N ("enne grande", ed è piuttosto grande, ma lo conoscete) di monete/biglie/sassolini; ad ogni turno potete toglierne, a scelta, 1, 2, 3, …, n ("enne piccolo", fate voi quanto piccolo): poi tocca al vostro avversario (siete solo in due, ma anche qui, se volete sbizzarrirvi, fate pure); perde il primo che non può fare una mossa, ossia che si ritrova senza biglie da estrarre. Trovare (se esiste), per ogni N, la strategia vincente del primo giocatore.

E fin qui la cosa non è molto complessa; ma supponiamo di complicarla limitando il numero delle scelte: il problema originale che avevamo trovato portava, come possibilità di presa dal mucchio, solo i valori 1, 3 e 4: in questo caso, per quali valori di N il primo giocatore ha una strategia? E quale? Pare che tra 31 e 35 (estremi inclusi) succedano cose interessanti, ma non limitatevi.

Ora, se riusciste a generalizzare la cosa (no, non lo abbiamo fatto), e soprattutto se trovaste un modo per rappresentarla in un bel disegnino, forse riusciremmo a risolvere un problema di visualizzazione dei dati anche nel mondo "fuori-di-qui". Una birra ("grande", a insindacabile giudizio della Redazione: quindi portatevi un astemio per il viaggio di ritorno) ve la offriamo di sicuro.

3. Bungee Jumpers

I tre lati di un quadrilatero convesso $ABCD$ hanno lati $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$.

Provare che, se l'area del quadrilatero è massima, allora la lunghezza x del lato restante soddisfa l'equazione:

$$x^3 - (a^2 + b^2 + c^2)x - 2abc = 0.$$

La soluzione, a "Pagina 46"

[10] "*The Number of the Beast*": "Che cosa succederebbe ad un giroscopio se gli dessi contemporaneamente un impulso lungo tutte e tre le dimensioni?" "Funzionerebbe molto male, presumo". Qui Heinlein (che, lo abbiamo ripetuto *ad nauseam*, ci piace come scrittore ma non come idee politiche), ci passa di nascosto lo stesso errore di Hamilton, cercando di descrivere un moto nello spazio tridimensionale attraverso *tre componenti*: ne servono quattro, da cui i quaternioni.

4. Soluzioni e Note

Agosto.

Questo è un mese senza “R”: sentivo tra le facezie di questi giorni che i mesi con questa caratteristica sono più dolci e il sole fa bene alla pelle. Come possa il sole di aprile far più male di quello di agosto, proprio non saprei, ma con la saggezza popolare c'è poco da scherzare. Quanto a noi filo-matematici, che non crediamo proprio a niente che non possa essere dimostrato, il mese di agosto fino ad oggi si è presentato come mese poco costruttivo per la nostra rivista, con picchi negativi nelle soluzioni e nei tempi da dedicare alla nostra lodevole attività: vedremo come andrà a finire, nel frattempo vediamo che cosa è successo a luglio…

Infatti, con un mese già tanto estivo come quello che si è appena concluso, non c'è da stupirsi se tutti si sono accaniti su un solo problema, colorato e pieno di numeri.

4.1 [198]

4.1.1 Un problema di quest'anno: Rosso + Blu = Violetto

Il problema dei colori ha sollevato parecchie obiezioni a causa degli esempi, che sembravano non completamente corretti. Siccome ho poi scoperto di aver modificato (involontariamente) i numeri degli esempi in fase di *editing*, faccio finta di niente e riporto il problema senza esempi:

> *Definiamo come numeri blu quei numeri interi $b > 0$ per cui non esiste alcun intero $a < b$, $a > 0$ tale che, sommando ad a la somma delle cifre che compongono a, si ottenga b. Definiamo come numeri rossi quei numeri interi $r > 0$ per cui esiste almeno un intero $q > r$, $q > 0$ tale che, sottraendo da q la somma delle cifre che compongono q, si ottenga r. A questo punto, dovreste ritrovarvi con un bel po' di numeri colorati; per semplificare la colorazione, se un numero è sia rosso che blu, ci pare immediato che venga fuori violetto.*
>
> *E adesso, cominciamo a porci alcune domande.*
>
> *Tanto per cominciare, ci risulta che 2015 non sia colorato; quale sarà il prossimo anno blu? E quale quello rosso? Indi, quale è stato il primo anno violetto? Ma i numeri rossi e quelli blu, quanti sono? I numeri violetti hanno l'aria abbastanza rara: che caratteristica hanno in comune? ...Ma tra i numeri minori di 2015, sono più i rossi o i blu? E quanti sono i numeri violetti?*

Ecco. Piaciuto moltissimo. Vediamo qualche risposta a caso tra quelle giunte in redazione, a cominciare da ***TauRho***, che ci ha scritto in due tempi, ma noi mettiamo tutto in fila:

> Premessa: ho truffato.
>
> Ho bellamente denigrato carta, penna, cervello e fatto tutto con excel; la conseguenza è che non ho un metodo funzionale per ricavare anni blu/rossi/violetti, ma ho semplicemente fatto lo sviluppo dall'anno 1 all'anno 3000.
>
> Un'altra conseguenza è che ho ben poco da esporre riguardo la mia procedura risolutiva, dato che è tutto su file, posso limitarmi a rispondere alle domande poste:
>
> - Quale sarà il prossimo anno blu? e quello rosso?
>
> Per il prossimo anno blu dovremo attendere fino al 2022, mentre per quello rosso solamente 5 mesi. Ebbene sì, il 2016 è anno rosso.
>
> - Quale è stato il primo anno violetto?
>
> Qua, anche senza computer si arriva in un attimo a vedere che è l'anno 1, ma è poco interessante come cosa. Decisamente più interessante è "qual è l'anno violetto più ‘vicino’ a noi?" Qua brutte notizie, l'abbiamo già passato (e non abbiamo neanche festeggiato): è stato il 2007 ed il prossimo sarà nel 2178, quindi se qualcuno di voi ci arrivasse vivo, festeggi anche per me.

Una curiosità: La Battaglia di Caporetto (1917) è violetta. Quindi se qualche quasi-centenario ci stesse seguendo, può vantarsi di aver vissuto ben due anni violetti, cosa non da poco.

- Gli anni rossi e gli anni blu, quanti sono?

Ad occhio e croce, direi che han la cardinalità di R, ma tralasciando le finezze matematiche, su 3000 anni analizzati, ci sono 298 anni blu e 301 anni rossi, quindi in entrambi i casi circa 1/10.

- I violetti hanno l'aria rara: che caratteristica hanno in comune?

In effetti sono decisamente più scarsi, solo 31, quindi circa 1/100 (per quello dicevo che è una cosa notevole averne vissuti ben due!). Una caratteristica che salta all'occhio al volo è che (ad esclusione dell'anno 1 e dell'anno 9) terminano tutti in 7 o in 8 (precisamente 5 terminano col 7, 24 con l'8).

- Tra i minori di 2015, quanto sono rossi e quanti blu?

Quasi un pareggio: 201 blu, 202 rossi.

Un paio di curiosità (trovate al volo, se ne ho altre ve le scrivo prossimamente)

1) dei (3000-298) 2702 anni NON-BLU, ben 2427 sono esprimibili come unica combinazione di un intero '*a*' che bla bla bla.. Gli altri 275 sono esprimibili invece come 2 (e soltanto 2) diversi interi '*a*' che bla bla bla..

Esempio del primo caso: 1665, anno di morte di Fermat (ed anno rosso), è esprimibile solo tramite 1647 (1647+1+6+4+7=1665).

Esempio del secondo caso: 1813, anno di morte di Lagrange, è esprimibile tramite 1802 e 1793 (1802+1+8+2=1813=1793+1+7+9+3).

2) del passato, solo il I° e II° secolo contengono dentro sé ben due anni violetti (anno 1 e 9 per il primo, anno 108 e 198 per il secondo). Il prossimo secolo che potrà vantarsene, sarà ben il XXX° (che conterrà gli anni violetti 2907 e 2997)

(…)

Ho sottoposto il file ad un po' di steroidi: ora è tutto grosso, cattivo e muscoloso, precisamente 33 volte di più del precedente. Avendo trovato un modo più furbo per isolare le cifre dell'anno (invece che farlo a mano), ho portato lo sviluppo fino all'anno 99000 (che è pure anno rosso). Ha senso la cosa? No, però avevo tempo libero. Prima il lato positivo della cosa: posso darvi un paio di statistiche più precise, tipo:

Da 1..

..fino a 99, ci sono 13 anni blu (il 13,1313%)

..fino a 990, ci sono 101 anni blu (il 10,2020%)

..fino a 9900, ci sono 973 anni blu (il 9,8283%)

..fino a 99000, ci sono 9686 anni blu (il 9,7838%)

..ma che poi, faccio prima a mettervi l'immagine

(le colonne sono, rispettivamente, anni blu, anni rossi, anni violetti):

fino a	99	**13**	**11**	**2**
fino a	990	**101**	**100**	**11**
fino a	9900	**973**	**993**	**99**
fino a	99000	**9686**	**9903**	**978**

(%) fino a	99	**13,1313**	**11,1111**	**2,0202**
(%) fino a	990	**10,2020**	**10,1010**	**1,1111**
(%) fino a	9900	**9,8283**	**10,0303**	**1,0000**
(%) fino a	99000	**9,7838**	**10,0030**	**0,9879**

> gli anni rossi tendono ad assestarsi sul 10%, ma gli altri due sembrano lentamente ma inesorabilmente diventare sempre (in rapporto) meno..
>
> Altra cosa: sembrava corretto detto sulla base dell'altro file, ma in realtà i numeri violetti non solo finiscono in 7 e in 8, ma anche in 6!
>
> Il primo anno violetto a terminare in 6 è il 19926, e parrebbe che col procedere, aumentino sempre più quelli in 6 a discapito di quelli in 8. Un caso notevole, gli ultimi 8 anni violetti finiscono tutti in 6: 98226, 98316, 98406, 98496, 98586, 98676, 98856, 98946.
>
> Ora il lato negativo: il file ha raggiunto dimensioni importanti, troppo per una mail (oltre 10 Mb), pertanto ho dovuto metterlo in cloud sul Google Drive; quindi invece di allegarlo, vi do il link per il download (ha visibilità pubblica, quindi se volete anche inserire il link sulla Prestigiosa Rivista di Matematica Ricreativa, qualunque utente interessato a smanacciare col file può farlo, per farci un po' di studio su, per trovare errori, o per qualsivoglia cosa).
>
> Per chi ha LibreOffice (formato .ods): https://drive.google.com/file/d/0B-T5xOr_uAHGQUwzSTRiT1BZODA/view?usp=sharing
>
> Per chi ha Microsoft Office (formato .xlsx): https://drive.google.com/file/d/0B-T5xOr_uAHGYlNJWnhzUEtxZDA/view?usp=sharing

La prossima soluzione è quella di ***Camillo***, che a sua volta si affida alla forza bruta per rispondere alle domande e intitola la sua mail "rosso + blu = ciano". Come premesso taglio le critiche all'esempio:

> (…)
>
> È risaputo che sono un po' tonto e la mia matematica è piuttosto limitata perciò lascio ai matematici il compito di produrre formule, io proseguo imperterrito con forza bruta.
>
> Detto questo rilevo che i numeri rossi sono tutti multipli di 9 ma ci sono dei multipli di 9 che non sono numeri rossi. Inoltre ogni rosso ha 10 numeri che lo generano Passo a rispondere alle domande:
>
> Il prossimo anno blu è il 2022.
>
> Quello rosso è l'anno prossimo. Il prossimo anno viola sarà il 2061 "è un'extra".
>
> Il primo anno violetto è stato il 9, anno in cui le finanze di Roma sono al collasso proprio come ora.
>
> Sicuramente infiniti per i rossi (riuscirei anch'io a dimostrarlo) non voglio fare affermazioni sull'infinità dei blu ma penso che lo siano.
>
> Prima del 2015 vi sono 223 blu, 201 rossi e 21 viola.
>
> I blu sono sempre più dei rossi; nei primo 10 milioni di numeri vi sono: 1091036 blu, 999999 rossi e 110426 violetti.

Fantastico, soprattutto l'istinto dei nostri lettori nello scegliere gli eventi notevoli a cui collegare gli anni di riferimento. Andiamo avanti con la soluzione di ***Sawdust***:

> (…)
>
> Non so se sia proprio corretto, ma ho preferito partire dai numeri a e q limitando la ricerca ad a < 10000 e q < 10000.
>
> Per ora riporto solo le risposte secche alle domande:
>
> Il prossimo anno **blu** sarà il 2022.
>
> Il prossimo anno **rosso** sarà il 2016.
>
> Il primo anno **violetto** è stato il 9.
>
> Non è tra le domande, ma il prossimo anno **violetto** sarà il 2178, mentre l'ultimo passato è stato il 2007 che è il 201° **rosso** così come è anche il 201° **blu**.

Rimanendo al di sotto di 10000 i numeri **rossi** sono 999 (il maggiore è 9963), quelli **blu** 983 (il maggiore è 9993, ma con a<10000 ne escono altri 7 superiori a 10000) e i **violetti** solo 99 (il maggiore è 9927).

Tra i numeri **blu**, tralasciando i primi 5 composti da una sola cifra, le differenze tra i successivi sono per 9 volte 11 e 1 volta 2, salvo i casi intorno ai multipli di 1000 in cui a una sequenza di 8 differenze pari a 11 segue 1 differenza pari a 15, altre 8 differenze =11 e una =2.

I numeri **rossi** sono tutti multipli di 9, ma non ci sono tutti i multipli di 9 (sarebbero 1111, quindi ne mancano 112). Mancano il 90, tutti quelli che si ottengono aggiungendo ripetutamente 99 al 90 citato (ossia 189, 288, 387, ….) fino a 981. Poi manca 990 con tutti i suoi multipli e i numeri che si ottengono aggiungendo ripetutamente 99 fino al raggiungimento del multiplo successivo.

Tra 2 numeri **violetti** successivi (che sono chiaramente anch'essi tutti multipli di 9) c'è quasi sempre una differenza di 90, ma in quattro casi questa differenza è solo 81, in 9 casi è 99, per 3 volte è 171 e altre 9 volte la differenza è 180. quindi non vedo una grande regolarità, ma forse c'è qualcos'altro che adesso non noto.

Ovviamente c'è anche il relativo foglio excel, che ci teniamo per questa volta. Anche perché è adesso ora di far spazio alla soluzione di ***trentatre***: rullo di tamburi…

Abbreviazioni : B, B^*, R, V, Z : insiemi dei numeri blu, non-blu, rosso, violetto, non colorato, di valore non superiore a N

$(c)_m$ indica la cifra c ripetuta m volte

$a \backslash b \equiv \lfloor a / b \rfloor$ è la divisione intera

$(c_s, c_{s-1}, \dots c_0)$ è il n° decimale $10^s c_s + 10^{s-1} c_{s-1} + \dots c_0$

$f(n)$ è la somma delle cifre di n.

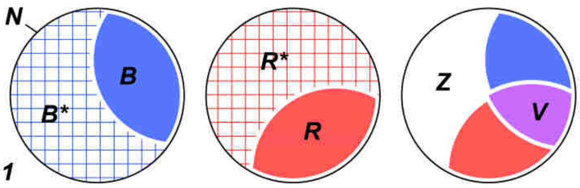


fig. 1

I numeri fino a N sono ripartiti (fig. 1) nei sottoinsiemi

R : numeri generati da $n - f(n)$, R^* : il suo complemento in T

B^* : numeri generati da $n + f(n)$, B : il suo complemento in T

V : intersezione di B ed R

Z : intersezione di B^* ed R^*.

funzione *f*

Valgono le

[1.1] $\boxed{n - f(n) = 9k, k \geq 0}$ la funzione è non decrescente con n

[1.1] $\boxed{f(n) + f(n') - f(n + n') = 9k, k \geq 0}$

[1.3] $\boxed{(n - f(n)) / 9 = n \backslash 10 + n \backslash 100 + \dots}$

[1.4] $n + f(n) = 2n - 9(n \backslash 10 + n \backslash 100 + \dots)$

numeri *R*

[2.1] $n - f(n)$ genera tutti gli R <u>con ripetizioni</u>.

Gli R <u>senza ripetizioni</u> sono generati in progressione dalla funzione

[2.2] $\boxed{\beta(n)=10n-f(n),\ \ n\geq 1}$

che si può scrivere $\beta(n)/9 = n + n \backslash 10 + n \backslash 100 + \ldots$.

Gli R sono <u>tutti i multipli di 9, esclusi</u> i valori R^* dati senza ripetizioni da

[2.3] $R^*(a,b)=10^b(a+1)-f(a)-10$, per ogni coppia $a\geq 0$, $b\geq 2$

Il numero di valori R minori o uguali a N è il massimo n per cui

[2.4] $\beta(n)\leq N$ o anche $(n+n\backslash 10+n\backslash 100+\ldots)\leq N\backslash 9$

- di norma $n = N/10 + x$ con x non superiore a 3 per $N\leq 10000$
- se $N = 10^m$, $n = N/10$

Si può verificare se il numero $X = 9k$ è R con il processo

[2.5] con $n = X\backslash 10$, si valuta se $\beta(n + m) = X$ per alcuni valori $\geq m$

p.es. $X = 2016,\ \beta(201) = 2007, \beta(202) = 2016 \in R$.

p.es. $X = 1089,\ \beta(108) = 1071, \beta(109) = 1080, \beta(110) = 1098$

- 1089 non è incluso e quindi non è R.

La fig. 2 riporta i primi valori R, B, V in righe lunghe 9. La disposizione e le lacune degli R sono evidenti.

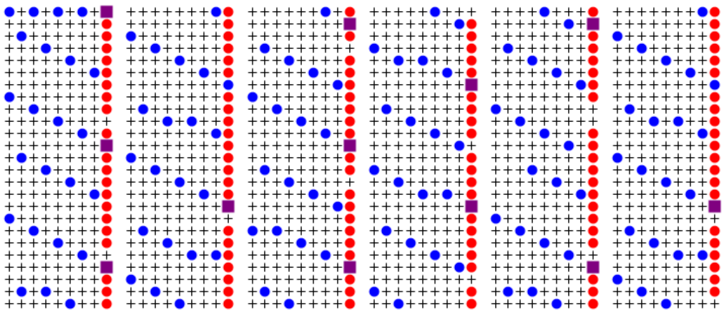


fig. 2

numeri *B*

La formula

[3.1] $\boxed{\gamma(n)=10n+f(n)+9,\ n\geq 0}$

fornisce valori <u>tutti diversi, che comprendono tutti</u> i $B\geq 9$, ma anche <u>alcuni non B</u>.

Per avere <u>soltanto i B</u> vanno esclusi i valori

[3.2] n = (99, 100)(199, 200)(299, 300)… gruppi di 2

n = (998, 999, 1000, 1001)(1998, 1999, 2000, 2001)… gruppi di 4, ecc.

o in forma sintetica $(n+m)\bmod 10^{m+1}\leq(2m-1),\ \ m=1,2,\ldots$

Si può verificare se il numero X è B per tentativi

[3.3] con $n=(X-9)\backslash 10$, si valuta se $\gamma(n\pm m)=X$ per alcuni valori di m

p.es. $X = 2022,\ \gamma(202) = 2033, \gamma(201) = 2022 \in B$

Il calcolo del n° di B è difficile; per alcuni N

N = 100, 500, 1000, 5000, 10000, 50000 → n° B = 13, 52, 102, 494, 983, 4895.

Cioè n° B = N/10 con variazioni dell'ordine del 2%.

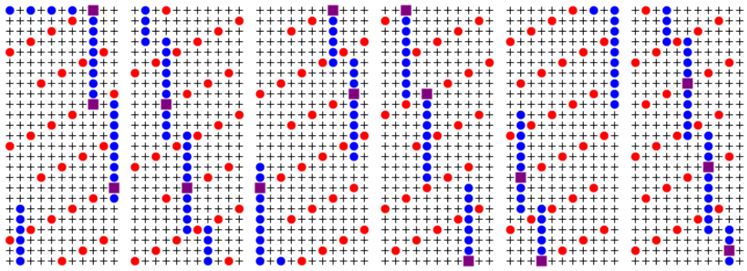


fig. 3

In fig. 3 i primi valori R, B, V in righe lunghe 11. Sono evidenti i B in blocchi di 10 elementi (alcuni ridotti a 9).

numeri *V*

I numeri V devono essere R (multipli di 9) ma anche B; quindi si ottengono i V confrontando gli R con i B multipli di 9.

Al punto [4.1] è riportato un calcolo che fornisce effettivamente l'elenco dei V minori o uguali a 5000, con un errore limitato.

I 50 valori V entro 5000, a parte il primo $V = 9$, sono ripartiti in n° 37 di tipo $V = 18 + 90m$, n° 12 di tipo $V = 27 + 90m$.

Sono tutti intervallati di 90 e la maggioranza è multipla di 18.

Il n° di V per alcuni N è N = 100, 500, 1000, 5000, 10000, 50000 → n° V = 1, 5, 10, 50, 99, 493. Cioè n° $V = N/100$ con variazioni dell'ordine del 2%.

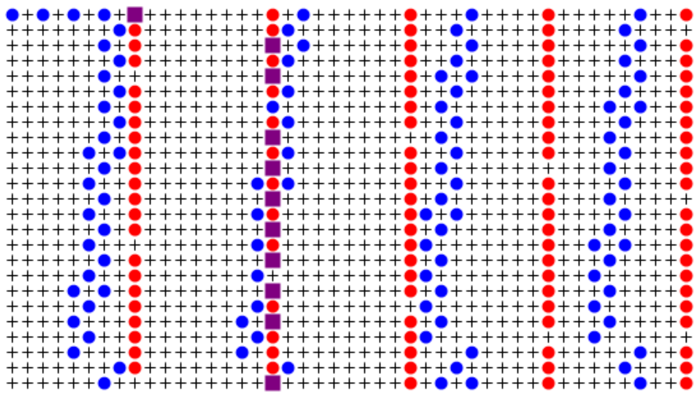


fig. 4

In fig. 4 i primi valori R, B, V in righe lunghe 45; è chiara la concentrazione dei V sui multipli di 18.

risposte

Il prossimo anno R è **2016** - ci sono le olimpiadi.

Il prossimo anno B è **2022** - ci sono i mondiali.

Il prossimo anno V è **2178** - ci saranno ancora i mondiali ?.

dimostrazioni

- utilizzo gli sviluppi (con le cifre di n)

(A) $n = 10^s c_s + 10^{s-1} c_{s-1} + \dots 10 c_1 + c_0$

(B) $n - f(n) = p_s c_s + p_{s-1} c_{s-1} + \dots\ p_1 c_1$

con $p_m = (9)_m = 9\,(1)_m = 10^m - 1,\ p_{m+1} = p_m + 9 \cdot 10^{\,m} = 10\,p_m + 9$

(C) $n + f(n) = q_s c_s + q_{s-1} q_{s-1} + \dots q_1\, c_1 + 2c_0$

con $q_m = 10^m + 1,\ q_{m+1} = 10 q_m - 9$

[1.1]

- si ricava dalla "prova del 9": n e $f(n)$ hanno lo stesso resto divisi per 9 e la differenza è multiplo di 9
- oppure da (B) per p_s multiplo di 9

[1.2]

Con $n=(c_s,c_{s-1},\dots c_0)$, $n'=(c'_t,c'_{t-1},\dots c'_0)$

- eseguendo la somma $n + n'$ avvengono m riporti (ogni volta che la somma di due cifre omologhe è >9); ogni riporto riduce la somma delle due cifre di 10 e aumenta la somma delle due precedenti di 1; quindi $f(n) + f(n') - f(n + n') = 9m$ con m = n° di riporti; m non può superare il n° di cifre del minimo fra n e n'

[1.3], [1.4]

- trasformando (B) con $p_{m+1}=p_m+9\cdot 10^{\ m}$

[2.1]

- $(10n + m) - f(10n + m)$ non cambia per i 10 valori m = 0... 9

[2.2]

- in (B) non compare la cifra c_0 e quindi tutti i valori $n = 10n' + (0\dots 9)$ generano lo stesso valore $R = n - f(n)$
- sostituendo $n \to 10n'$ si ha $10n' - f(10n') = 10n' - f(n')$ e tutti gli R sono generati da questa funzione senza ripetizioni (la funzione è crescente)
- da [1.3] si ha anche $\beta(n)=9\cdot(n+n\backslash 10+n\backslash 100+\dots)$

[2.3]

- nello sviluppo decimale (A), aumentando n, se la cifra c_m diventa 10, si applica il riporto $c_{m+1}\to c_{m+1}+1,\ c_m\to 0$ e il processo continua verso sinistra
- nella (B) se c_m diventa 10 il riporto al termine precedente - composto di multipli di $p_{m+1}=10p_m+9$ - <u>non può avvenire</u>, a meno che il seguito della espressione fornisca il valore 9 mancante; quindi se <u>l'ultima cifra non nulla è 10</u>, R non può assumere la forma (B)
- questi valori che non sono R, sono dati da $R^*=p_sc_s+\dots p_bc_b+p_{b-1}\cdot 10$ per qualche b e si può scrivere

$R^*=X-f(X)+p_{b-1}\cdot 10$ con $X=10^sc_s+\dots 10^bc_b=10^b\cdot a$ per qualche a, da cui $R^*=a-f(a)+p_b\,a+p_{b-1}\cdot 10=10^b(a+1)-f(a)-10$ con $a\geq 0,\ b\geq 2$

[2.4]

- nella [2.2] ogni n determina un R; il n° di R minori o uguali a N è il max n per cui $\beta(n)\leq N$
- usando [1.3] si ha $n+n\backslash 10+n\backslash 100+\dots\leq N\backslash 9$
- $n = N / 10 + x$ con x piccolo è ottenuta per via numerica

[2.5]

da [2.2] $X=\beta(n)=10n-f(n)\to n$ **;** $X\backslash 10$ e si verifica se $\beta(n+m)=X$ per m = 0, 1, 2,…
- bastano pochi termini

[3.1]

I numeri B^* sono generati da $n + f(n)$ - v. forma (C)

- i B sono i numeri <u>che non ammettono la forma (C)</u>
- se $B \geq 10$ devono esistere termini a sinistra del termine $2c_0$; cambiamo la (C) in (C*) sostituendo $2c_0$ con 9; (C*) non si può riportare a (C) con l'ultimo termine pari ≤ 18; infatti spostando un 11 da sinistra (se esiste) e si ha 11 + 9 = 20 che non è ammesso; si ha quindi

(C*) $q_s c_s + q_{s-1} c_{s-1} + \dots q_1 c_1 + 9$

- che con $10^s c_s + 10^{s-1} c_{s-1} + \dots 10 c_1 = 10a$ diventa $\gamma(a) = 10a + f(a) + 9$
- la formula genera valori <u>tutti diversi</u>; infatti per $a > b > 1$

$d = \gamma(a+b) - \gamma(a) = 10b + f(a+b) - f(a)$ ma dalla [2]

$f(a+b) - f(a) = f(b) - 9m$, con $m \leq$ n° cifre di B

$\rightarrow d \geq b + f(b) + 9(b - \text{n° cifre di } b) > 0$

- $\gamma(a)$ può produrre anche numeri B^* perché la trasformazione (C*)→(C) può avvenire con riporti fra altre cifre

p.es. $\gamma(300) = 3000 + 3 + 9 = 3012 = 2991 + f(2991) \in B^*$

[3.2]

- accenno alla dimostrazione per il caso $\gamma(299) = 3019$ che si può scrivere come (C*)

1001·2 + 101·9 + 11·9 + 9, ma con un riporto di 1001 diventa 1001·3 + 101·0 + 11·0 + 2·8 di tipo (C)

- infatti dalle cifre si ha $3019 = 3008 + f(3008) \in B^*$

[3.3]

- tralascio le possibili limitazioni del parametro m
- la verifica di X si può fare dallo sviluppo (C), ma questo può assumere diverse forme con riporti fra le cifre; X è B solo se tutte le forme presentano il termine finale dispari ($\neq 2c_0$) - ma l'analisi è complicata
- anche il conteggio del n° di B è difficile, perché la [3.1] non è monotona e per la presenza della correzione [3.2].

[4.1]

- semplifico i calcoli con

a) ammetto come R tutti i multipli di 9

b) tralascio per i B la correzione [3.2]

- con i B multipli di 9 deve essere

$n + f(n) \equiv n - f(n) \equiv 0 \pmod 9 \rightarrow 2n \equiv 0 \rightarrow n = 9a$

- da [3.1] i B multipli di 9 sono quindi $X = 90a + f(9a) + 9$
- ma $f(9a)$ è multiplo di 9 e vale

9 se a = 1..10, 12..20, 23..30, … per cui $X = 18 + 90a$

18 se a = 11, 21, 22, 31, 32, 33, … per cui $X = 27 + 90a$

27 se a = 111, 211, 311, … per cui $X = 36 + 90a$ ecc.

- calcolando tutti gli X inferiori o uguali a 5000, si ha una completa corrispondenza con i 50 valori V effettivi, salvo che compaiono in più i numeri 288,1188, 2088 che sono B ma non R (questo a causa di a).

E siamo arrivati alla fine. Siamo prontissimi e felicissimi di ricevere altre soluzioni per luglio, ma anche per i problemi dimenticati… non lasciatevi cuocere troppo da questo mese senza "R" e godetevi l'estate. Alla prossima!

5. Quick & Dirty

Un ragazzo e una ragazza sono seduti vicino.

"Sono un ragazzo" dice la persona con i capelli neri.

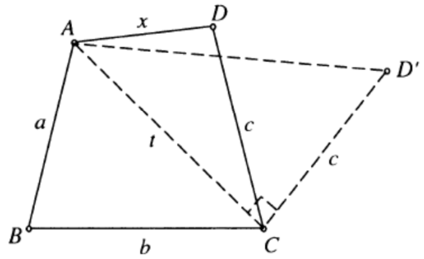
"Sono una ragazza" dice la persona con i capelli rossi.

Se almeno uno di loro mente, chi è chi?

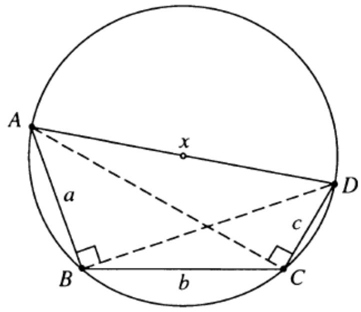
6. Pagina 46

Quado ABCD ha area massima, dalla figura a fianco si vede che:

$$\Delta ACD = \frac{1}{2} t c \sin \widehat{ACD}$$
$$\leqslant \frac{1}{2} t c \sin 90° = \Delta ACD'$$



Quindi, se ACD non è un angolo retto, $\Delta ACD < \Delta ACD'$ e $ABCD'$ sarebbe un parallelogramma con i lati dati ma di area maggiore di $ABCD$; quindi, per avere l'area massima, ACD deve essere un angolo retto, ossia il lato x deve sottendere un angolo retto in C: da questo segue che per massimizzare l'area, $ABCD$ deve essere inscritto in un cerchio di diametro[11] $AD = x$, come si vede nella figura qui sotto.



Dal Teorema di Tolomeo abbiamo che:

$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD.$$

Per quanto riguarda i triangoli rettangoli ACD e ABD, abbiamo che:

$$\sqrt{x^2 - c^2} \cdot \sqrt{x^2 - a^2} = ac + bx$$
$$\left(x^2 - c^2\right)\left(x^2 - a^2\right) = \left(ac + bx\right)^2$$
$$x^4 - \left(a^2 + c^2\right) x^2 + a^2 c^2 = a^2 c^2 + 2abcx + b^2 x^2$$
$$x^4 - \left(a^2 + b^2 + c^2\right) x^2 - 2abcx = 0.$$

E, essendo $x \neq 0$, dividendo per x otteniamo:

$$x^3 - (a^2 + b^2 + c^2)x - 2abc = 0.$$

[11] …e il fatto che sia inscrivibile implica che sia applicabile il *Teorema di Brahmagupta*.

7. Paraphernalia Mathematica

7.1 Che cosa mi rappresenta?

Nel senso che parliamo di *rappresentazioni*. Vero, ne abbiamo già parlato, ma ci siamo limitati ad alcuni casi specifici e non abbiamo guardato le cose in un modo abbastanza generale. E qui intendiamo quindi porre rimedio. Partiamo da qualcosa di noto.

Vi ricordate la serie di Fibonacci?

$$F = \{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,...\}.$$

La domanda che ci poniamo (e ci siamo già posta) è, ad esempio, se sia possibile ottenere 100 sommando un certo numero di termini senza utilizzare più di una volta lo stesso termine; per tentativi, non è difficile vedere che, nel caso specifico,

$$100 = 89 + 8 + 3.$$

Bene, per il 100 funziona; ma per gli altri numeri? Supponendo sia possibile per qualsiasi numero, allora si dice che F è ***completo***. Più formalmente, se $V = (v_1, v_2, v_3,...)$ è una sequenza di interi positivi in ordine non decrescente, definiamo $\boldsymbol{V}$ come ***completa*** se, per qualsiasi intero positivo n, è:

$$n=\sum_{i=0}^{\infty} a_i v_i, \qquad a\in\{0,1\}$$

.

Come si fa a determinare e una sequenza è completa o no? Semplice: attraverso il ***Criterio di Brown***, cerchiamo di arrivarci per ragionamento.

Il primo (e più piccolo) elemento della sequenza deve valere 1; questo in quanto dovete essere in grado di ottenere una sequenza per il valore $n = 1$, e non avendo negativi da aggiungere dovete ottenerlo considerando solo il valore minimo.

Se cerchiamo di ottenere un qualsiasi elemento n, dovremo ignorare tutti gli elementi per cui $v_k > n$; consideriamo adesso che, se $v_k = n$, la sequenza è facilissima da trovare (è composta di un termine solo); in un certo senso, possiamo dire che il valore "più difficile" per il quale trovare la sequenza è $n = v_k - 1$, visto che non possiamo usare il termine k-esimo della serie (eccede il valore richiesto), e dobbiamo fare tutto con quelli precedenti; se ci accorgiamo che la somma di tutti i termini precedenti il k-esimo non basta per ottenere il nostro valore, allora non ce la faremo mai. Abbiamo trovato un paio di condizioni necessarie... Ma siamo sicuri siano anche sufficienti? La dimostrazione (per induzione) è piuttosto noiosa e non suscita esattamente in noi un moto di ammirazione per la sua bellezza; se proprio siete interessati, possiamo fornirvela, ma per il momento sorvoliamo.

Il Criterio di Brown è comunque molto potente, infatti ci permette di verificare, piuttosto facilmente, alcuni teoremi:

Tanto per cominciare, *F è completo*; il primo termine vale 1 come richiesto e abbiamo:

$$s_{k-1} = f_1 + f_2 + \ldots + f_{k+1} - 1 \geq f_k - 1 ,$$

il che soddisfa la seconda condizione di Brown.

Inoltre, *$F - f_r$ è completo*: ossia, se fate cadere il termine r-esimo, riuscite lo stesso a costruire qualsiasi numero; grazie al fatto che il *secondo* elemento della serie è ancora un 1, riuscite comunque a soddisfare il primo criterio di Brown; ignoriamo le serie che *sicuramente* non coinvolgono il termine eliminato (ossia quelle che generano le somme utilizzando solo termini inferiori a quello cancellato); quindi, dobbiamo verificare se viene rispettato il secondo Criterio di Brown per le somme del tipo:

$$f_1 + f_2 + \ldots + f_{r-1} + f_{r+1} + \ldots + f_m .$$

Per queste somme, abbiamo:

$$f_1 + f_2 + \ldots + f_m = f_{m+2} - 1 - f_r \geq f_m + 2 - 1 - f_m = f_{m+1} - 1,$$

che è quanto richiesto.

Notiamo però che cancellare un termine permette alla nuova sequenza di soddisfare *appena* il secondo criterio di Brown; insomma, ci vogliono tutti i termini "avanzati" (inferiori al valore cancellato) per rimediare alla cancellazione; se ne cancelliamo un altro, non riusciamo a soddisfare il criterio, e la nostra sequenza cessa di essere completa; un odo "ovvio" per verificarlo è quello di eliminare i primi due 1 iniziali.

Il Criterio di Brown ha un interessante corollario: *se* $v_1 = 1$ *e* $v_{k+1} \leq 2v_k$, *allora* V *è completa*; questa versione ci permette di fare un interessante salto in un campo dove le dimostrazioni sono sempre piuttosto complesse, quello dei numeri primi: partiamo dal ***Postulato di Bertrand***, sostenente che per $n > 1$ esiste sempre un numero primo p tra n e $2n$.

Sia, in questo caso, la nostra sequenza:

$$V = \{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...\},$$

ossia la sequenza dei primi.

In questo caso, dal Postulato di Bertrand ricaviamo che deve esistere un primo compreso tra p_k e $2p_k$; in particolare, siamo *sicuri* che il primo immediatamente successivo a p_k sarà nell'intervallo, e quindi deve essere $p_k < p_{k+1} < 2p_k$; verificandolo sui primi due elementi della sequenza (1 e 2), abbiamo quindi che è sempre $v_{k+1} \leq 2v_k$; questo significa che, se alla sequenza dei primi anteponiamo un 1, questa non solo è completa dal punto di vista moltiplicativo[12], ma *anche dal punto di vista additivo*!

Il risultato, per quanto emozionante, è un risultato *debole*; infatti, sappiamo che per $n > 6$, ci sono sempre *due* numeri primi tra n e $2n$; questo significa che possiamo cancellare qualsiasi primo maggiore di 7 e sarà sempre $p_k < p_{k+1} < p_{k+2} < 2p_k$; quindi, anche qui possiamo cancellare un primo (maggiore di 7) e restare con una sequenza completa; peggio (meglio) ancora, potete *cancellare quanti primi maggiori di* 7 *volete, purché tra i cancellati non ne esistano due consecutivi*. Francamente, piuttosto incredibile.

Se ce la fanno i primi, sembra che la completezza sia una merce piuttosto abbondante, tra le sequenze; la cosa non è proprio in questo modo, tant'è che si è inventato un concetto piuttosto strano; se troviamo una sequenza che non riesce a generare alcuni valori "all'inizio" della generazione ma oltre un certo valore mostra di essere perfettamente in grado di generarli tutti, allora questa viene detto ***sequenza debolmente completa***; purtroppo, la sequenza di Fibonacci, per eliminazione di due termini non riesce ad essere neppure debolmente completa.

Prima che pensiate che la sequenza di Fibonacci sia un oggetto da prendere e buttare via, aspettate un attimo: costruiamone una un po' speciale

$$V = \{2, 0, 3, 2, 6, 7, 14, 20, ...\},$$

ottenuta alternativamente *sommando o sottraendo* 1 alla serie originale (se preferite, $v_n = f_n - (-1)^n$); penserete che dopo un trattamento di questo genere il risultato sia una cosa intrattabile, ma ***Ron Graham*** è riuscito a dimostrare che se cancellate un qualsiasi numero finito di termini, *la serie resta debolmente completa*; siamo andati sulla parola, visto che non abbiamo trovato la dimostrazione, ma ci interesserebbe sapere se esiste, in funzione del numero di termini cancellato, un modo per stimare il valore massimo non generabile da questa serie.

Una cosa che avevamo sicuramente anticipato (in una forma piuttosto grezza) è il ***Teorema di Zeckendorf***: la sequenza $F - 1 = \{1, 2, 3, 5, 8, 13, ...\}$ resta completa anche se ci si limita alle sotto-sequenze che non contengono due termini consecutivi nella serie originale.

Va detto che qui abbiamo proprio toccato il fondo: infatti, ognuna delle generazioni che ottenete da questa sequenza è *unica*, quindi non potete permettervi di togliere un altro elemento senza perdere la possibilità di generare determinati numeri.

Se provate a generare 3 o 7, vi accorgete subito che la sequenza dei quadrati di F:

[12] Ricordatevi il teorema fondamentale dell'aritmetica.

$$F^2 = \{1, 1, 4, 9, 25, 64, 169, ...\}$$

non è completa (in realtà non è neanche debolmente completa, ma lasciamo perdere); ora, con una notazione che a noi non piace molto indichiamo la sequenza composta da *due copie* della sequenza dei quadrati come:

$$2F^2 = \{1, 1, 1, 1, 4, 4, 9, 9, 25, 25, 64, 64, 169, 169, ...\}$$

Se fate un po' di conti, vi accorgete che *questa sequenza è completa*; in generale, 2^{n-1} *copie della sequenza* F^n con elementi $v_k = f_k^n$ *danno origine a una sequenza completa*.

Insomma, nel campo delle rappresentazioni, la sequenza di Fibonacci sembra proprio il "punto di confine" tra l'avere qualcosa di sensato e la totale insensatezza: che ci sia un legame con il fatto che tra le frazioni continue la parente stretta dei numeri di Fibonacci, ossia la sezione aurea, rappresenta il limite tra la convergenza e la divergenza?

E che cosa c'entrano, i primi? Serve a qualcosa l'incredibile notizia che *nessun numero di Fibonacci maggiore di* 8 *è "vicino" di un primo?*

Noi di RM pensiamo di no, ma a dimostrarlo non ci pensiamo neanche.

Forse, sulle rappresentazioni c'è poco da dire, ma facciamo notare che quando si tira in ballo Fibonacci, a finire fuori tema ci vuole meno di niente.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms