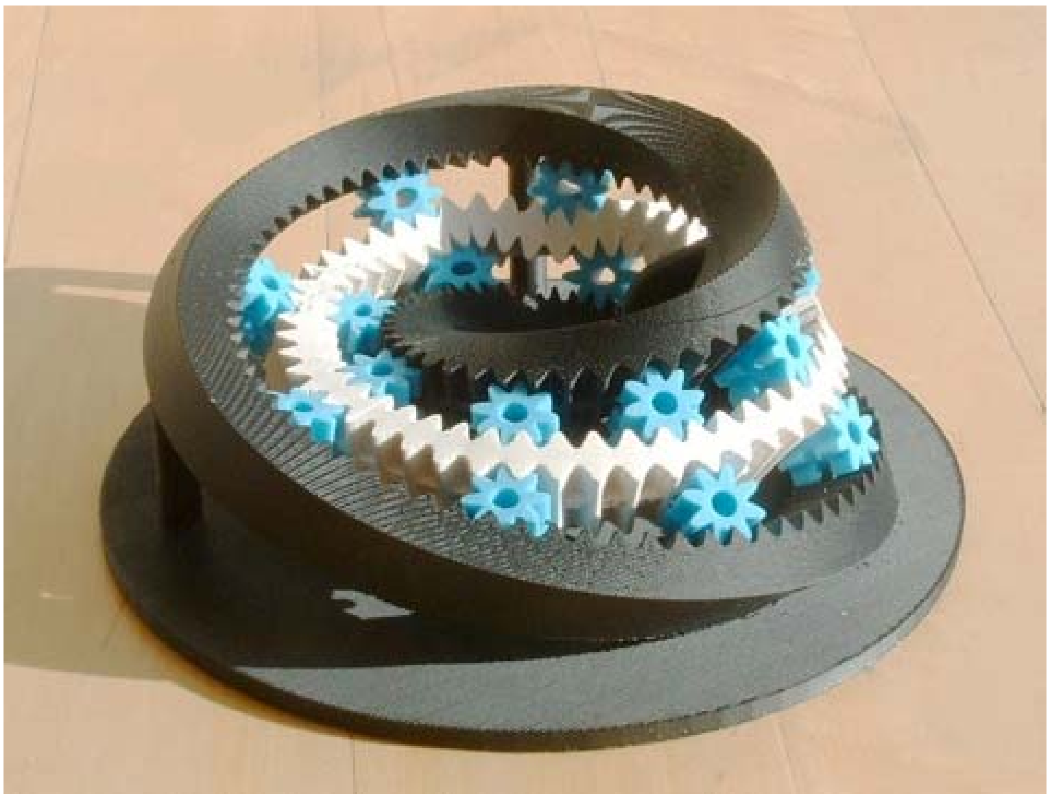
Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 163 – Agosto 2012 – Anno Quattordicesimo



Rudi Mathematici
Rivista fondata nell'altro millennio da
Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)
rudy.dalembert@rudimathematici.com
Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com
Alice Riddle (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM162 ha diffuso 2'926 copie e il 30/07/2012 per Google eravamo in 22'600 pagine.

Il premio "Scienziato Pazzo del 2011" è andato a ***Aaron Hoover***, studente di robotica a Berkeley (**http://robotics.eecs.berkeley.edu/~ahoover/Moebius.html**), e quello che vedete in copertina non è il premio, ma il *motivo*: francamente, un *Ingranaggio di Möbius* non lo credevamo possibile. L'invidia è tale che l'unica soddisfazione rimastaci sono le parole dell'autore: "*Far girare l'ingranaggio bianco senza far schizzare quelli blu da tutte le parti è decisamente complicato*"**.**

1. *The times they are a-changin'* [1]

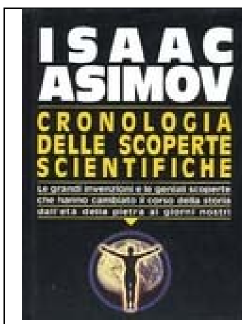
La vita è come una scatola di cioccolatini, non sai mai quello che ti capita.
(dal film "Forrest Gump" di Robert Zemeckis)

E debbasi considerare come non è cosa più difficile a trattare, né più dubia a riuscire, né più pericolosa a maneggiare, che farsi a capo ad introdurre nuovi ordini. Perché lo introduttore ha per nimici tutti quelli che delli ordini vecchi fanno bene, et ha tepidi defensori tutti quelli che delli ordini nuovi farebbono bene...
(Niccolò Machiavelli, Il Principe, cap. 6)

Quante espressioni si conoscono per dire che la diversità e i cambiamenti sono un fatto naturale, e non per questo negativo? "*La vita è bella perché è varia*", "*Se non è oggi sarà domani*", ed il migliore di tutti: "*Domani è un altro giorno*"[2].

Le novità sono spesso benvenute anche quando catastrofiche[3] e dirompenti, i cambiamenti sono da accettare e soprattutto, a dar retta ai moderni mantra aziendali, bisogna addirittura diventare professionisti, del cambiamento. Migliorare ogni giorno.

Certo il fluire delle cose è sempre stato una realtà fin dai tempi degli antichi greci, ma bisogna ammettere che loro non avevano internet, aeroplani e razzi, e forse la velocità più grande da loro esperita era proprio quella dei fiumi o del vento: così le cose cambiavano e si evolvevano, certo, ma lentamente, e da una generazione all'altra cambiava ben poco. Il cambiamento (potremmo dire la derivata prima positiva) è sì una caratteristica di ogni epoca, ma è altrettanto evidente che negli anni la velocità del cambiamento ha continuato a crescere: in altri termini, è la derivata seconda che sembra essere affetta da elefantiasi, o almeno da qualche mania di grandezza.



1 *Un tentativo di individuare le scoperte scientifiche di tutti i tempi*

Se volessimo per esempio sistemare su un grafico temporale tutte le scoperte scientifiche dall'alba dell'umanità al giorno d'oggi, dovremmo subito rassegnarci, per poterlo rendere leggibile in una maniera ragionevole, a una scala del tempo nient'affatto uniforme.

Cercando un grafico del genere in rete ci siamo imbattuti in un sito, *cronologia.leonardo.it*, con accurate tabelle cronologiche di tutto lo scibile. La parte sulle scoperte scientifiche contiene tredici tabelle, di cui la prima è dedicata all'evoluzione umana in sé, la seconda alle prime scoperte in epoca precristiana (dalla navigazione all'astronomia), la terza copre dal 550 a.C. al 1180 d.C.: più di un millennio. La quarta tabella copre 'solo' quattrocento anni, e con l'andare avanti i periodi diventano sempre più densi di scoperte, fino alla dodicesima tabella, che di anni ne copre solo quindici. La tredicesima è "work in progress". Il mondo cambia sempre

[1] Ovvero "*I tempi stanno cambiando*". Bob Dylan scrive la canzone del titolo quasi mezzo secolo fa (1963). Un bel po' di tempo è passato, ma non si può negare che il menestrello di Duluth avesse visto giusto…

[2] Frasi rese famose da momenti di cinema eccezionali, come Forrest Gump, seduto sulla panchina a mangiare cioccolatini e Rossella O'Hara mentre chiude la porta al suo grande amore. Ma anche, nel loro piccolo, i Gatti di Vicolo Miracoli, che – malgrado castelli in aria e merli spennacchiati – ringraziano la buona sorte di essere assicurati. E per chi non ha capito questa nota, siamo molto spiacenti.

[3] Le catastrofi sono un argomento matematico serio, anche se menzionate in questa sezione poco seria di una rivista a dir poco rude. Ne abbiamo parlato già un paio di volte almeno, per esempio nel Paraphernalia di RM161, o nel compleanno "*Tutto sbagliato, tutto da rifare*" in RM080, dedicato a Thom, padre della Teoria delle Catastrofi.

più in fretta, ecco. Si può facilmente argomentare che alcune scoperte hanno avuto un impatto molto più grande di altre nella vita dell'umanità, e anche che è evidentemente più facile ricordare e registrare scoperte recenti, rispetto a quelle del tremila avanti Cristo; ma l'intenzione non è certo quella di fare una classifica di merito (più decisiva la scoperta del modo di accendere un fuoco o di domare l'elettricità? Più cruciale l'invenzione della macchina a vapore o la fissione dell'atomo?), quanto porre in evidenza come le scoperte scientifiche siano il miglior fertilizzante di sé stesse. In tempi recenti, basti notare come l'introduzione di dispositivi che favoriscono la comunicazione è al tempo stesso una delle maggiori conquiste tecniche e un acceleratore formidabile per facilitare le prossime: anche in passato gli scienziati lavoravano in parallelo agli stessi problemi, ma avevano assai meno possibilità di confrontarsi e collaborare; mentre oggi – senza muoversi di casa – possono scambiarsi risultati e discutere modi di procedere, e di fatto trasformare i mille laboratori del mondo in un unico, pur se virtuale, enorme laboratorio del pianeta.

Quale che ne possano essere le molteplici cause, l'accelerazione è comunque impressionante. In un conto rudimentale e approssimato, possiamo arrotondare a circa 20-25 anni quella imprecisa grandezza temporale che siamo soliti chiamare "generazione". È una buona approssimazione, allora, considerare che questo nostro amabile pianeta ospiti, grosso modo, quattro o cinque generazioni di esseri umani che si danno ordinatamente il cambio, prima di passare la mano. Ebbene, è verosimile che la distanza tecnologica, su scala planetaria, tra i rappresentati più anziani e quelli più giovani della specie umana attualmente presenti sulla Terra sia paragonabile alla distanza tecnologica che c'era, al momento della loro nascita, tra i rappresentanti della generazione più vecchia e gli uomini preistorici, quelli che si stupirono dell'utilità della ruota.

Immaginiamo che la generazione che attualmente si sta godendo la pensione non abbia bisogno neppure di tutte le dita di una mano per contare il numero dei posti d'impiego nella propria carriera, e probabilmente anche per contare i luoghi geografici in cui hanno vissuto per più d'un paio di settimane. Già i Redattori di questa Prestigiosa Rivista, nel loro piccolo e pur nella loro ormai inevitabile classificazione di "diversamente giovani", appartengono ad una fase economica in cui le aziende cambiano nome, cambiano attività e cambiano colori societari più volte, nella durata di un impiego dei loro dipendenti. Chi oggi lavora come dipendente sa bene che dovrà affrontare parecchie versioni dell'organizzazione in cui è immerso, e chi invece è autonomo sa di dover essere sempre pronto a reinventarsi la propria attività per essere competitivo. Tutti coloro che sono usciti dalle scuole e università negli ultimi anni hanno già scoperto, a loro spese, quanto sia complesso oggi entrare nel mondo del lavoro, e probabilmente pensano che andare all'estero potrebbe essere la loro unica opportunità per una carriera. Per coloro che nella scuola si trovano ancora, il mondo è un tale caleidoscopio di opportunità e possibilità – e purtroppo di difficoltà – che ben difficilmente potranno avere un'idea anche solo approssimata su quale potrà essere il loro lavoro e la loro vita.

Certo è che il mondo è più piccolo, più abitato e più veloce: tanto più veloce. Il progresso arriva più in fretta di quanto si sia pronti ad accettare, e – ammettiamolo – è umano anche desiderare che le cose non cambino troppo. I cambiamenti, qualsiasi cosa si dica, non piacciono a nessuno, salvo ai disperati che davvero non hanno nulla da perdere: "era meglio prima" è una delle frasi più sentite in questo millennio, sbandierate dagli ecologisti, dai no-global, da tutti i grandi resistenti del nostro tempo, inclusi i partigiani dello slow-food e del chilometro zero, che cercano di frenare questo continuo procedere verso un futuro in cui tutto cambia sempre più in fretta: e, spesso, non per il meglio. Se è vero che ogni generazione ha sempre guardato a quella dei propri nonni come un'epoca di dinosauri, sta diventando sempre più vero che i genitori stessi sono ormai tanto lontani dalla vita dei loro figli da sembrare vetusti anzi tempo.

2 *Change management (da Wikipedia)*

Il *change management* è un'attività nota già da tempo (Machiavelli stesso se ne era occupato, come si vede dalla citazione all'inizio), ma nelle aziende di oggi è diventata una vera e propria professione. Le tecniche per introdurre nuovi metodi di lavoro e processi sono svariate e coprono tutte le fasi umane di resistenza e difesa contro l'ignoto: dalla rabbia iniziale dovuta al perdere i propri punti di riferimento, fino all'accettazione del nuovo e del diverso. Negli ultimi vent'anni ci sono stati parecchi studiosi che hanno affrontato il problema dell'introduzione del nuovo, e ulteriori teorie fioriscono ogni anno. L'idea è che la società dovrebbe trasformare in una sorta di spugna in grado di assorbire gli eventi, regolarsi in base alle modalità in cui questi si succedono, e affrontare il flusso in modo continuo e positivo.

Le aziende sono sempre più internazionali, globali: anche quelle statali devono essere in grado di organizzarsi per adeguarsi a movimenti su scala mondiale, visto che ormai nessuno stato sembra in grado di sopravvivere senza profonde interazioni con gli altri. La nostra sta diventando una società completamente connessa, in cui il cambiamento è continuo e sempre più veloce: questo ha anche un evidente contraccolpo psicologico, visto che anche solo a parlarne sembra quasi che la terra manchi sotto i piedi. Il cambiamento genera insicurezza, e l'insicurezza genera domande: come potremo mai adattarci ad un mondo del genere? Domanda che lascia in gran parte il tempo che trova, visto che, per quanto sia difficile ammetterlo, l'adattamento è già cominciato. Questo giornalino, tanto per fare un esempio banale e immediato, non potrebbe esistere in un tempo diverso da questo, per propria natura; e fare la visita quotidiana alla propria pagina del social network preferito è tanto naturale quanto lavarsi i denti dopo pranzo, anche se l'utilità della nuova abitudine non è garantita essere positiva quanto la vecchia. E continuiamo, senza fermarci (e soprattutto senza rendercene conto) ad andare avanti.

In realtà, è l'atto stesso di vivere che implica l'accettazione del cambiamento: abitiamo un corpo che cambia in continuazione, come è facile notare guardando le fotografie di qualche lustro prima, e il diventare più maturi, l'imparare nuove abitudini, venire a contatto con fresche esperienze cambia la mente almeno quanto le rughe cambiano il nostro volto. Eppure il diverso – e il *nuovo* è per definizione *diverso* – continua a spaventare: l'ignoto continua a renderci nervosi.

Naturalmente, in un mondo dalle mille specializzazioni, esistono anche tecniche per rendere dolci i cambiamenti e facilitarne l'accettazione. Per quanto diverse e variegate, tutte sembrano partire dal concetto di consapevolezza: il cambiamento deve essere spiegato, e ogni individuo deve comprendere fino in fondo le ragioni che muovono il processo di rinnovo e l'obiettivo che si desidera raggiungere. Solo in questo modo si può ottenere che si sviluppi, al posto della resistenza, un desiderio di ottenere il risultato, che a sua volta aiuterà ad accettare ogni conoscenza pratica necessaria ad attuare il cambiamento vero e proprio. A questo punto si tratterà poi solo di facilitare la naturale evoluzione e rinforzare, sostenere il cambiamento, sottolineando i risultati ottenuti.

Consapevolezza, ovvero coscienza: un processo del genere deve essere completamente chiaro, e ogni persona coinvolta deve sapere di essere parte integrante del movimento verso un obiettivo. Esistono processi che si basano su tutt'altri principi, in cui i soggetti principali sono tenuti per quanto possibile al di fuori del processo stesso, per il rischio di interferenze (esempio classico del genere è quello dei test clinici a doppio cieco, quando a metà dei soggetti non viene somministrato il farmaco da testare ma acqua distillata: naturalmente, i soggetti non devono assolutamente sapere che cosa stanno ingurgitando, altrimenti i conteggi successivi su quanti pazienti sono stati guariti dal farmaco e quanti dall'acqua distillata sarebbero falsati), ma nel caso dei processi di cambiamento la consapevolezza e il coinvolgimento sono ingredienti essenziali.

Ovviamente, la consapevolezza, da sola, non basta. Ad esempio, la necessità di un cambiamento organizzativo della società, dell'economia e della politica della Repubblica Italiana sembra infatti essere un'esigenza fortemente condivisa, a leggere quanto dicono i giornali, le televisioni e le conversazioni nei bar; ergo, è credibile che esista, in questo caso specifico, un ottimo grado di consapevolezza della necessità di un cambiamento. Ciò non di meno, pare trattarsi di una consapevolezza insufficiente a produrre le vere e proprie azioni di mutazione.

Resta il fatto evidente che fino a un centinaio di anni fa (anche molti meno, a dire il vero, in funzione dei luoghi e delle nazioni, e purtroppo ancora oggi in molte zone del mondo), non tutti potevano aspirare ad ogni tipo di lavoro, e non tutti potevano accedere ad ogni livello di istruzione. C'erano ruoli predeterminati per ognuno, che consistevano quasi sempre nell'ereditare i mestieri dei genitori, quando andava bene: continuare in un percorso ben segnato. Si poteva sperare di migliorare un po' la qualità della vita, ma senza una reale speranza di modificare la propria posizione sociale. Il fatto che oggi ognuno, indipendentemente dalla professione di suo padre o di sua madre, possa diventare un consulente finanziario, un idraulico o un matematico ci sembra in tutto e per tutto un miglioramento della condizione umana[4]. Dopotutto – e di questo siamo convinti – le abilità di ognuno sono diverse, ma non hanno nulla a che fare con le condizioni sociali in cui vivono, o con il sesso o la religione dei singoli individui.

L'accesso paritario, delle eque possibilità per ognuno di raggiungere il livello di istruzione e di lavoro che desidera ci sembra un ottimo "target" per un *cambiamento* positivo, un reale miglioramento della società, non solo per i soggetti direttamente chiamati in causa. E se davvero gli artifici aziendali del *change management* hanno una validità, che si provi ad applicarli anche a livello nazionale, internazionale, mondiale, globale. Applichiamo tutte le nostre conoscenze, immergiamoci nella consapevolezza dell'esistenza del problema e del raggiungimento dell'obiettivo, su tutte le latitudini e longitudini del pianeta; ci sono più di sette miliardi di persone, di cervelli, di potenzialità diverse: e proprio per garantire la conservazione e la ricchezza che discende dalla diversità, è importante che tutti abbiano uguale possibilità di crescita e di sviluppo.

Essere diversi[5] non è sbagliato, anzi. La diversità ci caratterizza come esseri umani, non solo per le caratteristiche esteriori come il colore della pelle o la massa muscolare, e nemmeno solo per quelle meno visibili, come la sensibilità e l'intelligenza, o le preferenze e i modi di manifestare la propria sessualità: la diversità è la nostra stessa identità, quella che ci rende in grado di riconoscere noi stessi. Ogni volta che pronunciamo la parola "io" rivendichiamo un'unicità assoluta, la nostra specifica, e amatissima, diversità. È quindi paradossale che ancora oggi, anche nei paesi più culturalmente avanzati, si tenda a soppesare, criticare, giudicare, chi è ancora"troppo diverso". Le scuole italiane pullulano di bambini nati in Italia, che non hanno mai visto altra terra che questa. Bambini di vario colore, in grado di parlare anche lingue misteriose, apportatori di diversità, e quindi di ricchezza. Ognuno di loro deve poter diventare direttore di banca, amministratore di sistema, insegnante di ginnastica, ingegnere o matematico[6], se lo desidera. È un progetto tanto ovvio che non dovrebbe neppure presentarsi come un problema da risolvere, tanto è naturale la sua soluzione. Eppure, ancora oggi, questa uguaglianza di opportunità è solo, al massimo, un auspicio.

È davvero curioso notare come, in un mondo dai cambiamenti tecnologici e scientifici così rapidi e repentini, sia lento il progredire del riconoscimento delle più elementari necessità naturali di uguaglianza. Com'è davvero possibile che un soldato in trincea non si riconosca simile al soldato infangato della trincea opposta? Da un punto di vista meramente logico, è stupefacente piuttosto che si senta più simile al generale dello stato maggiore che muove reggimenti e divisioni spostando delle bandierine, e non al suo

[4] Soprattutto se si tratta di un matematico, ovvio... non sarebbe lo stesso con un ingegnere...

[5] Del tema della diversità abbiamo trattato in "Normale come Biancaneve", il compleanno di Turing in RM089.

[6] Certo, la professione più importante sempre per ultima.

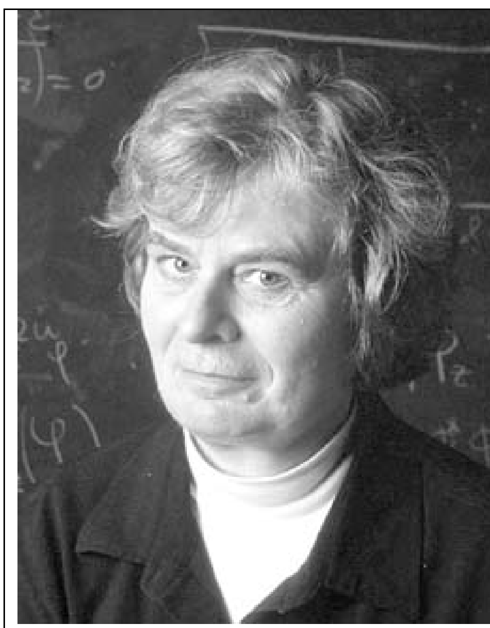
gemello vestito con una divisa diversa. Per quale ragione devono costruirsi delle regole, dei vincoli, degli obblighi affinché venga riconosciuto agli esseri umani di sesso femminile gli stessi diritti ed opportunità di quelli di sesso maschile? Non dovrebbe essere piuttosto una cosa banale e scontata, come il dichiarare che possono concorrere alla carica di sindaco sia quelli che hanno gli occhi marroni sia quelli che li hanno azzurri? C'è davvero bisogno di regole, per insegnarci che la normalità è piena di benedette differenze? Le regole sono di per sé stesse un'ammissione di sconfitta, una correzione col segno blu sul compito in classe degli scolari. Sono necessarie, laddove sono necessarie: ma l'apparente tautologia non dovrebbe far dimenticare che la perfezione si ha quando non si sente il bisogno di regole.

Abbiamo bisogno davvero di leggi, per decidere che i diritti devono essere indipendenti da sesso, razza, religione, nazionalità, preferenze sessuali? La risposta è un forte "sì", se i diritti sono diversificati in base a sesso, razza, religione, nazionalità, preferenze sessuali; ma l'obiettivo cui tendere è quello di un civile "no", magari accompagnato dalla sorpresa domanda "e a che servirebbero regole del genere, quando sono così evidenti e condivisi da tutti i principi che intendono difendere?"

Anche perché, finché non si sarà raggiunta questa ovvietà logica, della globale e assoluta parità di opportunità, saranno sempre necessarie – anzi, sacrosante – le battaglie dirette a correggere le disparità. E ci saranno sempre sguardi curiosi, perfino innocenti, ma spietatamente rivelatori: "Ehi, hai visto che potenza, quel pugile? E pensa che è omosessuale!"; "Perdinci, ti saresti mai aspettato una tale competenza tecnica da uno che viene dallo Zimbabwe?"; fino al logoro, triste e noioso tormentone che spesso recitiamo anche noi da queste colonne: "Perdinci, che gran mente matematica! Ed è perfino una donna!"

La diversità è spesso eccezionalità. E l'eccezionalità, almeno quella positiva, è giusto che sia ammirata: quando porta frutti, quando è originata da impegno e genialità. Forse tutti i matematici di cui abbiamo parlato in questi anni sono stati mosche bianche, chi in modo più dirompente, chi meno, ma sempre esempi di quello che si può fare semplicemente... facendolo. La persona di cui vogliamo parlare questa volta è un brillante matematico – ovviamente – e anche una donna. E vorremmo tanto che l'eccezionalità non risiedesse nel suo sesso.

Karen Keskulla è nata il 24 agosto 1942 a Cleveland, in Ohio. Il padre era un ingegnere e la madre un'artista, e lei la prima dei loro quattro figli. La famiglia viveva in quella che noi – ma non necessariamente gli Americani – chiameremmo campagna, dove non c'era poi molto da fare; ma per fortuna Karen amava leggere. In realtà divorava qualsiasi libro le capitasse a tiro, e così per caso cominciò a fare la conoscenza con le scienze, come la fisica, che fu poi il suo primo interesse.



3 *Karen Keskulla Uhlenbeck*

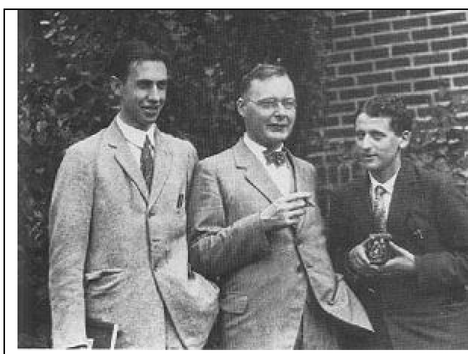
Nell'intraprenderne gli studi, però, si rese conto che la parte sperimentale della fisica non la interessava molto, e di non esservi particolarmente portata; in compenso la matematica le piaceva e la impegnava a fondo.

I genitori erano tra i primi nella loro generazione ad aver frequentato studi superiori, e per loro non c'era alcun dubbio che Karen avrebbe frequentato il college, ma i fondi per la bisogna non erano poi così grandi da permettere il MIT. Si ripiegò sui corsi avanzati a Michigan, che furono un successo: "*C'è gente all'università di Michigan che formula teorie per spiegare il fenomeno della percentuale di successo di donne nei corsi avanzati: poiché a quei tempi le ragazze brillanti non erano mandate a frequentare costosi college privati, ripiegavano su corsi avanzati in posti come Michigan. Se fossero stati uomini brillanti, i loro genitori avrebbero trovato un modo per mandarli in scuole migliori.*"

E qui si vede come Karen dovette confrontarsi subito con il fatto di essere donna in un lavoro considerato "da uomo". Ma non si scompone, va avanti, ottiene borse di studio per le sue abilità e conosce un Olke Uhlenbeck, con cui si sposa, e poi si mette alla ricerca di un impiego, ricerca che non sarà facile, perché l'ambiente non è favorevole alle donne. Riceve infatti un rifiuto dopo l'altro, fino a ritrovarsi ad insegnare in un ambiente lontano dalla matematica, senza sbocchi intellettuali e circondata da pregiudizio: *"A quei tempi la gente diceva ogni genere di cose sulle donne, la maggior parte delle quali non aveva niente a che vedere con me personalmente. Il pregiudizio è particolarmente crudele perché tratta le persone come membri di una classe o di un gruppo invece che come persona. La gente era tremendamente insolente."*

Chissà, forse alla base di ogni pregiudizio c'è principalmente la pigrizia. È comodo avere delle risposte preconfezionate, delle chiavi di lettura buone per ogni categoria. Esercitare il giudizio è faticoso, in fondo: bisogna entrare nel contesto, immedesimarsi nell'altro, capirne almeno un po' i motivi, i comportamenti, i sentimenti. È una cosa lunga e faticosa. Pensare che i negri rubino le macchine, i polacchi siano poco svegli, le donne adatte solo ai lavori di casa è invece estremamente economico; non bisogna neanche pensare, basta estrarre il giudizio precompilato, pregiudizio, appunto, e si può passare ad altro.

"I genitori del mio primo marito erano vecchi intellettuali europei, e mio suocero era un fisico famoso. Ebbero una grande influenza nella mia vita. Avevano un atteggiamento diverso nei confronti della vita rispetto agli americani. Mi ricordo che mia suocera mi leggeva Proust in francese e mi diede la sua versione inglese quando imparò a leggere in francese. I miei suoceri apprezzavano le cose intellettuali in un modo sconosciuto ai miei genitori: per i miei avevano un valore, ma fare soldi era più importante. Non credo che sarei sopravvissuta a quel periodo della mia carriera senza la famiglia del mio primo marito."



4 *George Uhlenbeck, Hendrik Kramers, and Samuel Goudsmit. Circa 1928, in Ann Arbor*

Il suocero di cui si parla non era un tizio qualsiasi. Quando Karen parla di intellettuali, omette il fatto che George Uhlenbeck è passato alla storia come il fisico olandese (poi naturalizzato americano) che ha scoperto lo spin dell'elettrone. Olke Cornelis Uhlenbeck, suo figlio e marito di Karen, è un biochimico di fama internazionale il cui ambito di ricerca è RNA e DNA.

Così Karen trovò degli alleati e la forza di andare avanti a fare quello che le riusciva meglio. E quello che le riusciva meglio era la matematica. Fin dai primi momenti della sua carriera – ma in fondo la cosa eccezionale resta il fatto che una carriera le si è infine aperta – la giovane Keskulla coniugata Uhlenbeck ottenne importanti e originali contributi alla teoria delle equazioni differenziali.

E continua a produrre. A sentire lei, preferirebbe di gran lunga restarsene quasi sempre all'aperto, a fare lunghe passeggiate, anche perché la solitudine le consente di pensare e, naturalmente, di leggere, proprio come quando era bambina. Ma con gli anni ha anche sviluppato il gusto dell'insegnamento e impiantato l'amore per la matematica in tanti studenti e studentesse.

Karen Keskulla Uhlenbeck ha fatto carriera. Da un'istituzione all'altra, un passo alla volta, un giorno dopo l'altro. Ha collaborato con grandi matematici, prodotto risultati essenziali, influenzato la ricerca ed il modo di vedere le donne nella scienza.


5 *Karen photographed by Paul Halmos*

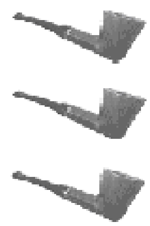
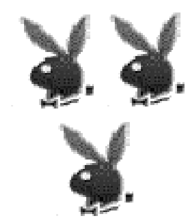
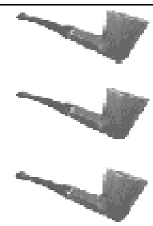
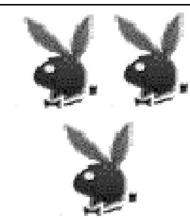
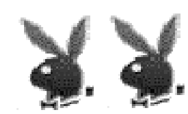
Quando si è resa conto che la situazione femminile che le aveva impedito di avere successo all'inizio della propria carriera non poteva mutare senza l'intervento attivo di qualcuno deciso a cambiarla, si è mobilitata creando programmi al femminile per interessare ed aprire il campo alle giovani matematiche. Ha dato delle opportunità, stabilendo delle regole, in attesa che quelle regole, quell'attenzione particolare finisca con il non essere più necessaria. C'è certo ancora tanto da fare, ma tanta strada è stata fatta, da quei lontani inizi. Ci sono già molte più matematiche di cinquant'anni fa, molte più di vent'anni fa: in effetti ce ne sono ogni anno di più, e forse un giorno non ci sarà più nessuno a sentire la necessità di fare liste di donne matematiche.

"Sono cosciente di essere un modello per le giovani matematiche, ed è in parte il motivo per cui sono qui. È difficile essere un modello, tuttavia, perché quello che servirebbe veramente è mostrare agli studenti quanto imperfetti si può essere e allo stesso tempo avere successo. Tutti sanno che chi è sveglio, intelligente, affascinante, divertente, elegante avrà successo, ma è possibile anche per chi non è perfetto. Mi ci è voluto molto tempo per accorgermene io stessa. Sotto questo aspetto, essere un modello è una posizione alquanto scomoda, visto che occorre mostrare tutti i propri difetti. Sarò pure una grande matematica e per questo famosa, ma sono anche molto umana."

Identità e differenze: uguali opportunità, per alimentare al meglio la ricchezza della diversità. Non dovrebbe essere così difficile, e invece lo è ancora. Dovremmo forse chiederci perché[7].

[7] Ispirazione e molte delle informazioni in questo articolo sono tratte da: S. Ambrose et al. *"Journeys of Women in Science and Engineering, No Universal Constants"*, Temple University Press.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	**Alice Riddle**	**Piotr R. Silverbrahms**
...da quale pulpito...			
Il trucco di Martin Gardner			
Il "solito" tre per due			

2.1 ...da quale pulpito...

Sul serio, ci sentiamo un po' in colpa a presentare questo problema: sono un po' di mesi che usciamo in ritardo clamoroso, ma stiamo recuperando, contenti? Noi sì. E non abbiamo ancora battuto il record che, se non andiamo errati, si attesta al venti del mese (ed era pure un mese da trenta giorni, a quanto ci risulta...), e il darvi una scadenza ci pare brutto. Comunque, secondo noi dovreste essere contenti di risolverlo per Natale, visto che rappresenta un buon metodo per cavarsela durante quel periodo.

L'idea è quella di formare un circolo.

Come in ogni circolo, meglio organizzarsi: facciamo tante belle tesserine di iscrizione, e su ciascuna tessera c'è un numero progressivo, il primo iscritto ha il numero uno, il secondo il due, eccetera. Voglio sperare riusciate a generalizzare il concetto.

La moglie dello scrivente, essendo laureata in legge, sottolinea che nello statuto a parte l'affermare di seguire determinate regole matematiche nella numerazione delle tessere, sarebbe meglio inserire uno *scopo*.

Essendo costretti ad inventarci qualcosa, abbiamo pensato di svolgere un ruolo socialmente utile: il circolo si riunisce tra Natale e Capodanno, e lo scopo è quello di ~~rifilare~~ rendere felici gli altri soci passando a loro alcuni dei ~~peggiori~~ regali che avete ricevuto a Natale.

La cosa ha avuto un discreto successo, e abbiamo al momento N (si vede, che è un "N" grande?) soci.

Allo scrivente, però, è venuto in mente che sarebbe meglio evitare quella che lui chiama la "Sindrome di Pogo" (voi siete giovani, e non ve lo ricordate, il disegnatore era Walt Kelly, e i due personaggi Alberto l'Alligatore e Gustavo Gufo si regalavano tutti gli anni la stessa cravatta: "A Natale sono tutti più felici, soprattuto le tarme nella cravatta che rivedono gli amici dell'anno prima"): come evitare che un socio A rifili al socio B il regalo ricevuto da B in un anno passato?

La proposta di definire una regola strettamente matematica ha immediatamente interessato i soci, e la nostra favorita era: "il socio con numero di tessera a può rifilare il regalo al socio con numero di tessera b se e solo se $a(b–1)$ è un multiplo di N": il fatto che alcuni soci, per un dato N non possano fare regali o non possano riceverli non rappresenta, a quanto pare, un problema.

Semplice, chiara, facile... Ma gli altri non sembrano convinti che, alla lunga, la regola continui a funzionare: abbiamo fatto un po' di simulazioni, ma i soci si chiedono se la cosa succeda per qualsiasi N, visto che ci si aspetta un corposo aumento dei soci: potete darci una mano, trovando una dimostrazione generale? Entro Natale, possibilmente, che vorremmo fare bella figura alla riunione.

2.2 Il trucco di Martin Gardner

Vi ricordate lo scherzetto che il buon Martin aveva fatto ad un amico, giocandosi l'ultimo *whisky* rimasto nella bottiglia?

"Adesso tirerò in aria questo cracker: se vediamo che cade dalla parte salata te lo bevi tu. Se vediamo che cade dalla parte senza sale te lo bevi tu. In tutti gli altri casi me lo bevo io". E a questo punto Martin *sbriciolava* il cracker e lo lanciava per aria.

Onestamente, l'idea di scommettere sul fatto che la moneta stia in bilico sul bordo non ci entusiasma particolarmente, a meno che non lasciate decidere a noi con che monete giocare: di recente ne ho trovate un paio che sono abbastanza spesse da dare probabilità ragionevoli anche per quella che normalmente sembra una scommessa un po' stupida: la più grande (l'unica che ho misurato, al momento) ha un diametro di 49 millimetri, e ho cominciato a giocarci, continuando a lanciarla sin quando non ottenevo almeno una volta testa, almeno una volta croce e almeno una volta bordo, e mi segnavo il numero di lanci che avevo dovuto fare per ottenere questo risultato: dopo un bel po' di prove, mi sono accorto che in media dovevo tirare otto volte la moneta per ottenere una serie in cui fossero rappresentati tutti i valori.

A questo punto, ho preso la moneta più piccola (che ha lo stesso spessore di quella grande, ma diametro diverso) e ho cominciato a lanciare quella; grande è stato il mio stupore nel notare che per ottenere lo stesso risultato di cui sopra mi servivano lo stesso numero di lanci!

A questo punto, si imponeva qualche misura, ma in famiglia avevano sequestrato il mio fido calibro ("...Dobbiamo fare dei lavori seri, *noi!*"): da bravo teorico, mi sono chiesto se non fosse possibile dedurre le misure dai dati che avevo: ottima scusa, tra parentesi, per evitare di essere coinvolto nei "lavori seri".

Avete qualche idea? Quanto è grande e quanto è spessa la moneta più piccola?

2.3 Il "solito" tre per due

Non nel senso che diventa un'abitudine: anzi, sono (Rudy speaking) piuttosto seccato che la sana abitudine di proporre problemi vostri (e quindi di risparmiarmi la fatica di una rubrica) ad agosto sia andata persa. Ne riparliamo l'anno prossimo, OK? Però cominciate a sentirvi in colpa da adesso.

Il motivo del "solito" è che il terzo problema è qui per una delle "solite" ragioni per cui vi rifiliamo le offerte speciali: trattasi o di problemi spaiati (alias "non abbiamo la soluzione") o di clamorosi fondi di magazzino (altrimenti detto "non sappiamo come ambientarlo"): siamo felici di annunciarvi che questa volta abbiamo la soluzione, quindi appartiene alla seconda categoria, ma secondo noi ha una caratteristica un po' particolare. *[Si è capito, che la sto tirando lunga perché il problema è brevissimo? (RdA)]*

Opinione personale: ai problemi di matematica ricreativa si applica la stessa filosofia heinleniana delle barzellette sconce: "*Se è una barzelletta sconcia, l'ho già sentita* *cinquecento anni fa*"[8]. Gira e rigira, sono poi sempre gli stessi, prendi solo una complicazione (presente quasi sicuramente in un altro problema), la nascondi un pochino, ci metti un po' di ambientazione e via andare.

"Rudy, guarda che potresti dire la stessa cosa di un pranzo da un *tre stelle* sulla Guida Michelin". Vero, infatti non ho mai detto che la cosa sia seccante: anzi, sia io che i cuochi ci divertiamo da matti (loro guadagnano di più, ma lasciamo perdere), e trovare in giro un "miscuglio" nuovo in cui le solite cose siano ben nascoste fa piacere.

Immaginatevi la nostra felicità quando abbiamo trovato una domanda che non avevamo mai visto: forse qui meglio lasciare perdere la similitudine con i cuochi, visto che l'equivalente potrebbe essere "Sono atterrati gli alieni: li facciamo bolliti, fritti o allo spiedo?" *[...Sarebbe stato un gran bel titolo, ma avrebbe rovinato tutta la spiega]*

E il bello è che è pure facile: secondo me merita a malapena una pipa, almeno in questa forma.

"Ti decidi a dirlo, o vai avanti fino a settembre, così puoi vantarti che nessuno l'ha risolto?" Arriva arriva. Ci sta in una riga, quindi lo mettiamo tutto da solo.

In che base 221 è un fattore di 1215?

Finito.

Adesso, a parte trovare la soluzione, potete cominciare il lavoro da *chef*: non vi chiediamo di ambientarlo, ma di provare a guardarvi intorno: esistono numeri per cui la cosa è valida in più basi? O in nessuna base? Esiste un modo per costruire i numeri per cui funziona in una base sola? Con due numeri qualunque, ho sempre almeno una soluzione?

Comunque, in questo momento Rudy è per una settimana in un posto dove per gli alieni suggeriscono un saporito *goulash*.

3. Bungee Jumpers

Problema in tre parti:

Parte prima:

Provare che tra i numeri delle progressioni aritmetiche {3,7,11,15,19,21,...} e {5,11,17,23,29,35,...} vi sono infiniti numeri primi.

Parte seconda:

Provare che esistono un infinito numero di numeri primi nella progressione aritmetica {5,9,13,17,21,25,...}.

Parte terza:

Provare che esistono un infinito numero di primi nella progressione aritmetica {11,21,31,41,51,61,...}.

Nota a margine: Si può mostrare valido il seguente teorema: *se il primo termine di una progressione aritmetica infinita è primo rispetto alla ragione, la progressione contiene un numero infinito di primi.* La dimostrazione in matematica elementare (ciò nonostante, molto complicata) è stata pubblicata per la prima volta nel 1952 da ***Selberg***.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Agosto.

Questo mese grazie al cielo il Capo ha deciso di aiutare e scrivere un bel pezzo delle S&N che include le parti salienti della sua vacanza. Poi è estate, vi immaginiamo tutti a godervi meritate ferie sulle spiagge e in montagna, ovviamente non lontani da un internet café dove potervi procurare una copia della Prestigiosa Rivista di Matematica Ricreativa giunta miracolosamente a questo numero 163. Morale della favola, è tutto qui

[8] R.A.Heinlein, *Time Enough for Love*. Tr.It. "*Lazarus Long, l'immortale*". Ve l'abbiamo citata almeno altre due volte, ma non abbiamo voglia di andarne a cercare una nuova che dica la stessa cosa.

quello che si trova nelle mie note, lascio la parola al Capo, prima di lasciarla ai lettori e solutori.

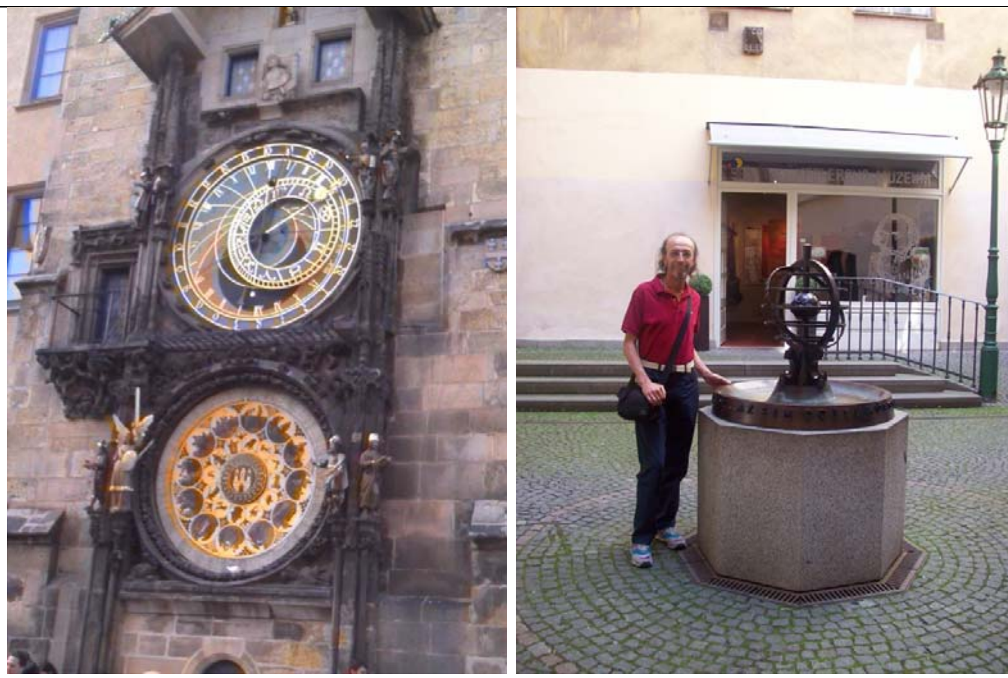
Ancora una precisazione: abbiamo ricevuto un po' di soluzioni per il Summer Contest, ma come da tradizione saranno presentate ad ottobre, a vacanze finite. Continuate a risolvere, quindi, che molti quesiti sono ancora aperti. Ed ora Rudy.

4.1 Il cielo sopra Praga

Che è quello sotto il quale Rudy si è recato con famiglia per un paio di giorni.

Cominciamo con le delusioni: nella Patria del Curapipe, ho trovato solo due negozi che vendevano pipe: uno sembrava un concessionario Ferrari (la più economica in vetrina viaggiava sulle 7.500 corone, e una buona approssimazione è 25 corone per ogni euro), l'altro la discarica municipale (la più cara era un aggeggio da 200 corone, stesso cambio di cui sopra...). Triste.

Comunque, ho trovato un paio di souvenir che mi ricordavano l'infanzia (Sc'vejk e la talpa dai calzoni blu, sulle avventure di quest'ultima ho imparato a leggere) e, soprattuto, ho scattato qualche foto.



6 *L'orologio che Rudy voleva smontare e "Ubi materia, ibi geometria"*

La prima è l'orologio astronomico, per il quale si richiede di guardarlo a qualsiasi ora tranne mezzogiorno: lo "spettacolo" delle figurine animate è piuttosto deludente. In compenso, a qualsiasi altra ora, potete friggervi il cervello cercando di capire cosa cavolo sta indicando con che cosa.

Nella seconda foto trovate il vostro eroe con una sfera armillare sulla quale è scolpito il detto che fa da didascalia: il negozietto sullo sfondo (dieci metriquadri scarsi) è l'ingresso del Museo Keplero, o meglio l'intero museo: l'ingresso ad ogni museo praghese è in linea con i musei italiani (200 corone, suppergiù), ma l'ingresso a questo costa 70 corone; all'interno trovate sei tabelloni modello ricerca della scuola media sui principali lavori di Keplero. Avevamo davanti a noi una guida che ha fatto fare (in tedesco) in mezz'ora il giro completo; Rudy, non capendo niente di quel che diceva la guida, ha piacevolmente intrattenuto la famiglia per un paio d'ore (figuratevi se c'era anche Doc...). Molto interessante il biglietto, specificante:

Date: 2012-07-24
Time: 11:22:05

Sun: Leo
Moon: Libra (Waxing Crescent)
Sunset/Sunrise: 19:53/04:19
Sidereal Time: 07:30
Babylonian Hour: 6
Old Bohemian Time: 15:29.

Abbiamo qualche dubbio su cosa significhi l'ultimo: non sembra il fuso orario di Praga, date le quattro ore di differenza (e l'ora legale), qualcuno ha informazioni?

Adesso facciamo arrabbiare Alice. Il museo del giocattolo di Praga è tre volte quello di Zurigo, e decisamente più fornito: Paola (la moglie di Rudy) è andata in visibilio per la collezione di *più di milleduecento* Barbie (non ne ha mai avute, le regalavano quelle classiche e cicciotte); conoscevamo l'edizione "Barbie Astronauta" (zona 1969), ma l'intero albero genealogico di amici, parenti e animali domestici ci era sconosciuto (un foglio A3 scritto molto piccolo), sapevate che ci sono anche dei *Barbie e Ken Zombie*?

Altro museo interessante (l'ultimo, promesso) esattamente di fianco al nostro albergo, il museo del Lego: un'intera sala dedicata alle ricostruzioni della trilogia (nel senso di quarto, quinto, sesto) di Guerre Stellari! E costa pure poco. Delusione, manca il robottino che risolve il cubo di Rubik (...non essendo ufficiale...).

7 *Non si dice "che ora è", ma "che ore sono". Visto che sono due diverse.*

Per tornare alle ore strane, siamo riusciti a scattare una foto ad una meridiana (è in Mala Strana, vuol dire "Quartiere piccolo", quindi niente giochi di parole bilingue) della quale volevamo la certezza di ricordarci il tipo, il che, se non registrate tutti i dati cronotopici, può essere un problema. Pragmaticamente, il municipio praghese ha trovato il modo per ricrdarvelo: lo trovate nella foto a fianco.

8 *In collezione, di corsa!*

Vi è mai capitata la fregatura delle lire turche? Valgono circa 50 centesimi, ma sono simili ai due euro. Per un attimo, eravamo convinti di aver ricevuto la stessa fregatura, avendo ricevuto un aggeggio palesemente diverso dalle 20 corone "classiche". Guardando con attenzione, però, ci siamo accorti che il retro della moneta era la riproduzione di un astrolabio! Bellissima: e non è neanche rotonda! Il bordo ha tredici lati[9]. Attorno all'astrolabio è ripetuta la scritta "ROK 2000", che ci fa pensare sia una commemorativa per il Millennium Bug: nel caso fosse rara, siamo pronti a spostarla dalla collezione "Fare scienza con i soldi" alla raccolta duale.

Scriviamo queste note mentre ci prepariamo alla partenza per un'altro viaggio, del quale trovate qui di fianco un'anticipazione: e chi ci chiederà "...piaciuto, il Giappone?" mostrerà palesemente di non aver letto l'ultimo paragrafo di questo pezzo, ma solo guardato le figure: quello è il giardino zen nell'ingresso dell'ormai (per voi: ci abbiamo fatto due problemi)

9 *Il prossimo viaggio.*

[9] Ricordiamo che una qualche moneta inglese ha *sette* lati: secondo voi lo fanno apposta, a piazzare tutti numeri primi?

famoso Museo di Arte Orientale di Torino. Sì, a parte fare da autista per la famiglia (che va al mare) me ne sto a casa. A leggere e guardare le Olimpiadi. Con l'aria condizionata.

4.2 Da uno a cinque, UNDICI!

8								
		3	6					
	7			9		2		
	5				7			
				4	5	7		
			1				3	
		1					6	8
		8	5				1	
	9					4		

☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆

10 *Undici stelline!*

Mah... Quasi quasi non ve la dico.

Nessuna risposta, e nessuno che si sia sognato di fare un minimo di analisi. Non è vero: ci ha scritto ***Camillo***, con rifermento al PM sul sudoku e ci ha raccontato del suo programmino che li risolve. Ma no, non era quello che volevo. Siccome a Ferragosto sono tutti più buoni (Eh? Non era così? Allora diciamo che a Ferragosto sono tutti più cotti, che vuol dire quasi la stessa cosa), la soluzione ve la diamo lo stesso.

8	1	2	7	5	3	6	4	9
9	4	**3**	**6**	8	2	1	7	5
6	**7**	5	4	**9**	1	**2**	8	3
1	**5**	4	2	3	**7**	8	9	6
3	6	9	8	**4**	**5**	**7**	2	1
2	8	7	**1**	6	9	5	**3**	4
5	2	**1**	9	7	4	3	**6**	**8**
4	3	**8**	**5**	2	6	9	**1**	7
7	**9**	6	3	1	8	**4**	5	2

☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆☆

11 *Soluzione*

4.3 [162]

4.3.1 Salvare capre e cavoli

Il Capo è stato di nuovo al paesello a godersi problemi rurali, questa bella separazione di un campo per tenere lontane le capre dai cavoli è un gioiellino:

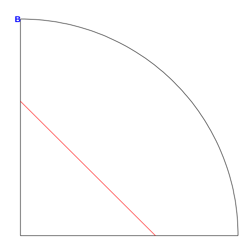
> *Neto e Vigio vogliono dividersi un campo completamente cintato, dalla forma di un quadrante di cerchio con il raggio di 570 metri. Per separare le due parti hanno una rete lunga 500m: come possono fare?*

Problema che è piaciuto ai pochi solutori di RM rimasti attivi durante il mese di luglio: una prima soluzione veloce è arrivata da ***Alberto R.***:

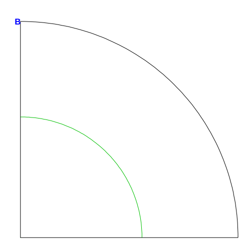
> Sia AOB il quadrante circolare (O centro del cerchio, OA=OB=570 m). Sul prolungamento di OA prendiamo un punto C con CO=1003 m. La circonferenza di centro C e raggio 825 m divide il campo in due aree uguali. Occorrono 498.80 m di rete..

Beh, certo, però non ci dice come ha fatto ad arrivarci, mentre una descrizione passo passo ce la manda ***Sawdust***:

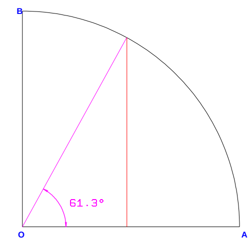
> L'area di un quadrante di cerchio di raggio 570 è 255.175,8633 e perciò le aree delle 2 zone devono essere 127.587,9316.
>
> a)Un triangolo isoscele col vertice al centro della cfr e ipotenusa 500 è 1/4 di un quadrato di lato 500, e quindi ha un'area di 250.000/4 = 62.500, cioè troppo poco.



> b) Il raggio di una circonferenza lunga 2.000 è 318,3099 , e di conseguenza l'area di un quadrante di questa circonferenza è 79.577,4715, cioè troppo poco

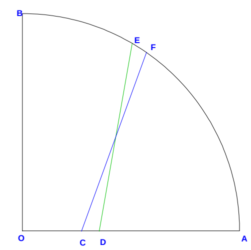


c) L'area di un settore circolare su una corda lunga 1.000 è 347.606,2315 e quindi metà di questo è 173.803,1158. Togliendo da questo il triangolo sotteso, che ha un'area di 68.419,6609, resta un'area di 105.383,4549. E anche questa è troppo poco.



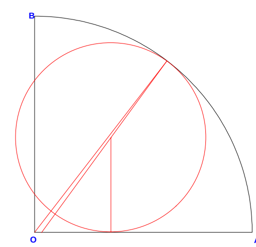
d) Un'altra possibilità è quella di disporre la divisione non parallela ai lati del quadrante iniziale come in CF o DE del disegno seguente.

In questo caso la massima area della zona che comprende il punto A è data dalla differenza tra il settore circolare (AOE o AOF) e il triangolo scaleno corrispondente (EOD o FOC). Il massimo (122.463,1443) si ha con l'angolo FCA pari a 73,666634612° ed è sempre troppo poco.

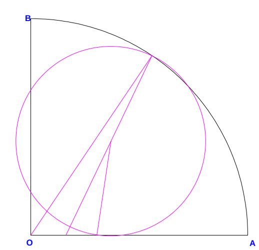


e) Si può anche provare a disporre la divisione in maniera non rettilinea, e il primo tentative che mi viene in mente è quello di porre una circonferenza di raggio 250 in modo che sia tangente a uno dei lati del quadrante iniziale e all'arco di cerchio.

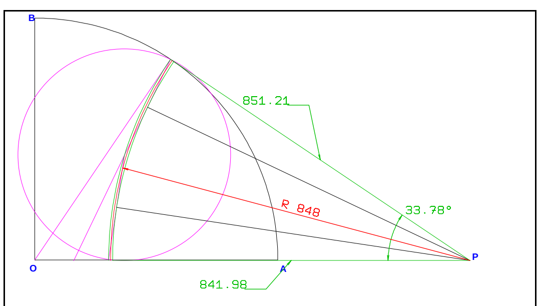
Anche in questo caso l'area (122.037,2443) è scarsa.



f) In realtà il massimo si ottiene con la circonferenza interna secante i lati di cui sopra, come nella figura seguente, ma anche in questo caso l'area è ancora scarsa pur avvicinandosi già di più al valore voluto (127.032,2516).



Però, visto che la divisione curvilinea del punto b) permette di avere un'area maggiore di quella ottenuta al punto a), forse anche in questo caso una curva può aiutarci. La prima idea è di tracciare un arco di circonferenza intermedio tra i 2 archi tangenti (uno interno e l'altro esterno) ai 2 segmenti del punto f). Il centro di tutti questi archi è nel punto di convergenza degli assi dei segmenti e il raggio cercato è pari a 848 che su un angolo di 33,78° dà un arco di 500.



12 *La conclusione di* ***Sawdust***

Il punto P ha coordinate (1024,39; –2,75) e l'area risultante dalla divisione e comprendente il punto A è addirittura 128.504,1597. Quindi si può fare!

Proviamo a vedere un po' di formule per cercare di calcolarlo meglio.

Poniamo il quadrante iniziale col vertice nell'origine di un sistema di assi cartesiani e, per semplificarci la vita, la seconda circonferenza, di raggio R, col centro P sull'asse X e quindi coordinate (p, 0).

La divisione che vorremmo creare è un arco lungo 500 metri visto sotto un angolo α e quindi

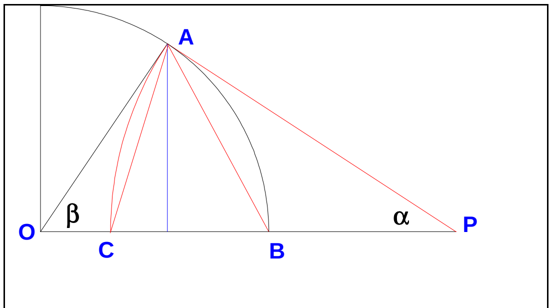
$$2\pi R\alpha / 360° = 500$$

ma se usiamo i Radianti diventa

$$R\alpha = 500$$

e l'area del segmento circolare interessato è

$$A\_seg\alpha = R^2(\alpha - sen\alpha)/2$$



13 *...e la soluzione finale di* ***Sawdust***

Al di sotto di questo segmento si trova il triangolo che ha la base pari a 570–(p–R) e l'altezza pari a 570 sen β e quindi la sua area è

$$A\_Tr = 570 sen\beta(570 - p + R)/2$$

Però l'angolo β che sottende l'arco relativo sulla Cfr1 di raggio 570 genera un altro segmento circolare la cui area è

$$A\_seg\beta = 570^2(\beta - sen\beta)/2$$

Queste 3 aree sommate sono la superficie da assegnare ai cavoli (o alle capre?) e devono essere pari a $570^2\pi/8$=127.587,9316. Inoltre abbiamo che $570 \cos\beta + R\cos\alpha = p$. E allora si tratta di risolvere il sistema

$$\begin{cases} R\alpha = 500 \\ 570 \cos\beta + R\cos\alpha = p \\ Rsen\,\alpha = 570\, sen\,\beta \\ \dfrac{R^2(\alpha - sen\,\alpha)}{2} + \dfrac{570^2(\beta - sen\,\beta)}{2} + \dfrac{570\, sen\,\beta(570 - p + R)}{2} = \dfrac{570^2\pi}{8} \end{cases}$$

Che ha come soluzioni

α = 0,746819 Radianti pari a 42,7895°, ossia 42° 47' 22,47"

β = 0,923797 Radianti pari a 52,9297°, ossia 52° 55' 46,82"

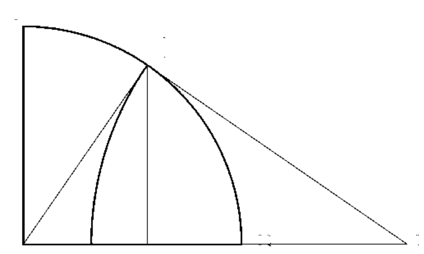
p = 834,91 metri

R = 669,51 metri

Soluzione che concorda con il risultato di ***Tartaruga***:

500 metri di rete bastano.

La soluzione è disporre la rete lungo un arco di cerchio in modo che tagli il campo in due parti uguali, come da figura. Il campo è delimitato dai due segmenti OA e OB e dall'arco di cerchio AB. DF è l'arco di cerchio lungo il quale va stesa la rete.



14 *Figura di* ***Tartaruga***

I segmenti sottili servono solo per la spiegazione del metodo utilizzato per determinare la soluzione.

Riferendo il campo a un sistema di assi cartesiani con origine in O, asse x che va da O verso B e asse Y che va da O verso A, l'arco DF ha centro in E che ha coordinate (1002.771,0) e raggio 825.015, il punto D è in (324.002,468.959) e il punto F in

(177.756,0), tutti valori in metri approssimati a 3 cifre decimali che direi sono più che sufficienti. L'arco DF è lungo 498.796 metri, quindi meno di 500.

Adesso vediamo come è stata determinata la soluzione.

Ho ipotizzato che dividere il terreno in due con un arco di cerchio fosse la soluzione ottimale, e ho inoltre ipotizzato che l'arco di cerchio dovesse avere un estremo su un lato rettilineo e uno sul quarto di circonferenza. Inoltre ho ipotizzato che per avere una soluzione minimale nei punti D ed E l'arco di cerchio dovesse essere perpendicolare al quarto di circonferenza e al segmento rispettivamente.

Quindi ho posto l'angolo DÔC = α, quindi D ha coordinate ($570\cos\alpha$,$570\sin\alpha$). Per determinare il centro dell'arco DF ho intersecato la tangente al quarto di circonferenza in D con l'asse delle X, ottenendo il punto E. Considerando la similitudine dei triangoli ODC e OED, si ricava facilmente che la lunghezza di OE è $570/\cos\alpha$, che la lunghezza di DE, cioè il raggio dell'arco DF, è $570\tan\alpha$, e che la lunghezza di CE è $570\tan\alpha\sin\alpha$.

L'area del triangolo curvilineo DFC è data dall'area del settore circolare DFE, pari a $(570\tan\alpha)^2(\pi/2-\alpha)/2$, meno l'area del triangolo DCE che è $(570\sin\alpha)(570\tan\alpha\sin\alpha)/2$.

L'area del triangolo curvilineo DBC è data analogamente dall'area del settore circolare ODB, pari a $570^2\alpha/2$, meno l'area del triangolo ODC, pari a $570\sin\alpha 570\cos\alpha/2$.

Si ottiene l'area totale in funzione di α, e ponendo che sia la metà dell'area del quarto di cerchio, cioè $570^2\,\pi/8$, si ottiene una equazione in α, cioè:

$$(570\tan\alpha)^2(\pi/2-\alpha)/2-(570\sin\alpha)(570\tan\alpha\sin\alpha)/2+570^2\alpha/2-570\sin\alpha 570\cos\alpha/2 = 570^2\pi/8$$

Dividendo il tutto per $570^2/2$, si ottiene:

$$(\tan^2\alpha)(\pi/2-\alpha) - \sin^2\alpha\tan\alpha + \alpha - \sin\alpha\cos\alpha = \pi/4$$

Questa equazione non è risolvibile in forma chiusa, quindi ho utilizzato un procedimento iterativo.

Procedendo per bisezione e arrestando il procedimento quando la differenza tra l'area attesa e quella calcolata è divenuto inferiore a 1 cm^2 (direi precisione più che sufficiente!), ho ottenuto per α il valore in radianti di 0.96620602 pari a 55.359527 gradi, da cui i valori calcolati.

E qui ci fermiamo, per questo problema. A S&N completato è arrivata una bellissima soluzione di ***BR1***, che si offriva gentilmente di donare la quantità di rete necessaria (un sei metri circa) per ottenere la separazione rettilinea ottimale. Perdonateci se non ce la facciamo ad aggiungerla...

4.3.2 "eracrec a alesradnA"

Un quesito questo che sembra anagrammato, che doveva ricordare l'analogo problema relativo alla geometria di Mascheroni. Il testo è, volendo, molto semplice:

Dato un cerchio costruire, con la sola riga:

1. *La tangente al cerchio passante per un dato punto della circonferenza*
2. *La tangente al cerchio passante per un punto esterno alla circonferenza.*

Il Capo, poi, si è dato a grandi manovre ed estensioni, che riportiamo giusto per vedere se qualcuno viene ispirato:

Se i due problemi sono ambientati sull'orizzonte degli eventi di un buco nero bidimensionale, non potete avere punti all'interno del cerchio, e tirare una riga che vada da una parte all'altra del cerchio per due punti è impossibile: in questo caso, esiste una costruzione che funzioni?

E ancora:

Con riga & compasso riusciamo a costruire un tot di cose. Con gli assiomi dell'origami riusciamo a costruirne qualcuna in più. Mascheroni dice che tutto

> *quello che fai con riga e compasso lo fai anche con il compasso da solo, e solo con la riga fai ben poco; ma cosa si riesce a fare con Powerpoint? Se uso come assiomi e/o strumenti le funzioni di PPT, che geometria riesco a costruire? È più grande, più piccola o cosa rispetto a quelle di Euclide e dell'origami?*

Vi abbbiamo immaginato tutto il mese a disegnare cerchi sulla sabbia, ma alla fine uno solo ha tentato una soluzione, ***Alberto R.***:

> <u>1° caso. Punto sulla circonferenza</u>
>
> Se un esagono è iscritto in una conica (quindi anche un cerchio va bene) le 3 coppie di lati opposti si incontrano in 3 punti della stessa retta: "retta di Pascal", visto che il teorema è suo.
>
> Siano A B C D E F i vertici dell'esagono, dove A è il punto per il quale dobbiamo condurre la tangente e gli altri cinque sono arbitrari
>
> - I lati opposti AB DE si incontrano nel punto X
> - I lati opposti BC EF si incontrano nel punto Y
> - I lati opposti CD FA si incontrano nel punto Z
>
> X, Y, Z sono sulla retta di Pascal.
>
> Qui ci starebbe bene una figura, ma per farla in word ci vuole una pazienza da santi e io di santo non ho nulla. Prego quindi il lettore di munirsi di carta e matita e tener conto che il teorema vale anche se l'esagono è intrecciato, cioè se la successione dei punti sulla circonferenza non coincide con l'ordine in base al quale abbiamo stabilito quali sono le coppie di lati opposti. È anzi opportuno disegnare un esagono intrecciato: la figura diventa più compatta, altrimenti, Murphy imperante, almeno uno dei tre punti X Y Z finirà mezzo metro fuori dal foglio.
>
> Se ora prendiamo un punto adiacente ad A (supponiamo F) e lo spostiamo fino a farlo coincidere con A che lo fagocita, la secante AF si trasforma nella tangente alla circonferenza in A, ma tutta la costruzione innanzi descritta resta valida, quindi:
>
> - Troviamo X intersecando AB con DE
> - Troviamo Y intersecando BC con EA (EA era il vecchio EF)
> - Troviamo Z intersecando DC con XY (XY è la retta di Pascal)
>
> La retta AZ è la tangente cercata
>
> <u>2° caso. Punto fuori della circonferenza</u>
>
> Si tratta di fare la stessa figura cambiando l'ordine delle operazioni.
>
> - Z punto esterno da cui dobbiamo condurre una tangente
> - B D E tre punti arbitrari sulla circonferenza
> - X punto arbitrario su ED esterno alla circonferenza
> - C intersezione di ZD con la circonferenza
> - Y intersezione di BC con XZ (retta di Pascal)
> - A intersezione di YE con la circonferenza
>
> ZA è la tangente cercata

Bene, speriamo per altri contributi in futuro, soprattutto sulle estensioni. Ancora una buona estate a tutti e alla prossima!

5. Quick & Dirty

Se incontrate due compagni di corso scelti a caso di Alberto (il figlio di Rudy), c'è il 50% di probabilità che siano due ragazze.

Qual è la vostra stima sul numero di ragazze nella classe di Alberto?

6. Pagina 46

Parte prima:

Gli interi compresi nella sequenza sono tutti quelli della forma $4k-1$. Supponiamo solo un numero finito di primi appaia nella sequenza, e siano essi $3,7,11,19,23,\ldots,p_n$.

Si consideri il numero:

$$N = 4(3\cdot 7\cdot 11\cdot 19\cdot 23\cdots p_n)-1.$$

L'intero così definito è maggiore di ogni primo che appare nella progressione e quindi, essendo un numero della forma $4k-1$, deve appartenere alla progressione ed essere composto. Fattorizzando N nei suoi fattori primi, nessuno di questi ultimi può essere nella forma $4k-1$, visto che $N+1=4(3\cdot 7\cdot 11\cdot 19\cdot 23\cdots p_n)$ è divisibile per tutti i primi della forma $4k-1$, e quindi N è primo rispetto a tutti questi numeri.

Essendo N dispari, deve essere rappresentabile come prodotto di primi nella forma $4k+1$: ma questo è impossibile, in quanto il prodotto di numeri nella forma $4k+1$ è ancora un numero nella forma $4k+1$:

$$\begin{aligned}(4k_1+1)(4k_2+1) &= 16k_1k_2+4k_1+4k_2+1\\ &= 4(4k_1k_2+k_1+k_2)+1\\ &= 4k_3+1.\end{aligned}$$

Mentre N è nella forma $4k-1$: quindi, l'assunzione che esista solo un numero finito di primi nella forma $4k-1$ porta ad una contraddizione, e quindi il numero dei primi nella sequenza data deve essere infinito.

Per quanto riguarda la seconda sequenza, la dimostrazione è sostanzialmente identica ma basata sul fatto che i numeri sono nella forma $6k-1$.

Seconda parte:

La dimostrazione di questo teorema è simile a quella della prima parte: supponiamo che la sequenza $\{5,9,13,17,21,25\ldots\}$ contenga solo un numero finito di primi $\{5,13,17,\ldots,p_n\}$.

Ora consideriamo il numero:

$$N = (5\cdot 13\cdot 17\cdots p_n)^2+1.$$

Questo numero non è evidentemente un quadrato, ma piuttosto è la somma di due quadrati: e come abbiamo dimostrato[10], N può essere solo nella forma $4k+1$, visto che numeri nella forma $4k-1$ non possono essere espressi come somma di due quadrati.

Con lo stesso metodo della prima parte, si dimostra l'assunto.

Terza parte:

Anche se basata sugli stessi concetti, la dimostrazione di questo caso è più complicata delle parti precedenti.

Come sopra, supponiamo che nella successione $\{11,21,31,41,51,61,\ldots\}$ esista solo un numero finito di primi: $\{11,31,41,61,\ldots,p_n\}$; consideriamo allora l'intero $N=(11\cdot 31\cdot 41\cdot 61\cdots p_n)^5-1$; se indichiamo la parte tra parentesi con a, allora:

$$N = a^5-1=(a-1)(a^4+a^3+a^2+a+1).$$

Esaminiamo quale fattorizzazione di N può produrre un fattore di $a^4+a^3+a^2+a+1$: evidentemente, questo numero non è divisibile per 2 (è la somma di cinque numeri

[10] Seconda parte del Bungee Jumpers di RM139

dispari); inoltre, visto che a termina per 1, anche le sue potenze termineranno per 1, quindi la somma di cinque numeri terminanti per 1 darà un numero divisibile per 5.

Ora, sia p un primo divisore di $a^4 + a^3 + a^2 + a + 1$ diverso da 5. Evidentemente, $a - 1$ non può essere divisibile per p, in quanto altrimenti a sarebbe della forma $kp + 1$ e potremmo scrivere:

$$a^4 + a^3 + a^2 + a + 1 = (kp+1)^4 + (kp+1)^3 + (kp+1)^2 + (kp+1) + 1$$

e questo numero darebbe un resto di 5 una volta diviso per p. Da cui segue che $p - 1$ deve essere divisibile per 5; infatti, supponiamo $p - 1$ dia resto 4 una volta diviso per 5, ossia $p - 1 = 5k + 4$.

Dal (piccolo) Teorema di Fermat sappiamo che[11] $a^{p-1} - 1$ è divisibile per p; ma in questo caso:

$$\begin{aligned} a^{p-1} - 1 &= a^{5k+4} - 1 \\ &= a^4\left(a^{5k} - 1\right) + \left(a^4 - 1\right). \end{aligned}$$

e siccome $a^{5k} - 1 = \left(a^5\right)^k - 1^k$ è divisibile per $a^5 - 1$ (e quindi è divisibile anche per p), segue che $a^4 - 1$ è anch'esso divisibile per p.

Però

$$a^5 - 1 = a\left(a^4 - 1\right) + (a - 1);$$

di conseguenza, se $a^5 - 1$ e $a^4 - 1$ sono divisibili per p, lo sarà anche $a - 1$ e questo, come mostrato precedentemente, è impossibile.

Analogamente, si può mostrare che $p - 1$ non può dare resto 1, 2 o 3 a seguito della divisione per 5.

Quindi, $p - 1$ è divisibile per 5 e, essendo p dispari, è un numero pari: quindi, è divisibile per 10, e quindi p è della forma $10k + 1$ e appartiene per definizione alla progressione data: i divisori di $a^4 + a^3 + a^2 + a + 1$ possono quindi essere solo 5 e numeri primi della forma $10k + 1$.

Ma il numero $a^4 + a^3 + a^2 + a + 1$ è ovviamente maggiore di 5, e non è divisibile per $5^2 = 25$: l'intero a deve terminare con la cifra 1 ed essere di conseguenza della forma $5k + 1$. Inoltre dal teorema binomiale abbiamo:

$$\begin{aligned} a^4 + a^3 + a^2 + a + 1 &= (5k+1)^4 + (5k+1)^3 + (5k+1)^2 + (5k+1) + 1 \\ &= 625k^4 + 4 \cdot 125k^3 + 6 \cdot 25k^2 + 4 \cdot 5k + 1 \\ &\quad + 125k^4 + 3 \cdot 25k^2 + 3 \cdot 5k + 1 \\ &\quad + 25k^2 + 2 \cdot 5k + 1 \\ &\quad + 5k + 1 \\ &\quad + 1 \\ &= 625k^4 + 5 \cdot 125k^3 + 10 \cdot 25k^2 + 10 \cdot 5k + 5 \\ &= 5 \cdot \left[5\left(25k^4 + 25k^3 + 10k^2 + 2k\right) + 1\right] \end{aligned}$$

[11] Lo abbiamo dimostrato nel Bungee Jumpers di RM101

Segue quindi che questo numero e, di conseguenza, $N = a^5 - 1$ devono avere almeno un divisore primo della forma $10^k + 1$. Ma, come notato precedentemente, N è primo rispetto a tutti i numeri della forma $10k + 1$: la contraddizione prova il teorema.

Nota: questa dimostrazione, sostanzialmente invariata, permette di provare che ogni progressione aritmetica infinita formata da interi della forma $2pk + 1$, dove p è un primo dispari, contiene un numero infinito di primi.

7. Paraphernalia Mathematica

7.1 ...e per Queneau?

Il gioco di parole del titolo è rubato ma giustificato: se lo cercate in rete, potreste scoprire un interessante eBook (gratuito) con dentro qualche nome che conoscete, e in questo pezzo prima della fine tra nomi di poeti e scrittori ne troveremo anche troppi.

Vi ricordate la definizione (di Bertrand Russell) che il matematico (puro) è quella persona che non sa di cosa sta parlando, e che non sa se quello che sta dicendo è vero? Bene, applichiamola: adesso vi scriviamo una cosa, ma non vi diamo la traduzione, tanto non è importante: trattasi di "Lo ferm voler q'el cor m'intra", scritta dal *troubadour* Arnaud Daniel (Occitano).

I *troubadours* sono quelli che usavano, per le loro composizioni poetiche, la *langue d'oc*: quelli che usavano la *langue d'öil* erano (scarsamente[12]) noti come *trouviers*.

Una delle attività principali dei *troubadours*, riportata in ogni antologia della letteratura italiana (per altre attività principali consigliamo la rilettura della parte su Ciullo d'Alcamo del *Mistero Buffo* di Dario Fo) era quella di scrivere versi in forma complicata: una delle quali, giustappunto, trovate qui di fianco.

In particolare, Arnaut Daniel nasce a Ribérac, dalle parti del 1150 (non lamentatevi, avessimo avuto dati migliori, lo avreste trovato in un Compleanno), ed è talmente bravo come verseggiatore che non solo Dante lo mette nel purgatorio[13]:

> *O frate, – disse, – questi ch'io ti cerno*
> *col dito, – e additò un spirto innanzi, –*
> *fu miglior fabbro del parlar materno.*
> *Versi d'amore e prose di romanzi*
> *soverchiò tutti: e lascia dir li stolti*
> *che quel di Lemosì credon ch'avanzi.*
> *(Purg. XXVI, 115-120)*

Ma addirittura riesce a convincere il Padre della Lingua Italiana a parlare in straniero:

> *Tan m'abellis vostre cortes deman,*
> *qu'ieu no me puesc ni voill a vos cobrire.*

Lo ferm voler q'el cor m'intra
no'm pot ies becs escoissendre ni ongla
de lausengier, qui pert per mal dir s'arma
e car non l'aus batr'ab ram ni ab verga
si vals a frau lai o non aurai oncle
jauzirai joi, en vergier o dinz cambra

Qan mi soven de la cambra
on a mon dan sai que nuills hom non intra
anz me son tuich plus que fraire ni oncle
non ai membre no'm fremisca, neis l'ongla
aissi cum fai l'enfas denant la verga
tal paor ai no'l sia trop de l'arma

Del core li fos non de l'arma
e cossentis m'a celat deniz sa cambra
que plus mi nafra'l cor que colps de verga
car lo sieus sers lai on ill es non intra
totz temps serai ab lieis cum carns et ongla
e non creirai chastic d'amic ni d'oncle

Anc la seror de mon oncle
non amei plus ni tant per aqest'arma
c'aitant vezis cum es lo detz de l'ongla
s'a liei plagues volgr'esser de sa cambra
de mi pot far l'amors q'inz el cor m'intra
mieills a son vol c'om fortz de frevol verga

Pois flori la seca verga
Ni d'en Adam mogron nebot ni oncle
tant fin'amors cum cella q'el cor m'intra
non cuig fos anc en cors ni eis en arma
on q'ill estei fors on plaz' o dins cambra
mos cors no' is part de lieis tant cum ten l'ongla

C'aissi s'enpren e s'enongla
mos cors e lei cum l'escorss'en la verga
q'ill m'es de joi tors e palaitz e cambra
e non am tant fraire paren ni oncle
q'en paradis n'aura doble joi m'arma
si ja nuills hom per ben amar lai intra

Arnautz tramet sa chanson d'ongl'e d'oncle
a grat de lieis que de sa verg'a l'arma
son Desirat cuit pretz en cambra intra

[15] *A memoria per domani (tranne gli ultimi tre versi)*

[12] Facile dedurre dalla scelta dell'avverbio che la mamma di Rudy è occitana.

[13] Nel caso vi chiediate cosa vuol dire nell'ultimo verso: il Limousin era terra di *Trouviers*, non di *Troubadours*: e anche Rabelais ritiene opportuno prenderli potentemente per i fondelli.

Ieu sui Arnaut, que plor e vau cantan;
consiros vei la passada folor,
e vei jausen lo joi qu'esper, denan.
Ara vos prec, per aquella valor
que vos guida al som de l'escalina,
sovenha vos a temps de ma dolor!
(Purg., XXVI, 139-147)

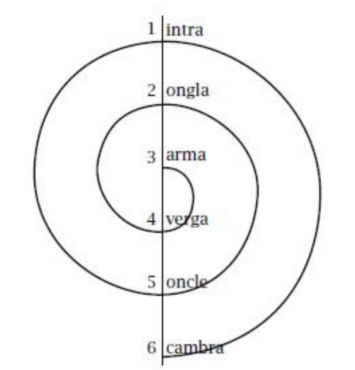
Ci perdoni l'Alighieri, ma abbiamo sempre considerato il Purgatorio di una noia incredibile: a parte le "stelle" della fine, questi sono gli unici versi che ci ricordiamo.

Bene, torniamo alla poesia: scusate la digressione, ma come vi dicevamo ci siamo particolarmente affezionati[14]. Trattasi (la poesia) di una sestina: sei strofe di sei versi ciascuna, con una *tornada* (gli epigoni su al Nord la chiamavano *envoi*) di tre versi, che ignoreremo. Se guardate con attenzione, comunque, vi accorgete facilmente che le sei strofe hanno la caratteristica di avere sempre le stesse parole come finale di versi, il che è una discreta impresa, se pretendete anche di avere un senso compiuto nella poesia.

Una cosa del genere porta subito alla mente il concetto di *permutazione*, e infatti le ultime parole delle strofe non sono altro che permutazioni delle ultime parole dei versi della prima strofa; o meglio, è sempre la stessa permutazione. Espressa nel modo che preferiamo, si indica come:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix},$$

Ossia la prima parola va al posto della seconda, la seconda va al posto della quarta, la terza al posto della sesta, eccetera. Un minimo di calcoli vi permettono di verificare che qualsiasi *permutazione di ordine sei* fa esattamente lo stesso lavoro, ma questa specifica permutazione utilizzata da Arnaut ha spinto i poeti a comporre variazioni dello stesso stile e i matematici a chiedersi *quali permutazioni abbiano le stesse caratteristiche della sestina*.



16 *Gira e rigira...*

Per prima cosa, cerchiamo di capire bene come funziona quella di Arnaut: all'uopo, scriviamo le ultime parole della prima strofa in colonna, e chiediamoci quale sia la trasformazione utilizzata per ottenere la sequenza della seconda strofa: ***Raymond Queneau*** si è accorto che è semplicemente una *spirale*, che trovate nella figura a fianco; logicamente, riordinando le parole e "rispiraleggiandole", ottenete la terza strofa e avanti così: se applicate lo stesso metodo alla sesta strofa, riottenete la prima. Non solo, ma Queneau ha anche pensato che la rappresentazione a spirale poteva essere estesa alle permutazioni di un insieme di una qualsiasi dimensione n. A questo punto, la domanda sorge spontanea: quali interi positivi forniscono una permutazione a spirale di ordine uguale all'intero d'origine?

La risposta "macchissenefrega" non è valida, tant'è che Queneau (a quanto pare per enumerazione, ma la cosa non è sicura) ha trovato *trentun* numeri minori di 100 per cui questa cosa è valida[15].

[14] Giusto per sfoggiare il fatto che siamo passati da Wikipedia, facciamo notare che anche Petrarca ha la sua da dire in merito:

Fra tutti il primo Arnaldo Daniello
gran maestro d'amor; ch'alla sua terra
Ancor fa onor col suo dir novo e bello.

Adesso basta, promesso: passiamo alla matematica.

[15] Non ve li diciamo: ve li calcolate voi, in C o in Excel.

Il collega di Queneau (nel senso che era matematico, poeta e scrittore; le nostre fonti pongono una distinzione tra le ultime due che non staremo a sindacare) ***Jacques Roubaud*** ha proposto di chiamare queste "sestine generalizzate" *quenine*, e chi siamo noi per dargli torto? La cosa non è ufficializzata, ma palesemente tifiamo per Queneau.

A questo punto, si tratta di andare a "caccia di quenine", ossia di stabilire per quali numeri siano possibili le quenine: e qui partiamo con un po' di notazione matematica. Per prima cosa, definiamo la funzione:

$$\sigma_n(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{2} & \text{se } x \in 2N, \\ n - \dfrac{x-1}{2} & \text{se } x \in 2N+1. \end{cases}$$

Per capire a cosa serve, ponete n=6 e calcolate i valori per $x \le n$; dovreste ottenere la sequenza (o *orbita*, come preferiscono i tecnici del ramo) $\{6,1,5,2,4,3\}$, che è esattamente la nostra spirale: tant'è che $\sigma_n(x)$ viene detta ***permutazione spirale*** e, nel caso particolare in cui $\sigma_n(x)$ sia di ordine n, allora la nostra permutazione viene detta ***ammissibile***: siccome il termine è bruttissimo, sempre Roubaud ha proposto di chiamarli ***Numeri di Queneau***: Bringer, invece, che mostra sipatie per la *langue d'oc*, propone un più accademico *Numeri di Queneau-Daniel*. Insomma, la ricerca delle quenine diventa la ricerca delle permutazioni ammissibili: in questo campo, però, diventa più comodo lavorare con la trasformazione inversa:

$$\delta_n(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } 2x \le n, \\ 2n+1-2x & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si verifica facilmente che, con il solito n=6, se mettete dentro la sequenza $\{6,1,5,2,4,3\}$ ottenete $\{1,2,3,4,5,6\}$, quindi è proprio la sequenza inversa: non solo, ma se $\sigma_n(x)$ è di ordine n, allora anche $\delta_n(x)$ è di ordine n, quindi abbiamo due strade per verificare l'ammissibilità di n.

Quello di cui Queneau si è accorto è stato che non tutti gli n sono ammissibili: σ_8, ad esempio, ha ordine 4, e vi lasciamo come esercizio lo scoprire cosa non va per n=4, 7, 10. Sempre Queneau ha notato che se (per x e y interi maggiori o pari a 1) $n=2xy+x+y$ o se (per k=1) $n = 2^k$, avete la certezza che i numeri sono non ammissibili, in quanto l'ordine del sottogruppo (...vi ricordate che cosa è un sottogruppo, vero?) è minore di n: purtroppo, queste due formule non esauriscono la categoria dei non ammissibili.

Una prima toppa la mette ***Bringer*** (che non ci risulta abbia scritto niente, dal punto di vista letterario, almeno), quando scopre che condizione necessaria per n per essere ammissibile è che $2n+1$ sia primo; non solo, ma se 2 è una radice primitiva del campo finito[16] $\{Z/(2n+1)Z\}$, allora n è ammissibile.

I suoi risultati (e quelli di Queneau) sono riepilogati nel ***Teorema di Bringer***:

1. Se n è ammissibile, allora $2n+1$ è primo.
2. Se n e $2n+1$ sono primi, allora n è ammissibile
3. Se $n=2p$, dove p e $4p+1=2n+1$ sono primi, allora n è ammissibile.
4. $n=2^k-1$ non è ammissibile.
5. $n=4k$ non è ammissibile.

Tutte queste affermazioni si dimostrano in modo ragionevolmente semplice ma sommamente noioso, quindi sorvoliamo. Insomma, la situazione si fa complessa; tant'è

[16] Delle radici primitive e dei campi di Galois prima o poi ve ne parliamo, tranquilli. Per adesso, fatevi bastare una ricerca in Wikipedia.

che, nel 1993, ***Roubaud*** decide di raccogliere i risultati e, volendo portarsi avanti, propone quella che sembra la definizione finale di ammissibile: condizione necessaria e sufficiente per n è che 2 sia di ordine n o $2n$ nel gruppo moltiplicativo degli interi modulo $2n+1$.

Molto carino, ma ***Dumas***[17] fa notare che questo non è vero quando n è pari, come si verifica facilmente per $n=8$; non solo, ma 2 è di ordine 8 modulo 17, ma l'"ottina" continua ad essere impossibile.

Comunque, Roubaud ci era arrivato ragionevolmente vicino, e Dumas riesce a definire il ***Teorema di Dumas***:

Sia n un intero tale che $2n+1$ sia primo: allora n è ammissibile se e solo se:

1. 2 è di ordine $2n$ del campo di Galois F_p, oppure
2. n è di ordine 2 in Z_p.

La prima non è altro che il Teorema di Bringer, ma la seconda l'ha fatta tutta Dumas.

Come in ogni racconto che si rispetti, prima o poi deve saltare fuori il cattivo: qui il ruolo è giocato da ***Joerg Arndt***, che con un corollario al Teorema di Dumas (che non vi citiamo neanche: complicatissimo) riesce a trovare il modo per stabilire se un dato n sia *ammissibile* o no, ma riesce anche a dimostrare che non è possibile *generare* tutti gli n.

Certo che il fatto che non esistano quenine di un ordine simpatico come 8 è seccante. E anche 10, che piaceva tanto a Perec. Roubaud decide di porre rimedio alla cosa, generalizzando il concetto e definendo la ***k-quenina***:

$$\delta_{n,k}(x)=\begin{cases} kx & \text{se } kx \le n, \\ 2n+1-kx & \text{se } n < kx < 2n, \\ kx-(2n-1) & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Le generalizzazioni sono sempre interessanti, e questa ha, per quanto ci riguarda, la caratteristica di recuperare un numero simpatico: infatti, l'ordine di $\delta_{8,3}$ è 8, quindi possiamo fare le 3-quenine di ordine 8.

Come dicevamo prima, spiace per certi numeri: dall'assenza delle quenine di ordine 10, qualcuno (indovinate chi) si è inventato le ***perecquine***, per cui la permutazione è definita come:

$$\pi_n(x)=\begin{cases} 2x & \text{se } 2x \le n, \\ 2x-(n+1) & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Qui le cose sono risolte abbastanza alla svelta da Dumas, visto che secondo lui π_n è di ordine n se e solo se 2 è di ordine n modulo $n+1$.

Arnaut Daniel forse non avrà ispirato molti *troubadours* nell'amor cortese, ma di sicuro ha ispirato molti matematici nella ricerca di generalizzazioni. Adesso, la palla passa di nuovo ai poeti: vogliamo vederli, a scrivere le perecquine...

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms

[17] Nessuna parentela con il padre o il figlio: è lui, lo "scrittore di troppo" (nel senso che non è uno scrittore) di cui dicevamo all'inizio!