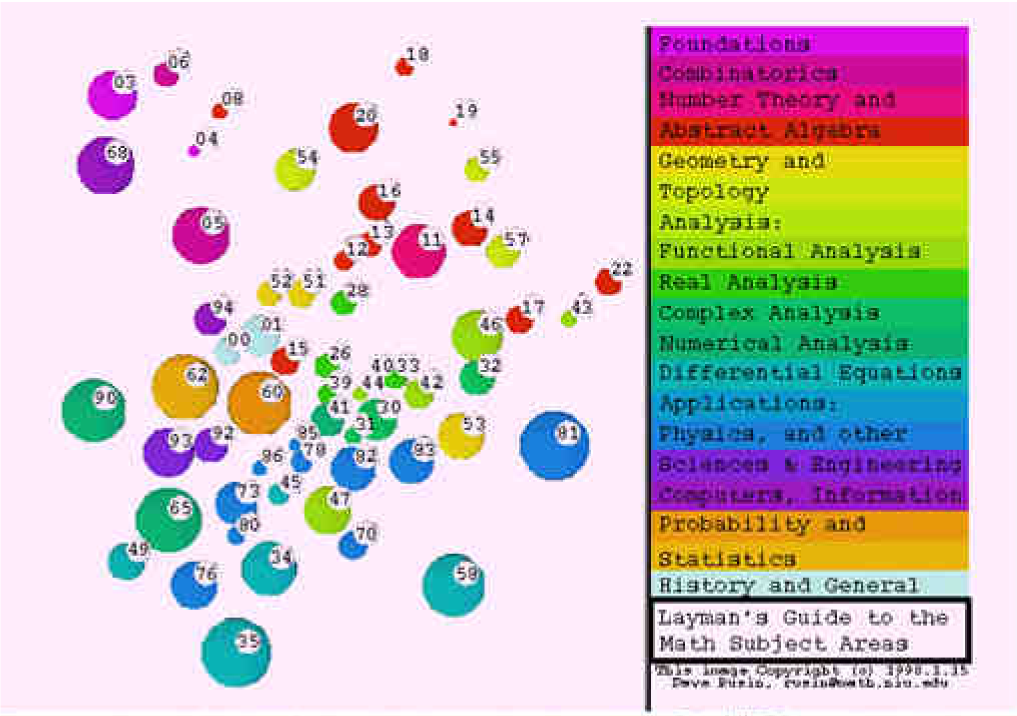
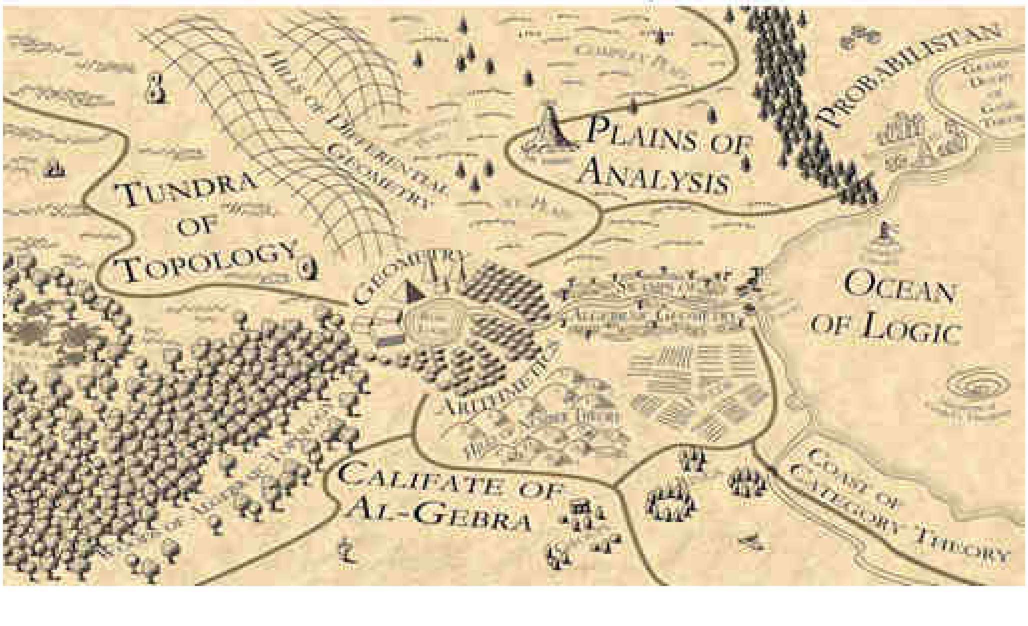
Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 187 – Agosto 2014 – Anno Sedicesimo





Rudi Mathematici
Rivista fondata nell'altro millennio da
Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)
rudy.dalembert@rudimathematici.com
Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com
Alice Riddle (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM186 ha diffuso 3132 copie e il 11/08/2014 per Google eravamo in 11'800 pagine.

Sin dal 1998, Dave Rusin ha provato a rendere visualizzabile e navigabile la matematica, con risultati secondo noi utili ma non proprio entusiasmanti. Qualche genio è, recentemente, riuscito a fare di meglio.

1. Il binomio vettoriale

*“Non darei mai la vita per
le mie convinzioni, perché
potrei sbagliarmi"*

(Bertrand Russell)

Tra i migliori giocatori di scacchi del momento figura un giovane italiano, Fabiano Caruana. Seppur nato negli Stati Uniti, a Miami, Caruana possiede la doppia nazionalità e dal punto di vista etnico e scacchistico è del tutto italiano. Essendo nato nel 1992 e avendo conquistato il titolo di GM (Grande Maestro[1]) nel 2007, non ancora quindicenne, Fabiano è di gran lunga il più giovane italiano ad aver raggiunto il prestigioso traguardo.

1 Fabiano Caruana

Il titolo di Grande Maestro, comunque, non basta a definire appieno il suo talento: una denominazione informale, non riconosciuta dalla FIDE ma abbastanza diffusa, definisce “Super-GM” i rari Grandi Maestri che superano i 2700 punti Elo, e Caruana rientra pienamente nel ristretto club. Anzi, a voler essere precisi, proprio nella classifica FIDE di questo Agosto 2014 Fabiano ha superato la vertiginosa quota 2800, che è traguardo riservato solo ai grandissimi: solo Magnus Carlssen, il norvegese attualmente campione del mondo in carica, e Levon Aronian, armeno, lo precedono in classifica.

La presenza di un italiano nelle posizioni più alte del ranking mondiale di scacchi è una novità assoluta; per tutto il ventesimo secolo la bandiera tricolore non è mai comparsa così in alto nella classifica. È vero, peraltro, che dal dopoguerra fino alla rivoluzione metodologica introdotta da Kasparov e compagni, i primi posti di quella classifica erano riservati, con poche (ma in alcuni casi davvero significative) eccezioni, a giocatori sovietici o dell’Europa orientale. Forse, col senno di poi, si può classificare la cosa nell’ottica della ormai morta e sepolta Guerra Fredda: il blocco occidentale e il blocco orientale competevano a distanza sui più disparati campi, dalla corsa allo spazio alle olimpiadi, oltre che nella ben più lugubre guerra agli armamenti: e gli scacchi erano un territorio di caccia in cui il blocco orientale aveva quasi il monopolio. Non a caso, quando il monopolio fu frantumato fragorosamente da Bobby

[1] “Grande Maestro” è il massimo livello internazionale riconosciuto dalla FIDE, la Federazione Internazionale di Scacchi.

Fischer, i media di tutto il mondo puntarono i riflettori sulle scacchiere, solitamente abituate ad esposizioni mediatiche ben minori.

In un contesto del genere, l'assenza di giocatori italiani nelle parti alte del ranking mondiale non sembra pertanto particolarmente significativa: erano davvero tante le nazioni che non riuscivano a portare i loro migliori giocatori nel gotha scacchistico. Il caso italiano, comunque, ha una sua specifica particolarità: anche nei periodi precedenti la Guerra Fredda, dall'Ottocento in avanti, i nomi italiani latitano tra i grandi giocatori, anche se quelli erano tempi in cui ogni grande nazione europea aveva dei campioni di risonanza mondiale.

Tutto ciò appare strano, soprattutto se si considera che nei secoli ancora precedenti i giocatori italiani erano senza dubbio tra i più forti del mondo. Tra il sedicesimo e il diciassettesimo secolo, con la sola eccezione del grande Ruy Lopez, tutti i giocatori che possono vantare il titolo ufficioso di "miglior giocatore di scacchi del mondo" sono italiani: Paolo Boi detto "il Siracusano", Leonardo da Cutro detto "il Puttino"[2], Alessandro Savio, Gioacchino Greco detto "il Calabrese". C'è da chiedersi se ci sia una ragione specifica, oltre al normale ciclo polveroso della storia, per la perdita di una così florida tradizione scacchistica: e, in effetti, una ragione c'è.

2 Il Match del Secolo (XVI): Leonardo da Cutro batte Ruy Lopez alla corte spagnola (dipinto di Luigi Mussini)

Proprio quando il gioco degli scacchi comincia ad uscire dalle corti e ad assumere una diffusione maggiore, gli scacchisti italiani rinunciano a conformarsi agli standard internazionali che si vanno formando. Nella seconda metà del Settecento la scuola francese ha il talento maggiore, François-André Danican Philidor, che contribuisce anche a formalizzare le regole del gioco, peraltro condivise da tutti i giocatori del mondo: tutti, tranne gli italiani, che restano ancorati a delle varianti ormai cadute in disuso nel resto del continente. Agli occhi di un non giocatore, le specifiche regole italiane del tempo possono apparire cose di poco conto, che non stravolgono il senso reale del gioco; e forse è proprio così, almeno per un principiante. Ma quando si gioca ad alti livelli, la piena condivisione delle regole è un elemento cruciale, al punto che l'assenza di un accordo pieno tra i contendenti rende, di fatto, impossibile il confronto agonistico.

[2] Leggenda vuole che sia Paolo Boi, sia Leonardo da Cutro, abbiano usato la loro abilità scacchistica per salvarsi la pelle (o salvare quella di parenti a congiunti) dai pirati saraceni che li avevano catturati. Leggende che mostrano, se non altro, la sorprendente correttezza sportiva dei pirati.

Tanto per stilare un breve elenco: la scuola italiana di scacchi non consentiva la presa *en-passant*; consentiva invece che, durante l'arrocco, il Re e la Torre potessero prendere una posizione qualunque nelle caselle coinvolte dall'arrocco; quando il pedone raggiungeva l'ottava traversa poteva essere promosso solo con uno dei pezzi del proprio colore precedentemente catturati, o anche restare "sospeso" in attesa della promozione; era anche possibile aprire la partita spingendo due pedoni di una sola casella, in alternativa alla tradizionale spinta di un pedone di due caselle[3].

Uno scacchista esperto può rimanere scandalizzato da tante differenze cruciali, ma un principiante si chiederà, più probabilmente, se davvero siano sufficienti queste variazioni (ai suoi occhi tutt'altro che cruciali) a scavare un solco così profondo da aver isolato la comunità scacchistica italiana dal resto del mondo per un paio di secoli. Alla fin fine, sempre di scacchi si tratta: la scacchiera ha sempre 64 caselle, i pezzi sono sempre i soliti, e mantengono la loro disposizione iniziale e il loro caratteristico modo di viaggiare per la scacchiera. Insomma, il gioco degli scacchi è pienamente riconoscibile, possibile che pochi dettagli secondari possano aver compiuto una così profonda separazione?

Possibile è possibile: anzi, è quel che è avvenuto. Certo, non è affatto detto che, se la scuola italiana si fosse adeguata per tempo alle regole internazionali, la penisola avrebbe sfornato un campione del mondo dietro l'altro; però è certo vero che è importante seguire le regole condivise, specialmente quando queste regole sono puramente convenzionali. Sono le convenzioni, in ultima analisi, che rendono possibile il dialogo.

Abbastanza curiosamente, il rispetto delle regole di conversazione e il mantenimento della possibilità di dialogo sono importanti anche laddove l'oggetto in questione non è puramente convenzionale: perfino nella scienza.

3 Cesare Burali-Forti

Cesare Burali-Forti nasce il 13 Agosto 1861, ad Arezzo, in un'Italia appena nata dal punto di vista dell'unità politica. Frequenta l'università di Pisa, si laurea nel 1884, ma non affronta la carriera accademica; si dedica per breve tempo all'insegnamento, poi si trasferisce a Torino, all'Accademia Militare di Artiglieria e Genio, dove insegna geometria analitica proiettiva. Dal punto di vista della carriera di insegnante, il trasferimento a Torino del 1887 è anche il punto di arrivo: continuerà ad insegnare all'Accademia Militare per il resto della sua vita.

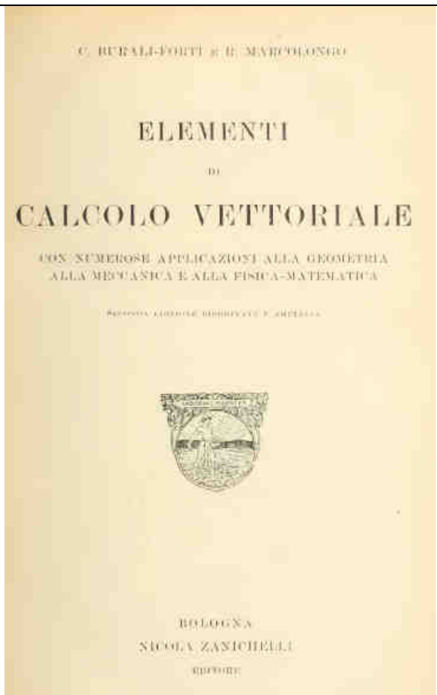
Potrebbe sembrare il riassunto di una vita professionale pacifica, serena e benvoluta dal nostro protagonista, ma in realtà Burali-Forti avrebbe di gran lunga preferito inserirsi nella carriera accademica: tanto è vero che avanzò la sua candidatura per una cattedra, ma la sua richiesta non venne mai accettata, e, in ultima analisi, non venne accettata per questione di "convenzioni". O forse, il che sarebbe anche peggio, per questione di "convinzioni".

[3] Non per niente, ci sono ancora principianti che chiedono se una tale doppia spinta sia o meno legittima, probabilmente perché la regola è ancora osservata da qualche giocatore iper-tradizionale. La risposta, semplice e inamovibile, è "no".

Pisa, dove Burali-Forti si forma e si laurea, è a quel tempo uno dei luoghi matematicamente più avanzati d'Europa. Vi insegnano matematici come Ulisse Dini, Luigi Bianchi, Enrico Betti[4], Vito Volterra; fisici come Luigi e Antonio Pacinotti, e Riccardo Felici. È l'università italiana dove maggiormente è sentito e seguito il rigore nella fondazione della matematica, come nel resto d'Europa sentivano Riemann[5], Weierstrass[6], Dedekind[7] e Cantor[8]. Burali-Forti è uno splendido frutto di questa fucina di matematici: segue con interesse e profitto le lezioni di Dini, con altrettanto successo quelle di Betti che, vale la pena di ricordarlo, era tra i più stretti amici e confidenti di Bernhard Riemann, che a Pisa spesso viene ospitato in qualità di "*visiting professor*".

A Torino, poi, Cesare trova il suo maestro migliore, Giuseppe Peano. La genialità e l'approccio anticonformista di Peano lo affascinano, e Burali-Forti diventa presto il miglior rappresentante della "scuola peaniana" di matematica, frequentemente in contrasto con il resto del mondo accademico.

Del resto, Cesare Burali-Forti è ben abituato ad andare controcorrente: la ragione essenziale per la quale non riuscirà mai ad avere una cattedra è da ricercarsi nella sua appartenenza alla "scuola vettoriale". Per quanto possa apparire oggi paradossale, il cosiddetto "metodo vettoriale" era a quei tempi malvisto dal mondo accademico ufficiale, mentre Cesare Burali-Forti ne era uno strenuo e indefettibile sostenitore. Si ritrova insomma a seguire una scuola di pensiero a quel tempo del tutto minoritaria, e contraria alla posizione maggioritaria del mondo accademico. Un po' come la scuola italiana di scacchi nell'Ottocento, Burali-Forti si ritrova isolato, e tagliato fuori quasi completamente dalla matematica che conta.


C. BURALI-FORTI E R. MARCOLONGO

ELEMENTI

DI

CALCOLO VETTORIALE

CON NUMEROSE APPLICAZIONI ALLA GEOMETRIA
ALLA MECCANICA E ALLA FISICA-MATEMATICA

BOLOGNA
NICOLA ZANICHELLI
EDITORE

4 Gli "elementi" di Burali-Forti e Marcolongo

Più delle similitudini, però, sono probabilmente le differenze ad essere maggiormente significative: se le regole degli scacchi sono e restano puramente convenzionali, i metodi di indagine matematica possono mostrare la loro validità a prescindere delle mode del tempo. Questo non basta a migliorare la vita del matematico aretino, ma è sufficiente per farlo rientrare di diritto nella storia della matematica.

Anche perché, seppur rari, i sostenitori della scuola vettoriale non erano del tutto assenti: il più stretto amico e collaboratore di Cesare Burali-Forti è infatti Roberto Marcolongo: nato a Roma il 28 Agosto del 1862, e quindi di appena un anno più giovane di Burali-Forti, Roberto Marcolongo riesce invece a percorrere una brillante carriera accademica, e a competere addirittura con Tullio Levi-Civita nell'assegnazione della cattedra di Meccanica Razionale a Padova. Anche Marcolongo è un vettorialista, al punto che lui e Burali-Forti si guadagnano presto, da amici e detrattori, il nomignolo di "binomio vettoriale".

Per quanto stretta e duratura, la consociazione tra Burali-Forti e Marcolongo ad un certo punto

[4] Dei matematici italiani del Risorgimento, tra cui Betti, abbiamo parlato in RM150.

[5] Protagonista in RM068 di un vero e proprio racconto di pellegrinaggio.

[6] Poeta in RM057.

[7] Di lui e di molto altro imprevisto ed improbabile si parla in RM081.

[8] Anche lui già festeggiato nel compleanno di RM062.

subisce una dura crisi, e la colpa è di un certo Albert Einstein[9]: la pubblicazione, nel 1905, delle memorie sulla Relatività Ristretta provoca infatti un'insanabile cesura tra i due. Tanto Marcolongo è entusiasta della teoria, tanto Burali-Forti la giudica errata e illogica. Tra il 1910 e il 1925, in Italia, il mondo scientifico era ben diviso tra "relativisti" e "antirelativisti", e in questa nuova suddivisione i due amici si ritrovarono allineati su sponde diverse.

Del resto, lo stesso destino della scuola "vettorialista" italiana ebbe scarsa fortuna, ed è anche probabile che, in ultima analisi, la cosa non sia stata così negativa per lo sviluppo della matematica in Italia. Certo è che, mentre Marcolongo ebbe proprio dalla sua difesa della Relatività i suoi meriti professionali maggiori, Burali-Forti orienta la sua capacità di indagine soprattutto sui fondamenti della matematica, e proprio all'alba del ventesimo secolo.

Sostenitore di Peano, Burali-Forti, pur senza titoli accademici, viene chiamato da questi a fargli da assistente all'università di Torino. Fortemente influenzato dalla personalità del grande cuneese che strabiliò Bertrand Russell nel 1900 al Congresso di Parigi[10], Cesare Burali-Forti si interessa della Teoria degli Insiemi e dei problemi connessi ai paradossi che ne conseguono. Se è stranoto che fu proprio Bertrand Russell[11], con le sue celebri antinomie, a mettere in crisi il sistema che fondava sugli insiemi le basi della matematica, è meno noto che i suoi "paradossi" non furono i primi in ordine di tempo ad essere pubblicati sul tema, nel 1897:

> Sia Ω l'insieme di tutti i numeri ordinali. Poiché Ω contiene tutte le proprietà di un numero ordinale, è esso stesso un numero ordinale. Possiamo pertanto costruire il suo successore Ω +1, che è strettamente maggiore di Ω. Però questo numero ordinale deve essere un elemento di Ω, poiché Ω contiene tutti i numeri ordinali. Si arriva pertanto alla contraddizione, perché valgono contemporaneamente le relazioni:
>
> $\Omega < \Omega + 1$ e $\Omega + 1 < \Omega$.

Il paradosso è oggi noto come "Paradosso di Burali-Forti", e se Cesare ne può rivendicare il nome è sostanzialmente per merito dello stesso Bertrand Russell che, estremamente corretto come è sempre stato nella sua lunga vita, segnalò fina dalla prima pubblicazione delle sue antinomie che l'idea dei celebri "paradossi di Russell" gli era stata ispirata dalla lettura dei testi del matematico italiano.

Cesare Burali-Forti non era affatto un carattere facile. Molte delle sue pubblicazioni (ed era scrittore prolifico, ne produsse più di duecento) erano polemiche. Era un pensatore indipendente, poco disposto a lasciarsi convincere, come mostra la sua incapacità di prendere atto della correttezza della Relatività Ristretta, per quanto a convincerlo abbia provato il suo amico più stretto. Infine, sia lui sia Marcolongo vissero in un periodo davvero difficile per l'Italia, quando essere professori, accademici, studiosi, scienziati erano attività che non potevano essere pienamente scisse dalle opinioni politiche e sociali. Né Marcolongo né Burali-Forti possono dire di aver lottato contro quel potere che la Storia ha poi dimostrato essere devastante e crudele.

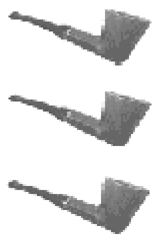
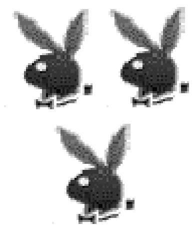
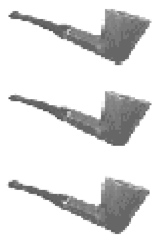
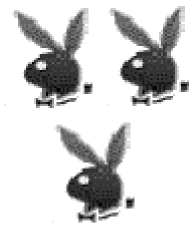
Ma erano matematici, questo sì, e matematici di vaglia. E non avevano paura di difendere la loro visione matematica di fronte al resto del mondo. Almeno questo, oltre agli evidenti importanti risultati scientifici di entrambi, è cosa di cui possono andar fieri.

[9] Albert Einstein ed il suo annus mirabilis spadroneggiano in RM074.

[10] Per ulteriori dettagli, forse è meglio recuperare RM067, Maggio 2004 , che contiene il compleanno di Peano, "Sineddochi".

[11] Certo, anche di lui si è parlato, in RM052.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	**Alice Riddle**	**Piotr R. Silverbrahms**
Un gioco che non mi piace			
Mi è scoppiato l'universo			

2.1 Un gioco che non mi piace

...il che significa che non va in *Zugzwang!*.

Comunque, ve lo racconto. Se volete essere rassicurati sul fatto che la prossima generazione sarà migliore della vostra, questo è un buon punto a favore: i *giovini* vincono sempre, sfruttando il fatto che gli *anziani* sono dei diesel, da queste parti.

Prendiamola alla lontana.

Long, long time ago (per intenderci, la prima volta che la famiglia d'Alembert si è recata in Francia) abbiamo visto due coetanei dei VAdLdRM giocare uno strano gioco: tanto per cominciare le carte erano rotonde, e cariche di strani simboli in disordine, occhi, sensi vietati, lune, monadi e quant'altro. I due ragazzini mettevano una carta a testa sul tavolo contemporaneamente, con i simboli visibili: uno dei due urlava qualcosa e prendeva entrambe le carte, mettendole da parte. E avanti sino alla fine delle carte in mano. Siccome il gioco pareva rumoroso, ha immediatamente suscitato l'interesse dei pargoli, i quali hanno presentato richiesta ai genitori per l'immediato acquisto.

Adesso, mettetevi nei miei panni: siete l'unica persona che parla la lingua locale e dovete trovare un gioco che non sapete come si chiama e del quale non conoscete le regole. Visto che "cartes rondes" non è molto esplicativo (ne conoscevo almeno sei mazzi, sette contando quello che stavano giocando i due pronipoti di Asterix), e sarebbe buona cosa quantomeno avere una vaga idea delle regole, mi sono messo a osservare i due Vercingetorigi e, previa spiegazione del motivo, la sempre insoddisfacente riposta "non adesso" è stata accettata dai figlioli. Le regole, in realtà, erano decisamente semplici:

1. I due giocatori abbassano una carta ciascuno contemporaneamente
2. Quello dei due che riesce a individuare per primo il simbolo comune (urlandone il nome) tra le due carte vince e prende le carte

Il che ha posto un interessante problema.

Evidentemente, le carte erano costruite in modo tale che date due carte qualsiasi, ci fosse sempre uno ed un solo simbolo in comune: il mazzo con il quale giocavano i fratellini di Giovanna d'Arco aveva otto simboli per carta, e non sono riuscito a capire quale fosse la dimensione dell'"alfabeto dei simboli", ma la cosa si faceva interessante, e mente vagolavo per tabaccai e giocattolerie, mi ponevo delle domande.

Avendo m simboli per ogni carta, qual è la dimensione n del mazzo più grande che potete costruire?

Con m simboli per carta e n carte, qual è l'alfabeto minimo s che vi serve?

Qual è (m, n, s) ottimale, con il massimo numero di carte e il minimo numero di simboli?

Attenzione che potreste avere lo stesso simbolo in comune tra più carte, ad esempio {2,4,5,...}, {4,6,7,...}, {1,4,8,...}, le tre carte hanno in comune il 4 e tutti gli altri simboli diversi.

È stata un'estate di tregenda: non sapendo il francese, i due non potevano giocare con gli autoctoni, e quindi giocavano tra di loro 24/7. Siamo arrivati al punto che abbiamo dovuto nascondere loro le carte.

"Rudy, ma se è un problema vecchio, perché ce lo fai solo adesso?" Semplice: *abbiamo ritrovato le carte*! Fortunatamente, i due giovani si sono calmati e si sono limitati a uno sguardo di sufficienza. Quindi, sono diventate parte della collezione di giochi dello scrivente. Che, però, continua a rimuginarci sopra... Qui c'è sotto qualcosa, capace che ci scappa un PM. E se trovate cosa c'è sotto, potreste scriverlo *voi*.

2.2 Mi è scoppiato l'universo

Tranquilli, non il nostro: un universo mio, monodimensionale, di tanti anni fa. Era una simulazione (MonteCarlo) di punti materiali su una retta, dotati di velocità e gravità, e tutte le simulazioni (anche con gravità degne di un buco nero) portavano, di solito, alla perdita all'infinito dei punti. C'era un "piccolo" errore, che poi sono riuscito a trovare, che riduceva la gravità di un fattore mille (giusto così: non era un fattore tre, era proprio mille).

"E ce lo dici adesso?" Sì, visto ho trovato un problemino che me lo ha ricordato: e, come al solito, mi hanno dato la *risposta* ma non la *soluzione*: e siccome la risposta è molto carina, sarebbe interessante se riusciste a dimostrarla.

Su una semiretta (nel senso che comincia da una parte e va all'infinito), vi state divertendo a lanciare una pallina al secondo tutte nella stessa direzione ma con velocità diverse (distribuite uniformemente tra 0 e 1, diciamo): come tutte le semirette che si trovano nei laboratori di fisica, attrito zero e quindi velocità costante, per ognuna delle palle. Che quindi, prima o poi, si scontrano.

Il fatto è che quando due palle si scontrano, si autodistruggono (con molta calma: le altre palle non vengono coinvolte); la domanda che mi hanno rifilato è: qual è la probabilità che, se lanciate, ad esempio, venti biglie, queste prima o poi si autodistruggano tutte?

Svelti, prima che Alice si accorga che stiamo parlando di probabilità...

3. Bungee Jumpers

Dimostrare che, se x_1 e x_2 sono in valore assoluto non superiori a 1, allora:

$$\sqrt{1-x_1^2}+\sqrt{1-x_2^2}\le 2\sqrt{1-\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2}.$$

Per quali valori sussiste l'uguaglianza?

La soluzione, a "Pagina 46"

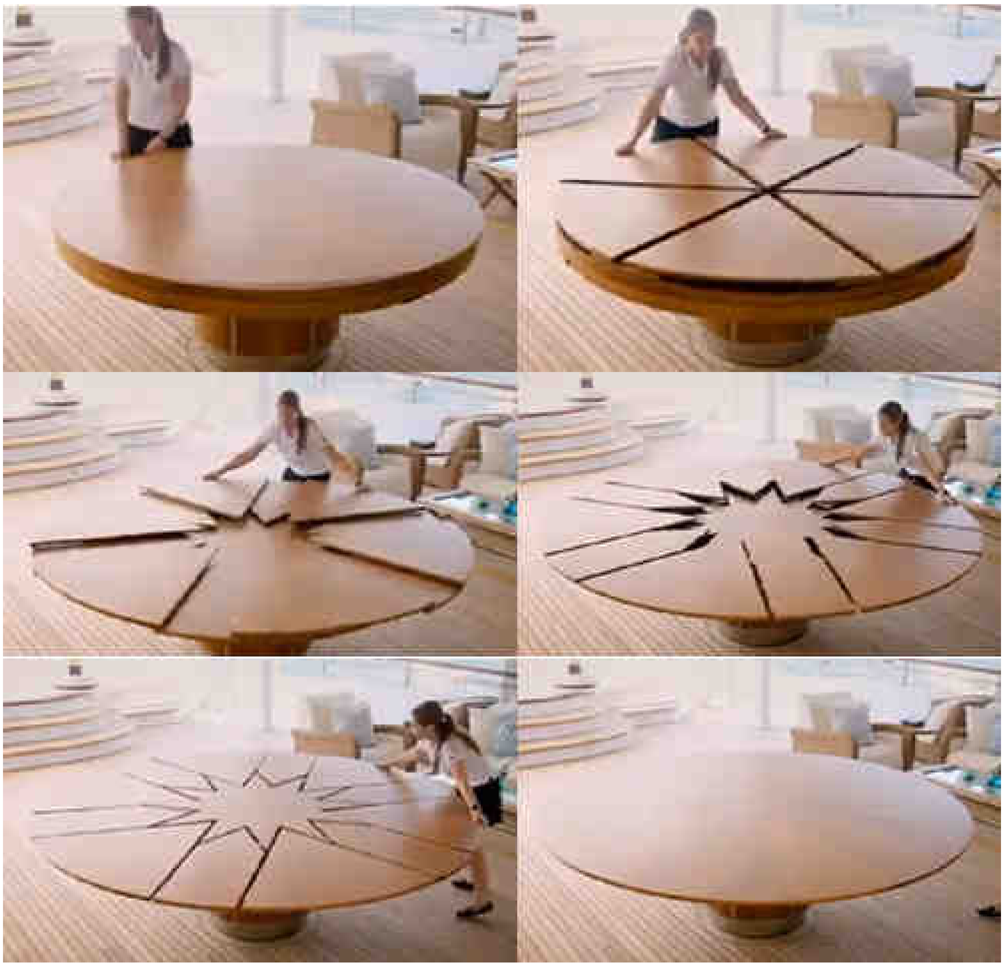
4. Summer Contest

Forse. Non partite troppo contenti. E non lamentatevi che il "Contest" è in ritardo, quest'anno: lo era anche la "Summer", quindi va bene.

Di sicuro, contrariamente a Rudy, siete partiti per le ferie armati di incredibili tablet e connessioni ad internet superveloci, quindi non ci sentiamo minimamente in colpa per darvi un indirizzo di un aggeggio pesante: guardatevelo, che poi abbiamo delle domande.

https://www.facebook.com/photo.php?v=448967958528455

Visto? No? Bene lo stesso, allora vi mettiamo alcune immagini topiche:



E adesso lavorateci su. Non nel senso di costruirlo, ma nel senso di capire se esiste una "dimensione limite" (non ci pare corretto parlare di "raggio") per la versione grande rispetto a quella piccola, quali debbano essere le dimensioni dei vari pezzi e quale manovellismo possa permettere a una signorina che non ha certo l'aria molto robusta di aprire e chiudere il tutto con sforzo minimo (tranne all'inizio e alla fine, ma ce la fa da sola)… Insomma, scervellatevi.

5. Era Una Notte Buia e Tempestosa

Bene, se volete sapere come mai questa rubrica sia presente anche in questo estivo RM187, non dovete far altro che recuperare il numero precedente. Era lì che raccontavamo dell'immane Disgrazia del Recensore, ovvero la comparsa di una lussureggiante collana di libretti elettronici di matematica scritti da amici stretti di RM.

Sempre lì si narrava di quanto questi libretti fossero fecondi e soprattutto rapidi nelle uscite: se non abbiamo fatto male i conti, la loro spaventosa frequenza dovrebbe essere di circa 37,9 microhertz, mentre le nostre recensioni, prima dell'avvento della collana avevano la placida frequenza di 11,2 microhertz.

Insomma, dobbiamo accelerare. E quindi, sotto con la nuova tripletta, quella che AltraMatematica ha sfornato a cavallo tra l'inverno e la primavera di quest'anno.

5.1 Un Punto Fermo

« I Veri Matematici sono insuperabili anche nell'affermare di non sapere cosa stanno facendo.»

Prima dell'avvento dei social network, ogni neofita che aveva l'intenzione di avvicinarsi al rutilante Mondo della Rete doveva sottostare ad un rito di iniziazione non scritto, ma non per questo meno vincolante: la scelta di un nome di battaglia. Nickname, pseudonimo o, come alcuni Prestigiosi Intellettuali si ostinavano a chiamarlo, allonimo: era d'obbligo scegliersene uno, e non era una cosa da poco conto. Il "nome per la rete" doveva essere chiaro, potente, memorabile, o si rischiava di finire nelle paludi del dimenticatoio; mica come adesso, con Facebook che impera e che ha di fatto equiparato la nomenclatura dei Navigatori della Ragnatela all'Anagrafe Comunale.

Anche di fronte ad un simile impegno, c'era chi era baciato dalla dea bendata: pensate che bella cosa sarebbe stata il potersi limitare a prendere due lettere dal cognome e una dal nome, e avere un bell'allonimo evocativo e di senso compiuto. Ma funziona raramente: il vostro povero recensore, ad esempio, si ritroverebbe a chiamarsi Fap, noto acronimo del filtro antiparticolato, e non si può dire che ci sarebbe d'andarne fieri. Anche invertendo i ruoli di nome e cognome, ne uscirebbe un timido Pif che, per quanto portato alla ribalta da un brillante giovanotto di spettacolo, resta nomignolo che richiama un buffetto su una guancia, un tentativo mal riuscito di un colpo intenzionalmente più maschio e deciso.

C'è invece chi si chiama Roberto Zanasi, per il quale la regola summenzionata produce un trionfale Zar[12], beato lui. E infatti Zar è Zar, almeno nell'italica matematica ricreativa: Zar che fa il prof (qualche volta addirittura il proooof), e dà voce continua e stentorea al Vero Matematico e al suo paziente Apprendista.

Zar era finito dentro questa rubrica di recensioni già tre anni fa, in RM149, quando ScienzaExpress dette alle stampe il suo "*Verso l'Infinito, ma con calma*", pietra miliare della matematica dell'infinito in rete finalmente assurta al supporto cartaceo. Ci torna con questo "*Un punto fermo*", quarta uscita di AltraMatematica per 40K Unofficial, e saltano subito agli occhi un paio di osservazioni cruciali.

La prima è che deve esserci qualcosa di davvero profondo, nella matematica, se riesce a far scrivere allo stesso autore, con lo stesso stile, del tutto e del nulla. L'infinito è

[12] Anche nella controregola (due lettere dal nome, una dal cognome), il nostro otterrebbe un muscolare Roz; mica male, no?

palesemente il “pieno”, il tutto immaginabile, senza soluzione di continuità; il punto è la dimensione zero, ciò che non ha parti, come dice Euclide, e pertanto ciò che, sotto molti aspetti, esiste senza esistere, perché è una pura definizione di spazio senza occupare nulla dello spazio stesso.

C’è da pensare una vita solo per la scelta dei titoli, o meglio degli argomenti prescelti dal nostro eroe, ma se lo facessimo davvero si potrebbe pensare che si tratti di filosofia, di esoterismo matematico, e ne verrebbe fuori un brutto servizio, fuorviante. Perché il libretto di Zar è tutt’altro.

Innanzitutto perché, per una volta, nel titolo è più importante l’aggettivo del sostantivo: nel senso che il “punto” in questione non è tanto il punto euclideo, ma appunto il “punto fermo”, la pietra fissa che non cambia anche quando cambia tutto il resto attorno: per dirla come la direbbe il Vero Matematico, questo salvagente delle dimostrazioni si chiama “invariante”.

In secondo luogo perché il libretto è matematica vera: forse il più strettamente matematico della collana AltraMatematica: nelle poche migliaia di battute concessegli, Zar introduce il concetto di invariante e poi lo scova dentro i solidi platonici, dentro la “seconda più bella formula della matematica”[13], nel gioco del quindici di Sam Loyd e nei giochi matematici di John Horton Conway, dove il nostro intravede addirittura la “più bella dimostrazione della matematica”.

Gli invarianti sono pepite d’oro, per i matematici. Forse solo i fisici teorici li apprezzano in egual misura, se non altro perché senza invarianti si sentono subito perduti. L’importanza di fissare solidamente le fondamenta di un ragionamento è azione cruciale di ogni teorema, e quasi sempre, in un modo o nell’altro, le fondamenta sono appunto degli invarianti: il metodo è così fruttuoso che appare strano che la didattica tradizionale solitamente non si soffermi a dovere sul concetto.

Ma adesso ci ha pensato il prof, a mettere il punto fermo, no?

Titolo	Un Punto Fermo
Sottotitolo (tweet)	*Tutti cerchiamo una Costante.*
Autore	Roberto Zanasi (Zar)
Editore	40K Unofficial
Collana	Altramatematica 4
Data Pubblicazione	Febbraio 2014
Prezzo	1,99 euro
ISBN	9788898001552
Pagine	Ebook (circa 30)

[13] Proprio così, proprio quella che è preferita anche dal GC, “Fatti Vedere Sabato alle 2”. Il GC e Zar hanno sempre avuto gusti simili, anche nella scelta degli allonimi (GC=Grande Capo, ma anche, volendo: Giulio Cesare, ergo Cesare, ergo Kaiser, ergo T’sar, insomma Zar).

5.2 Crisi d'Identità

« …è possibile provare lo stesso piacere estetico nel leggere una poesia di Leopardi e nel comprendere una grande costruzione intellettuale come la relatività einsteniana o nell'ammirare la preziosa sintesi della formula di Eulero»

Tessuto connettivo. È possibile che tra gli addetti ai lavori – medici, chirurghi, biologi, fisioterapisti – del tessuto connettivo si parli spesso e bene, ma è pacifico che tra i non iniziati il concetto è ben più che vago. A sentire Wikipedia, la definizione di tessuto connettivo raccoglie "*vari tipi di tessuto che hanno in comune la funzione di provvedere al collegamento, al sostegno e al nutrimento di altri tessuti dei vari organi*". Forse è una definizione acconcia, anche se forse non troppo specifica: certo è che l'uomo della strada è ben conscio di avere al suo interno un certo numero di organi, cuore cervello fegato polmoni, e di ognuno di essi avrà un certo grado di consapevolezza (assai probabilmente mediata più dagli eventuali dolori che sono evocabili in sincronia con il nome dell'organo malato, che da altro), ma di tutto quanto li metta in contatto, di ciò che insomma li tiene insieme, non si preoccupa minimamente.

Si potranno avere così gli entusiasti del cervello e i fanatici del cuore; non mancheranno gli estimatori del fegato e perfino gli adoratori dei reni, e non mancheranno nicchie di appassionati molto particolari, pronti a fondare il Club della Tiroide o il Gran Circolo della Pituitaria. E, in fretta, si dimenticherà il resto, ci si concentrerà solo sul preciso e adorato oggetto della passione, in una sineddoche malata, dove l'adorazione della parte è ben lontana dall'apprezzamento del tutto.

Gli appassionati delle interconnessioni sono pochi, rari. Marco Fulvio Barozzi, in arte Popinga, è uno di questi rari esseri che si lascia appassionare da ciò che la maggioranza silenziosa trova mutuamente esclusivo. Scienza e Letteratura, ad esempio. Storia e Tecnologia. Calcio e Filosofia. Ma sempre insieme, sempre interconnessi.

Al pari di Zar, di cui s'è parlato poco sopra, anche Popinga è già stato ospite di questa rubrica, nel numero 151, tre anni fa esatti: e, se ci fosse bisogno di ribadire le caratteristiche essenziali di MFB, basta tornare a leggersi la recensione – ma preferibilmente direttamente il testo – del suo poliedrico "Keplero aveva un gatto nero", dove la massima espressione letteraria, la poesia, diventa il veicolo di articolati peana in nome della scienza più hard-boiled.

In questo nuovo "Crisi d'Identità", Popinga utilizza un termine psichiatrico per introdurre, tramite argomenti inizialmente letterari, un tema filosofico affrontato dal punto di vista matematico e logico, sviluppandolo attraverso i canonici mezzi che hanno messo in crisi l'epistemologia d'inizio Novecento e aperto la strada ai misteri autoreferenziali cari all'informatica, il tutto per giungere alla agognata meta di scherzarci un po' su.

Il periodo precedente è volutamente confuso e confondente, poco chiaro e troppo arzigogolato, ma non troppo distante dalla realtà: per introdurre il complesso tema delle autocontraddizioni (che contengono il germe di tutte le crisi di identità propriamente dette), Popinga inizia infatti con presentare la figura retorica dell'ossimoro, frequentata anche dal Petrarca.

Passa poi, tramite le Tigri Azzurre di Borges, a mostrare la fragilità del concetto di identità nel linguaggio comune, e quindi le fragilità – più nascoste ma forse più dirompenti – del medesimo concetto in matematica. Gli strumenti per mettere in crisi la più solida delle discipline sono stati forgiati fin dall'antichità (i paradossi), e splendidamente affilati da Russell e Gödel un'ottantina di anni fa, e l'unica via d'uscita è quella di imparare a conviverci: la matematica è destinata a rimanere incompleta, la logica pure, la filosofia, in fondo, ha sempre saputo di esserlo.

L'arte, la letteratura, la poesia non si sono mai realmente poste il problema intrinseco della coerenza, dell'identità assoluta e definitiva, e Popinga – forse proprio per questo – cerca coi mezzi letterari le risposte ai grandi quesiti della scienza. Ma non tanto nella speranza di risolverli, quanto con la certezza di divertirsi e stupirsi nella ricerca: il tessuto connettivo citato all'inizio ha questo di buono, che connette, e una connessione è – quasi per definizione – la strada da percorrere durante un viaggio. E MFB è un viaggiatore coi fiocchi.

Titolo	Crisi d'identità
Sottotitolo	Identico e diverso tra matematica, letteratura e gioco
Sottotitolo (tweet)	*Crisi d'identità: identico e diverso, ma leggerlo o meno non è lo stesso.*
Autore	Marco Fulvio Barozzi (Popinga)
Editore	40K Unofficial
Collana	Altramatematica 5
Data Pubblicazione	Marzo 2014
Prezzo	1,99 euro
ISBN	9788898001668
Pagine	Ebook (circa 43)

5.3 Racconti Matematici

«Tutti pensano al frattale come una struttura in cui lo spazio si ripete all'infinito, in livelli scalari sempre più piccoli. Ma pochi sanno che esistono oggetti frattali in cui la dimensione ricorsiva è il tempo, nei quali gli eventi si susseguono a velocità differenti, a seconda della posizione in cui ci si trova al loro interno.»

Non sarà una domanda che si pongono i lettori di questa e-zine, ma è davvero una delle più frequenti che i poveri redattori di RM si sentono rivolgere: "*Ti occupi di matematica ricreativa? E cosa sarebbe*?". È davvero difficile rispondere, perché le due parole, di per sé, sono abbastanza chiare: quindi è il loro accostamento a risultare ostico e incomprensibile al postulante. La "matematica" è la matematica, e "ricreativa" significa "che diverte". Evidentemente, chi fa la domanda non riesce minimamente ad immaginare che la matematica possa divertire, e quindi indaga come un detective di fronte ad un indizio rivelatore.

La cosa curiosa è pertanto che per molta gente "matematica ricreativa" è una vera e propria contraddizione in termini, un ossimoro come quelli tanto amati dal Popinga recensito nel paragrafo precedente; viceversa, ossimori e contraddizioni in termini fanno proprio parte di quelle cose che i cultori della matematica ricreativa trovano appunto curiose e affascinanti. Una buona dimostrazione di quanto appena asserito la si ritrova nei molteplici nomi di Spartaco Mencaroni, che ha firmato la sesta uscita di AltraMatematica con l'audace ebook "Racconti Matematici". Già "Spartaco" è nome che richiama ardite ribellioni, ma non contento di ciò, il nostro porta avanti il blog (e l'identità segreta) di "Coniglio Mannaro", strano mammifero ipotetico che, esista o meno, è appunto elemento indubbio della folta rappresentanza della Fauna Ossimorica, poiché non è frequentissimo trovare l'attributo "mannaro" associato ai leprotti. Del resto, nell'immaginario collettivo, molti animali sono considerati eleganti, ma è raro che l'eleganza sia la dote maggiormente riconosciuta agli orsi, eppure il nostra twitta e si fa twittare con l'indirizzo "elegant bear".

Tutto ciò basta e avanza per mostrare che il Mencaroni, figlio di quella complicata e delicatissima scienza non esatta che è la medicina, è a tutti gli effetti affascinato dai particolari meccanismi scientifici che mostrano potenza estrema di indagine, fino ad toccare con spietato determinismo i loro stessi limiti conoscitivi.

A questo punto gli ingredienti sono completi: abbiamo un autore la cui formazione è evidentemente di radici umanistiche, che professa una disciplina scientifica priva dei rigori assolutistici della logica formale, che però è fortemente attratto dalle pieghe più complicate e complesse del linguaggio matematico. Da ingredienti del genere non può uscire altro che un piatto insolito: dei pezzi di letteratura attenti alle azioni, reazioni ed emozioni umane quando sono poste di fronte alle possibili interferenze – seppur fantastiche – di precisa e spietata origine matematica.

La brevità costituzionale degli ebook di AltraMatematica costringe il plurale del titolo ad essere esercitato con il minimo indispensabile: sono infatti solo due i "racconti matematici" contenuti nei canonici 40K del testo elettronico. Il primo racconto ("Sulle fragili ali della bellezza") si snoda in un'atmosfera che ricorda i grandi romanzi marinari dell'Ottocento: vele e navi come in Moby Dick, ma anziché il fragore dei flutti dei mari del sud, il professore protagonista del racconto si ritrova bloccato in una stanza di un porto remoto, un'ultima Thule lontana dai suoi contatti, costretto a condividere la stanza coi suoi fantasmi. Fantasmi che, nel caso specifico, sono quelli che gli impediscono – non del tutto a torto, come direbbe il vescovo Berkeley – di accettare il concetto di infinitesimo che è alla base del calcolo. L'atmosfera remota e ovattata dello studio riescono in qualche modo a convincere Talbot, il protagonista, ad accettare la bellezza del nuovo formalismo senza più chiedersi se quella bellezza abbia o meno il diritto di esistere.

Se la nebbia protettrice dei porti nordici è l'ambiente fondamentale del primo racconto, nel secondo ("La spugna di pietra") l'ambiente è il protagonista stesso della storia. Più arditamente fantastica e geometrica, la storia si basa tutta sull'esplorazione di una infinita caverna frattale a forma di Spugna di Menger: i protagonisti del racconto vi finiscono all'interno, e rischiano di restarne catturati per sempre, grazie all'artificio narrativo che compensa, con un brillante colpo di teatro, il ridursi infinito dello "spazio" frattale della caverna con una dilatazione proporzionale dei tempi. La caverna diventa così non solo infinita (com'è di per sé la Spugna di Menger) ma anche "percepita" con tratti di lunghezza uniforme, perché ad ogni compressione spaziale corrisponde un'equivalente dilatazione temporale.

Tutto questo rende di fatto la caverna del racconto una macchina del tempo, e la vicenda si snoda poi come un classico del genere: a giocare col tempo si finisce sempre per diventare pazzi o crudeli. In questo caso, c'è una punta di thriller a suturare l'inevitabile salto temporale tra le due parti del racconto, e la cosa non dovrebbe stupirci: alla fin fine, Spartaco è sì un coniglio, ma è soprattutto mannaro.

Titolo	Racconti Matematici
Sottotitolo (tweet)	*Immergiti in un racconto matematico, ma fai attenzione: potresti non trovare più l'uscita.*
Autore	Spartaco Mencaroni (il Coniglio Mannaro)
Editore	40K Unofficial
Collana	Altramatematica 6
Data Pubblicazione	Aprile 2014
Prezzo	1,99 euro
ISBN	9788898001712
Pagine	Ebook (circa 49)

6. Soluzioni e Note

Agosto.

Anche quest'anno, come tradizione, scriviamo il numero più estivo di RM e calcoliamo con quanto ritardo riusciremo a farlo uscire. Siete sotto l'ombrellone? Vi divertite? Benissimo. Noi siamo contentissimi per voi e non vediamo l'ora di ricevere vostre notizie. Per quanto mi riguarda non ricordo un'estate tanto fredda e piovosa da un po': nemmeno i miei compari sono riusciti a portarmi un po' di sole dall'Italia. Ma certo: anche quest'anno si è ripetuta la tradizione del CdR estivo in Svizzera (che è ormai l'unica occasione in cui ci si vede, purtroppo), e l'abbiamo provata a sfruttare malgrado il cattivo tempo.

5 Rudy e Piotr in ricreazione

Nella foto di repertorio si notano i grandissimi protagonisti maschili della Redazione mentre godono degli interessi locali a Lucerna, una delle più belle cittadine svizzere, dove – tra l'altro – si trova un museo dedicato ai mezzi di trasporto, molto multimediale e molto divertente, che ha compensato in qualche modo la giornata piovosa, tanto che è uscito anche un po' di sole per una passeggiata in centro.

Rudy ha tratto ispirazione per migliaia di nuovi problemi dalle mille magie del trasporto via mare, rotaia, cremagliera, filovia… mentre la sottoscritta (Alice) si preoccupava solo di cosa si potesse mangiare, e Piotr beh, lui ha fatto ancora una volta delle belle foto, che prima o poi vi faremo vedere.

In ogni caso, anche per quest'anno ci siamo incontrati ed abbiamo fatto qualcosa insieme per RM, preso qualche decisione e spedito RM186 in una fredda, freddissima notte estiva, in condizioni di evidente euforia alcolica. E va bene, cerchiamo di fare il nostro lavoro e procedere con le soluzioni.

Nota successiva: giusto poco prima della pubblicazione di questo molto tardo RM, sono arrivate delle richieste di modifica dal Capo, che io sono ovviamente troppo pigra per accoglierle. Se il GC si ricorda di ricordarmele, le troverete nel prossimo numero, credo.

6.1 [185]

6.1.1 Resistere, resistere, resistere!

Ricordate il problema controverso del mese passato? Era più o meno questo:

> *Rudy porta il cane ad un parco dalla forma di triangolo equilatero di lato* 350 *metri, lo sgancia e si reca all'unica panchina disponibile. La bestiola parte verso un lato del triangolo e lo marca, quindi, si reca verso un altro lato sul quale ripete la stessa operazione e si lancia a completare il lavoro sul lato restante; infine si reca al punto di partenza, recupera il guinzaglio abbandonato per terra e quindi va verso Rudy. Quest'ultimo nota che la bestia ha fatto il percorso minimo, percorrendo in totale* 1275 *metri. Dov'erano, all'interno del triangolo, il guinzaglio e la panchina?*

Il mese scorso abbiamo visto il Capo, interpellato da ***Gnugnu***, ammettere errori di stampa e o formulazione:

> Ho riverificato la formulazione originale. Il percorso era:
>
> ORIGINALE: Guinzaglio->Lato BC->Lato CA->Lato AB->Rudy->Guinzaglio
>
> RM185: Guinzaglio->Lato1->Lato2->Lato3->Guinzaglio->Rudy
>
> Si noti nel finale l'inversione tra "Rudy" e "Guinzaglio". Quindi, sì, un errore c'è.

L'altra volta avevamo pubblicato anche un tentativo di soluzione di ***Franco57*** ed uno di ***MBG***. Un commento aggiuntivo di ***Gnugnu*** arriva adesso:

I segmenti congiungenti i punti medi dei lati di in un triangolo equilatero T di lato l lo dividono in quattro triangoli equilateri di lato $l/2$, ognuno dei quali ha almeno due vertici coincidenti con punti medi dei lati di T.

Un punto G (in cui viene abbandonato il guinzaglio) qualsiasi di T appartiene ad almeno uno dei triangolini ottenuti, quindi, se lo congiungiamo con i due punti medi più vicini, a loro volta uniti col terzo punto medio, otteniamo un percorso che iniziando da P tocca tutti i lati di di T per tornare nuovamente a P. Circuito che, per essere formato da segmenti di lunghezza massima $l/2$, avrà lunghezza non maggiore di $2l$.

Questa lunghezza non sarà in generale quella minima, ma appare insostenibile che ne sia addirittura inferiore, come dovrebbe succedere per ottenere, aggiungendo al percorso minimo un ulteriore segmento appartenente a T, un cammino più lungo del perimetro di questo.

Direi più un Q&D che un problema.

Il GC, con la consueta cortesia, contesta la mia affermazione e comunica che la (apparente) contraddizione è da imputarsi ad una inversione fra destinazioni avvenuta nel corso della dematematizzazione del problema: Il cane non deve tornare in G, ma raggiungere invece il punto P in cui si trova la panchina su cui siede il suo amato padrone.

A mio avviso, nella dimostrazione di impossibilità non cambia alcunché: anche P abita in un triangolino che ha per vertice almeno uno dei due punti medi non collegati con G. Il circuito diventa una spezzata aperta, la cui lunghezza continua a non superare $2l$.

Epperò, se Rudy insiste, una spiegazione bisogna trovarla! Se ammette un errore, significa che il cambiamento deve, in qualche modo, incidere su quel che lui ritiene chiamarsi soluzione.

Effettivamente una differenza c'è. Se, per ragioni imperscrutabili, il *taboi* decide di ignorare i lati più vicini e cerca di collegare G con il più lontano: nella prima versione può farlo una sola volta, nella seconda potrà anche raggiungere P partendo dal lato meno vicino. Ma, non doveva descrivere il percorso minimo spinto dalla pigrizia ereditata dal suo padrone? Beh! Visto l'affetto con cui ci viene presentato, ipotizzare un disturbo bipolare non dovrebbe creare scandalo.

Ed allora, trattandosi di minimo limitatamente alla peggior successione dei lati, Rudy non avrebbe dovuto usare, come viene fatto nel testo prima della dematematizzazione, l'articolo determinativo (il lato rivolto a Superga, quello dei tigli..), invece di: ...un lato del triangolo..., ...un altro lato...?

Quisquilie! Le regole dei comuni mortali non valgono per chi comanda: anche la grammatica deve piegarsi alle turpi voglie del GC.

Se ho visto giusto, la risposta che Rudy desidera dovrebbe essere la seguente.

Il cane è stato liberato vicino ad un vertice del triangolo, la panchina si trova in un altro vertice. Il *taboi*, per onestà (e qui bisogna riconoscere che il GC, mostrando una certa modestia, non dice ereditata), non segna il vertice dove si trova e neppure un punto su uno dei lati che da questo si dipartono, trotterella per raggiungere il lato opposto, da questo passa al lato fra guinzaglio e panchina e poi all'ultimo restante, da dove raggiunge il suo padrone che lo accompagna al punto di partenza. Solo in questo modo la lunghezza del percorso attraverso i punti medi (poco più di 1306 metri) può superare i 1275 del "*minimo*" richiesto.

Con la sua usuale arguzia, ***Gnugnu*** ormai riesce a carpire i possibili modi di pensare del Capo. O no, non lo sapremo mai. Andiamo avanti.

6.2 [186]

6.2.1 Ai bordi del poligono

Grande successo per il ritorno del poligono di tiro nel giardino di Doc:

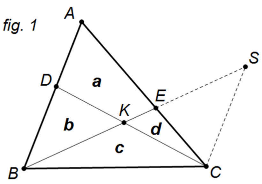
> *Piotr ha tracciato una serie di triangoli ai lati del corridoio di tiro, tutti diversi tra loro anche se hanno tutti la stessa area (che considereremo unitaria).*
>
> *Per ogni triangolo ha poi disegnato due ceviane un po' speciali: infatti, partendo da due angoli diversi, dividono il triangolo in quattro zone, tre triangolari e una quadrangolare: ma la particolarità è che tre delle aree sono equivalenti, ossia hanno tutte la stessa area. L'idea è di lasciare l'area restante (quella non equivalente) "a sabbia", ma mettere giustappunto nelle altre zone fiori di vari colori (un colore per zona); quanto vale ognuna delle aree seminabili?*

Bando alle ciance, prima soluzione lampo, quella di ***Alberto R.***:

> Doc ci dice che su ogni triangolo si possono tracciare due ceviane che lo dividono in 4 pezzi di cui 3 di aree uguali; ci dice anche che le aree uguali sono la stessa frazione dell'area totale, qualunque sia il triangolo di partenza. Egli non ci spiega come e perché, ma Doc è uomo d'onore ed io gli credo.
>
> Se, dunque, detta proprietà vale per qualunque triangolo, deve valere anche per il triangolo rettangolo isoscele. In questo caso però il problema diventa talmente semplice che non merita la fatica di trascrivere calcoli e figure. Le due ceviane congiungono i vertici di un angolo acuto con un punto sul cateto opposto distante dal vertice dell'angolo retto 1/3 della lunghezza del cateto; le 3 aree uguali sono il quadrilatero e i due triangoli ad esso adiacenti; le loro aree valgono ciascuna 1/6 dell'area totale del triangolo di partenza; Il rimanente 1/2 è l'area del triangolo contenete l'ipotenusa; in definitiva Doc seminerà metà della superficie e sistemerà a sabbia l'altra metà.
>
> Buon lavoro Doc! e ricordati di innaffiare almeno due volte alla settimana ché siamo in piena estate.

Che ne dite? Trucco? Barbatrucco? Vediamo cosa ne pensa ***trentatre***:

fig. 1

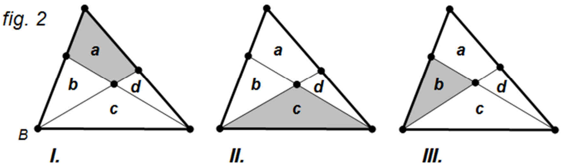


Con $x = AD / BD, y = AE / CE$, $m = 1 + x + y$, le aree delle zone in rapporto all'intero triangolo (cioè con $area(ABC) = 1$) sono

[1] $(a) = \frac{xy}{m}\left(\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y}\right)$, $(b) = \frac{y}{m(1+x)}$, $(c) = \frac{1}{m}$, $(d) = \frac{x}{m(1+y)}$.

I casi del problema, salvo rotazioni e simmetrie, sono in fig. 2 (in grigio la zona "a sabbia").

fig. 2



caso I. da $(b) = (c) = (d)$

$(b) = (d) \rightarrow x = y$

$(b) = (c) \rightarrow x = 1 + x$: <u>il caso è impossibile</u>

caso II. da $(a)=(b)=(d)$

$(b)=(d)\to x=y$

$(a)=(b)\to x=1/2, m=2$

da cui $(a)=(b)=(d)=1/6$, $sabbia=(c)=1/2$

caso III. da $(a)=(c)=(d)$

$(c)=(d)\to x=1+y, m=2x$

$(a)=(c)\to xy=1\to x^2-x-1=0$ e poiché $x\geq 0$

$x=\varphi, y=1/\varphi, m=2\varphi$, con $\varphi=(\sqrt{5}+1)/2$: sezione aurea

da cui $(a)=(c)=(d)=(\varphi-1)/2$, $sabbia=(b)=(5-3\varphi)/2$.

In tutti casi le quote $(a),(b),(c),(d)$ <u>non dipendono dalla forma del triangolo unitario</u>.

Se i triangoli di tipo II. e III. (I. è proibito) sono in numero di M e N, le aree totali a sabbia e a semina sono

$sabbia=(1/2)M+((5-3\varphi)/2)N=0.500\,M+0.073N$

$semina=(1/2)M+(3(\varphi-1)/2)N=0.500M+0.927\,N$.

I diversi tipi di semina (i fiori colorati) dipendono dalle scelte per ognuno dei triangoli.

<u>dimostrazione</u>

In fig. 1 la retta CS è parallela ad AB.

Dai triangoli simili $BDK\equiv SCK, BAE\equiv SCE$ si ha con $\Delta=area(ABC)$

$$(b)+(c)=\frac{(BDC)}{\Delta}=\frac{BD}{AB}=\frac{BD}{BD+AD}=\frac{1}{1+AD/BD}=\frac{1}{1+x}$$

$$(c)+(d)=\frac{1}{1+y}\ \text{per simmetria}$$

$$\frac{DK}{CK}=\frac{BD}{CS}=\frac{BD}{AB}\cdot\frac{AB}{CS}=\frac{1}{1+x}\cdot\frac{AE}{CE}=\frac{y}{1+x}$$

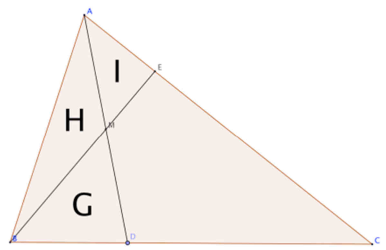
$$(c)=\frac{(BCK)}{\Delta}=\frac{(BDC)}{\Delta}\cdot\frac{(BCK)}{(BDC)}=\frac{1}{1+x}\cdot\frac{CK}{DC}=$$

$$=\frac{1}{1+x}\cdot\frac{CK}{CK+DK}=\frac{1}{1+x}\cdot\frac{1}{1+DK/CK}=\frac{1}{1+x+y}$$

Le [1] si hanno dalle precedenti e per $(a)+(b)+(c)+(d)=1$.

Interessante. Siete confusi? Ne abbiamo ancora una, da parte di ***Silvano***:

Consideriamo un triangolo qualsiasi ABC.



Prima considerazione:

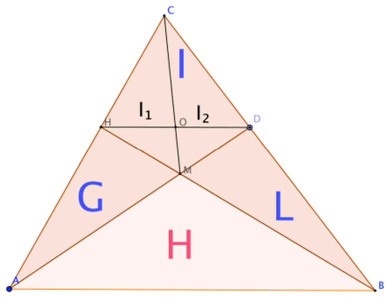
Se l'area G è = H, allora AM≅MD. Infatti i due triangoli hanno la stessa superficie e se consideriamo AM e MD come basi, anche la stessa altezza e perciò le basi sono congruenti.

Idem per H=I per cui BM≅ME. Ma allora siccome le diagonali si tagliano a metà, ABDE è un parallelogramma. Scartiamo perciò questo caso.

Seconda considerazione:

Se l'area G=I allora H+I=G+H. i due triangoli ABE e ABC avendo la stessa area e la stessa base in comune AB, hanno la stessa altezza, perciò la distanza di E da AB è = alla distanza di D da AB e perciò DE sarebbe parallelo ad AB.

PRIMO CASO



G=area di AMH

L=area di MDB

I=area di MDCH

H=area di AMB

Siano uguali le aree G=L=I.

Sia H l'area più chiara del triangolo AMB.

Considerando il fatto che il triangoli ADB e MDB hanno la stessa base DB, le loro aree sono proporzionali alle altezze.

Ma lo stesso vale per i triangoli ADC e MDC che hanno la stessa base DC.

Ma allora dalla proporzionalità delle altezze posso scrivere:

$[H+L]:L=[G+I]:I_2$

Con medesimo ragionamento posso scrivere:

$H+G:G=L+I:I_1$

Ma G=L e perciò per l'unicità del 4° proporzionale $I_1= I_2$.

Se I_1 è la metà di I e perciò anche di G, allora CH è la metà di AH, quindi un terzo di AC. Allora HD è un terzo di AB. Quindi l'altezza di CHD rispetto alla base HD è un terzo dell'altezza totale.

L'altezza del trapezio ABHD è due terzi dell'altezza di ABC. Ma essendo HD un terzo di AB, e vista la similitudine di HDM e ABM, l'altezza di ABM è ¾ di quella del trapezio, cioè metà dell'altezza di ABC.

Area H=1/2.

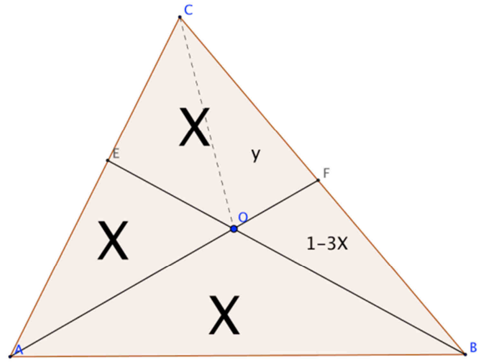
Area G=L=I=1/6.

Se si prolunga CM fino ad incontrare in N la base AB , si ha la proporzione tra le aree:

$[I_1+G]:(AMN)=[I_2+L]:(BMN)$ e si ottiene che il triangolo AMN è equivalente al triangolo BMN per cui AN≅BN

Abbiamo anche scoperto come costruire le ceviane richieste. Si traccia una mediana CN e si prende il punto medio M della mediana. Si tracciano quindi le ceviane AM e BM e si ottiene la figura richiesta.

SECONDO CASO



Siano ora X le tre aree equivalenti dei triangoli AEO, ABO e del quadrilatero CEOF. Sia $1–3X$ l'area del triangolo OFB e Y l'area del triangolo COF. Troviamo Y con la similitudine come prima:

(AFC):(COF)=(ABF):(OFB)

$2X:Y=[1–2X]:[1–3X]$

$$Y=\frac{2X\cdot[1-3X]}{1-2X}$$

Dall'equivalenza tra AEO e AOB discende che EO≅OB e CEO equivalente a COB cioè

$X–Y=Y+1–3X$ da cui $2Y=4X–1$.

Mettiamo a confronto questa equazione con la precedente e si ottiene

$$4X-1=2\cdot\frac{2X\cdot[1-3X]}{1-2X}$$

$\cancel{4X}-8X^2-1+2X=\cancel{4X}-12X^2$ e semplificando si ottiene:

$$4X^2+2X-1=0\ \Rightarrow\ X=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$$

Le tre aree uguali sono perciò $\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$ e la restante è $\frac{7-3\sqrt{5}}{4}$.

In questo caso l'area di BAE è $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ e dato che l'area di ABC è 1, il punto E divide AC nel rapporto aureo come d'altronde il punto F.

Impressionante, vero? Il rapporto aureo? Il prezzemolo della matematica! Non c'è stagione migliore dell'estate e non ci sono solutori migliori dei nostri.

6.2.2 Una GROSSA scacchiera

Un problema, questo, che ha fatto divertire tanto i giocatori di scacchi, bello teorico a cominciare dalla scacchiera infinita:

> *Prendete una scacchiera infinita, e quindi senza bordi o angoli. Il bianco piazza, nella posizione che preferisce, un certo numero (fissato) di Donne. Il nero, a questo punto, piazza sempre nella posizione che preferisce il proprio Re. Scopo del gioco è che il bianco dia matto al nero.*
>
> *Quante Donne vi servono, per essere sicuri di vincere? E se al posto delle Donne avete delle Torri? Degli Alfieri? Dei Cavalli?*

Beh, alla fine non abbiamo ricevuto alcuna soluzione, perché i nostri scrittori si sono divertiti a partecipare ad una discussione intavolata su un forum, a cui vi diamo volentieri il link: http://tatanzak.blogspot.it/2014/07/se-la-scacchiera-e-infinita.html.

Le soluzioni, a cui sono alla fine arrivati in tanti, sono:

Donna: 2

Torre: 3

Alfiere: 6

Cavallo: infiniti

La "caratteristica particolare" che notava il Capo è che prendendo i reciproci e sommandoli: 1/2 + 1/3 + 1/6 (+1/infinito) = 1. Coincidenza? Probabilmente sì, ma inquietante.

Per ora mi fermo qui. Dopo aver chiuso questo pezzo sono arrivate altre soluzioni e molte mail: perdonatemi se non le inserisco, faranno parte della rubrica di settembre. Alla prossima!

7. Quick & Dirty

Se sapete giocare a scacchi, sapete che Re e Cavallo contro Re è patta, se non combinate guai. Però supponete di avere solo il vostro Re contro il Cavallo dell'avversario. Riuscite a fornire al vostro Re una strategia che non solo gli consenta di sopravvivere, ma anche di non prendere **mai** scacco? Vince la strategia con meno parole e caratteri.

8. Pagina 46

È possibile dare due soluzioni del problema proposto.

Prima soluzione

Entrambi i termini della diseguaglianza sono positivi, quindi elevando a quadrato entrambi i termini otteniamo:

$$1-x_1^2+1-x_2^2+2\sqrt{(1-x_1^2)(1-x_2^2)} \le 4-(x_1^2+2x_1x_2+x_2^2),$$

ossia:

$$2\cdot\sqrt{(1-x_1^{\,2})(1-x_2^{\,2})} \le 2-2x_1x_2\ ,$$

$$\sqrt{(1-x_1^{\,2})(1-x_2^{\,2})} \le 1-x_1x_2\ .$$

Se eleviamo a quadrato nuovamente entrambi i membri, abbiamo:

$$1-x_1^{\,2}-x_2^{\,2}+x_1^{\,2}x_2^{\,2} \le 1-2x_1x_2+x_1^{\,2}x_2^{\,2}$$

e, portando tutti i termini a secondo membro, si ottiene:

$$0 \le (x_1-x_2)^2\ ,$$

e si ha l'uguaglianza solo se $x_1 = x_2$.

Seconda soluzione

Il problema può essere risolto anche per via geometrica, che è più generale.

Consideriamo nel sistema di coordinate cartesiano il cerchio unitario con centro nell'origine $x^2+y^2=1$, e scegliamo due punti M_1 e M_2 sull'asse x aventi coordinate x_1 e x_2 , tali che $|x_1| \le 1$ e $|x_2| \le 1$ (e quindi entrambi i punti sono o all'interno del cerchio o sulla circonferenza).

Costruiamo ora le perpendicolari all'asse delle ascisse per M_1 e M_2 intersecanti il semicerchio superiore nei punti N_1 e N_2 : dall'equazione della circonferenza si ha che:

$$M_1N_1 = \sqrt{1-x_1^2},$$

$$M_2N_2 = \sqrt{1 - x_2^2}.$$

Notiamo ora che il punto di ascissa $\frac{x_1 + x_2}{2}$ sarà il punto medio del segmento M_1M_2 (questo è ovvio se entrambi i punti sono sul semiasse delle ascisse positive, ma si verifica facilmente che la cosa è vera per qualsiasi posizione dei due punti); indichiamo questo punto con *M* e la sua proiezione sulla circonferenza con *N*.

Allora sarà:

$$MN = \sqrt{1 - \left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2}.$$

La somma $M_1N_1 + M_2N_2$ è ora pari al doppio della lunghezza del segmento *MN'*, dove *N'* è il punto del trapezoide $M_1N_1N_2M_2$ appena sopra *M*, e *MN'* è ovviamente minore di *MN*. Da queste considerazioni segue immediatamente la diseguaglianza del problema, e si vede che si ha l'uguaglianza solo se M_1 e M_2 sono coincidenti.

9. Paraphernalia Mathematica

Questo PM poteva contenere uno scoop. Ma siamo troppo in ritardo e non ce lo mettiamo.

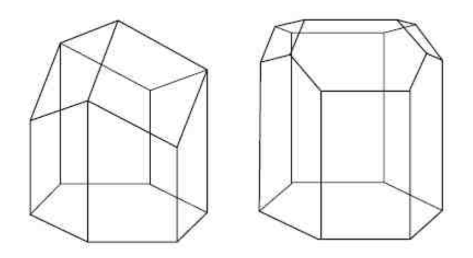
9.1 Miele e Cannoni - [2] – Bagnoschiuma?

OK, adesso giriamo pagina.

Se, rispetto alla *Congettura di Keplero* sulla *Strena seu de Nive Sexangula*, andate avanti vi accorgete che Keplero espande il discorso, e comincia a parlare di nidi d'ape, il che giustifica ampiamente la prima parte del nostro titolo.

Nella preistoria (quando, per avere il numero di RM su due cifre, avreste dovuto lavorare in base sette o minore) avevamo già parlato di questo problema, proponendo la soluzione di ***MacLaurin*** con dei pessimi disegni: il nostro mentore, in questa dimostrazione, era il pur ottimo Bessière (*Il Calcolo Differenziale Reso Facile ed Attraente*: Hoepli, 1962), e sia noi che lui (più noi che lui, come vedremo tra poco) abbiamo preso una topica non da poco.

Infatti, nel 1964 (due anni dopo Bessière, ma *trentacinque* anni prima di RM007), ***Fejes Thòth*** scoprì che esistevano dei metodi migliori per costruire il fondo della cella degli alveari: la sua idea la trovate nella figura a fianco.

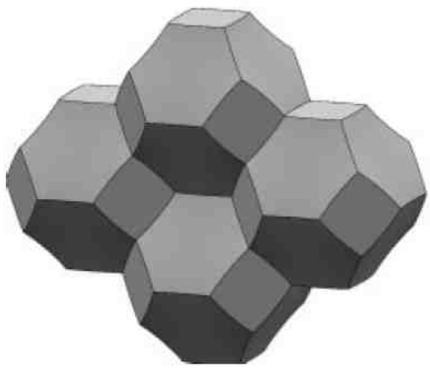


6 Qualcuno lo spieghi alle api

Come spesso in matematica, bisogna fare attenzione alle parole: il metodo trovato da Thòth è *migliore di quello delle api*, ma nessuno ha ancora dimostrato che questo (o un altro) sia il migliore *in assoluto*, insomma, manca il solito ultimo passaggio, e il problema, a quanto ci consta, è ancora aperto.

Il problema del favo è legato all'impaccamento delle sfere, il che giustifica la sua presenza in questa serie, ma è anche legato ad un problema più generale, noto come il problema della schiuma, da cui il titolo di questo pezzo.

Supponiamo di saturare lo spazio con i nostri rombidodecaedri visti nella puntata precedente, e consideriamoli cavi; se sostituiamo ad ogni faccia una lamina di acqua saponata[14], abbiamo un esempio di schiuma.



7 Questo fa un'ottima schiuma, secondo Kelvin

A questo punto, la domanda che vi state ponendo tutti la lasciamo fare a ***Lord Kelvin***, che l'ha fatta per primo: come possiamo dividere lo spazio in cavità di ugual volume minimizzando la superficie del nostro oggetto?

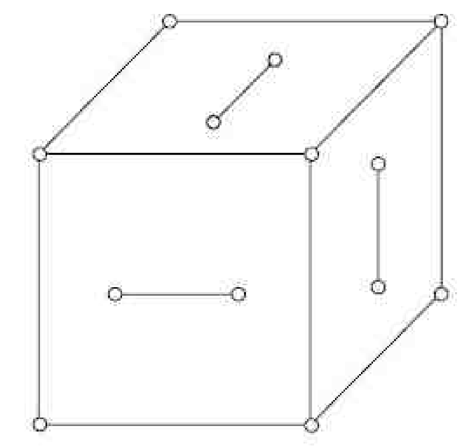
Partiamo con qualcosa che ormai conosciamo bene, per farci una prima idea: il rombidodecaedro che abbiamo utilizzato la volta scorsa mostra la corda piuttosto velocemente, ed è facile verificare che esistono altre strutture che vi consentono di risparmiare sapone.

Kelvin, ad esempio, era convinto che partendo dall'ottaedro troncato (che, come potete vedere in figura, satura lo spazio) si riuscisse ad ottenere la miglior schiuma, "stiracchiandolo" un poco, e ne era convinta anche altra gente: piccolo problema, tanto per cambiare, mancava la dimostrazione che fosse la soluzione ottimale.

[14] I massimi esperti nel ramo suggeriscono l'aggiunta di una piccola quantità di glicerina all'acqua saponata per migliorare la stabilità del sistema.

Questa volta la soluzione mancava per il semplice fatto che Kelvin si stava sbagliando: infatti nel 1994 ***Phelan*** e ***Weaire*** riescono a costruire una schiuma di celle a pari volume con una superficie decisamente minore di quella di Kelvin.

La *Schiuma di Phelan e Weaire* è composta da due oggetti, uno a 14 e l'altro a 16 facce, e queste due strutture sono abbastanza facili da costruire: si parte da una struttura cubica a corpo centrato (una sfera per ogni vertice e una sfera nel centro del cubo), e quindi si aggiungono due palle per ogni faccia in modo tale che le rette passanti per le due palle di due facce vicine non siano parallele (più chiaro se mettiamo il disegno? Pronti! Lo trovate qui di fianco); il passo successivo consiste semplicemente nel tracciare le celle di Voronoi attorno ad ognuna delle sfere, aggiustando successivamente la posizione delle sfere in modo tale che tutte le celle siano equivalenti: l'oggetto che ottenete satura lo spazio meglio degli ottaedri troncati di Kelvin.


8 Partendo da questo...


9 …dovreste arrivare a questo.

Esattamente come nel caso dell'impaccamento di sfere, lavorare con il caso finito si mostra più semplice e trattabile che con il caso infinito, e quindi la domanda diventa: quale forma minimizza la superficie di una schiuma che contiene solo un numero finito di bolle?

Per darvi un'idea di quanto la situazione sia tragica, sappiate che siamo al livello di procedere per enumerazione. E ci metteremo molto poco.

Se abbiamo una sola bolla, il problema è risolto da molto tempo: la superficie che minimizza l'area per un dato volume interno è la sfera.

Con due bolle, la situazione si fa più spinosa: infatti solo quando una Prestigiosa Rivista di Matematica Ricreativa dava i suoi primi vagiti alla fine dello scorso millennio, ***Hass***, ***Hutchings*** e ***Schlafy*** sono riusciti a dimostrare la *Congettura della Doppia Bolla* (il termine inglese *double bubble conjecture* è molto più bello): per capire cosa viene fuori, appiccicate due dodecaedri per una faccia e poi "gonfiateli" in modo da far diventare le parti non in contatto delle sfere: in questo modo, dovreste ottenere il risultato che ogni bambino in grado di fare le bolle di sapone conosce. Come dicevamo l'altra volta, la distanza tra l'"ovvio" del senso comune e la sua dimostrazione matematica è decisamente grande.

Fine, nel senso che anche solo per tre bolle il problema resta irrisolto dai matematici e "ovvio" per i bambini.

La congettura di Keplero e il problema di Kelvin sono, in realtà, dei casi particolari di un problema di schiuma più generale formulato da Phelan e Weaire.

Immaginiamo la nostra schiuma formata da pareti aventi uno spessore misurabile: il passaggio da Keplero a Kelvin si gioca su un parametro w che, propriamente, viene chiamato *umidità* della schiuma e che misura la percentuale di spazio occupata dalle pareti di schiuma rispetto al volume totale; evidentemente, $1-w$ sarà l'area occupata dalle cavità interne delle singole bolle.

Adesso, come ama fare Doc, esaminiamo i casi estremi.

Per prima cosa, prendiamo una schiuma *perfettamente asciutta*, ossia con umidità w=0: in questo caso le pareti delle bolle sono delle superfici senza spessore, e la congettura di Kelvin ci chiede di definire la struttura più efficiente sotto queste condizioni.

Poi, cominciamo a rendere la nostra schiuma sempre più umida, facendo tendere w al valore 1 e quindi avendo le cavità all'interno delle bolle modellabili indipendentemente dalla presenza di altre bolle nelle vicinanze (in pratica, le pareti acquisiscono uno spessore, che può anche essere variabile in funzione del punto) e quindi ogni cavità funziona come *bolla singola*, diventando una sfera: il problema di Keplero ci chiede di stabilire quale sia il valore minimo di w per cui questo accade, ossia per quale valore di soglia le cavità interne sono delle sfere.

Quando Hales è riuscito a dimostrare la congettura di Keplero, è partito con lo studio del problema della schiuma e, come sembra essere la norma in questo campo, ha ricominciato praticamente da zero, o meglio dalla versione planare, che ha ormai più di duemila anni: qual è la partizione più efficiente del piano in aree equivalenti? La *Congettura dell'Alveare*, come ogni ape sa benissimo, asserisce che la risposta è la struttura formata da esagoni regolari.

Dimostrazione? Ma starete mica scherzando?

No, in realtà qualcosa si sa: ***Marco Terenzio Varrone***, nel 36 AC, presenta un paio di ipotesi: la prima, che viene presa simpaticamente per i fondelli, prevede che la struttura esagonale possa "accomodare più facilmente" (qualsiasi cosa questo voglia dire) le sei zampe delle api; la seconda, un po' più seria, dice testualmente che "...i geometri hanno dimostrato che l'esagono inscritto in un cerchio racchiude il massimo ammontare di spazio".

E come per tutti i Romani, di scrivere la dimostrazione non se ne parla neanche. Tant'è che la dimostrazione è persa. Forse.

"*Forse*" in quanto, nella prefazione al quinto libro di geometria di ***Pappo di Alessandria***, compare una dimostrazione tanto semplice quanto sbagliata: infatti il Nostro, essendo noto dai tempi di Pitagora che tra le figure regolari solo il triangolo, il quadrato e l'esagono saturano il piano, esamina questi tre casi e arriva alla conclusione che l'esagono regolare è quella che minimizza la quantità di materiale necessaria.

Ed è sbagliata: infatti, vi ripeto la domanda: "qual è la partizione più efficiente del piano in aree equivalenti?". Adesso, ditemi dove è scritto che stiamo cercando quella *regolare*.

Pappo se la cava con la dichiarazione che le api aborrono le figure irregolari, ma per il Vero Matematico questa via di fuga non è ammessa: non solo, ma ignora altre possibilità che prevedano interstizi tra una celletta e l'altra (ottagoni e quadrati, ad esempio) sostenendo che "...negli interstizi potrebbe entrare sporcizia che inficerebbe la purezza del miele".

Una prima toppa riesce a metterla nel 1943 il solito Fejes Tòth, dimostrando che gli esagoni regolari vanno bene se ammettiamo che le api utilizzino poligoni *convessi* (quindi eventualmente anche non regolari), ma per la dimostrazione finale abbiamo dovuto aspettare il 1999, con il solito Thomas Hales. Sì, avevano ragione le api.

Secondo voi cosa sta facendo adesso Hales, ringalluzzito da tutte queste dimostrazioni? Ma è evidente, che diamine! Sta assalendo la congettura di Kelvin, no?

In questo campo, ***Frank Morgan*** ha ipotizzato che ci vorranno un centinaio di anni per arrivare alla risposta: e noi, al papà dei nostri primi *Quick & Dirty*, nonché primo "ragazzo copertina" della nostra rivista, crediamo anche se non fa i conti.

Rudy d'Alembert

Alice Riddle

Piotr R. Silverbrahms