Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 152 – Settembre 2011 – Anno Tredicesimo

Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici
Rivista fondata nell'altro millennio da
Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)
rudy.dalembert@rudimathematici.com
Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com
Alice Riddle (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com
RM151 ha diffuso 2'800 copie e il 06/09/2011 per Google eravamo in 27'400 pagine.

Tutti noi, quando giunge l'ora di smaltire il vecchio computer, ci sentiamo doppiamente in colpa: tanto per cominciare, sono tra gli oggetti più inquinanti oggi esistenti, secondariamente perché comunque ci eravamo affezionati. ***Franco Recchia*** (http://www.agora-gallery.com/artistpage/Franco_Recchia.aspx) ha trovato il modo per tenere con noi un ricordo quantomeno parziale del vecchio macinino, trasformandolo in un panorama cittadino: in copertina, la sua interpretazione della zona di Central Park, a New York (qualcuno riesce a capire da dove ha preso i pezzi?).

1. Il silenzio delle giraffe

Queste leggi
così belle e così semplici,
sono forse le sole che il Creatore
e Organizzatore delle cose
ha fissato nella materia,
per regolamentare tutti
i fenomeni del mondo visibile.

È verosimile che questi nostri giorni passino alla storia come l'epoca di Internet: anzi, forse più esplicitamente proprio come gli albori della comunicazione globale. Da un certo punto di vista, tutto il Novecento può forse essere visto in quest'ottica: il turbinoso Ottocento, pur nella sua gloria, riusciva a malapena a trasportare persone su farraginose macchine a vapore, mentre il secolo successivo non solo è riuscito a velocizzare di gran lunga gli spostamenti degli uomini, ma è riuscito a far viaggiare parole, immagini suoni, documenti, in quantità e qualità assolutamente inimmaginabile anche per i maggiori profeti ottocenteschi. Ma è anche possibile che, su una scala storica un po' più ampia, tutte le grandi scoperte della comunicazione novecentesca (radio, telefono, televisione) finiscano con l'essere classificati nei manuali come "prodromi monodirezionali della Rete". D'altro canto, è parimenti vero che il mezzo secolo di trasmissioni televisive che abbiamo vissuto riescono già, con sorprendente efficacia storica, a raccontare il bene e il male (forse un po' meglio il male, a dire il vero) della nostra epoca: ed è sufficiente uno svogliato zapping estivo e pomeridiano attraverso la pletora di canali analogici e digitali, per rendersene pienamente conto.

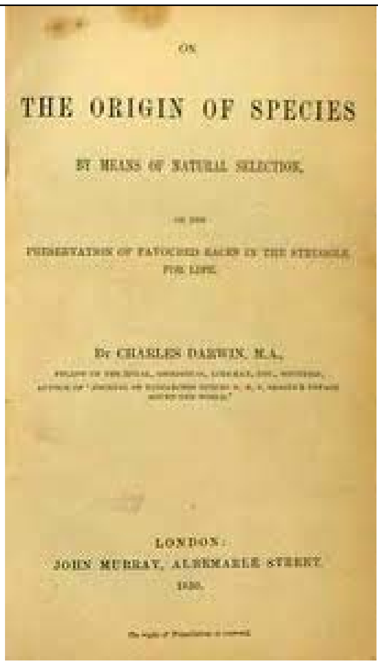
Si può cominciare con la pubblicità: si potrebbe forse tentare di studiare le correlazioni tra la qualità e quantità delle informazioni commerciali e lo stato della società civile, anno per anno, stagione per stagione. Dai primi e regolamentatissimi caroselli in bianco e nero dei primordi televisivi alle televendite selvagge al limite della frode, il metodo della persuasione all'acquisto è cambiato moltissimo: ma forse, più delle variazioni dei metodi e del contenitore, è sorprendente il cambiamento di contenuto. C'è stato un periodo in cui sembrava che si pubblicizzassero solo alimentari e detersivi, e sarebbe sembrato semplicemente impossibile immaginare le tempeste di spot attuali: passi per i fornitori di telefonia mobile (che non esisteva proprio, e quella fissa era in regime di monopolio parastatale), ma che dire delle reclame delle banche? E ancora: esiste o non esiste una stretta correlazione tra il perdurare di una feroce crisi economica e il proliferare degli spot su lotterie, scommesse, gratta-e-vinci? Alcuni messaggi di questa natura sono misteriosi al limite della perfidia: si limitano a pubblicizzare un marchio, o un indirizzo internet, e cedendo alla tentazione di scoprire l'oggetto pubblicizzato ci si ritrova catapultati dentro un intero universo di siti dedicati al gioco online, o addirittura a canali televisivi che, in stretta simbiosi con il web, sono destinati esclusivamente alla roulette: un giro di ruota ogni tre minuti, con la gente che punta (soldi veri) da casa, magari a notte fonda, invece di dormire. Non vorremmo apparire moralisti, che i moralisti sono sempre noiosi: però che ci sia relazione diretta tra lo stato di salute di una società e l'offerta televisiva (sia pure solo quella del sottobosco televisivo) ci sembra assai probabile.

Il pomeriggio estivo e lento passato col telecomando in mano, comunque, istruisce non solo per l'intrattenimento commerciale degli spot. Si possono scoprire canali dedicati ad argomenti molto specifici (e del tutto inaspettati), e finire dentro una replica di un incontro di pugilato degli Anni Sessanta, in bianco e nero a grana grossa, e successivo dibattito sportivo con ospiti in studio. In questo caso specifico, più che l'evento sportivo in sé (l'allora Cassius Clay, appena divenuto Mohammed Alì, sconfigge per KO uno sfidante non particolarmente agguerrito), stupisce la maniera di condurre il dibattito seguente.

Giornalisti sportivi in giacca, cravatta, microfoni e congiuntivi che raccontano l'evento con un lessico che al giorno d'oggi verrebbe giudicato troppo aulico anche in una discussione di tesi in filosofia teoretica. Metafore ragionevolmente ardite usate per descrivere l'evento sportivo, una prolusione iniziale sulla situazione generale dello sport nella nazione che ospita l'incontro, qualche inevitabile e garbato accenno alle implicazioni sociali e politiche che, a quei tempi, caratterizzarono le polemiche sulla conversione all'Islam del pugile americano. Ospiti che ascoltano fino in fondo chi parla col microfono in mano, anche se non sono affatto d'accordo con quanto stanno sentendo; replicando poi con interventi forse meno letterari di quelli dei giornalisti anfitrioni, ma comunque corretti, fioriti e sostanzialmente cortesi.

Dibattito, insomma, assolutamente fuori tempo, se letto coi canoni attuali. E siccome non crediamo affatto che il passato sia sempre migliore del presente, ci limitiamo a registrare che il modo di fare televisione è profondamente cambiato: e questo non dipende certo dal fatto che non ci sia più gente in grado di ben coniugare i verbi. È semplicemente verosimile che i rumorosi dibattiti contemporanei abbiano una presa maggiore sul pubblico: del resto, quando i giornalisti parlavano dietro una scrivania con perfetta dizione e ardite iperboli metaforiche, i concetti di share e di auditel non esistevano proprio.

Rimane il fatto che la televisione, in molti casi, riesce a fotografare in maniera drammatica situazioni che, seppur note, restano emotivamente lettera morta o quasi quando lette solo attraverso un articolo o un grafico. Un conto è leggere delle statistiche che dicono che la teoria darwiniana dell'evoluzione gode di scarso credito presso molte persone negli USA[1], un conto è vedere la situazione in essere, anche se da un punto di vista assolutamente specifico e imprevedibile. Esiste un programma giovanile, all'interno di una TV giovanile, che consiste sostanzialmente nel combinare un appuntamento disastroso a una vittima designata[2]; il meccanismo è abbastanza semplice: un complice elenca agli organizzatori tutte le cose che mandano in bestia la vittima, e questi istruiscono un attore (quello che dovrà impersonare la controparte dell'appuntamento galante) a mostrarsi proprio dotato di tutti i difetti e tutte le convinzioni che la vittima ha in odio, in modo da rendere l'incontro quanto più possibile sgradevole. Se la vittima resiste fino in fondo, vince qualche dollaro. Lo zapping agostano si è soffermato sulla trasmissione perché una delle cose che la vittima di turno più odiava era appunto la Teoria dell'Evoluzione, e buona parte del gioco si basava sul fatto che l'attore si mostrava un fanatico darwiniano e la fanciulla-vittima si irritava molto nel sentire le sue affermazioni che contrastavano con la Bibbia. Quello che più stupiva, nell'ascoltarla, era il fatto che lei usasse un argomento dialettico che di solito è riservato alla parte opposta: ribadiva con forza e convinzione (che crediamo fosse del tutto genuina): "Ma esistono delle prove scientifiche che dimostrano che la Teoria dell'Evoluzione è falsa! Come fai a crederci se esistono prove scientifiche?".


ON

THE ORIGIN OF SPECIES

BY MEANS OF NATURAL SELECTION,

OR THE

PRESERVATION OF FAVOURED RACES IN THE STRUGGLE FOR LIFE.

BY CHARLES DARWIN, M.A.,

LONDON:
JOHN MURRAY, ALBEMARLE STREET.

1 *« L'origine delle specie »*

L'obiezione della fanciulla americana può essere liquidata – e probabilmente sarebbe l'atteggiamento

[1] In una classifica che considerava circa una trentina di paesi a più alta scolarizzazione, gli Stati Uniti figuravano al penultimo posto: solo la Turchia mostrava una maggiore sfiducia in Darwin.

[2] Se la memoria non ci inganna, il programma dovrebbe chiamarsi "Disaster Date", e l'emittente in questione è MTV.

più corretto e sbrigativo – con la semplice constatazione che lei si sbaglia, in buona o cattiva fede che sia. Ciò non di meno, può essere istruttivo cercare di indagare meglio, se non altro per non cadere nel suo medesimo errore. La ragazza è convinta che esistano delle prove scientifiche che dimostrano la falsità della teoria di Darwin[3]: per analizzare la sua affermazione occorre in qualche modo tener conto dei concetti di "prova", di "scienza", e naturalmente del contenuto della teoria in questione. La prima cosa da considerare è che come tutte le teorie scientifiche, anche quella dell'evoluzione può essere confutata: anzi, a dirla tutta, immaginare delle "prove scientifiche" che dimostrino senza possibilità di appello che Darwin si sbagliava è estremamente facile; i fossili sono animali e piante che sono rimasti imprigionati nel suolo, e il suolo cambia nel tempo. I dinosauri si sono estinti[4] nel Cretacico, e i loro fossili si trovano negli strati geologici di quell'epoca: se si trovasse oggi, da qualche parte del pianeta, un triceratopo bene in salute la cosa sconvolgerebbe molte convinzioni del mondo scientifico, che dovrebbe faticare a trovare la causa per la quale l'evoluzione del bestione trovato vivo e vegeto si sia, in qualche modo, interrotta; ma questa non sarebbe una prova decisiva, perché non c'è nessuna regola che imponga l'avvento delle mutazioni evolutive. Alcuni esseri viventi tuttora presenti nella biosfera sono di fatto quasi identici ai loro antichissimi progenitori. Per contro, i primi mammiferi, per quanto ragionevolmente diversi da quelli che siamo riconoscere come tali, sono apparsi alla fine del Carbonifero. Basterebbe ritrovare il fossile di un bel coniglio negli strati del Devoniano[5], e tutta la Teoria dell'Evoluzione va allegramente a farsi benedire.

ERA	PERIODO	EPOCA	MILIONI di anni fa
CENOZOICO	QUATERNARIO	OLOCENE	0,01
		PLEISTOCENE	1,8
	TERZIARIO	PLIOCENE	5
		MIOCENE	26
		OLIGOCENE	37
		EOCENE	53
		PALEOCENE	65
MESOZOICO	CRETACEO		144
	GIURASSICO		213
	TRIASSICO		260
PALEOZOICO	PERMIANO		286
	CARBONIFERO		360
	DEVONIANO		408
	SILURIANO		438
	ORDOVICIANO		505
	CAMBRIANO		540
PROTEROZOICO			2500
ARCHEANO			4600

2 *Tabella delle ere geologiche (rubata a PaleoWiki)*

È insomma possibile demolire scientificamente la Teoria dell'Evoluzione (e esistono svariate centinaia di altri possibili modi teorici per farlo), e per fortuna: una teoria non demolibile, quasi per definizione, non è una teoria scientifica. Quindi l'affermazione della ragazza va quantomeno presa in considerazione: è successo davvero qualcosa che dimostri scientificamente che Darwin si sbagliava? Può darsi che la ragazza sia semplicemente meglio informata di noi che perdiamo tempo a guardare sciocchezze in TV, in un lento pomeriggio d'Agosto? Una volta appurato che non sembrano esserci effettive scoperte in tal senso, ci si può interrogare meglio su cosa si intenda per "prova scientifica". Purtroppo la fanciulla non ha portato esempi specifici, e quindi non è possibile analizzare le sue affermazioni: a sua parziale discolpa, possiamo dire che

[3] Non proprio di questo Darwin, ma anche di lui, si parla in RM108, "*Tre matematici alla corte del re*".

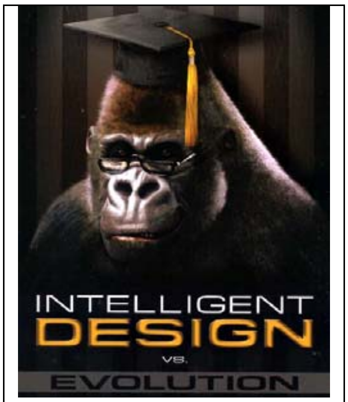
[4] Per lo meno, i dinosauri propriamente detti, quelli che nell'immaginario collettivo sono raffigurati come giganteschi lucertoloni. È lecito, in qualche senso, considerare i dinosauri non ancora estinti, visto che una delle loro evoluzioni di maggior successo, gli uccelli, rallegrano ancora il nostro vecchio pianeta, ma non è di questo che ci interessiamo al momento.

[5] Il Devoniano (grossomodo dai 360 ai 410 milioni di anni fa) precede il Carbonifero (dai 360 ai 300 milioni di anni fa).

talvolta capita anche ai suoi avversari di trincerarsi dietro asserzioni poco motivate, che si appellano solo al principio di autorità ("Ti sbagli, la scienza dice esattamente il contrario!"), col che, di solito, la discussione si interrompe o degenera brutalmente.

Il metodo scientifico ha la sua forza principale non tanto nelle sue certezze, quanto proprio nel suo opposto, in quel margine di incertezza che viene sempre, accuratamente e precisamente, definito e dichiarato. Il suo potere di convincimento sta proprio nel mostrare che non esiste[6] autorità in grado di resistere ad una prova contraria portata da madre natura. Una delle cose più importanti che dovrebbe essere insegnata molto presto nelle scuole è proprio questo, come riconoscere il concetto di "scientifico", con tutti i requisiti e le limitazioni che il concetto comporta. Non è detto che sia facile: per giungere ad una consapevolezza accettabile del concetto di scienza occorre passare attraverso molti principi non immediati, quali la "riproducibilità" dell'evento, cosa si intenda davvero per "verità" e per "dimostrazione", cosa si intenda davvero per "misura" e molto altro ancora, fino ad arrivare, inevitabilmente, a scalfire dei principi propriamente tali, quella sorta di assiomi dei percorsi mentali che non possono richiamarsi a null'altro, proprio in quanto unità primarie della logica e dell'esperienza. Il principio di non contraddizione, ad esempio: per quanto anch'esso sia sottoponibile ad una critica matura e ragionata, è verosimile che non vi si possa proprio rinunciare, pena la caduta di ogni possibile ragionamento conclusivo. Ma è verosimile che altri principi, anche non essenzialmente logici, siano dati per acquisiti nello svolgersi del ragionamento scientifico.

La teoria di Darwin viene normalmente chiamata Teoria dell'Evoluzione, ma in realtà il termine "evoluzione" è sempre stato usato con estrema cautela dal naturalista inglese. In parte per evitare di mettere troppo in risalto la conseguenza logica e inevitabile che anche l'uomo doveva essere stato sottoposto ad un processo evolutivo da esseri viventi ancestrali, cosa che avrebbe scatenato (come inevitabilmente accadde) un putiferio, specialmente da parte di coloro che ritenevano corretta alla lettera la Genesi così come riportata dalla Bibbia; in parte anche perché il termine "evoluzione" porta con sé, nel normale colloquiare, una connotazione di progresso positivo, di passaggio dal peggiore al migliore in senso assoluto, che non è invece affatto fondante nella sua teoria. La sua opera fondamentale è infatti intitolata "Origine delle Specie tramite la Selezione Naturale[7]". In altri termini, il connotato scientifico più rivoluzionario di Darwin non si trova tanto nel concetto dell'origine delle specie, quanto in ciò che lui interpreta come motore della speciazione, ovvero la selezione naturale.



3 *L'Intelligent design sfida l'evoluzione*

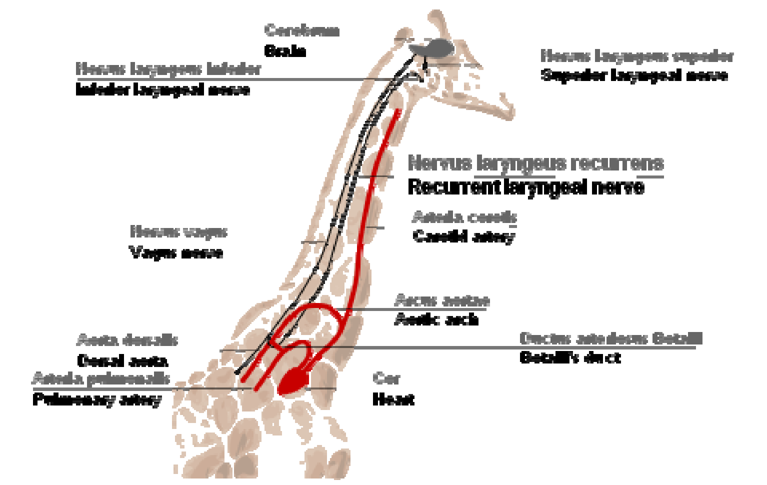
La cosa è significativa, perché molti, anche tra coloro che rifiutano la teoria di Darwin, riconoscono un principio importante, che invece la Bibbia, come pure lo stesso Aristotele, negava: ovvero che le specie animali e vegetali non sono fisse, stabili, ma mutano. Del resto, la "selezione artificiale" operata dall'uomo su diverse specie animali domestici e piante alimentari è cosa nota fin dai tempi più antichi e, nonostante i tempi brevissimi rispetto a quelli geologici, già in grado di mostrare come i viventi possano mutare sensibilmente le loro caratteristiche. Una volta riconosciuta la mutabilità delle specie, però, questi anti-darwiniani negano che l'evoluzione sia pilotata dalle mutazioni causali che, altrettanto casualmente, si rivelano

[6] Quantomeno, non *dovrebbe* esistere. Gli scienziati sono uomini, e come tali, ogni tanto sbagliano e sono tentati dal principio di autorità, dall'*Ipse dixit* di aristotelica memoria. Ma capita raramente, anche perché non c'è sogno più grande, per uno scienziato, che trovare una prova che demolisca convinzioni consolidate e ritenute corrette.

[7] Più precisamente: "*On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life*", ovvero "Sull'origine delle specie per mezzo della selezione naturale, o la conservazione di razze favorite nella battaglia per la vita"

favorevoli alla sopravvivenza nell'ambiente: ritengono invece che esista un progetto superiore, di natura divina, che governa questo dinamismo delle specie. È questa, in grossolana sintesi, l'ipotesi nota come *Intelligent Design*.

Dacchè l'approccio scientifico si interessa essenzialmente di descrivere soprattutto "come", e non "perché" avvengano certi fenomeni, cercare di dimostrare l'infondatezza del principio dell'Intelligent Design è ovviamente molto più complesso che controbattere coloro che ritengono vera la fissità delle specie. Essendo per principio la volontà di Dio inconoscibile, è inevitabile che virtualmente ogni fatto, ogni dinamica, possa essere attribuito direttamente alla sua regia inconoscibile. In questi termini, probabilmente ogni tentativo di una parte di convincere l'altra di essere in torto è destinato ad un nulla di fatto, per evidente mancanza di terreno comune ove imbastire la discussione. Può però essere indicativo capire per quali ragioni i darwiniani, che pure non hanno la scorciatoia della fede che proprio in quanto tale non abbisogna di ratifiche razionali, ritengano poco probabile l'idea di una regia intelligente del percorso evolutivo. Una di queste ragioni, abbastanza curiosa, sta nascosta dentro il lungo collo delle giraffe.



4 *Il nervo laringeo inferiore nella giraffa*

Una convinzione abbastanza diffusa e radicata è che le giraffe siano mute. Questo non è vero: anche se restano abitualmente silenziose, sono in grado di emettere suoni, anche di diversa tonalità e natura. Il silenzio delle giraffe quindi non è una verità platonica, è solo una consolidata abitudine: ci si può comunque chiedere per quale ragione questi mammiferi dalle insolite proporzioni[8] siano tanto restii alla comunicazione sonora, che invece è solitamente molto usata specialmente tra le mandrie di erbivori. Una probabile spiegazione sta nell'incredibile forma del loro nervo laringeo ricorrente[9]. La distanza tra il cervello della giraffa e la laringe è di qualche centimetro: il nervo confratello del ricorrente (nervo laringeo superiore) è infatti lungo quei pochi centimetri che è lecito aspettarsi, visto la distanza tra la "partenza" e "l'arrivo" dei segnali nervosi che è deputato a trasmettere. Viceversa, il ricorrente inferiore parte dal cervello, si precipita giù in basso all'interno del lunghissimo collo, raggiunge l'aorta dorsale nei pressi del cuore, compie un'ardita inversione ad "U" attorno ad essa, rientra di nuovo nell'infinito traforo alpino giraffesco, e finalmente si unisce alla laringe. Un percorso di più di quattro metri, anziché pochi centimetri.

La cosa sorprende e stupisce. Se si accetta l'idea dell'evoluzione delle specie e si risale ad osservare come sono organizzati i nervi in animali strutturalmente primitivi come gli squali, si vede che l'organizzazione – per così dire topologica – degli stessi è

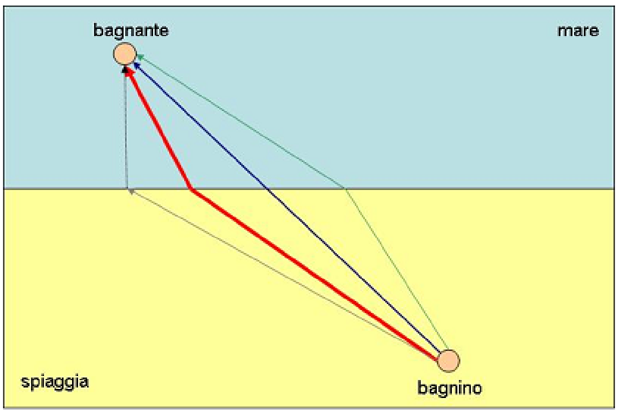
[8] La giraffa è inevitabilmente considerata il mammifero più alto: un adulto oscilla tra i 470 e i 520 centimetri, ma si sono trovati esemplari maschi superiori ai sei metri. Non sappiamo cosa ne pensino le balenottere azzurre, che se si mettessero in piedi sulla coda arriverebbero a cinque volte l'altezza d'una giraffa: di certo, se si considera il rapporto tra la dimensione del corpo lungo la direzione del moto e quella ortogonale al moto, la giraffa risulta con il rapporto più basso tra tutti i mammiferi: in altre parole, più che il mammifero più alto, è senza dubbio quello più "corto".

[9] Detto anche nervo laringeo inferiore: una diramazione del nervo vago, deputato al controllo della laringe e quindi delle corde vocali.

assolutamente lineare ed efficiente: la vicinanza tra gli organi e le relazioni tra nervi e vasi sanguigni seguono le vie che è naturale attendersi, dirette e senza deviazioni. Quando alcuni pesci si mossero verso la terraferma, la selezione premiò alcune mutazioni vantaggiose, e poco a poco alcuni organi, come le branchie, cambiarono natura e necessità, e la struttura stessa del corpo mutò di conseguenza. Se nello squalo la dislocazione tra cervello, laringe e cuore è tale che non si notano differenze sensibili, per un certo nervo, se passare sopra o sotto un certo vaso sanguigno, col mutare della distanza relativa tra questi organi la differenza appare invece sensibile, fino a giungere al parossismo del nervo laringeo delle giraffe. Ma se questo è spiegabile attraverso il concetto di mutazioni casuali più o meno favorite dalla selezione naturale, è invece decisamente meno facilmente spiegabile da chi presuppone che l'evoluzione sia diretta da un disegno intelligente, perché il progetto, qualora ci fosse, appare come poco efficiente: in altre parole, poco intelligente.

Non è detto che l'argomento dell'illogica deviazione di un nervo nel collo della giraffa riesca a convincere i sostenitori dell'Intelligent Design: è possibile che questi possano controbattere che l'intelligenza che guida l'evoluzione è così superiore a quella umana che è arrogante giudicarla da parte dell'uomo. Quello che ci appare comunque interessante e significativo, però, non è tanto la diatriba tra evoluzionisti e creazionisti, quanto il capire perché, tra coloro che ritengono questa una prova assai significativa a favore delle teorie di Darwin (e che sono sostanzialmente tutta la comunità scientifica o quasi, per fortuna), questa considerazione appare così logicamente forte.

Perché appare illogico sviluppare un nervo lungo cinque metri per svolgere i compiti che potrebbero essere svolti da uno lungo cinque centimetri? Le risposte possono essere diverse, a seconda dal punto di vista e della professione dell'interlocutore, ma avranno tutte in comune una specie di sguardo di sufficienza, tanto appare sciocca la domanda ed evidente la risposta. Medici e biologi potrebbero osservare che tanto più inutilmente lungo ed esteso è un organo, tanto maggiori solo le probabilità di essere attaccato o ferito. Fisici, ingegneri ed economisti per una volta potrebbero tutti trovarsi d'accordo: costruire e mantenere efficiente un nervo mastodontico al posto d'un nervetto è un crimine dal punto di vista del bilancio energetico, uno spreco davvero incredibile. E il bilancio energetico è forse la cosa più radicalmente fondamentale per tutti gli esseri viventi. I matematici, come sempre un po' più astratti degli altri nei confronti del mondo reale, potrebbero limitarsi a dire che, supponendo euclideo lo spazio del corpo della giraffa e ipotizzando di voler minimizzare il percorso geometrico che unisce i due estremi della curva, quella scelta da madre natura è una via che non raggiunge il risultato migliore: anche se alcuni di loro, i topologi, probabilmente sosterrebbero l'assoluta equivalenza dei percorsi.



5 *Didattica della rifrazione*

Amenità a parte, il criterio che giudica "poco intelligente" un percorso molto più lungo di un altro che raggiunge la medesima meta è talmente consolidato che è probabilmente ascrivibile nel novero dei citati "principi fondamentali" del ragionamento, o quantomeno dell'esperienza. Ne è una riprova anche uno dei metodi più classici per spiegare la legge della rifrazione della luce ai ragazzi che la sentono per la prima volta: l'esempio che spesso si usa[10] è quello di immaginare la

[10] Usato spesso – e forse inventato – da Richard P. Feynman.

situazione in cui un bagnante in difficoltà deve essere soccorso da un bagnino. Se si chiede di disegnare alla lavagna quale traiettoria seguirà il bagnino per raggiungere di corsa la riva e poi per nuotare verso la persona in pericolo, gli interrogati istintivamente disegneranno un percorso simile a quello che, nella figura, è disegnato in rosso, pur sapendo bene che la via più breve, dal punto di vista della mera distanza spaziale, è quella rappresentata in blu. In qualche modo è conoscenza implicita – o quantomeno prestissimo acquisita – che la maggiore efficienza si ottiene con un percorso spezzato. Sta poi al docente mettere in evidenza che questo dipende dal fatto che la velocità del bagnino è maggiore sulla spiaggia che in acqua, e che proprio da questa differenza di velocità dipende la scelta della traiettoria: analogamente una testuggine, qualora dovesse fare per qualche ragione lo stesso viaggio, sceglierebbe un percorso simile a quello disegnato in verde, perché è più veloce in acqua che in terra. Il caso limite, in grigio, è quello del soccorritore che non sa nuotare. L'esempio apre facilmente la strada alla comprensione della legge della rifrazione, che chiama appunto in causa la diversa velocità della luce in corpi diversi.

La comprensione per così dire "istintiva" del percorso migliore nell'esempio del bagnino, la repulsione verso lo spreco energetico e geometrico del nervo laringeo inferiore delle giraffe, oltre a svariate altre centinaia di possibili situazioni, sono tutti riconducibili, in un modo o nell'altro, a uno dei principi fondamentali della meccanica – e probabilmente non solo di essa: il Principio di Minima Azione. Affrontato e descritto da Eulero[11], pienamente formalizzato per primo da Lagrange[12], ripreso e ampliato da Hamilton[13], questo principio essenziale della natura fu esplicitamente proposto, anche se non ricondotto a formule, da colui dal quale prende ancora il nome; viene infatti spesso citato come "Principio di Maupertuis".

6 *Pierre Louis Moreau de Maupertuis*

Pierre Louis Moreau de Maupertuis nasce a Saint-Malo, Bretagna, Francia, il 28 settembre 1698. Figlio di un agiato commerciante e di una madre iperprotettiva, a sedici anni viene mandato a studiare a Parigi, presso il prestigioso Collège de la Marche. Fin dall'inizio della sua vita, Pierre mostra di avere interessi diversi e una sorprendente capacità di cambiare: al Collège inizia a studiare musica, ma presto cambia e si dedica alla matematica; finita la scuola decide di darsi alla carriera militare ed è inizialmente tentato dalla marina, anche perché un bretone si trova a casa quando si parla di navigazione, ma invece decide di passare nel corpo che Alexandre Dumas ha reso indimenticabile: i moschettieri. Seppur ufficiale in un corpo prestigioso, e con una splendida carriera di fronte a sé, il tenente Maupertuis dopo appena quattro anni, nel 1722, lascia i moschettieri e si trasferisce a Parigi, per frequentare i salotti e, in buona sostanza, darsi alla bella vita. C'è da consolarsi con il fatto che i suoi interessi matematici, un po' sopiti nell'ambiente militare, si rinnovano e maturano nel fervente ambiente della capitale francese. Nel 1723, a soli 25 anni, viene infatti accolto all'Accademia delle Scienze, e incomincia a pubblicare diversi studi: il primo mescola i

[11] Un gigante celebrato in uno dei primi compleanni "*Di Minuscole Forme*", in RM052.

[12] Lui sì, proprio primo protagonista di questa rubrica, in RM048, "*Torino 1750*".

[13] Celebrato in "*Per chi suona la campana*", RM079.

suoi due amori collegiali, perché tratta della forma degli strumenti musicali e di come questa influisca sul suono prodotto; i successivi sono invece più strettamente matematici, dedicati all'analisi dei massimi e minimi e di curve specifiche come la cicloide. Poi, forse perché sentiva che era già troppo tempo che si dedicava ad una sola disciplina, comincia ad interessarsi alla biologia e pubblica una memoria sulla salamandra.

Uno spirito così irrequieto, se può permetterselo, non perde certo occasione di viaggiare: va prima a Londra (dove entra a far parte della Royal Society), poi verso la Svizzera, a Basilea, dove viene accolto da uno dei Bernoulli[14], Johann. Ed è proprio sotto la guida di Johann che la formazione scientifica di Maupertuis, pur già così profonda, riceve una spinta decisiva: Bernoulli è uno dei più ferventi sostenitori delle teorie di Cartesio e di Leibniz[15], e le illustra con dovizia a Pierre, unitamente alla meccanica di Newton[16]. E Pierre si mostra essere un buon allievo: in poco tempo mette in evidenza uno dei punti filosoficamente più deboli della teoria newtoniana, il concetto di azione a distanza.

All'alba del 1730, se non si può parlare di un ulteriore cambio dei suoi interessi, si registra quanto meno una precisa focalizzazione verso l'astronomia: rientra a Parigi, e pubblica tutta una serie di memorie relative a problemi di meccanica celeste. Questo lo rende ulteriormente noto, e la pubblicazione di "*Figures des astres*", un trattato sulla forma dei corpi celesti, gli apre la strada verso un'ulteriore avventura scientifica. Uno dei maggiori quesiti del tempo era relativo alla forma esatta della Terra: nel 1735 l'Accademia francese organizza due distinte spedizioni con lo scopo di misurare un arco di meridiano vicino all'equatore e uno vicino al polo, in modo da verificare il grado di sfericità del pianeta. La prima spedizione, guidata da La Condamine, si dirige verso il Perù; l'altra, diretta verso la Lapponia, viene guidata da Maupertuis. Si tratta una vera avventura da libro di Jules Verne: le condizioni ambientali erano disastrose sia d'estate, quando la spedizione veniva letteralmente mangiata viva dagli insetti, sia naturalmente d'inverno, quando le condizioni di luce e soprattutto il freddo e il gelo rendevano quasi impossibile ogni misura. Per non farsi mancare un pizzico ulteriore di drammaticità, la nave della spedizione naufraga nel Mar Baltico sulla via del ritorno, ma l'avventuroso scienziato riesce a salvare comunque le sue carte che contengono le preziose misure che gli erano costate due anni di lavoro. Al ritorno in patria, i dati salvati consentono di redigere la relazione finale all'Accademia, dimostrando una volta per tutte che la Terra non è una sfera perfetta ma ha una schiacciamento ai poli. Ciò nonostante, sembra che nella capitale francese si parlasse, più che dei risultati ottenuti, degli strani souvenir che Maupertuis si era portato dalla Lapponia: due graziose fanciulle native del luogo.

7 *La spedizione lappone di Maupertuis celebrata dalle poste finlandesi*

In parte per la sua irrequietezza, in parte perché quelli erano effettivamente in qualche modo avventurosi, Maupertuis riesce a cacciarsi sempre negli eventi più notevoli e nelle disavventure più clamorose dei suoi giorni: a Parigi è ormai molto famoso, e come sempre accade in questi casi è coinvolto in innumerevoli diatribe e litigi tra accademici. Quando Federico il Grande di Prussia comincia a rastrellare per tutta Europa i grandi intelletti

[14] Di tutta la famiglia Bernoulli si parla in "*Lessico Famigliare*", RM093.

[15] Le teorie di quest'ultimo, se servisse, sono narrate nel solito stile in "*L'Acusmatico*", RM054.

[16] Il nostro paroliere ha proprio già parlato di tutti: Isaac è il protagonista di "*Il Tempo e il Denaro*", RM071.

per l'Accademia di Berlino da lui appena istituita, lo invita a prenderne il titolo di presidente. Pierre accetta, va a Berlino, diventa amico di Federico il Grande[17] e lo aiuta anche come consigliere militare, seguendolo perfino sui campi di battaglia: in quello di Mollwitz il gran re prussiano riesce a subodorare per tempo che le cose si mettono male per il suo esercito, e riesce a mettersi in salvo. Tale abilità manca invece a Maupertuis, che finisce prigioniero degli austriaci. La sua fama comunque lo protegge: viene ben trattato dai viennesi, che alla fine lo rimandano a Berlino, anche se, un po' stravolto dall'esperienza guerresca, se ne torna ben presto a casa, a Parigi.

Un continuo avanti e indietro per l'Europa: mentre le guerre di Federico di Prussia muovono gli eserciti, Maupertuis cambia nazione e cariche presidenziali con altrettanta rapidità: diviene direttore dell'Accademia delle Scienze francese, poi accetta il nuovo invito di Federico e si decide a tornare a Berlino come presidente dell'Accademia prussiana: qui resiste otto anni (ma nel frattempo i francesi lo espellono da quella parigina), poi, per difficoltà amministrative e di lingua, torna nuovamente a Parigi.

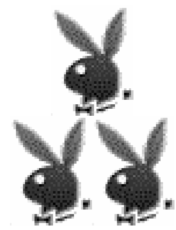
Morirà infine a Basilea, il 27 Luglio del 1759, ma non prima di essere entrato in una nuova lunga, estenuante polemica con un suo vecchio amico e compagno di studi sotto Johann Bernoulli, Samuel König. La polemica riguardava proprio la primogenitura del Principio di Minima Azione: König sosteneva che fosse già stato enunciato da Leibniz. Fu una polemica lunga e un po' triste, anche perché Maupertuis aveva inizialmente raccomandato König al re di Prussia, a dimostrazione che inizialmente i rapporti erano certo buoni, ma poi la situazione degenerò in insulti e litigi, e l'avventuroso Pierre finì pure schernito a causa dei due graziosi "souvenir" che si era portato dalla Finlandia.

Di certo è che il principio, così come è esposto, si attaglia bene a Maupertuis: il suo difetto principale era quello di non completare, non andare fino in fondo agli studi che intraprendeva, e infatti non risolse in formule l'intuizione fondamentale del principio di minima azione. Ma era uno spirito attento e intelligente, e soprattutto poliedrico; non stupisce quindi che abbia intuito un cardine dei meccanismi universali, che ha la sua evidenza sia nella matematica, sia nella fisica, sia nella biologia. Le sue parole, riportate in testa a quest'articolo, ben illustrano la sua convinzione che da esso potessero discendere una gran parte delle regole della natura[18].

[17] Di questo sovrano illuminato si parla a lungo in "*Rivoluzionari*", il compleanno dedicato a Gauss in RM147.

[18] E in qualche misura, il lavoro di Emmy Noether sulle relazioni tra i grandi principi di conservazione e la simmetria, elabora e ratifica questa sua rivelazione.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	Alice Riddle	Piotr R. Silverbrahms
Un problema letterario			
Saluti da Alberto			

2.1 Un problema letterario

La prima domanda dovrebbe essere: "Quanti plagi ci sono in questo problema?".

Infatti nasce da un libro (versione elettronica) che ci ha regalato un lettore: l'autore del libro poi, confessava candidamente di averlo preso da un romanzo del quale non avevamo mai sentito parlare e che – confessiamo la nostra crassa ignoranza – ritenevamo invenzione dell'autore dei problemi per dare un'ambientazione romantica al tutto: una veloce ricerca su Wikipedia ci ha permesso di stabilire non solo che il libro esiste, ma che ne è stato tratto un film il cui personaggio principale è interpretato da un attore che conosciamo benissimo[19]!

E il problema, in effetti, è piuttosto carino. Segue nostra traduzione, piuttosto libera.

Lei vedeva ogni relazione come una coppia di cerchi intersecantisi. Ad un primo sguardo, potrebbe sembrare che maggiore l'intersezione, migliore sia la relazione, ma non è così. Oltre un certo punto, non esistono risorse proprie a ciascuno dei due per arricchire la vita che è condivisa. Probabilmente la perfezione viene raggiunta quando la somma delle aree delle due parti che non si sovrappongono eguaglia l'area della parte comune ai due cerchi. Sulla carta dovrebbe esistere una qualche elegante formula matematica per arrivare a questo, che però non si applica alla vita.

Visto che raramente i due cerchi hanno lo stesso raggio, volete dare una mano (almeno "sulla carta") a Mrs. Miniver?

2.2 Saluti da Alberto

Il più vecchio dei VAdLdRM è andato in ferie con un (ex)compagno di classe (nel senso che avendo entrambi passato la Maturità, sono "ex" l'uno con l'altro). Quei due ragazzi cominciano a preoccuparci, si sono portati dietro i libri *per il test universitario*! Non solo, ma (uno all'insaputa dell'altro) si sono raccomandati ai rispettivi genitori che, se fossero usciti assieme, non combinassero guai. I genitori, non i figli. Insomma, non c'è più religione.

[19] Il libro è *Mrs. Miniver*: "Wikiped(al)ando" si trova il riferimento al film. L'attore è Walter Pidgeon, lo stupendo Dr. Morbius di "Pianeta Proibito" (quello con Robbie the Robot! E Anne Francis, da qualche parte...).

A questo punto, impossibilitati dagli ordini dei figli a tirare di fionda contro i lampioni o a prosciugare le intere scorte alcoliche delle birrerie del circondario intonando schiamazzi notturni, si è optato per una cena in uno storico ristorante del Quadrilatero Romano torinese[20]: mentre le due madri spettegolavano su quei bacchettoni dei figli, i due padri hanno iniziato un interessante giochino che, per la (giustificatissima) lentezza del servizio, si è protratto per un certo tempo.

I nostri due eroi si sono impossessati di un (ir)ragionevole numero di stuzzicadenti, e hanno cominciato a piazzarli sul tavolo in "turni": mettiamo le virgolette perché non giocava prima uno e poi l'altro, ma semplicemente:

1. Al turno 0 non c'era nessuno stuzzicadenti sul tavolo.
2. Al turno 1 veniva messo uno stuzzicadenti sul tavolo, allineato (ad esempio) all'asse y (qualunque esso sia).
3. Ad ogni turno successivo, veniva sistemato il massimo numero possibile di stuzzicadenti in modo tale che:
    a. il punto medio di ogni stuzzicadenti si trovi all'estremità di uno e di un solo stuzzicadenti (quest'ultimo piazzato in un turno precedente).
    b. Ogni stuzzicadenti che ne tocchi un altro lo faccia solo ad un'estremità (insomma, gli stuzzicadenti non si devono "coprire a metà": è logico che uno stuzzicadenti ne può toccare più di uno, avendone per esempio uno che gli tocca il centro e toccando lui i centri di altri due con le punte, uno per parte).

Vietato spezzare gli stuzzicadenti, ovvio.

Il tentativo del *maître* di riportare l'ordine non sortiva alcun effetto, e solo l'amichevole discussione con il *sommelier* (incentrata sul fatto che con ventisette gradi di temperatura esterna forse il Nebbiolo preferito da Rudy avrebbe impedito la stesura di queste note, causa ricovero) riusciva a ricondurre i due stuzzicatori di stuzzicadenti a più miti consigli; approvato il vino, la discussione si portava su argomenti più faceti, ma il problema restava in agguato:

"Allora, questa è l'ultima volta che ci vediamo nel 2011?"

"Sì, se ci vediamo quest'inverno sarà a gennaio".

"Ma secondo te, si riesce a chiudere un turno con 2011 stuzzicadenti sul tavolo? E nel caso, che numero è il turno?"

"Ah, non ne ho idea. Più semplicemente, mi chiedo quanti stuzzicadenti ci saranno al duemilaundicesimo turno..."

"Secondo me è più facile la prima domanda".

"Non lo so e non voglio saperlo. Però hai trovato anche questa volta il Problema dell'Anno".

Adesso, dovreste rispondere a queste due domande, ma vi mettiamo un *caveat*: non fermatevi ai numeri che vi abbiamo dato. Un tizio (se fate i bravi e rispondete vi diciamo come si chiama e dove lavora) ha scritto su questo problema e su alcune estensioni la bellezza di un papiro (nel senso di *paper*) di *trentacinque* pagine.

[20] In famiglia, opinioni contrastanti: secondo Rudy vale ampiamente la pena, secondo sua moglie è un po' caro. Rudy riconosce oggettivamente che la sua opinione è inquinata dal fatto che ha vissuto dagli zero ai sei anni a cinquanta metri dal ristorante, e l'altra volta che ci aveva mangiato aveva cinque anni: sì, cambiato cuoco (che adesso è una signora).

Ora, se Alice non si arrabbia poi a impaginare, potreste studiarci sopra... Con un fresco vinello, visto che qui promette calduccio anche a settembre.

3. Bungee Jumpers

1) Provate[21] che la media aritmetica di n numeri positivi non eccede mai la media quadratica:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{n} \leq \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} a_i^2}{n}}.$$

2) Sia k un intero positivo maggiore di 1. Dimostrate che la media aritmetica di n numeri positivi non eccede mai la media del k-esimo ordine:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{n} \leq \sqrt[k]{\frac{\sum_{i=1}^{n} a_i^k}{n}}.$$

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Settembre.

Non sta andando tanto bene, veramente, ma forse ce la facciamo, a finire di scrivere questo numero. Per aumentare le probabilità di arrivare in fondo sarò breve in questa parte...

Vi ricordate il quesito proposto da ***Eric*** il mese scorso? Era questo:

> Questa catena di numeri ha due particolari:
>
> - tutti i numeri sono differenti
> - nessun numero contiene una lettera del numero che segue
>
> ZERO – UNDICI – TRE – DODICI – SETTE – UNO – SEI – QUATTRO – DIECI – OTTO – DUE – OTTANTA – SEDICI – OTTANTUNO – MILLE – QUARANTA – MILLE E DIECI – QUARANTAQUATTRO – MILLE E SEDICI – QUARANTOTTO.
>
> Questa catena e costituita da 20 elementi. Troverai una catena più lunga?

Beh, ci ha scritto ***Camillo***, proprio mentre stavamo mettendo insieme la rubrica, dicendo:

> Visto che sono pigro (non è vero ma vi vien comodo scriverlo) parto dalla serie dell'esempio e faccio delle aggiunte.
>
> Dopo che è scoppiato il 48 aggiungo il 1006 (non ve ne sono altri) al 1006 si possono aggiungere: 41, 84, 88, 90, 91, 94 e 98. I 41, 84, 91 e 94 sono sterili mentre agli 88, 90 e 98 si può aggiungere il 1002 che a sua volta può essere terminato con uno dei 3 precedenti. Questo permetterebbe di avere 6 catene da 24 elementi. Però si può aggiungere un numero prima dello ZERO (ce ne sono parecchi) ad esempio il 17 o il 15015, anche il 50000. Per cui ho ottenuto una catena da 25 elementi.

[21] È nostra intenzione provare il teorema attraverso una forma piuttosto insolita del principio di induzione.

> Una d'esempio:
>
> QUARANTAMILA-ZERO----------QUARANTOTTO-MILLESEI-NOVANTA-MILLEDUE-OTTANTOTTO.
>
> Naturalmente l'aiuto del TurboC è stato fondamentale.

Lo sapevamo, che qualcuno avrebbe reagito! Come accade in quei casi in cui siamo in ritardo, anche se il numero è quasi pronto, facciamo in tempo ad aggiungere altri pezzettini, ed è proprio quello che facciamo ora, con una nuova missiva di ***Camillo*** dell'ultima ora:

> Intanto mi devo scusare per un paio di inesattezze nella mia missiva precedente: lo zero non si incatena con il quarantamila e neppure col diciassette. Può incatenarsi con 19 numeri diversi non credo di più; la mia analisi è giunta fino al 65535.
>
> Messa da parte la pigrizia ho trovato una catena con 30 anelli:
>
> 1000, 98, 1002, 90, 1016, 94, 1010, 88, 2, 80, 1006, 91, 10, 81, 16, 40, 12, 7, 15001, 3, 11011, 8, 6006, 1, 6 e 84.
>
> Piotr – "Ma come? li ho contati, sono 26 anelli?!". Camillo – "L'evoluzionismo mi fa un baffo, qui gli anelli mancanti sono 4 altro che 1".
>
> Sì, però questa non è una catena è una collana, il primo e l'ultimo si congiungono. È poi possibile infilare altri 2 anelli al suo interno, P. – "E fanno 28", e rimane sempre una collana. Beh allora spezzo la collana e faccio una catena aggiungendo 2 anelli. P. – "Fanno 30, ma quali sono gli anelli mancanti?". C. – "La soluzione a pagina 46".

Certo, la pagina 46 l'ha aggiunta. Si vede che anche lui è un appassionato di dialoghi come il Capo, e – come tutti noi – un lettore della Settimana Enigmistica:

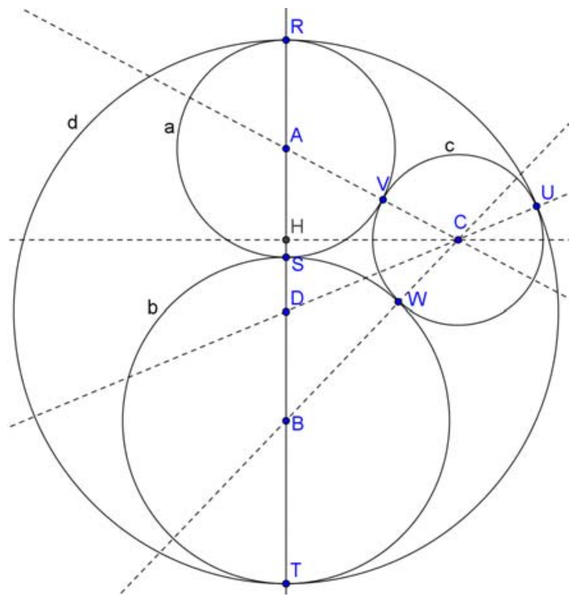
> PAGINA 46, l'incastro:
>
> .....QUARANTA, MILLEDODICI, SETTANTATRE, DODICI.........
>
> e poi:
>
> ZERO, UNDICIMILAUNDICI............ TRE, UNDICIMILA

E con questo passiamo alle vostre soluzioni dei problemi del mese.

4.1 [151]

4.1.1 Il sangaku dal PM di agosto

Se fosse il Capo a compilare questa rubrica, comincerebbe subito col dire che c'è almeno una persona che legge i suoi Paraphernalia: ***Franco57***, infatti, si è accorto dell'esistenza di un problema da risolvere e l'ha risolto. Gli passiamo semplicemente la parola, perché come sapete i sangaku sono tutti disegnati, così non ci servono molte parole di descrizione.



Interpretando alla lettera "due sfere sono tangenti (esternamente) una all'altra e sono entrambe tangenti internamente a una sfera più grande" si ha in generale che le sfere che formano la collana non sono necessariamente più piccole delle due sfere iniziali. Lo sono sempre però se i centri delle tre sfere di partenza sono allineati, per cui mi arrogo il diritto di assumere questa ipotesi, che è molto più semplice.

Le due sfere iniziali hanno vertici A e B e curvature a e b, la sfera più grande (con la tangenza interna) ha centro in D e curvatura d. Una sfera-perla (sono tutte uguali per *evidenti ragioni di simmetria*) ha centro C e curvatura c. Taglio in sezione per il piano contenente A, B e C.

Per semplicità di calcolo posso ipotizzare che la sfera grande abbia raggio unitario, tanto quello che cerchiamo sono solo le proporzioni, quindi $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$, che possiamo anche scrivere come $a+b=ab$. Visto che ce l'avete *spiattellata*, utilizzo la formula di Soddy sulle 2-sfere per trovare la curvatura c. Da notare che $d=-1$ e non 1, perché la tangenza è interna.

$$2\left(a^2+b^2+(-1)^2+c^2\right)=(a+b+(-1)+c)^2$$

diventa

$$2c^2+2a^2+2b^2+2=c^2+2(a+b-1)c+(a+b-1)^2$$

e poi $c^2-2(a+b-1)c+a^2+b^2+1-2ab+2a+2b=0$. Considerando che $a+b=ab$ il primo membro diventa

$$\begin{aligned}&c^2-2(a+b-1)c+a^2+b^2+1=\\&=c^2-2(a+b-1)c+a^2+b^2+1+2(ab-a-b)=\\&=c^2-2(a+b-1)c+(a+b-1)^2=(c-(a+b-1))^2\end{aligned}$$

cioè ottengo $c=a+b-1$.

Il semiperimetro p del triangolo ABC vale

$$p=AB+AC+BC=\frac{1}{2}\left(1+\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right)+\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\right)=1+\frac{1}{c}$$

e l'area S vale quindi

$$S=\sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}=$$
$$=\sqrt{\left(1+\frac{1}{c}\right)\frac{1}{c}\left(1-\frac{1}{a}\right)\left(1-\frac{1}{b}\right)}=\sqrt{\left(1+\frac{1}{c}\right)\frac{1}{c}\left(1-\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)+\frac{1}{ab}\right)}=$$
$$=\sqrt{\left(1+\frac{1}{c}\right)\frac{1}{c}\frac{1}{ab}}=\sqrt{\frac{c+1}{c}\cdot\frac{1}{c}\cdot\frac{1}{a+b}}=\sqrt{\frac{a+b}{c}\cdot\frac{1}{c}\cdot\frac{1}{a+b}}=\frac{1}{c}$$

Ora determino la distanza di C dall'asse AB, che è l'altezza CH di C sul lato AB nel triangolo ABC.

Ricavo $CH=\frac{2S}{AB}=\frac{2}{c}$ e scopro la distanza di una sfera-perla dall'asse AB è il doppio del raggio, come nell'impacchettamento di 6 2-sfere attorno ad una 2-sfera di uguale raggio: la collana è quindi composta sempre da 6 perle sferiche.

Siamo rimasti senza parole.

4.2 [151]

4.2.1 Non mi piace il MasterMind

Sorprendentemente, il gioco sembra facile da descrivere, ma non abbiamo ricevuto quasi nessuna soluzione. Cominciamo con il problema:

> *Alberto e Fred hanno scelto* 6 *numeri diversi tra loro compresi tra* 1 *e* 49*, estremi inclusi. Il Capo può fare delle ipotesi, scegliendo un sottoinsieme dei numeri e proponendoli, i VAdLdRM diranno quanti (non quali) sono quelli giusti. Quale strategia permette di indovinare i* 6 *numeri con il minimo di tentativi?*

Come detto, pochi interventi, ma come sempre interessanti. ***Franco57*** ci scrive:

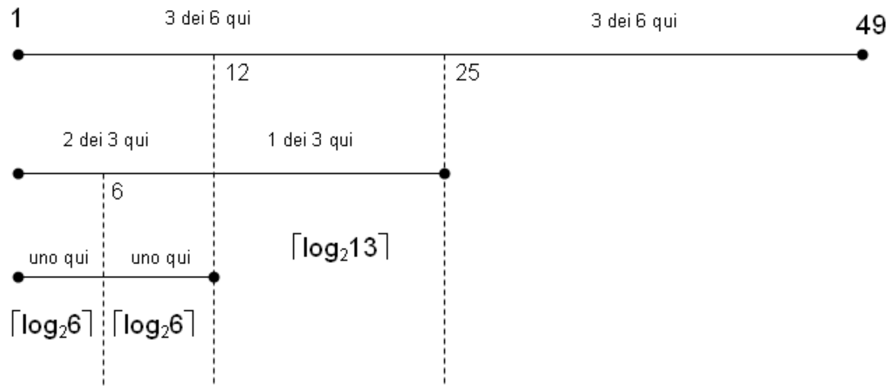
> Per quanto riguarda i quiz del mese mi sono un po' incartato sul primo ("Non mi piace il Master Mind").
>
> Avevo pensato a questo algoritmo: divido l'insieme in due parti identiche o con differenza di 1 (esempio 49 = 24+25), chiedo quanti sono su uno dei due insiemi (e so quanti ce ne sono nell'altro). Applico ricorsivamente l'algoritmo sui due insiemi fino ad una situazione certezza.
>
> Il metodo però non è ottimale come richiesto, ad esempio fornisce al massimo 6 tentativi per scoprire 3 su 8, mentre bastano 5 domande.
>
> Con il metodo che ho pensato si dimostra che i 6 numeri su 49 si trovano in al più 25 domande.

Non sembra che sia facilissimo vincere – come affermava il Capo nel testo – con questo metodo, però ne abbiamo solo più un altro, quello di ***Fabrizio***:

> Da quel che ricordo si riesce a individuare un elemento k tra n elementi con un ordinamento totale in log n bisezioni (ricerca dicotomica) e mi pare che senza ulteriori informazioni su k non si riesca a fare meglio.
>
> Così su due zampe, direi che la strategia migliore per 'leggere nel pensiero' di Pater, tu e Fred, sia di applicare una ricerca dicotomica modificata che esclude gli insiemi che per deduzione non contengono alcuno degli elementi cercati. Vorrei descrivere un algoritmo ma mia moglie preme per andare al mare (…oggi è il 10 agosto e non posso proprio tirarmi indietro…), quindi faccio solo un esempio per capirci.
>
> Chiedo: quanti elementi ci sono tra 1 e 25? Se la risposta è 6 (oppure 0) allora escludo l'insieme [26, 49] (oppure [1, 25]). Se invece la risposta è tra 1 e 5 allora

devo ripetere la ricerca su entrambi gli insiemi [1, 25] e [26, 49]. Ripeto quindi i procedimento ricorsivamente.

Considerando che i 6 numeri sono arbitrari e che il gioco è bello quando dura poco (e non si ammettono repliche), mettiamo da parte le probabilità e analizziamo il minimo numero di tentativi nel *caso peggiore*. Osservando che log $n \leq 2$ log(n/2) il caso peggiore si ha quando ad ogni domanda i numeri da cercare si dividono equamente tra i sottoinsiemi; cioè quando alla prima domanda "quanti elementi ci sono tra 1 e 25" la risposta è 3 e alla domanda successiva la risposta è 1 oppure 2. Lo schema della ricerca dovrebbe essere più o meno il seguente:



e, se non ho fatto male i conti, il numero di domande nel caso peggiore è

$$3 + 4\lceil \log_2 6 \rceil + \lceil \log_2 13 \rceil + \lceil \log_2 12 \rceil = 23$$

A naso questa dovrebbe essere la strategia migliore ma non ne ho la dimostrazione. Inoltre sarebbe bello scrivere una formula generale per N (numero di elementi da trovare) e n. Ora però la domanda è: è meglio produrre dimostrazione e formula o conservare la moglie? La risposta si deduce da questo punto (in senso ortografico) finale.

Sulla conservazione della moglie siamo (ovviamente) tutti d'accordo, ma speriamo lo stesso in altri contributi... è stato agosto, ora è settembre, magari tornate tutti al lavoro e ci mandate altri metodi.

4.2.2 Le probabilità che Alice...

Alice e probabilità? Orrore! Ecco il problema, velocemente, che fa male solo parlarne:

Abbiamo tre urne, due delle quali sono vuote mentre la terza contiene 3N palline; indicheremo questo stato delle urne come $\{0;0;3N\}$. *Scopo di Alice è arrivare alla configurazione* $\{N;N;N\}$ *in* N *mosse, spostando però alla i-esima mossa esattamente i palline da un'urna ad un'altra urna. Per quali valori di N è possibile?*

Qui è andata ancora peggio che per il problema precedente. Ci ha scritto solo ***Ant***, che è ormai famosa per avere delle idee geniali, ma visto che il nostro postino era latitante si è probabilmente scoraggiata... ecco il suo primo messaggio:

Se ho ben capito il problema dobbiamo spostare in N mosse delle sfere da un'urna ad altre due inizialmente vuote in modo che alla fine delle N mosse tutte e 3 contengano N palline; però nella mossa i-esima dobbiamo muovere i palline (verso una sola urna). Oops mentre scrivo mi viene in mene l'indovinello della capra-lupo-cavolo....

Il testo del problema NON impone che si spostino le palline per un solo "verso", ovvero si potrebbero mettere in un'urna di "arrivo" e poi rimetterle in quella di partenza e via così... quindi il ragionamento per cui mi pareva possibile risolvere il gioco solo x N = 1 era errato perché non considerava la possibilità appena espressa...

Mi pareva troppo facile.... siete sempre un pochino contorti, voi 3... almeno per le mie cellule grigie arrugginite...

Noi sappiamo bene, come è evidente dall'affermazione – verissima – sulle menti contorte, che non c'è niente di arrugginito, infatti ***Ant*** non demorde:

Dopo ulteriori riflessioni e prove con excel mi verrebbe da dire che è possibile disporre le sfere nelle urne in N mosse eccetera quando la somma delle palline da spostare x ogni mossa è multiplo di 4, ovvero quando $N\cdot(N\cdot 1)/2$ è della forma $4\cdot m$.

Questo perché così posso disporre N palline nella prima urna, poi N nella seconda, togliere N dalla seconda o dalla prima e rimetterle nella terza e infine rimetterne N nell'urna rimasta vuota...

Io non ho capito bene se il metodo rispetta le regole del problema, ma non ho altro da proporvi in proposito, aspetterò altro in settembre.

Ce l'ho fatta, non mi resta che augurarvi un buon mese e a risentirci ad ottobre.

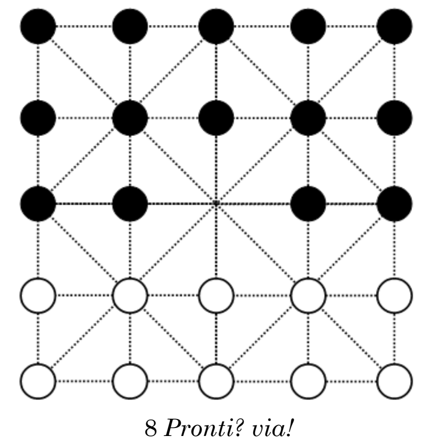
5. Quick & Dirty

In un paese tutti gli abitanti sono ladri. Non si può camminare per strada con degli oggetti senza che vengano rubati, e l'unico modo per spedire qualcosa senza che venga rubato dai postini è di rinchiuderlo in una cassaforte chiusa con un lucchetto. Ovunque l'unica cosa che non viene rubata è una cassaforte chiusa con un lucchetto, mentre sia le casseforti aperte, sia i lucchetti vengono rubati. Alla nascita ogni abitante riceve una cassaforte ed un lucchetto di cui possiede l'unica copia della chiave. Ogni cassaforte può essere chiusa anche con più lucchetti ma la chiave non è cedibile e non può essere portata fuori dalla casa del proprietario, perché verrebbe rubata durante il trasporto. Non si può in alcun modo fare una copia delle chiavi. Come può un abitante di questo paese spedire il regalo di compleanno ad un proprio amico?

Spedisce il regalo al suo amico chiudendo la cassaforte col suo lucchetto. L'amico ci mette il proprio lucchetto e gliela rispedisce. Lui toglie il suo lucchetto e rimanda la cassaforte, che ora è chiusa solo dal lucchetto del suo amico che ha la chiave e quindi può aprirla. La cassaforte (vuota) torna al legittimo proprietario con lo stesso metodo.

6. Zugzwang!

Come promesso, due giochi, imparentati tra di loro e (dicono) con quello visto l'altra volta; se conosciamo il nostro pollo (noto anche come l'estensore di queste note, che sarebbe Rudy) cercherà di liquidare il primo gioco alla svelta per parlare un mucchio del secondo.



8 *Pronti? via!*

6.1 Alquerque

La ***scacchiera***, questa volta, è solo 5x5, ma decisamente complicata e, soprattutto, affollata; infatti vi servono 24 pedine (ossia, per restare nella notazione usuale, due giochi di dama all'italiana); il tutto, va disposto, per *inizio* partita, come indicato nella figura. Pregasi notare l'asimmetria bianco/nero.

Per quanto riguarda la ***mossa*** di ogni giocatore, a turno si muove una pedina su un punto collegato a quello di partenza in avanti o di lato; l'unico caso in cui una pedina può fare una mossa più lunga è quando ***salta*** oltre una pedina avversaria, se la casa alle spalle della pedina avversaria è vuota. Nel caso dal punto di atterraggio sia possibile saltare un'altra pedina (anche in direzione diversa), sempre sotto la stessa condizione la cosa è possibile in una singola mossa; comunque, quando una pedina viene saltata risulta eliminata. Notate che anche se la mossa (senza presa) non può essere all'indietro, nulla vieta di prendere in quella direzione.

Se un giocatore può catturare una pedina avversaria e non lo fa, l'avversario può ***soffiare*** la pedina.

Perde chi non può più muovere o non ha più pedine.

Piace poco? Beh, in un certo senso ha avuto un'evoluzione.

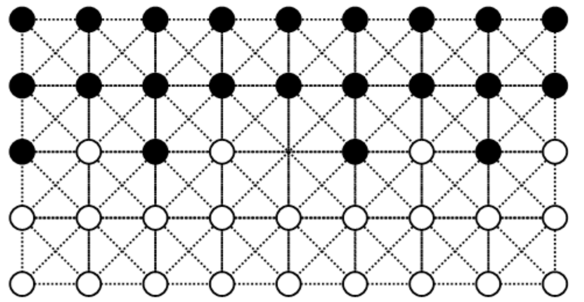
6.2 Fanorona

Mentre i Francesi assediavano la capitale del Madagascar, i sacerdoti partecipavano alla difesa giocando a Fanorona, e dall'alto delle mura la regina e il popolo seguivano con maggior ansia le sorti della partita (giocata, secondo i riti, per assicurare la vittoria) che non le cruente azioni dei soldati"

J.L. Borges e A. Bioy Casares, *Racconti brevi e straordinari*.

Siamo sempre stati abituati a dare pochissimo credito alle immaginifiche vicende dei racconti di Borges, ma questa volta è tutto vero. Le truppe francesi erano comandate dal generale Jean-Claude Duchesne e la capitale del Madagascar, Antananarivo, cadde il primo ottobre del 1895; la regina si chiamava Ranavalona III, era malferma di salute e di bassa statura; incoronata a 22 anni, sposata a forza al primo ministro che ne aveva all'epoca 59, si aggirava per il palazzo reale costruito vent'anni prima dalla superstiziosa regina Rasoherina: in nessuna parte del palazzo comparivano serrature, maniglie o misure in cui comparissero i numeri sei o otto. Di Ranavalona, sappiamo che morì in esilio ad Algeri, nel 1917, a 56 anni. L'unica sua fotografia la mostra come ben proporzionata, e non pare di bassa statura: il volto è molto triste, ma bello[22].

Veniamo al gioco. La ***scacchiera*** ricorda quella dell'Alquerque, anche se più larga, un disegno leggermente diverso e con una ***disposizione*** delle pedine un po' strana: la trovate in figura.



9 *Pronti? via!*

Per quanto riguarda le ***pedine***, questa volta si va alla grande: ve ne servono *ventidue* per tipo, quindi saccheggiate le dame degli amici.

Per quanto riguarda il ***movimento***, la pedina muove da dove si trova ad un punto collegato a quello di partenza ("passo singolo", quindi).

Per le ***prese***, andiamo sul complicato: tanto per cominciare, se avete una pedina avversaria *o più di una* nella direzione in cui il pezzo ha appena mosso, potete catturarle tutte ***per avvicinamento***; nello stesso modo, se la casella che avete lasciato aveva, adiacenti, nella direzione opposta a quella del vostro movimento, una o più pedine avversarie, queste vengono catturate ***per ritirata***; se sono possibili entrambe le catture, il giocatore di turno sceglie quale eseguire.

Durante la prima mossa del gioco da parte di entrambi i giocatori si può effettuare una sola presa (anche di più pedine), ma nelle mosse successive sono ammesse le ***prese***

[22] Gianpaolo Dossena, evidentemente. Come abbiamo già detto, non siamo sempre sicuri che il suo ripercorrere i sentieri borgesiani ci piaccia, ma in questo caso ci pare decisamente carino.

multiple, sotto la regola che tra una presa e l'altra dovete cambiare direzione, dovete usare sempre la stessa pedina per le catture ed è vietato tornare nella casella di origine o su caselle precedentemente occupate durante la presa multipla.

La prima cattura di una mossa è obbligatoria e se potendo prendere una pedina non lo fa viene ***soffiata***: le eventuali prese multiple successive della stessa mossa sono, invece, facoltative.

Vince chi cattura tutte le pedine avversarie o mette l'avversario in condizione di non muovere; in caso di riconosciuta impossibilità da parte di entrambi i giocatori di raggiungere questi obiettivi, la partita è patta.

E, sin qui, il gioco. Ora, noi abbiamo il ricordo, proveniente da Dossena o da Borges (la memoria ci falla), nel quale il gioco viene dichiarato noioso e ripetitivo, a meno che si aggiungano ulteriori regole particolarmente complesse (stiamo andando a memoria, quindi la forma era sicuramente diversa: il contenuto, comunque, era quello). Noi non siamo assolutamente d'accordo: ad esempio, a voi risultano altri giochi in cui sia possibile la presa *per ritirata*? Anche nello *Zugzwang!* in cui abbiamo trattato ***Ultima***[23] l'inventore Robert Abbott sosteneva di aver applicato "tutti i metodi di presa concepibili", ma (siamo andati a controllare), questa non ci torna proprio. Il che, dovrebbe bastare a definirlo gioco originale e interessante.

Provate, e fateci sapere.

7. Pagina 46

1) Dalle due identità:

$$\left(\frac{a_1+a_2}{2}\right)^2 \le \frac{a_1^2+a_2^2}{2};$$

$$\left(\frac{a_3+a_4}{2}\right)^2 \le \frac{a_3^2+a_4^2}{2}$$

si ricava:

$$\left(\frac{a_1+a_2+a_3+a_4}{4}\right)^2 = \left(\frac{\frac{a_1+a_2}{2}+\frac{a_3+a_4}{2}}{2}\right)^2$$

$$\le \frac{\left(\frac{a_1+a_2}{2}\right)^2+\left(\frac{a_3+a_4}{2}\right)^2}{2} \le \frac{\frac{a_1^2+a_2^2}{2}+\frac{a_3^2+a_4^2}{2}}{2} = \frac{\sum_{i=1}^{4} a_i^2}{4}.$$

Partendo da queste espressioni si ricava che:

$$\left(\frac{\sum_{i=1}^{8} a_i}{2}\right)^2 \le \frac{\sum_{i=1}^{8} a_i^2}{2},$$

[23] RM088, maggio 2006

e procedendo nello stesso modo il teorema risulta dimostrato per tutti i numeri della forma $2^m, m \in N^+$.

Assumiamo ora valido il teorema per $n+1 \in N^+$ e mostriamone la validità per n, ossia mostriamo che se è:

$$\left(\frac{\sum_{i=1}^{n+1} a_i}{n+1}\right)^2 \leq \frac{\sum_{i=1}^{n+1} a_i^2}{n+1}, \qquad \text{[1]}$$

allora deve essere:

$$\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{n}\right)^2 \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i^2}{n}.$$

All'uopo, sostituiamo nella [1]:

$$a_{n+1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{n};$$

si ha allora:

$$\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{n}\right)^2 \leq \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} a_i^2\right) + \left(\frac{\sum_{i=1}^{2} a_i}{n}\right)^2}{n+1},$$

da cui concludiamo che

$$\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{n}\right)^2 \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i^2}{n}.$$

Si verifica facilmente che l'uguaglianza vale solo se tutti gli a_i sono uguali tra loro.

2) Proviamo la diseguaglianza per due numeri, ossia proviamo che:

$$\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)^k \leq \frac{a_1^k + a_2^k}{2}. \qquad \text{[2]}$$

Per il caso $k = 2$, la relazione si verifica facilmente considerando che la media geometrica non è mai maggiore della media aritmetica[24]. Supponiamo ora la relazione valga per un generico *k*; abbiamo:

$$\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)^{k+1} = \left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)^{k} \frac{a_1 + a_2}{2} < \frac{a_1^k + a_2^k}{2} \cdot \frac{a_1 + a_2}{2}$$
$$= \frac{a_1^{k+1} + a_2^{k+1}}{2} - \frac{a_1^{k+1} + a_2^{k+1} - a_1^k a_2 - a_1 a_2^k}{4}$$
$$= \frac{a_1^{k+1} + a_2^{k+1}}{2} - \frac{\left(a_1^k - a_2^k\right)\left(a_1 - a_2\right)}{4} \le \frac{a_1^{k+1} + a_2^{k+2}}{2},$$

da cui segue che la diseguaglianza vale per $k + 1$ e quindi, per induzione, per qualsiasi naturale positivo. La parte restante della dimostrazione segue dalla prima parte di questo problema.

[24] Come sempre, l'uguaglianza vale nel caso i due numeri siano uguali tra loro.

8. Paraphernalia Mathematica

8.1 I "Teoremi delle Tonsille"

Una volta tanto, prima vi spieghiamo il titolo.

L'unica assenza scolastica superiore a due giorni che Rudy ricorda è un'intera settimana, verso la seconda elementare, per l'asportazione delle tonsille: l'evento (l'assenza, non l'operazione) fu per lui talmente traumatico che, per lungo tempo, quando qualcuno citava qualcosa che avrebbe dovuto conoscere ma non sapeva, la frase che seguiva immediatamente il suo sguardo perplesso era "l'avranno spiegata quando ho 'fatto le tonsille'…": la cosa alla lunga è entrata nel lessico familiare, e ancora oggi per dire "no, non lo sapevo" il Nostro usa questa frase. Quindi, se ve la sentite dire, non fate la faccia stupita e mostrate comprensione.

Recentemente Rudy ha trovato una serie di teoremi di geometria che, per la loro eleganza, ci pare impossibile siano ignorati dai vari programmi scolastici: da cui se ne deduce che devono averli spiegati proprio in quei giorni, da cui il titolo.

Una cosa che ci ha sempre lasciato perplessi è che così tanti teoremi di geometria si occupino di *triangoli*: no, dico, ma e gli altri poligoni? Forse la cosa nasce dalla possibilità comunque di dividere un poligono in una serie di triangoli e quindi le cose vanno come nella barzelletta dell'incendio al Dipartimento di Matematica[25]. Francamente la cosa ha raggiunto un livello quasi patologico: se volete scaricarvi quasi seimila pagine di teoremi "delle Tonsille" sui triangoli, basta fare un salto sul *Forum Geometricorum*[26].

Va detto che usano un linguaggio molto specialistico, e ogni tanto nascono dei problemi nel capire di cosa stanno parlando; fortunatamente, ci viene in aiuto uno dei siti più antichi della nostra frequentazione del web: l'*Enciclopedia dei Centri dei Triangoli*[27] fornisce un valido aiuto, non solo, ma essendo entrambe in inglese, anche eventuali problemi di traduzione sono brillantemente bypassati.

Abbiamo salvato[28] una copia della pagina in locale ormai una decina di anni fa, e i suoi 380 punti notevoli catalogati hanno soddisfatto ampiamente le nostre necessità in questi anni. In occasione della stesura di queste note, abbiamo fatto un accesso alla pagina originale, scoprendo che i "punti notevoli" sono diventati più di 2300. A parte la scontata battuta che ormai in un triangolo sono più i punti notevoli che quelli insignificanti, il che rende questi ultimi notevoli, Rudy si chiede se il triangolo "più scaleno" di tutti sia quello nel quale esiste la massima differenziazione tra i punti: va bene che alcuni sono coincidenti tra di loro in qualsiasi triangolo, ma dovrebbe esserci un discreto affollamento.

Per prima cosa disegniamolo, il triangolo: una simpatica convenzione vuole che il lato a sia opposto all'angolo A, il lato b all'angolo B e il lato c all'angolo C; quindi, $\overline{AB}$ si chiama c e avanti in questo modo. Sempre per convenzione (quantomeno sull'enciclopedia) A,B e C si attribuiscono ai vari angoli in senso *antiorario*[29].

[25] Ve l'abbiamo già raccontata, e non la ripetiamo. Se non ve la ricordate, chiedete.

[26] Non sono *tutti* sui triangoli, ma (come si diceva qualche tempo fa) questi rappresentano una maggioranza "bulgara". http://www.forumgeometricorum.org. Vale il viaggio, per qualche ora.

[27] Verso la quale nutriamo un affetto smisurato: nel 2001, momento dei nostri primi accessi, catalogava 381 punti notevoli in un triangolo, e in venti minuti la nostra ferraglia scaricava la pagina. Leggete il seguito, poi fate un giro a http://cedar.evansville.edu/~ck6/encyclopedia.

[28] Su "Chiodino", il fedele portatile che in quegli anni ha sostituito "Gray Wanderer". Ci accorgiamo colpevolmente solo ora di non avervi mai raccontato nulla di questi due validissimi collaboratori.

[29] Siamo sicuri di avervi già detto in un problema che ai francesi non piace la negatività implicita del termine "*anti*orario": preferiscono (e piace anche a noi) il termine "sens trigonométrique".

Parlando di triangoli e di punti notevoli, il primo problema nasce da come descrivere la posizione di un punto: dire che l'*incentro* è il punto di incontro delle bisettrici del triangolo non è comodissimo, vorremmo qualcosa che somigli a delle coordinate e possibilmente che sia valido per qualsiasi triangolo: un concetto del genere esiste, anzi ne esistono *due* (...e ti pareva...).

Quelle a noi più simpatiche e che sicuramente hanno spiegato mentre facevamo le tonsille, sono le coordinate ***trilineari***: dato il punto P, prendete le distanze del punto da ognuno dei lati e moltiplicatele (o dividetele, come preferite) tutte per uno stesso valore: bene, quelle sono le coordinate trilineari del punto, e i più scafati di voi, in quel "moltiplicatele" avranno riconosciuto il fatto che sono coordinate *omogenee*.

Dicevamo che i metodi sono due: nel secondo, invece di tirare delle righe dal punto P fino ai lati, le tirate fino agli angoli, e poi prendete le aree dei triangoli PBC, PCA e PAB; stesso trattamento precedente (anche queste sono omogenee) e ottenete le coordinate ***baricentriche*** del triangolo.

I due sistemi sono più simili di quanto sembri: infatti, se un punto ha coordinate trilineari $(x:y:z)$, allora le sue coordinate baricentriche sono $(ax:by:cz)$. Approfittiamo del vostro sospiro di sollievo per inserire qualche complicazione: tanto per cominciare, sia le distanze sia le aree dovete prenderle *con segno*; secondariamente, i sacri testi, più che di moltiplicazione e di divisione, parlano di generiche *funzioni*.

Torniamo ai punti notevoli: qualcuno dovreste conoscerlo, e approfittiamo del veloce ripasso per familiarizzarci con i sistemi di coordinate. Trovate qui di seguito la tabella relativa: alcuni hanno definizioni doppie, quindi mettiamo la nostra preferita nella certezza di scatenare le ire dei sostenitori dell'altra.

Centro	**Definizione**	**Trilineari**	**Baricentriche**
Incentro	Centro del cerchio tangente i lati	$1:1:1$	$a:b:c$
Baricentro	Punto di incontro delle mediane	$bc:ca:ab$	$1:1:1$
Circocentro	Centro del cerchio passante per i vertici	$\cos A:\cos B:\cos C$	$\sin 2A:\sin 2B:\sin 2C$
Ortocentro	Punto di incontro delle altezze	$\sec A:\sec B:\sec C$	$\tan A:\tan B:\tan C$

E se andate a guardarvi le prime due, dovrebbe essere abbastanza evidente il motivo per cui si sono scelti due diversi sistemi di coordinate.

Esiste un problema (bruttino, ma è un classico) che tira in ballo le coordinate trilineari: messo in modo brutale, è semplicemente: *Trovare il lato del triangolo equilatero che contiene un punto P avente coordinate* $3:4:5$. Non una meraviglia, tant'è che ve lo roviniamo: basta risolvere l'equazione

$$3\left(a^4+b^4+c^4+d^4\right)=\left(a^2+b^2+c^2+d^2\right)^2.$$

Che secondo noi è bellissima, ne diciamo solo tre cose:

1. A noi ricorda molto la formula di Soddy (quella dei cerchi mutuamente tangenti): secondo voi c'è una relazione?
2. Abbiamo trovato la formula, ma non conosciamo la dimostrazione: qualcuno vuole provarci?
3. Il primo che chiede "...Ma devo risolvere in a, in b, in c o in d?" gli tiriamo il cancellino (quello pesante) in testa.

Adesso, lasciamo da parte per un attimo i sistemi di coordinate e vediamo qualche altro Teorema delle Tonsille: se anche voi quel giorno eravate assenti, speriamo vi divertiate a dimostrarli.

TdT1: ***In un triangolo qualunque, i centri dei triangoli equilateri costruiti sui lati sono i vertici di un triangolo equilatero***.

Qui l'uso del termine "centri" è improprio ma, se ci limitiamo a quelli visti sopra, per i triangoli equilateri coincidono. Tra l'altro, qui probabilmente c'è un interessante caso di millantato credito, visto che il prossimo teorema se l'è addirittura attribuito Napoleone:

TdT2: ***Le rette passanti per i centri dei triangoli costruiti nel TdT1 e per i vertici del triangolo originale concorrono in un unico punto***.

Che, manco a dirlo, viene chiamato *Punto di Napoleone*.

Ma a voi, per i triangoli, hanno spiegato prima le mediane o le altezze? Secondo la maestra di Rudy, andavano spiegate prima le mediane, in quanto più intuitive: non ricordiamo altri insegnanti con la stessa convinzione, ma siamo d'accordo: la "mediana", già solo dal nome, ha l'aria di una cosa decisamente semplice.

Tant'è che esiste un'immediata complicazione, e qui siamo seri nel dire che sarebbe bene spiegarla già alle elementari: non solo è un concetto che si rivela utile, ma anche nei testi stranieri (pure i francesi!) ne viene riconosciuta la paternità ad un matematico *italiano*: in occasione del centocinquantenario dell'unità d'Italia, potrebbe essere una buona idea inserirlo nei programmi di studio.

Quando tracciate le mediane, congiungete un angolo con il punto di mezzo del lato opposto; ora, dividete ogni lato in n parti uguali, e congiungete il k-esimo punto con l'angolo opposto: le tre rette che ottenete sono note come ***ceviane***, e prendono il nome da ***Giovanni Ceva***, matematico italiano del diciassettesimo secolo (milanese, in realtà, ma *nobody's perfect*). Gli amici di FG sono specialisti nel trovare teoremi particolarmente bislacchi sulle ceviane, ma noi ne abbiamo trovato uno che ci ha particolarmente meravigliato:

TdT3: ***Il triangolo centrale ottenuto dalle ceviane di un triangolo di area unitaria che congiungono il vertice con il primo punto della divisione in*** n ***parti del lato opposto ha area:***

$$\frac{(n-2)^2}{n^2-n+1}.$$

Il motivo per cui i francesi sono così condiscendenti nel riconoscere a Ceva tutto il lavoro sulle ceviane nasce probabilmente dal fatto che due loro matematici hanno trovato un altro bellissimo teorema:

TdT3: ***I nove punti definiti dalle triple:***

1. ***punti medi di ogni lato***
2. ***piedi delle tre altezze***
3. ***punti medi dei segmenti che congiungono ogni vertice all'ortocentro***

sono tutti sullo stesso cerchio.

O, se preferite una formulazione più elegante, i tre cerchi identificati dalle terne di punti definiti sopra coincidono[30]. Carino, vero?

[30] In un raro (se non unico) momento di *understatement*, i francesi non ne hanno approfittato per sbandierare i nomi dei due matematici, quindi è noto come il *Teorema dei Nove Punti*.

Essendo un cerchio, evidentemente avrà un centro, noto come "centro dei nove punti": il che ci porta al ***Teorema delle Tonsille di Eulero*** (poteva mancare?), del quale vi diamo una formulazione incompleta

TdTdE: ***Il centro dei nove punti*** N***, il circocentro*** O***, il baricentro*** G ***e l'ortocentro*** H ***giacciono tutti sulla stessa linea, e al variare del triangolo mantengono le distanze relative:*** $\overline{OG} = \frac{1}{3}\overline{OH}$ **,** $\overline{ON} = \frac{1}{2}\overline{OH}$ **.**

"Incompleta" per il semplice fatto che, non pago di riuscire ad allineare (e a porne in relazione le distanze relative, a quanto pare, è questa la parte della quale Leo andava più fiero) ben quattro punti, ne inseriva un ***quinto***, il *Punto di De Longchamps*, la cui definizione è particolarmente cervellotica: ve ne lasciamo la ricerca (è il ventesimo dell'Enciclopedia) e la spiegazione come viatico per una scarpinata in questo emozionante mondo.

Fateci sapere, se trovate qualcosa di interessante.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms