Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 144 – Gennaio 2011 – Anno Tredicesimo

Rudi Mathematici
Rivista fondata nell'altro millennio da
Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)
rudy.dalembert@rudimathematici.com
Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com
Alice Riddle (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM143 ha diffuso 2'724 copie e il 09/01/2011 per Google eravamo in 6'230 pagine.

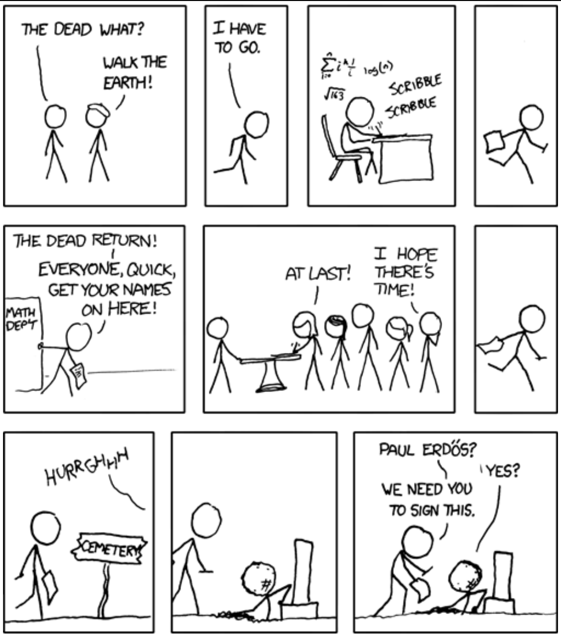
Non abbiamo mai parlato di anamorfismo, visto che tutte le parole (ultima inclusa) le ha dette Martin Gardner. Di questo, comunque, tutti dicono sia assolutamente non voluto. È duro crederci, ma anche internet, a proposito di questo capolavoro anamorfico fatto in casa dice "Origin unknown".

1. Pregiudizi

Ogni ragazza può essere una grande ammaliatrice:
basta restare immobile e sembrare stupida.
(Hedy Lamarr)

Esercizio per il lettore: partire dal vostro auricolare Bluetooth per giungere al primo nudo integrale della storia del cinema, naturalmente nel minor numero possibile di passaggi.

La teoria dei "sei gradi di separazione" è ormai talmente nota da essere familiare anche al grande pubblico. Se ne trovano citazioni più o meno dirette un po' dappertutto: Radio Tre ha una bella trasmissione nel tardo pomeriggio che si intitola appunto "Sei Gradi", in cui vengono trasmessi sette brani in qualche modo legati l'uno all'altro, e il fascino della trasmissione sta proprio nel fatto che i sei passi che uniscono i pezzi possono essere quanto mai vari o improbabili, generando così scalette del tutto multiformi che riescono senza troppa fatica legare Bach coi Clash, John Cage con Elio e le Storie Tese. Riviste di gossip da tempo immemore giocano su legami esplicitamente genitali, mostrando come si possa passare da un qualunque VIP[1] a un altro tramite passaggi effettuati tutti in camera da letto; senza parlare del meccanismo alla base di tutti i social network, Facebook in primis, che devono la loro fortuna essenzialmente alla capacità che hanno di facilitare i contatti tramite i "contatti dei contatti"; LinkedIn, una rete sociale che ha intenti prevalentemente di natura professionale, quando la si usa per cercare un nominativo ben preciso per prima cosa mostra in bella evidenza proprio il "numero di passaggi", in termini di contatti professionali, che separano il cercatore dal cercato. Ma anche piccole e nobili manie intellettuali come il Numero di Erdős[2], che ogni matematico professionista vorrebbe avere il più piccolo possibile, giocano in ultima analisi esattamente sullo stesso principio.



1 *La ricerca del Numero di Erdős più basso possibile, secondo l'insuperabile Xkcd*

Anche se è stata ampiamente analizzata matematicamente, la teoria dei Six Degrees nasce dalla penna di un commediografo ungherese, Frigyes Karinthy, che la introdusse per la prima volta nel suo racconto "Catene" (*Láncszemek*), del 1929. Il concetto è semplice: si ipotizza che ogni essere umano sia legato a qualsiasi altro tramite al più sei passaggi di conoscenze dirette:

[1] L'acronimo dovrebbe stare per *Very Important Person*, ma amici di madrelingua inglese ci assicurano che la sigla ha avuto fortuna quasi esclusivamente in Italia. Ultimamente il senso è traslato al punto che, anche nella nostra beneamata penisola, il termine sembra ormai indicare solo quell'insieme di personaggi che riempiono riviste di gossip specializzate esclusivamente nel fotografare i VIP stessi, chiudendo così il circolo logico (e indubbiamente vizioso). La traduzione della locuzione "very important" dovrebbe di conseguenza traslarsi anch'esso verso qualcosa di ben diverso dall'apparentemente elementare "molto importante"; ma non sappiamo bene cosa mai possa essere.

[2] Nella remota eventualità che qualcuno ancora non ne conosca il significato: Paul Erdős ha numero di Erdős pari a zero, coloro che hanno scritto un articolo di matematica con Erdős hanno numero di Erdős pari a 1: coloro che hanno scritto un articolo con i "numeri 1" hanno numero di Erdős pari a 2, e così via (cfr RM110).

che un pastore abruzzese possa essere legato ad un cacciatore-raccoglitore dei deserti australiani in meno di sette salti di conoscenze dirette appare inizialmente inverosimile, ma è facile vedere, facendo un minimo mente locale, che non può essere che così. Il primo approccio analitico, per quanto ingenuo e semplicistico, parte dal fatto che si può immaginare che ogni essere umano conosca direttamente una cinquantina di persone. La stima è in realtà assai prudente, ma teniamola buona. Questi sono quindi gli esseri umani raggiungibili in primo grado, mentre 50x50=2.500 quelli legati in seconda battuta. Ne consegue che 50^6, ovvero quasi sedici miliardi, sono quelli raggiungibili in sei passaggi. Come detto, il calcolo è fortemente impreciso, perché non tiene conto delle "conoscenze in comune": ma la stima iniziale molto prudente attenua l'errore e, in ogni caso, il conticino serve solo a dare una sorta di rozza verifica di massima al principio, non a spiegarne i meccanismi. In realtà il modello che si dimostra essere giusto non è cosi banalmente moltiplicativo: per tornare all'esempio del pastore e dell'aborigeno, il percorso più probabile che potrebbe legarli (del tutto immaginario, ma verosimile) potrebbe passare attraverso il sindaco di un comune abruzzese, che da parte sua conosce il leader regionale del suo partito, e questi il ministro di riferimento per le realtà locali. Il ministro conosce il collega australiano degli Esteri, che è cognato d'un antropologo che ha conosciuto proprio il nostro aborigeno in uno dei suoi viaggi studio. L'esempio è significativo, dal punto di vista analitico, perché riproduce il principio guida delle connessioni: si è verificato statisticamente che i legami tra le persone sono molto fitti e diffusi localmente, costituendo quindi una sorta di "cluster" o grappolo di conoscenze: questi cluster sono poi connessi uni agli altri attraverso alcuni legami a lunga distanza, che sono poi quelli che di fatto rendono spettacolare la catena di connessioni. Nel nostro esempio, sono evidentemente i due Ministri degli Esteri a farsi carico di legare i due cluster locali.

Passando dalle persone agli eventi e alle idee, le sorprese sono ancora più marcate: nell'esercizio proposto ad inizio articolo, le strade che si possono intraprendere per giungere a destinazione sono probabilmente quasi infinite, ma il gioco è spettacolare solo se il percorso si chiude in pochi passi, e perché questo sia possibile ci vuole un passaggio spettacolare, stupefacente. Calandoci nell'esempio, potrebbe non essere sorprendente (ma al più solo auspicabile e piacevole) che il primo nudo integrale cinematografico della storia sia stato realizzato con la performance di quella che è stata definita "la donna più bella del cinema", e non sarà particolarmente sorprendente neanche che alcuni principi di base della tecnologia Bluetooth riprendano i concetti di trasmissione criptata che furono messi all'opera per la prima volta durante il blocco navale statunitense di Cuba, durante la crisi del 1962.

2 *Hedy Lamarr*

Passi di questo tipo, logici e in fondo prevedibili, possono condurre molto lontano, ma in molti passi; e talvolta potrebbero addirittura non condurre alla meta: per fortuna, la probabilità che si verifichi un salto molto ampio da un punto all'altro della catena, al pari di quello dei due Ministri degli Esteri nell'esempio precedente, è tutt'altro che bassa. In questo caso, ci servirebbe insomma una specie di colpo di scena del tutto inaspettato e imprevedibile: come se, tanto per sparare alla luna, il principio di trasmissione del blocco navale USA a Cuba fosse stato inventato proprio dalla splendida attrice che qualcuno ha definito "donna più bella del cinema".

Inutile tirarla ancora per le lunghe, tanto lo sappiamo che non riusciremo davvero a sorprendervi: avete già capito che questo esempio paradossale è esattamente quello che è accaduto in realtà. La star hollywoodiana in questione è Hedy Lamarr, nata, con il nome di Hedwig Eva Maria Kiesler, nella prorompente Vienna del 1913[3]. Il suo vero nome era Hedwig Eva Maria Kiesler, e se il passaggio da Hedwig a Hedy è ragionevole, per una che fa fortuna sugli schermi marchiati Hollywood, il Lamarr che scelse come nome d'arte viene invece come omaggio ad un'altra attrice scomparsa in giovane età, Barbara La Marr[4]. Prima ancora di emigrare negli Stati Uniti diventa famosa per la sua travolgente bellezza: nel 1933 gira "*Ecstasy*", film cecoslovacco di Gustav Machatý che contiene la famosa scena di nudo, e che rimarrà legato alla sua fama per tutta la vita, anche perché il film suscitò un vespaio di polemiche, terremoti di censure, e anche qualche diatriba giudiziaria. Max Reinhardt, il celebre attore e regista austriaco, l'aveva peraltro già battezzata come "donna più bella d'Europa" prima ancora dell'uscita del film. Sposò un fabbricante d'armi austriaco, Friedrich Mandl, che era caratterizzato da una malcelata ma comprensibile gelosia nei suoi confronti (cercò di fare incetta del maggior numero possibile di copie di *Ecstasy*, perché trovava imbarazzante l'espressione di passione che Hedy mostrava nel volto[5]) e da una meno comprensibile simpatia per i nazisti. Anche per questa ragione Hedy di fatto scappò via dall'Austria e si rifugiò prima in Francia e poi negli Stati Uniti: qui girò una ventina film, cambiò una mezza dozzina di mariti, e sperperò una trentina di milioni di dollari, fino a rimanere quasi in miseria. Ebbe le sue fortune e le sue disgrazie; apparentemente quelle proprie di una star di Hollywood: scandali per borseggio nei negozi, in tarda età, e clamorose iniziative da vamp quando era al top della carriera. Si racconta che accettò di partecipare ad una raccolta di fondi americani contro il regime nazista, offrendo un suo bacio a chi avesse sottoscritto una donazione di almeno 25.000 dollari. Uno sproposito di denaro anche per la nazione più ricca del mondo, ma non si è la donna più bella del cinema per caso: pare che in una sera i baci della signorina Lamarr riuscirono a portare alla causa la bellezza di sette milioni di dollari.

3 *Le donne intelligenti sono brutte*

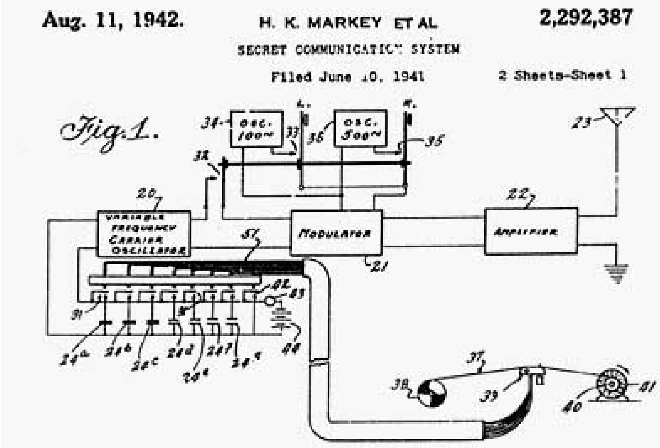
I pregiudizi sono difficili a morire. Essere molto bella e molto intelligente è davvero raro, per mere questioni probabilistiche: moltiplicare due probabilità molto basse produce una probabilità condizionata irrisoria; ma questo vale per qualsiasi coppia di eventi poco probabili. I pregiudizi sono invece tutt'altro che matematici e razionali, e si limitano a dire che le donne intelligenti sono brutte, o meglio ancora che le donne belle sono quasi inevitabilmente sceme. Proprio perché irrazionali, non basteranno prove evidentissime e logiche a convincere chi quei pregiudizi coltiva e propaga, e certo se non basta la prova di Hedy Lamarr a far loro cambiare opinione, non si vede come si possa mai riuscire

[3] Hedy ci ha lasciato proprio in un mese di Gennaio, quello di undici anni fa, nel 2000; ma è nata in Novembre. Ciò basta a dimostrare che no, non è lei la protagonista del mese: non che non lo meriterebbe, comunque.

[4] Pare abbia giocato nella scelta anche l'assonanza con il francese "*l'amour*".

[5] La Lamarr, da parte sua, sostiene nell'autobiografia che l'espressione molto appassionata derivava dal fatto che il regista le pungeva il didietro con una spilla da balia, per farla entrare al meglio nella parte.

nell'intento. Perché Hedy, oltre che di bellezza assoluta, era ricca anche di intelligenza innegabilmente eccezionale: prima di interrompere gli studi per dedicarsi alla carriera cinematografica aveva intrapreso la facoltà di Ingegneria, e i giudizi dei docenti la dipingevano come studentessa dalle capacità eccezionalmente brillanti. A tempo perso, quando era già una star di primissima grandezza, si soffermò a considerare con l'amico musicista George Antheil un sistema per comunicazioni segrete. Era il Giugno del terribile 1941, e i due riuscirono a portare al termine il progetto, giungendo anche a registrarlo (Numero dell'Ufficio Brevetti USA 2292387) col nome di "Frequency Hopping Spread-Spectrum System", che si potrebbe più o meno tradurre "sistema ad espansione di spettro tramite salti di frequenza", ma probabilmente la terminologia tecnica italiana suonerebbe diversa. L'idea di base è quella di comunicare "saltando" i canali di frequenza con un ritmo e modo noto solo a chi è destinato il messaggio: l'esempio pratico per il brevetto fu realizzato con un sistema basato sui nastri perforati che producono il suono negli organetti, i piani meccanici[6]. L'idea alla base del sistema Lamarr-Antheil non venne usata fino al 1962 (casualmente, quando i diritti per il brevetto erano scaduti), e di fatto la scoperta divenne nota al grande pubblico solo nel 1997, quando la Lamarr fu premiata per l'invenzione dalla fondazione di una società di energia elettrica. La moderna tecnologia per le connessioni wi-fi e di telefonia mobile si basa, almeno in alcuni casi, sui principi di espansione di spettro introdotti proprio da Hedy Lamarr e George Antheil.



4 *Il brevetto (H.K.Markey è Hedy, al tempo sposata con Gene Markey)*

La matematica è dai più considerata scienza difficile, anzi, spesso è considerata la scienza difficile per antonomasia, quella che richiede più intelligenza[7]. Ne consegue – facile il passaggio logico, una volta dato per scontato il luogo comune precedente, quello sull'impossibilità di avere donne belle e intelligenti – che le signore e signorine che si dedicano alla matematica debbano essere necessariamente a mezza via tra uno scorfano e un rospo. Il luogo comune è stato in qualche modo amplificato dalla celebre battuta di Hermann Weyl "*ci sono state solo due donne nella matematica, Sofia Kovalevskaya ed Emmy Noether: la prima non era una matematica e la seconda non era una donna*". Non sappiamo bene chi tra le due signore citate abbia maggior diritto di arrabbiarsi, ma visto che di Emmy Noether abbiamo già parlato a suo tempo[8], ci pare opportuno adesso dare spazio a Sofia Kovalevskaya, talvolta citata, riguardo al nome di battesimo, anche come Sonja o più esattamente come Sof'ja, mentre il cognome è talvolta traslitterato come Kovalevskj o Kovalevskia.

Sofia Vasilyevna Kovalevskaya nasce il 15 Gennaio 1850 a Mosca, da una nobile famiglia russa. Il padre è un generale dell'esercito, artigliere, di nome Vasily Korvin-Krukovsky. Anche se è un nobile e grande proprietario terriero, sembra lasciare traccia nelle generalità della nostra protagonista più nel patronimico che nel cognome con il quale è

---

[6] Non per niente Antheil era musicista, e non a caso il numero di canali del progetto iniziale era proprio 88, quanti i tasti del pianoforte.

[7] Se la cava bene anche la fisica, nel luogo comune: ma, per qualche ragione, quasi sempre solo nella sua misteriosa specializzazione di "fisica nucleare".

[8] In "Questione di Attributi", RM050, Marzo 2003.

oramai universalmente nota. La madre, Yelizaveta Shubert, è di palese origine germanica: la sua è una famiglia di accademici, stabilitisi in Russia a tempi di Caterina la Grande.


5 *Sofia Kovalevskaya*

Sofia sembrerebbe destinata a crescere come tutte le donne della sua classe: un sereno matrimonio d'alto lignaggio, una vita comoda e priva di problemi nelle tenute paterne o del prevedibilmente ricco sposo. In realtà, due elementi vengono subito a turbare questa ovvia previsione.

Innanzitutto il padre, per quanto apparentemente integrato nel suo ambiente e ruolo, mostra una speciale predilezione per Sofia, e la introduce fin da piccola alla sua passione per le cose di scienza; questa azione trova terreno assai fertile in una ragazzina che, a soli undici anni, già legge testi di matematica e fisica: sembra che i muri della sua stanzetta fossero stati tappezzati con pagine del trattato di calcolo differenziale e integrale di Ostrogradski[9], e che la fanciulla notasse che alcuni termini che trovava scritti su quei muri erano usati in famiglia da un suo zio. Il padre decide infine di far terminare l'eccessiva passione della figlia verso cose così astruse, ma Sofia compra di nascosto un testo di algebra e lo legge in segreto. Quando poi un vicino di casa porta in visione un testo di fisica che aveva scritto, Sofia lo legge per intero senza lasciarsi spaventare dal fatto che diversi concetti le sono ignoti, specialmente quelli trigonometrici; prova anzi a cercare di derivarli da sola, e giunge a definire il concetto di seno trigonometrico con un metodo che coincide sostanzialmente con quello che era stato sviluppato storicamente.

Dal lato meno scientifico, sua sorella maggiore Aniuta, è attratta dalla allora imperante filosofia del nichilismo, che tendeva a stravolgere, seppure in modo sostanzialmente pacifico, la statica società della Russia. La passione passa facilmente da Aniuta a Sofia: la filosofia nichilista dava alla giovane nobildonna un quadro in cui inserire felicemente tutte le sue maggiori aspirazioni, dall'interesse già spinto verso la scienza fino ai primi afflati verso il concetto di emancipazione femminile. Basti pensare che il suo cognome – che abbiamo visto non essere quello paterno – discende dal matrimonio che contrasse, appena diciottenne, con Vladimir Kovalevskii, anch'egli nichilista e successivamente entomologo di vaglia; unione che, almeno nelle intenzioni iniziali, doveva essere del tutto pretestuosa. Si trattava infatti di una specie di contratto matrimoniale fittizio, che serviva soprattutto a consentire a Sofia di poter muoversi liberamente, come donna sposata, e accedere a corsi universitari all'estero. Di fatto, poi, il matrimonio da fittizio diventò reale, al punto che Vladimir e Sofia ebbero anche una figlia, ma questo comunque non bastò a renderlo un matrimonio felice.

Anche se l'entusiasmo nichilista che imperversava per la Russia faceva credere a molti che le università avrebbero presto aperto i corsi alle donne, questo non avvenne nei tempi che la Kovalevskaya attendeva. Del resto, la situazione di chiusura a studenti femmina era abbastanza comune in tutta Europa, e solo in pochi posti venivano finalmente accettate studentesse; tra questi pochi, c'erano gli atenei di Berna, Zurigo, Ginevra e Heidelberg, ma "accettati" significava solo "avere il permesso di assistere alle lezioni", non essere immatricolati come futuri laureati a tutti gli effetti. Fu comunque a

[9] Di cui parliamo in RM156, "La prostituta del diavolo".

Heidelberg che Sofia riuscì a iscriversi, e fu la prima donna a varcare i cancelli di quell'università. Si dimostrò presto essere una studentessa di valore assoluto in matematica e scienze: seguì corsi con luminari quali Kirchhoff, Helmholtz e Königsberger. Quest'ultimo, incantato dalle potenzialità della giovane russa, la convinse che doveva provare ad andare a Berlino, dove c'era il maggior teorico dell'analisi matematica del tempo, Karl Weierstrass.

Sul rapporto tra Karl Weierstrass e Sofia Kovalevskaya si sono versati i proverbiali fiumi di inchiostro[10]: la ragazza giovane e bella che si lega accademicamente e professionalmente al vecchio luminare è del resto un boccone troppo ghiotto per i pettegolezzi. Resta il fatto che, a quanto pare, il pettegolezzo fosse limitato ai salotti della buona società, e non ai circoli matematici: almeno questo è quanto risulta dagli studi di Ann Hibner Koblitz, riportati nel suo saggio "*Sofia Kovaleskaia: a biographical sketch*"[11]. Resta il fatto che, in tre anni di collaborazione, Sofia riuscì a produrre la bellezza di tre tesi di dottorato[12], senza naturalmente che questo le fosse sufficiente a procurarle una laurea ufficiale; anzi, più spietatamente, l'università di Berlino, a differenza di quella di Heidelberg, non le consente neppure di partecipare alle lezioni. In compenso, Weierstrass, che aveva accettato di darle lezioni in via privata, non si trattenne dal definirla "la migliore tra tutti i miei allievi", che è complimento assai significativo, se viene da uno che ha avuto tra i discepoli personaggi come i Georg Cantor, Felix Klein, Gösta Mittag-Leffler, Sophus Lie, Hermann Minkowski e molti altri parimenti eccezionali. Nel 1874 comunque, dopo aver visionato i lavori di Sofia (senza contare una certa pressione in tal senso di Weierstrass), Göttingen fece quel che Berlino rifiutava: le concesse la laurea *summa cum laude*. La Kovalevskaya riesce insomma in quello che è il sogno di molti studenti di tutti i tempi: laurearsi senza mai essere stata immatricolata.


6 *Sofia*

Se sono i pregiudizi ancora in vita a dare il titolo a quest'articolo, è bene comunque ripassare l'assurdità dei pregiudizi passati. Il matrimonio di Sofia doveva essere essenzialmente un lasciapassare per i suoi studi, ma paradossalmente si rivela anche essere un ostacolo per la battaglia che mirava ad avere un lavoro accademico: in ultima analisi perfino lo stesso Weierstrass, come tutti i contemporanei, pensava che una donna sposata non doveva aver bisogno di alcunché per la propria affermazione, men che mai di una cattedra. Si arriva così all'incredibile situazione che la morte per suicidio di Vladimir, marito di Sofia, in qualche modo favorisce le sue aspirazioni professionali e accademiche, perché lo status di vedova è più degno di attenzione agli occhi dei senati accademici. Anche dopo il

[10] Al punto che, nel nostro piccolo, ne parliamo persino un po' noi, nel compleanno dedicato al grande analista tedesco: RM057, Ottobre 2003, "*Geometria dell'endecasillabo*".

[11] Saggio che si può trovare in rete, sotto la presentazione del volume "*The Legacy of Sofia Kovalevskaya*", che riporta gli atti del simposio indetto dalla *Association for Woman in Mathematics* e il *Mary Ingraham Bunting Institute*, nel 1985. Il volume è disponibile solo parzialmente in rete, ma il saggio biografico introduttivo citato è presente per intero.

[12] Il primo era relativo alla determinazione della forma degli anelli di Saturno, migliorando il celebre studio iniziale di Laplace; il secondo usava la teoria delle funzioni di Weierstrass per ridurre una classe di integrali abeliani a più semplici integrali ellittici; il terzo era il famoso "*Verso una teoria delle Equazioni Differenziali Parziali*" in cui è contenuto il Teorema di Cauchy-Kovalevskaya.

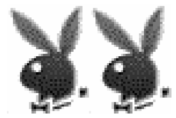
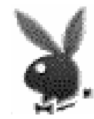
trasferimento a Parigi, e nonostante fosse ormai riconosciuta come matematica di vaglia sia in Francia sia in Germania, il suo "essere moglie" sembrava inibirgli ogni più tenue possibilità di ottenere un insegnamento. Ma una volta vedova, grazie soprattutto ai buoni uffici di un altro celebre matematico, Mittag-Leffler, Sofia ottiene finalmente la cattedra a Stoccolma. È la prima volta in Europa che un professore universitario è di sesso femminile[13].

Gli svedesi fecero un affare. Le sue lezioni (inizialmente tenute in tedesco, ma già dopo un anno esposte in lingua svedese) sono affascinanti, e Sofia ottiene un grande successo tra gli studenti. Mentre lavora a Stoccolma, nel 1888, riesce a vincere il prestigioso Premio Bordin dell'Accademia francese delle Scienze, per un lavoro sul "Problema della Rotazione di un Corpo Solido attorno ad un Punto Fisso": un problema storico, che aveva afflitto la comunità matematica per anni. Il premio le porta sia il contratto a vita presso l'università di Stoccolma, sia l'accesso alla Accademia russa delle Scienze. Visto tutto ciò, si fa onestamente fatica a capire cosa volesse dire Hermann Weyl quando sosteneva che Sofia Kovalevskaya "non era una matematica". Sarà stato certo l'amore per la battuta arguta a guidare il vecchio tedesco, o forse i multiformi altri interessi di Sofia: scriveva racconti e romanzi, collaborava con la sorella di Mittag-Leffler nella stesura di commedie, scriveva articoli sull'isteria e l'ipnosi. Del resto, poteva certo dare contributi a molti campi: era intelligente, brillante, curiosa, risoluta.

Ah sì: era anche bella.

[13] Come sempre quando si parla di record, esistono una marea di distinguo di cui tener conto: altre donne possono rivendicare lo stesso primato, tra cui la nostra Maria Gaetana Agnesi (RM112). In senso più strettamente moderno, però, ovvero con stesure di contratto vero e proprio con università in senso moderno del termine, è verosimile che sia proprio Sofia la prima a potersi fregiare del titolo.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	**Alice Riddle**	**Piotr R. Silverbrahms**
Qui si dorme			
Dottorato in Briberonica			

2.1 Qui si dorme...

*Il titolo riferisce al fatto che la discussione sullo svarione di Rudy (*RM138*, luglio* 2010*, problema* 2*, "Valore medio") sembra arenata*[14]*: per rinfocolare il sopito dibattito, siamo andati in caccia di un problema dall'aria pericolosamente simile...*

Nonostante il raggiungimento della maggiore età da parte di uno e nonostante l'iscrizione ad uno dei più seriosi e prestigiosi licei classici da parte dell'altro, i VAdLdRM continuano non solo ad avere gli abituali risultati scolastici inizianti per "p" (oscillano tra "patetico" e "penoso"), ma non hanno abbandonato l'interesse per le attività ludico-matematiche. Con l'inizio dell'anno scolastico[15], oltretutto, si sono diradati i raid materni alla ricerca di materiale di scarto: qualsiasi libro scolastico, lasciato nelle valide mani del Distruttivo Duo, tre secondi dopo aver abbandonato il *cellophane* sembra già un recupero dalla biblioteca del Titanic (no, non lo studiano, lo "trattano"), quindi grande è il rischio di buttare via la cosa sbagliata; meglio, quindi, non intervenire.

La lavagnetta che, grazie alla simmetria delle due postazioni di lavoro (lavoro? Ma quale?) è raddoppiata, riesce a contenere ora agilmente i numeri da 1 a 101; Alberto, che gioca per primo, ne cancella 9 a sua scelta; indi, lo stesso compito tocca a Fred, e avanti in questo modo sin quando non restano che due numeri: a questo punto, si prende la differenza (positiva) d tra i due, e si vede cosa succede:

1. Se $d > 54$, Alberto riceve $d - 54$ centesimi da Fred.
2. Se $d = 54$, la partita è patta.
3. Se $d < 54$, Fred riceve $54 - d$ centesimi da Alberto.

Secondo voi, chi vince?

Siccome sulla lavagna avanza spazio, i VAdLdRM ne hanno inventato un altro, non abbiamo capito bene se più semplice o più complicato; qui, ci sono solo i numeri da 1 a 27, ma ciascuno di loro a turno (qui comincia Fred) cancella *un solo numero*, sin quando ne restano solo due: Fred, che ha cominciato per primo, vince se la *somma* dei due numeri rimasti è divisibile per 5, mentre in caso contrario vince Alberto.

Qui, chi dei due ha una buona strategia?

Logicamente, ci aspettiamo la rissa.

[14] Grazie al cielo! [Nota di Alice]

[15] Lo sappiamo che è cominciato da un pezzo. È che i due VAdLdRM se ne sono accorti da poco…

2.2 Dottorato in Briberonica

Bene, sembra che l'invenzione di questo nuovo e interessante ramo della matematica (ma sarà un'invenzione o una scoperta? Boh, meglio lasciare perdere, altrimenti tra "*homo homini lupus*" e qualche russoiano allo sbaraglio va a finire male) abbia interessato un po' di gente; fa sempre piacere, quando qualcuno si appassiona a simili edificanti problematiche. Non dovreste quindi lamentarvi se adesso ne arriva un altro.

Allora, seconda puntata; grazie al vostro lucido e spregiudicato agire, il gruppo politico che vi ha assoldato è giunto al potere. Adesso bisogna fare le cose per bene, quindi vengono nominati otto ispettori per la riscossione della "Tassa sulla Tosse" e della "Imposta sulle Imposte" (sì, copiate da Walt Disney) che, al confronto, lo Sceriffo di Nottingham sembrava un caritatevole filantropo; e siccome sappiamo benissimo che li abbiamo assunti per le loro capacità di *blade runner* della legalità, non ci fidiamo troppo e li mandiamo in giro a coppie, anche perché abbiamo la certezza che nel gruppo di otto ce ne siano tre che, come si dice piuttosto volgarmente, "si fanno ungere le ruote" (e visto come sono andati al potere, la cosa che stupisce maggiormente è che siano solo tre...). Comunque, sappiamo il loro numero ma non sappiamo chi siano, mentre i tre "*freghifraghi*" si conoscono tra di loro.

Per fortuna, alcuni Onesti e Probi Cittadini (altrimenti noti come "Parenti del Capo") appartengono al gruppo delle persone che devono essere controllate dagli Sceriffi, e l'idea del Capo è che gli OPC (i parenti) offrano agli ispettori una tangente e poi riferiscano a lui sull'accettazione o meno dell'offerta da parte degli ispettori. Questi rispondono ai nomi di Aldo, Bea, Carlo, Davide, Enrica, Francesco, Graziella e Hans: l'idea è di mandarli in giro a coppie, ad esempio Aldo e Bea dal primo parente, Aldo e Carlo dal secondo, Bea e Carlo dal terzo, e così via.

Il guaio è, giustappunto, il "...e così via", ed è qui che il Capo chiede il vostro aiuto (sempre stato scarsissimo, in matematica...): quanti parenti deve mobilitare, per essere sicuro che ogni parente riceva la visita di una coppia distinta di ispettori? Evidentemente, non potete mandare più coppie dallo stesso parente, qualche burocrate corrotto potrebbe insospettirsi e far partire la "soffiata" (dietro congrua remunerazione, ovviamente).

No, non è finita qui. Questa serviva al Capo per verificare se poteva fidarsi *di voi*. E poi, non li ha mica, tutti quei parenti con niente da fare tutto il giorno: li ha inseriti quasi tutti nel sottogoverno...

La seconda domanda è la seguente: noi sappiamo che i corruttibili sono almeno tre, quanti parenti vi servono, per trovarli?

Lavorare in economia, in certi campi, rischia di insospettire gli indagati, come voi avete da tempo fatto notare al Capo; a questo punto, i nostri disinvolti controllori decidono di applicare una strategia cautelativa.

Infatti, decidono che accetteranno il "contributo ufficioso" non solo se sono in coppia con un altro controllore dalla morale elastica, ma lo faranno solo se nessuno dei due nella visita al Cittadino precedente ha ricevuto un "aiutino" (che fossero assieme o no); in questo caso, quanti parenti compiacenti servono al Capo?

Adesso basta, però; qui, per parafrasare qualcuno, sta diventando più faticoso essere disonesto che matematico...

3. Bungee Jumpers

Definiamo come *media simmetrica di ordine* k di n numeri $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ (dove k e n sono dei numeri naturali ed è $k \leq n$) come:

$$\Sigma_k(A) = \sqrt[k]{\frac{a_1 a_2 \cdots a_k + a_1 a_2 \cdots a_{k-1} a_{k+1} + \ldots + a_{n-k} a_{n-k+1} \cdots a_n}{\binom{n}{k}}};$$

ossia, la radice k-esima della somma di tutti i possibili prodotti degli n numeri presi k alla volta.

1) Provate che:

$$(\Sigma_k)^{2k} \geq (\Sigma_{k+1})^{k+1} \cdot (\Sigma_{k-1})^{k-1}.$$

2) Provate che, se $k > l$, allora:

$$\Sigma_k(A) \leq \Sigma_l(A),$$

e che l'uguaglianza vale solo se $a_1 = a_2 = \ldots = a_n$.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Era una Notte Buia e Tempestosa

Nell'abituale stile dell'eccezionale[16] estensore di questa nota (Rudy), ci sono più inizi che fini. Nel caso vi troviate ad arguire sul fatto che le persone più rompiscatole e becere (come lo scrivente) in realtà siano dei timidi che, per reazione, si comportano male; e nel caso la controparte accetti le prove *ad exemplum*, citate pure il caso di Rudy (in corsivo nel seguito).

> *Torino, luglio 2007, pomeriggio: temperature tali da smentire il fatto che non sia possibile friggere un uovo sul marciapiede. Nella vostra vita, ai professori avete sempre risposto, adesso tocca a voi fare la domanda: avete un numero di telefono che vi ha passato Doc, e basta.*
>
> Torino, luglio 2007, pomeriggio: il condizionatore sta facendo tranquillamente il proprio dovere e, grazie all'esposizione della casa e all'altezza dei soffitti, non mostra il minimo sforzo nel mantenere una temperatura ragionevole. Suona il telefono.
>
> *Bene, ho mezz'ora di tempo. Il libro c'è, meglio metterlo in un sacchetto; ho mezz'ora per arrivare dalle parti della Tesoriera, con il metrò dovrei arrivare addirittura in anticipo.*
>
> "...Attenzione. Il servizio sarà ripreso appena possibile..." *Classico annuncio di quando hai appena timbrato il biglietto. Adesso devo farmi tutto corso Francia di corsa...*
>
> Suonano. Ah, già, doveva arrivare il tizio di RM... Tre minuti di ritardo.
>
> *Fortunatamente l'ascensore funzionava, e vi ha permesso di smaltire il fiatone di venti minuti di corsa e di mettere vagamente in ordine i residui capelli (che sono pochissimi, ma di lunghezza tale da rappresentare una buona crescita media sull'intera superficie) entrate, vi sedete su un divano color panna, ed esplode la sudorazione; per non ampliare il problema, rifiutate qualsiasi bevanda; la*

[16] Nel senso che il fatto che la scriva lui rappresenta un'eccezione.

> *conversazione, amichevole da una parte e impacciata dall'altra, dura la seconda mezz'ora più lunga della vostra vita; quando vi alzate, il sospiro di sollievo è, palesemente, del divano color panna.*
>
> "...ma se uno sciamannato del genere riesce a scrivere un libro di matematica ricreativa, cosa aspetto a farlo io?"

Qualche anno dopo, inverno. Avete ormai abbandonato l'idea di mettere in ordine la biblioteca tecnica del Math Manor, e da una pila di libri che proprio-non-ci-sta in nessun senso o posizione, la caricatura di Albert Einstein eseguita da Tullio Pericoli vi guarda desolata: sentendovi osservato, optate per il divano e in uno stato di rilassata sonnolenza sfogliate distrattamente l'inserto letterario del più diffuso quotidiano torinese, quando la firma di Piero Bianucci e il cappello "Giochi Matematici" vi portano allo stato di attenzione di un falco molto affamato che ha appena visto un coniglio.

A questo punto, è abbastanza intuitivo dedurre che l'autore del libro non sia altro che il possessore del divano color panna. Per celebrare la profonda torinesità dell'evento, in luogo dei soliti ipermercati, Rudy si è recato in una delle più vecchie librerie del centro cittadino, sopravvissuta anche grazie a un'associata rivendita di vino e, su un divano (nero: ma data la temperatura quasi polare esterna, la cosa non riveste nessuna importanza), il libro è stato divorato in poco più di un pomeriggio.

4.1 Il matematico si diverte

L'organizzazione dei diciotto capitoli del libro (che quindi, nella presente edizione, ci siamo portati a casa alla modica cifra di un euro l'uno) è chiara e immediata: ognuno è dedicato ad un ben preciso matematico, a partire da Ahmes (l'autore del *Papiro di Rhind*) per arrivare a John Horton Conway; lungo il percorso si trovano stelle polari della matematica ricreativa (Lewis Carroll, Sam Loyd, Henry Ernest Dudeney, Martin Gardner), personaggi insospettabili (Pitagora, Leonhard Euler, Richard Philip Feynman) e alcuni oggi ingiustamente ignorati (Claude Gaspar Bachet, Walter Rouse Ball, Solomon Wolf Golomb); ne abbiamo citati dodici, per sapere gli altri sei dovrete comprarvi il libro.

Ogni capitolo, iniziando da un'introduzione biografica strettamente collegata alle attività matematiche del personaggio, propone una serie di problemi (oltre duecento, nell'intero volume) e di variazioni, di cui alla fine del capitolo vengono date le risposte; per chi vuole approfondire, sono disponibili alcune appendici ben riferite all'interno del testo, una buona bibliografia e una imponente sitografia; come dicevamo, questo per ogni capitolo.

Da bravi *grognon* torinesi, iniziamo con quelli che ci sono sembrati di primo acchito i due principali difetti del libro.

Per prima cosa, in un formato estremamente maneggevole (15x21: all'incirca quello dei nostri quadernetti preferiti), volendo mantenere la leggibilità del testo e un certo dinamismo di pagina, risulta impossibile apprezzare alcuni dei molti disegni: a pag. 60, a titolo di esempio, le 536 soluzioni del quadrato costruito con lo *Stomachion* sono praticamente illeggibili anche con la lente d'ingrandimento, mentre non siamo sicuri di aver risolto il labirinto di Lewis Carroll a pag. 134, visto che molte delle lineette che dovrebbero bloccare alcuni percorsi risultano completamente invisibili.

Secondo difetto, non siamo citati da nessuna parte.

Ed ora, sempre con torinese attitudine, dimostriamo che l'Autore ha perfettamente ragione a comportarsi in questo modo.

Qualche anno fa, anche solo con un tranquillo riportare le traduzioni italiane di quanto presente nelle bibliografie di Martin Gardner, si sarebbe potuto tranquillamente raddoppiare il *corpus* rispetto a quanto presente nell'opera; la scelta dell'Autore, però, è stata quella di privilegiare la sitografia, per spingere il lettore ad ampliare la ricerca sugli argomenti trattati in modo semplice e, soprattutto, gratuito: sui vari siti potete ritrovare tutti i disegni del libro, ingrandirli quanto vi pare e giocarci, senza scarabocchiare il libro, senza cavarvi gli occhi e, per soprammercato, approfondendo l'argomento.

Il secondo punto sembra più difficile da digerire e, se vi fermate al nostro proverbiale *understatement* (anch'esso torinese), probabilmente vi resta sul gozzo.

Un'analisi più attenta e obiettiva, però, vi porta a vedere anche altre assenze: *MatematicaMente*, *MaddMaths*, *Base Cinque*, *I Divagatori Scientifici*,... Niente, non ne compare uno. E il motivo, con un facile ragionamento, appare corretto ed evidente.

Qui si parla di *matematici* che hanno fatto matematica ricreativa, e di specifici argomenti svolti da questi matematici; l'idea è di mostrare i personaggi e gli argomenti, interessando i lettori che poi, a loro discrezione, potranno cercare e trovare con facilità gli opportuni siti *generalisti* nel campo della matematica ricreativa (e quindi, speriamo, si abboneranno a questa rivista).

Quindi, una scelta non di mostrare l'intero panorama dei divertimenti matematici, ma l'intento di approfondire specifici punti citando, al più, gli articoli di riferimento su siti quali *MathWorld (Wolfram)* e *Wikipedia*.

Non solo, quindi, un *must have* per ogni appassionato di matematica ricreativa che troverà interessantissimi approfondimenti su temi più o meno noti, ma che appunto per la sua mancanza di generalità gardneriana diventa anche un ottimo primo libro per chi non si è mai interessato all'argomento; per arrivare ai generalisti, c'è tempo.

Titolo	Il matematico si diverte
Sottotitolo	Duecento giochi ed enigmi che hanno fatto la storia della matematica
Autore	Federico Peiretti[17]
Editore	Longanesi
Data di pubblicazione	settembre 2010
Prezzo	18,00 Euro
ISBN	978-88-304-2739-6
Pagine	328

5. Soluzioni e Note

Gennaio!

Avete mangiato abbastanza pandoro o panettone? Bevuto spumante, prosecco, *champagne*? Insomma, avete festeggiato come si deve e come la vostra tradizione richiedeva? Noi speriamo proprio di sì.

La Redazione di RM, al solito, a gennaio si prende un po' di tempo prima di uscire con il primo numero dell'anno, ma è cosa naturale anche perché – e ve lo dice la più ubriacona dei tre – oltre a scrivere RM ci dobbiamo anche riprendere dai bagordi. Quindi eccoci qui, in questo nostro tredicesimo anno di attività, ancora un po' ubriachi e leggermente

[17] Forse però ci è dispiaciuto, non essere citati. Vi siete accorti che questa è la prima citazione del nome dell'autore?

insicuri, ma felici per le tante dimostrazioni d'affetto arrivate in Redazione. Come al solito approfittiamo di queste note per ringraziarvi tutti e per rinnovare i nostri auguri a tutti i nostri lettori per un 2011 pieno di serenità, felicità e matematica. E decidiamo di condividere con voi il bellissimo *calligramma con acrostico* di ***Alan***:

Da

Un amico

Ecco a voi il

Migliore augurio

In queste giornate di

Letizia e di giubilo per un

Anno che sia ricco di serenità.

Un duemilaundici pieno d'amore

Nel segno della fratellanza reciproca.

Domani ed ogni giorno dell'anno dimori

In ogni

Cuore

Il bene.

A costo di ripeterci, vi ricordiamo che per seguire l'andamento del nuovo anno come si deve occorre possedere un Calendario adatto, e quello di RM (scaricabile dal sito) è senz'altro il migliore disponibile, e – come se non bastasse – a costo zero. Ma voi lo sapete già, vero? I nostri lettori più accaniti hanno già ricevuto la Newsletter a metà dicembre, e alcuni sono stati ispirati... prendete per esempio ***Bramo Logicar***:

> (...) mi sono messo a pensare a qualche altro modo di ottenere 2011, e magari tener conto che siamo nel periodo dei... conti alla rovescia. (...) Smanettando con un po' di Perl, ho trovato le seguenti curiosità che... beh, con chi diavolo vuoi che possa aver senso condividerle?
>
> * crescendo
>
> Ci sono esattamente 4 modi di ottenere 2011 con la sequenza crescente delle cifre decimali e restando nell'ambito delle 4 operazioni standard:
>
> 1. $1 - 2 \cdot 3 + 4 \cdot 567 \cdot 8 / 9 = 2011$
>
> 2. $1 \cdot 2 / 3 \cdot 45 \cdot 67 - 8 + 9 = 2011$
>
> 3. $1 \cdot 2345 \cdot 6 / 7 - 8 + 9 = 2011$
>
> 4. $1 / 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 67 - 8 + 9 = 2011$
>
> - non esiste alcun modo con numeri composti da un'unica cifra (strano? aspetta)
>
> - notevole: in nessun modo si può fare utilizzando anche l'elevamento a potenza (strano? aspetta)
>
> - non male: non esiste alcun modo con solo 3 operatori! In pratica l'unico modo è utilizzare tutti e soli i quattro operatori standard!
>
> * decrescendo
>
> Se invece passiamo al conto alla rovescia, che va più di moda visto il periodo dell'anno... abbiamo ancora una volta esattamente 4 soluzioni!
>
> 1. $9 + 8 \cdot 7 + 6^5 / 4 + 3 - 2 + 1 = 2011$

2. $9 + 87 + 65 + 43^2 + 1 = 2011$

3. $9 \cdot 8 - 7 + 6^5 / 4 + 3 - 2 + 1 = 2011$

4. $98 - 7 + 6^5 / 4 - 3 - 21 = 2011$

- la 1. e la 3. (notevole la somiglianza) sono le uniche che utilizzano tutti numeri da una cifra

- notevole (e opposto al crescendo): in nessun modo si può fare NON utilizzando l'elevamento a potenza

- notevole: la 1. e la 3. utilizzano tutti gli operatori

- notevole: la 2. utilizza solo 2 operatori!

Chissà che magari con il 2012...

Chissà cosa ci porterà il prossimo anno, per il momento prendiamo questo anno internazionale della chimica, con le sue grandi novità in rete. Per esempio, Roberto Natalini – che già vi abbiamo segnalato per il meraviglioso progetto Maddmaths (http://maddmaths.simai.eu/) – è ora anche il moderatore di un nuovo blog di matematica, dal titolo di *dueallamenouno* (http://dueallamenouno.blog.unita.it/): gli facciamo i migliori auguri. Ma stavamo parlando di chimica, e lo sapete anche voi che noi di RM seguiamo tutti i blog scientifici e cerchiamo di partecipare (finché non ci licenziano, ovviamente) con il nostro blog su Le Scienze a tutte le iniziative lanciate per promuovere la scienza. Ebbene, quest'anno nasce un nuovo carnevale, proprio questo mese di gennaio, il Carnevale della Chimica (per i dettagli andate a leggere direttamente dagli organizzatori: http://www.chimicare.org/blog/carnevale-della-chimica/ e http://www.gravita-zero.org/2010/12/nasce-il-carnevale-della-chimica.html). Se siete ancora in tempo, partecipate alla prima edizione, e se no... beh, preparatevi per la prossima! Noi stiamo ancora sudando su questo numero, ma cercheremo di fare del nostro meglio.

Si va a cominciare…

5.1 [143]

5.1.1 Un nuovo ramo della matematica

A quanto pare il Capo ha pensato tutta una serie di problemi sulla *Briberonica*, che per quanto poco etica sembra essere una pratica estremamente attuale e che ha interessato i nostri lettori. Ma cominciamo con il ricordare il problema:

> *Il briberonico viene di solito assunto da una fazione politica per organizzare gruppi in grado di massimizzare il risultato delle tangenti, e il suo scopo è suggerire le coalizioni che possano massimizzare i profitti illeciti dei partecipanti.*
>
> *L'agone politico consiste in:* ***Primo Partito****, forte di 35 rappresentanti;* ***Secondo Schieramento****, con 25 elementi;* ***Terzo Team****, di 16;* ***Quarto Quartiere****, di 14 e* ***Cerchio Cinque****, di 10.*
>
> *1° Problema: va organizzata una coalizione per far passare una leggina che permetterebbe al gruppo vincente di spartirsi (in parti uguali per ogni votante a favore) cento milioni di euro; voi siete stati assunti dal secondo gruppo, e dovete organizzare una maggioranza che porti a casa il malloppo, massimizzando il guadagno per i vostri validi rappresentanti; che maggioranza proponete?*
>
> *2° Problema: scoprite se l'alleanza proposta oltre ad essere vantaggiosa per il vostro gruppo lo è anche per gli altri partecipanti; se non lo fosse, potreste vendere il vostro talento briberonico a qualche altro gruppo...*

> *3° Problema: se il **Secondo Schieramento** (il vostro datore di lavoro, insomma) può scegliere quale sia la maggioranza richiesta, ossia può chiedere che per far passare la legge sui cento milioni possa essere necessaria una maggioranza semplice (*51%... *Sarebbe* 50%+1*, ma qui è lo stesso), una maggioranza a due terzi (*67%*) o una maggioranza a tre quarti (*75%*)... Cosa rispondete?*

Malgrado i bagordi natalizi, non sono stati pochi ad interessarsi a questo problema: ***Cid***, ***Fabrizio***, ***Franco57*** e ***Silvano***. Vediamo la versione di ***Cid***, per cominciare:

> Conviene proporre la maggioranza a due terzi. La maggioranza a due terzi è gradita anche dal "Cerchio Cinque" e dal "Primo Partito", mentre il "Terzo Team" preferirebbe una maggioranza semplice. Il "Quarto Quartiere" invece punta sulla maggioranza a tre quarti.
>
> Dimostrazione
>
> Se la maggioranza richiesta fosse quella semplice, sono possibili due diverse alleanze: "Primo Partito" + "Terzo Team" oppure "Secondo Schieramento" + "Terzo Team" + "Cerchio Cinque".
>
> Risulta quindi evidente che il "Terzo Team" gradirebbe la maggioranza semplice, mentre gli altri gruppi con la maggioranza semplice non hanno la certezza di guadagnarci qualcosa.
>
> Se la maggioranza richiesta fosse quella a due terzi risulterà indispensabile la presenza del "Primo Partito", che di conseguenza punterà su questa maggioranza. Per ottenere la maggioranza a due terzi il "Primo Partito" ha bisogno di almeno altri 32 votanti nella sua coalizione, per massimizzare i guadagni occorrerà anche minimizzare il numero di facenti parte della coalizione.
>
> La soluzione ottima sarà quindi quella di allearsi con il "Secondo Schieramento" e il "Cerchio Cinque" in modo di formare una coalizione di 70 votanti. Quindi la maggioranza a due terzi risulterà gradita oltre che al "Primo Partito" anche al "Secondo Schieramento" e al "Cerchio Cinque".
>
> Infine, se la maggioranza richiesta fosse quella a tre quarti, ne risulterebbe escluso proprio il "Secondo Schieramento" mentre gli altri gruppi che insieme raggiungono esattamente i 75 votanti si spartirebbero tra loro i 100 milioni. Chiaramente, però "Terzo Team", "Primo Partito" e "Cerchio Cinque" preferiscono maggioranze più piccole dove hanno la possibilità di spartirsi tra meno persone i cento milioni; l'unico che punta sulla maggioranza a tre quarti è il "Quarto Quartiere" perché con le altre maggioranze non avrebbe nulla da guadagnare.

Niente male, vediamo anche l'approccio di ***Fabrizio***:

> A parte le sfumature ideologiche, il magna-magna è evidentemente l'interesse principale di tutti i gruppi quindi, dato che la torta è di valore costante (10^8 euro) ed è ripartita equamente tra tutti i vincitori, l'obiettivo è determinare la coalizione vincente meno numerosa. Il problema (di ottimizzazione) può essere enunciato nel modo seguente:
>
> $$\min\left\{\sum_{i=1}^{5} a_i x_i \mid \sum_{i=1}^{5} a_i x_i \geq \alpha, x_i \in \{0,1\}\right\}$$
>
> dove x_i è la variabile binaria che indica l'appartenenza o meno del gruppo i alla coalizione vincente, a_i è la numerosità del gruppo i e α è la soglia di maggioranza.
>
> Per $51 \leq \alpha < 67$, esistono 2 soluzioni ottime: una è Secondo Schieramento, Terzo Team e Cerchio Cinque; l'altra è Primo Partito e Terzo Team. Quindi per vincere bisognerebbe convincere Terzo Team e poi fidarsi della loro promessa, ma di questi tempi…

Per $67 \leq \alpha < 75$, la soluzione ottima è l'inciucione, ovvero Primo Partito, Secondo Schieramento e Cerchio Cinque e questa ipotesi potrebbe essere buona.

Per $\alpha \geq 75$, la soluzione ottima è tutti contro Secondo Schieramento, ovvero Primo Partito, Terzo Team, Quarto Quartiere e Cerchio Cinque.

Quindi direi che per sperare di essere pagato il consulente briberonico (o meglio il precario a CoCoPro) debba suggerire una maggioranza qualificata al 67%.

P.S. Mi scuso con i matematici "puri" (che forse si aspettavano una soluzione in forma chiusa) se ho utilizzato la brutale enumerazione. Aggiungo che il questo caso non ho neanche scomodato un solutore ad-hoc: mi è bastato scrivere le possibili 2^5 coalizioni su un foglio di calcolo. Con la situazione italiana (che è un magna-magna ma con almeno una ventina di gruppi) il discorso si fa già più interessante (valutare una milionata di casi è abbastanza "noioso"). Inoltre, una volta determinato il valore minimo per un dato α si tratta di capire se esistono soluzioni equivalenti (un po' quello che succede nel caso $51 \leq \alpha < 67$) ed è altrettanto noioso farlo per ispezione. Per fortuna che si può fare aggiungendo opportuni vincoli lineari al modellino.

Non mi dilungo ancora in commenti, direi che siamo tutti d'accordo...

5.1.2 Facciamo di nuovo rimbalzare le palle

Voi forse non lo sapete, ma ho veramente un amore spassionato per i problemini di fisica con condizioni assolutamente fuori dalla realtà. Questo poi, è un vero capolavoro:

Supponiamo di avere un blocco di (grande) massa M, che sta scivolando senza attrito con una velocità V su un piano, e sta andando verso un muro.

Ad un certo punto, collide in modo perfettamente elastico con una pallina magica di massa (piccola) m, inizialmente in quiete ad una distanza L dal sunnominato muro. Evidentemente, la pallina parte, rimbalza contro il muro, torna indietro, ri-rimbalza contro il blocco, riparte verso il muro... eccetera.

Ci aspettiamo che dopo un po' il blocco si fermi e venga, eventualmente, respinto indietro. Quanto riesce ad avvicinarsi al muro? E, in quel momento, quante volte la pallina avrà rimbalzato sul blocco?

Non è meraviglioso? Un muro che scorre senza attrito, una palla che rimbalza in modo perfettamente elastico, tutto meravigliosamente ideale. Non a caso, la Redazione è stata sommersa di soluzioni. La prima che pubblichiamo è quella di ***Rub***, che ha avuto la costanza di inviarcela più di una volta, visto che ci siamo perse alcune delle sue precedenti...

Assegniamo M come massa bel blocco, ed aM come massa della palla, con $0<a<1$; siano V la velocità del blocco, e Diniziale la distanza iniziale dal muro della palla; al primo urto la pallina è ferma, dopo essa parte verso il muro, rallentando un pochino il blocco, mantenendo naturalmente costante l'energia cinetica totale palla+blocco, così come si conserva la quantità di moto.

Dopo il rimbalzo al muro avviene il secondo urto, ad una distanza (dal muro) pari a (Diniziale–PercorsoBlocco); ancora applichiamo le equazioni di conservazione, calcoliamo le nuove velocità, e così via, sino a che all'urto N il blocco inverte la sua marcia, poi viene continuamente accelerato sino a tornare alla velocità iniziale (ma in senso opposto), con pallina ferma.

Abbiamo quindi le due equazioni di conservazione, da applicare prima e dopo ogni urto (Vb, Vp le due velocità di blocco e palla):

$$\text{Quantità di moto: } (M^*Vb+ aM^*Vp)_{dopo}=(M^*Vb+ aM^*Vp)_{prima}$$

$$\text{Energia: } (1/2M^*Vb^2+ 1/2aM^*Vp^2)_{dopo}=(1/2M^*Vb^2+ 1/2aM^*Vp^2)_{prima}$$

L'unico parametro che regola l'intero fenomeno è $\boldsymbol{\alpha}$, non dipendendo il numero di urti né da V né da Diniziale. Utilizzando la variabile β, definita come:

$$\beta = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

e definendo il vettore **V**, i cui due componenti V_B ed V_P sono rispettivamente le velocità del blocco e della palla, è possibile ricavare l'equazione matriciale di trasformazione lineare per calcolare le nuove velocità dopo ogni urto, come

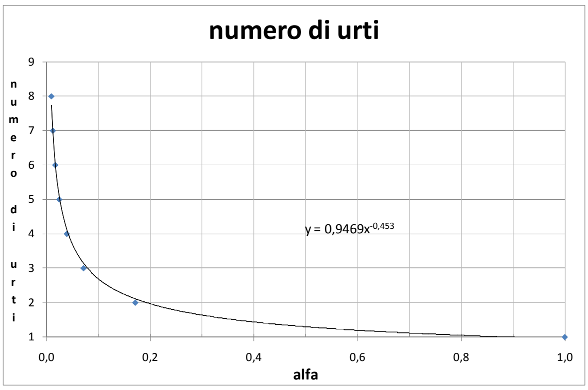
$$\text{V'=M·V con } M = \begin{pmatrix} \beta & \beta-1 \\ \beta+1 & \beta \end{pmatrix} \text{ e } V = \begin{pmatrix} V_B \\ V_P \end{pmatrix}$$

Evidentemente, dopo N urti, la velocità è calcolabile in funzione della velocità iniziale, mediante l'operatore ottenuto moltiplicando n volte la matrice M, ovvero M^n:

$$V^n = M^n \cdot \begin{pmatrix} V \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta & \beta-1 \\ \beta+1 & \beta \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} V \\ 0 \end{pmatrix}$$

Essendo la velocità del blocco data dalla somma dei prodotti della prima riga della matrice con il vettore iniziale, il cui secondo elemento vale zero, abbiamo che la velocità del blocco vale zero ovvero abbiamo terminato gli urti possibili se l'elemento M^n_{11} vale zero, pertanto dipende solo da β (e quindi da α**)** e non da altri parametri, che vengono raccolti e semplificati. Quindi con pazienza eseguiamo le moltiplicazioni e determiniamo i valori di β (e quindi di α**)** che annullano valori di M_{11} al variare del numero di urti, come nel grafico che segue, espresso in funzione di α:

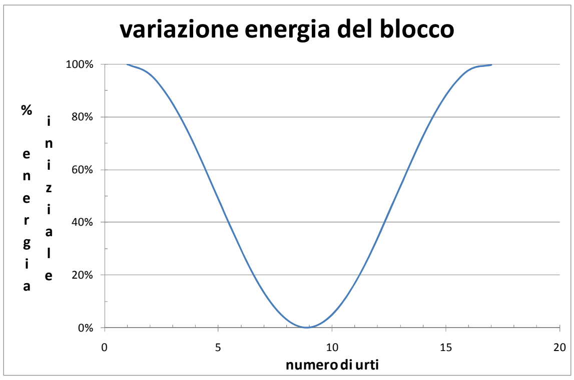
Numero di urti	M11	Valore di β che azzera M11
1	β	0,0000
2	$2\beta^2-2$	0,7071
3	$\beta(4\beta^2-3)$	0,8660
4	$8\beta^4-8\beta^2+1$	0,9239
5	$\beta(16\beta^4-20\beta^2+5)$	0,9511
6	$32\beta^6-48\beta^4+18\beta^2-1$	0,9659
7	$\beta(64\beta^6-112\beta^4+56\beta^2-7)$	0,9749
8	$128\beta^6-256\beta^6+160\beta^4-32\beta^2+1$	0,9808



L'equazione empirica ottenuta esprime la risposta alla prima domanda: il blocco si ferma ed inverte il suo moto dopo N urti, dipendente solamente dal rapporto tra le masse della palla e del blocco secondo la relazione:

$$\text{\# DI URTI} = 0{,}9469\alpha^{-0{,}453}$$

Evidentemente, per $\alpha = 1$, ovvero massa palla = massa blocco, al primo urto il blocco si arresta immediatamente; se la palla ha una massa di 0,01 relativamente al blocco, occorrono 8 urti per arrestarlo. Se invece il blocco fosse di un Kg, e la palla di un grammo, il numero di urti schizzerebbe a circa 22.



È interessante notare l'andamento dell'energia del blocco, per un dato a, espresso in percentuale della sua energia iniziale in funzione del numero di urti, come in figura (a = 0,01).

Abbiamo un andamento tipico di moto armonico, ovvero la nostra pallina magica si comporta come una molla, accumulando sotto forma di propria energia cinetica (come se si trattasse di una forma di energia potenziale) l'energia persa dal blocco.

Veniamo adesso alla seconda domanda: quanto spazio percorre il blocco prima di arrestarsi?

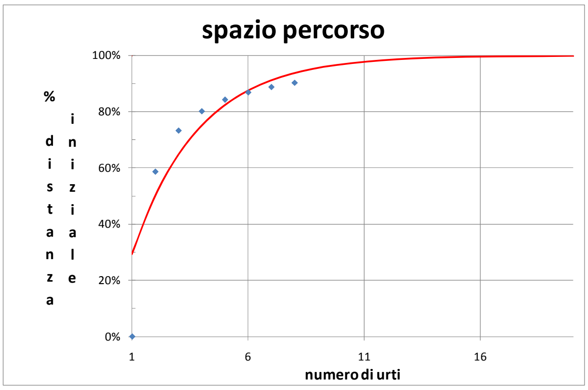
Dopo un urto e prima del successivo (con la palla lontana una Distanza dal muro), lo spazio percorso da blocco soddisfa la seguente equazione, esprimendo l'uguaglianza dei due tempi di percorso del blocco e della palla avanti e indietro:

$$\frac{SpazioBlocco}{Vb} = \frac{Distanza}{Vp} + \frac{(Distanza - SpazioBlocco)}{Vp}$$

È quindi possibile calcolare lo spazio percorso tra ogni urto, che evidentemente è proporzionale a Diniziale e dipende solamente da a; è possibile esprimere il rapporto percentuale tra lo spazio percorso dal blocco durante i suoi urti, sino all'arresto, e la distanza iniziale; tale rapporto dipende esclusivamente da a**;** dal momento che anche il numero di urti dipende da a, è possibile combinare le due relazioni funzionali nella figura seguente, con lo spazio percentuale percorso in funzione del numero di urti.

La relazione empirica, con marcato asintoto esponenziale al 100% di Diniziale, per lo spazio percentuale vale

$$SpazioPercentuale = 1 - e^{-\frac{NumeroUrti}{2,887}}$$



L'asintoto al 99% viene raggiunto dopo circa 13 urti. Se la palla ha una massa di 0,01 relativamente al blocco, abbiamo l'arresto dopo 8 urti e percorriamo il 94% della Diniziale. Se invece il blocco fosse di un Kg, e la palla di un grammo, il numero di urti vale circa 22 e la distanza percorsa raggiunge il 99,95%.

Impressionante, vero? Se potessimo presentarvi tutte le soluzioni lo faremmo volentieri, in questo caso in particolare: come al solito tutti hanno dato il loro meglio, ***Alberto R.***, ***Trentatre***, ***Cid***,... ma dobbiamo presentarvene solo alcune, e così vi passiamo quella di ***Gnugnu***, sempre in una certa assonanza con ***Franco57***.

Il problema coinvolge essenzialmente dei rapporti: un'opportuna scelta delle unità di misura consente, perciò, di semplificare parzialmente le formule. Nel nostro sistema le unità fondamentali siano quelle di massa, velocità e lunghezza, rispettivamente uguali: alla massa della pallina, alla velocità iniziale del blocco ed alla *distanza* iniziale del blocco dal muro. La pallina occupa parte dello spazio a disposizione dei corpi nel loro moto, nel seguito per *distanza* si intenderà la differenza fra l'effettiva distanza blocco-muro ed il diametro della pallina.

Siano $M>1$ la massa del blocco, v_i e u_i le velocità, rispettivamente del blocco e della pallina, dopo l'i-esimo urto fra i due. Le leggi di conservazione dell'energia cinetica e della quantità di moto, ricordando che fra due urti successivi la pallina rimbalza sul muro invertendo il verso della sua velocità, permettono di ottenere relazioni ricorsive fra le velocità (tutti i passaggi per le dimostrazioni sono riportati in fondo):

$$v_0 = 1; \quad u_0 = 0; \quad v_{n+1} = \frac{M-1}{M+1} v_n - \frac{2}{M+1} u_n; \quad u_{n+1} = \frac{2M}{M+1} v_n + \frac{M-1}{M+1} u_n.$$

Scrivendole in forma matriciale, posto $A = \begin{bmatrix} \frac{M-1}{M+1} & \frac{-2}{M+1} \\ \frac{2M}{M+1} & \frac{M-1}{M+1} \end{bmatrix}$, abbiamo:

$$\begin{bmatrix} v_{n+1} \\ u_{n+1} \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} v_n \\ u_n \end{bmatrix}, \text{ da cui } \begin{bmatrix} v_n \\ u_n \end{bmatrix} = A^n \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{(M+1)^n} \begin{bmatrix} M-1 & -2 \\ 2M & M-1 \end{bmatrix}^n \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Per calcolare le diverse velocità, manualmente o con l'aiuto di una calcolatrice tascabile, basta una sola moltiplicazione per urto. Posto: $k = \frac{4}{M+1}$, $w_i = \frac{v_i + u_i}{2}$, sarà infatti, $v_{n+1} = v_n - k\, w_n$, $w_{n+1} = w_n + v_{n+1}$.

La tabella riportata a fianco è stata ottenuta a manina, barando nella scelta del valore di M: $M=39$ porta infatti a $k=0.1$.

Risolto il problema delle velocità, per determinare la minima distanza dal muro a cui giunge il blocco, basta osservare che l'urto più vicino al muro è quello che porta al cambiamento del segno di $\boldsymbol{v}$: nella tabella a fianco, per $M=39$, è il quinto.

n	v_n	$w_n=(v_n+u_n)/2$
0	1	0,5
	-0,05	0,95
1	0,95	1,45
	-0,145	0,805
2	0,805	2,255
	-0,2255	0,5795
3	0,5795	2,8345
	-0,28345	0,29615
4	0.29615	3.13065

Una proprietà notevole in queste successioni di urti è l'invarianza del prodotto fra la distanza dal muro e la somma delle velocità dopo l'urto precedente: $\forall i,\ d_{i+1}(v_i + u_i) = 2d_{i+1}w_i = 1$.

Nel caso esaminato sarà: $d_1 = 1, \quad d_2 = 2.9^{-1}, \quad d_3 = 4.51^{-1}, \quad d_4 = 5.669^{-1}, \quad d_5 = 6.2613^{-1}.$

In generale, tenendo conto che la somma delle velocità *finali* è minima quando il blocco si arresta ($2w_* = \sqrt{M}$) e diventa, invece, massima quando il medesimo inverte esattamente la propria velocità ($2w_* = \sqrt{M+1}$), sarà:

$$\frac{1}{\sqrt{M+1}} \le d_{\min} \le \frac{1}{\sqrt{M}} \quad \rightarrow \quad \sqrt{M} \cdot d_{\min} \approx 1.$$

Il numero n^* di urti occorrenti per giungere alla minima distanza dal muro cresce con M, in misura *quasi* proporzionale alla sua radice quadrata e, in maniera davvero sorprendente, il rapporto tende, a quello fra la lunghezza di una circonferenza ed il perimetro del quadrato circoscritto.

È, infatti: $\dfrac{\pi}{4arctg\dfrac{1}{\sqrt{M}}} \le n^* < \dfrac{\pi}{4arctg\dfrac{1}{\sqrt{M}}} + 1$; da cui $\lim\limits_{M\to\infty} \dfrac{n^*}{\sqrt{M}} = \dfrac{\pi}{4}$.

<u>Dimostrazioni</u>

In un urto perfettamente elastico si conserva, oltre alla quantità di moto, anche l'energia cinetica complessiva. Il sistema delle due condizioni, dove, per comodità si è scritto il doppio dell'energia, ed i pedici indicano le grandezze prima e dopo l'urto

$$\begin{cases} Mv_d^2 + mu_d^2 = Mv_p^2 + mu_p^2 \\ Mv_d + mu_d = Mv_p + mu_p \end{cases},$$

è di secondo grado, risulta infatti, soddisfatto anche dall'assenza di urto, in cui le velocità non subiscono variazioni, e si può, come noto, semplificare, separando nelle equazione i termini relativi a ciascun corpo e dividendo membro a membro.

$$\begin{cases} Mv_d + mu_d = Mv_p + mu_p \\ v_d + v_p = u_d + u_p \end{cases}$$

Per il nostro problema, tenuto conto che m=1 e che le velocità della pallina, nell'urto contro il muro cambiano di segno, il sistema diventa:

$$\begin{cases} Mv_{n+1} + u_{n+1} = Mv_n - u_n \\ v_{n+1} - u_{n+1} = -v_n - u_n \quad [1] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (M+1)v_{n+1} = (M-1)v_n - 2u_n \quad [2] \\ (M+1)u_{n+1} = 2Mv_n + (M-1)u_n \end{cases}.$$

L'ultimo sistema fornisce l'equazione matriciale riportata, mentre, per ottenere le trasformazioni con un solo prodotto, si possono modificare, indipendentemente, la **[1]** e la **[2]**, ponendo, ove necessario, $v_i + u_i = 2w_i$ e $4/(M+1)=k$:

$$u_{n+1} = v_n + u_n + v_{n+1} \rightarrow u_{n+1} + v_{n+1} = v_n + u_n + 2v_{n+1} \rightarrow 2w_{n+1} = 2w_n + 2v_{n+1} \rightarrow w_{n+1} = w_n + v_{n+1};$$

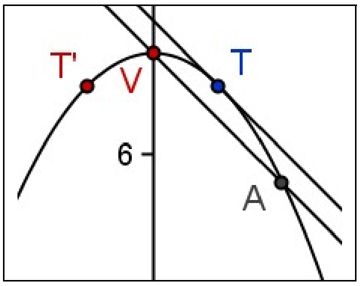
$$[2] \rightarrow (M+1)v_{n+1} = (M+1)v_n - 2(v_n + u_n) \quad \rightarrow \quad v_{n+1} = v_n - k \cdot w_n.$$

Siano v' e u' le velocità dei due corpi dopo un urto e d la distanza dal muro a cui questo avviene. Per incontrarsi nuovamente i due corpi dovranno percorrere, complessivamente, uno spazio pari a $2d$, e per far questo impiegheranno un tempo uguale al rapporto fra $2d$ e la somma delle loro velocità; nel mentre, il movimento del blocco ridurrà la distanza dal muro che diventerà d'.

Risulterà pertanto, ricordando che per la **[1]** è $u' - v' = v + u$, dove u e v sono le velocità dei corpi dopo l'urto immediatamente precedente il primo:

$$\frac{d-d'}{v'} = \frac{2d}{v'+u'} \rightarrow d' \cdot (v'+u') = d \cdot (v'+u') - 2d \cdot v' = d \cdot (u'-v') = d \cdot (v+u).$$

La costanza di questo prodotto porta ad affermare che l'urto più vicino al muro sia il successivo a quello che ha prodotto il massimo valore possibile per $2w$, somma delle velocità.

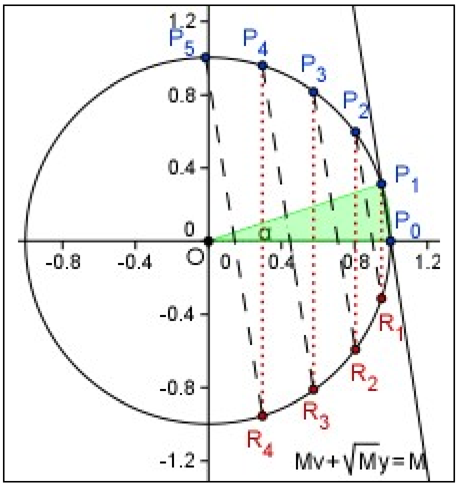


D'altra parte $Mv_n^2 + u_n^2 = Mv_0^2 + u_0^2 = M$ (invarianza dell'energia cinetica) comporta che i punti $Q_i \equiv (v_i, u_i)$ appartengano, nel diagramma *vOu*, all'ellisse avente centro nell'origine e semiassi 1 e $\sqrt{M}$. Su questa curva il massimo valore di *v*+*u* sarà raggiunto in *T*, punto, prossimo al vertice superiore *V*, con tangente parallela alla bisettrice del secondo quadrante (in figura il grafico per *M*=39).

Come si può facilmente verificare è: $T \equiv \left(\frac{1}{\sqrt{M+1}} ; \frac{M}{\sqrt{M+1}} \right)$, $v + u = \sqrt{M+1}$ e nell'urto successivo (*T'*) la velocità del blocco subirà un'esatta inversione.

All'opposto, il caso in cui il blocco si arresta: due urti consecutivi avverranno alla medesima distanza dal muro, con $v + u = \sqrt{M}$, valore corrispondente al vertice *V* e al punto *A*.

Per qualsiasi *M*, un P_i cadrà nell'arco *AV* e l'urto seguente sarà quello più vicino al muro, con una distanza compresa fra i reciproci di $\sqrt{M+1}$ e $\sqrt{M}$.



Possiamo trasformare l'ellisse in una circonferenza comprimendola verticalmente; l'introduzione della nuova variabile $u = \sqrt{M}\, y$, semplifica l'equazione della conservazione dell'energia cinetica che diventa $v^2 + y^2 = 1$ (in figura ancora il caso *M*=39).

Su questa circonferenza i punti $P_i \equiv (v_i ; y_i)$, assieme ai loro cugini $R_i \equiv (v_i ; y_i)$ – aventi per coordinate le coppie di valori prodotti dall'*i*-esimo urto con il muro – risultano ordinati, come tristi fanciulli nel girotondo imposto per accogliere il gerarca di turno.

Ogni R_i si trova in posizione simmetrica a P_i e vede P_{i+1} sempre nella stessa direzione, quella delle rette ***r*** con $Mv + \sqrt{M}\, y$ costante, come vuole la conservazione della quantità di moto.

L'invarianza degli angoli $P_i \hat{R}_i P_{i+1}$ comporta l'uguaglianza dei corrispondenti angoli al centro ed i P_i staranno sulla circonferenza, sempre alla medesima distanza dai loro vicini.

L'ampiezza dell'angolo *α* è calcolabile, ad esempio, notando che la bisettrice di questo angolo deve essere perpendicolare alle *r*, per cui $tg \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{M}} \rightarrow \alpha = 2 arctg \frac{1}{\sqrt{M}}$.

Il numero *n** di urti necessari per ottenere il cambiamento di segno di ***v*** sarà allora l'indice del primo P_i che cade nel secondo quadrante, pari al più piccolo intero non minore del rapporto fra l'angolo retto ed *α*.

Si poteva giungere alle medesime conclusioni in maniera più sintetica, osservando che, con la sostituzione $u=\sqrt{M}\,y$, la matrice A diventa quella di una rotazione attorno all'origine:

$$A_* = \begin{bmatrix} \dfrac{M-1}{M+1} & \dfrac{-2\sqrt{M}}{M+1} \\ \dfrac{2\sqrt{M}}{M+1} & \dfrac{M-1}{M+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}; \quad M = tg^{-2}\frac{\alpha}{2}; \quad \begin{bmatrix} v_n \\ y_n \end{bmatrix} = A_*^n \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

L'esposizione precedente rispetta, invece, il cammino poco lineare, a mio avviso alquanto impervio (alla faccia dei giudizi redazionali), percorso nella ricerca della soluzione.

Naturalmente blocco e pallina non si arrestano. Dopo l'urto più vicino al muro, la pallina restituirà, a rate, tutta (o quasi) l'energia sottratta al blocco; gli urti proseguiranno, con modalità analoghe, fino a quando il blocco, acquistata una velocità, di modulo maggiore rispetto a quella della pallina, non potrà più essere raggiunto. L'ultimo appuntamento corrisponderà ad un P_i con anomalia appartenente all'intervallo $\left[\pi-\frac{\alpha}{2};\pi+\frac{\alpha}{2}\right[$ (estremo sinistro incluso, al contrario di quello destro).

Come regalo straordinario, ***Gnugnu*** ci ha mandato anche il file geogebra con la simulazione degli eventi, che abbiamo salvato sul sito se volete dare un'occhiata: http://www.rudimathematici.com/extradoc/Rimbalzi.ggb. A noi è piaciuto tantissimo.

E adesso basta, siamo fin troppo in ritardo. Buon anno, ragazzi, perché non ve lo diciamo mai abbastanza.

6. Quick & Dirty

Prima una domanda facile, della quale sapete sicuramente la risposta. Avete una scacchiera 6x7 alla quale mancano le due caselle d'angolo sullo stesso lato da 7; dovete coprirla con dei pezzi da domino, ciascuno dei quali copre due caselle della scacchiera: ci riuscite?

Siccome le dimostrazioni di impossibilità per voi sono facili, adesso proviamo il contrario. Supponiamo, su una scacchiera di qualsiasi forma con un numero totale pari di caselle, di togliere due caselle di colore diverso: sotto quali condizioni riuscite a coprire le caselle restanti con i pezzi da domino?

Se sulla scacchiera originale riesco a costruire un percorso chiuso che passi per tutte le caselle: i due "buchi" spezzano il percorso in due, ciascuno dei quali è ricopribile indipendentemente (questa dimostrazione è di **Ralph Gomory***). Notate che non si richiede che la scacchiera sia rettangolare.*

7. Zugzwang!

7.1 Gala

Per prima cosa, vorremmo tranquillizzarvi sulla durata di questa rubrica: in occasione delle vacanze natalizie, Rudy è riuscito a

1. Recuperare la sua copia dell'*Alleau*, "Guida ai giochi"

2. Convincere sua suocera a regalargli l'"Angiolino-Sidoti" (Dizionario dei Giochi, Zanichelli: di corsa a comprarlo, anzi, no! Tanto, un pezzo alla volta ve lo scriviamo tutto).
3. Sperperare l'esorbitante cifra di diciannove euro e novantotto centesimi nei due volumi dell'"Enciclopedia dei Giochi" di Dossena.

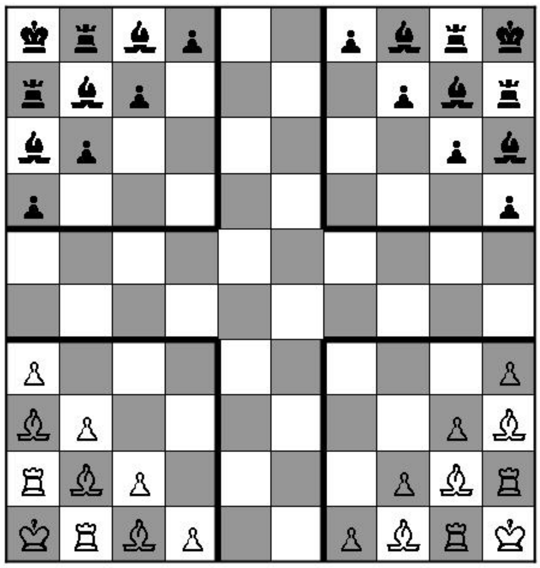
Adesso capite che dovremmo avere sorgenti per qualche quadrimestre, e anche Rudy, una volta tanto, non è preoccupato per la ricerca del materiale.

In merito al terzo punto, non siamo ancora riusciti a capire se un paio di cose ci piacciono o no. Vediamole in disordine.

Una delle abitudini di GPD era quella (tutta borghesiana[18]) di mettere il "pezzo" introduttivo al *fondo*; la cosa può andare bene (anzi benissimo, a Rudy piace da matti) in un'opera letteraria, ma francamente in una cosa il cui nome inizia con la parola "Enciclopedia" suscita qualche dubbio; quindi, qui la mettiamo per prima.

Il gioco del *Gala* è noto anche come *Scacchi del Contadino*; di origine probabilmente medievale, si giocavano sino ai primi decenni del ventesimo secolo nella zona di Dithmarschen, nello Schleswig-Holstein[19], in Germania, dove potete ancora trovare qualche scacchiera nelle fattorie isolate.

Bene, passiamo alle regole.



7 *Pronti? Via!*

Tanto per cominciare, vi servono una scacchiera da dama internazionale (10 per 10) da pasticciare e 2.5 giochi degli scacchi (in quanto vi serviranno cinque Alfieri e cinque Torri per parte, oltre a due Re; in compenso, avanzate le Donne e i Cavalli); non solo, ma sarebbe meglio rendere distinguibili i Re dello stesso colore.

La disposizione iniziale è quella indicata in figura o, se preferite la FEN, dovrebbe essere una cosa del tipo: krbp2pbrk / bp6pb / rbp4pbr / p8p / 10 / 10 / P8P / BP6PB / RBP4PBR / KRBP2PBRK.

Per quanto riguarda la scacchiera, tracciate le otto linee che, nella posizione iniziale, separano tra di loro i pezzi; queste linee, nel seguito, saranno definite "linee di inversione", e combineranno dei grossi guai.

I Re muovono normalmente, almeno sin quando non arrivano in una delle quattro caselle centrali: arrivati lì, possono "volare" in una qualsiasi casella libera tranne la loro casella di origine (capito, perché è meglio distinguerli? Il Re in alto a sinistra non può tornare lì, ma può andare, se la casella è libera, in alto a destra).

[18] Ci riferiamo a Jorge Luis Borges e, in particolare, al "Manuale di zoologia fantastica" scritto in collaborazione con Margherita Guerrero. "Chi presta un libro ad un amico, di solito perde il libro e l'amico" (Oscar Wilde), e Gigi aveva perso a Rudy non solo il "Manuale", ma anche "Sei problemi per don Isidro": essendo tutti e due scritti in collaborazione, non compaiono nelle "Opere complete" (Mondadori, "I Meridiani"). Il giorno che troverà i "Sei problemi", Rudy riconsidererà se *rifare amico* o no Gigi.

[19] Lo Schleswig-Holstein è una terra che Giorgio Manganelli metteva in prima fila tra quelli che chiamava affettuosamente "i cessi della Storia" *[frase di Dossena, citazione testuale, maiuscole comprese]*

Torri e Alfieri muovono (oh, sorpresa!) come le Torri e gli Alfieri, almeno sin quando non arrivano a una linea di inversione: in questo caso, si scambiano i movimenti, per tornare al movimento originale quando toccano una qualunque altra linea di inversione: insomma, nella croce centrale cambiano genere, mentre nei quadrati sui bordi riacquisiscono il loro.

Le prese avvengono "normalmente" (le virgolette stanno a significare che dipende dal ruolo che sta giocando il pezzo), ma l'Alfiere non può prendere un pezzo da cui lo separi una linea di inversione.

I pedoni muovono solo in avanti diagonalmente sin quando non superano una linea di inversione.

Punto.

E basta.

Almeno, secondo GPD.

Qui, nasce la seconda cosa che ci lascia perplessi, anzi, ne nascono alcune accomunabili:

1. Ma la Torre, può prendere un pezzo se è separata dalla linea di inversione?
2. Cosa combina il pedone, quando supera la linea?
3. MA QUANDO SI VINCE????

Ecco, ogni tanto il GPD ci faceva girare il girabile... perdeva tempo a parlarci dei servizi igienici, mentre magari capire un paio di cose in più dei giochi sarebbe stato meglio.

Qualcuno ha delle notizie?

8. Pagina 46

Proviamo la ***prima parte*** per induzione.

Per comodità, indichiamo la diseguaglianza da dimostrare con il simbolo:

$$P_k^2 \geq P_{k+1} \cdot P_{k-1};$$

inoltre, introdurremo la notazione $P_0(A)$ che assumeremo pari a 1.

La diseguaglianza è intuitivamente vera nel caso si abbiano solo due numeri $A = \{a_1, a_2\}$; in effetti, in questo caso abbiamo solo tre espressioni $P_k(A)$:

$$P_0(A) = 1,$$
$$P_1(A) = \frac{a_1 + a_2}{2},$$
$$P_3(A) = a_1 a_2.$$

La diseguaglianza in questo caso assume la forma:

$$P_1(A)^2 \geq P_2(A) P_0(A),$$

ossia

$$\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)^2 > a_1 a_2 .$$

Supponiamo ora la diseguaglianza sia vera per $n-1$ numeri positivi $\{a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}\}$; mostreremo che è allora valida anche per gli n numeri positivi $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$.

Indichiamo la somma di tutti i possibili prodotti degli n numeri presi k alla volta con $S_k(A)$ e il prodotto degli $n-1$ numeri presi k alla volta con $\overline{S_k(A)}$; raccogliendo a fattor comune il termine a_n da $S_k(A)$, ricaviamo l'identità:

$$S_k(A) = \overline{S_k(A)} + a_n \overline{S_{k-1}(A)}.$$

Similmente, indichiamo con $\overline{P_k}$ le espressioni P_k riferite all'insieme di $n-1$ numeri $\{a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}\}$; abbiamo quindi:

$$\begin{aligned} P_k &= \frac{S_k(A)}{\binom{n}{k}} \\ &= \frac{\overline{S_k(A)}}{\binom{n}{k}} + a_n \frac{\overline{S_{k-1}(A)}}{\binom{n}{k}} \\ &= \frac{\overline{S_k(A)}}{\binom{n-1}{k} - \frac{n}{n-k}} + a_n \frac{\overline{S_k(A)}}{\binom{n-1}{k-1}\frac{n}{k}} \\ &= \frac{n-k}{n}\overline{P_k} + \frac{k}{n} a_n \overline{P_{k-1}}. \end{aligned}$$

Consideriamo ora la differenza[20]:

$$\begin{aligned} &P_k^2 - P_{k+1}P_{k-1} \\ &= \left[\frac{n-k}{n}\overline{P_k} + \frac{k}{n}a_n\overline{P_{k-1}}\right]^2 - \left[\frac{n-k-1}{n}\overline{P_{k+1}} + \frac{k+1}{n}a_n\overline{P_k}\right]\cdot\left[\frac{n-k+1}{n}\overline{P_{k+1}} + \frac{k-1}{n}a_n\overline{P_{k-1}}\right] \\ &= \frac{1}{n^2}\left\{\begin{array}{l} \left[(n-k)^2\overline{P_k^2} - (n-k-1)(n-k+1)\overline{P_{k+1}}\,\overline{P_{k-1}}\right] + \\ + a_n\left[2k(n-k)\overline{P_k}\,\overline{P_{k-1}} - (k-1)(n-k-1)\overline{P_{k+1}}\,\overline{P_{k-2}} - (k+1)(n-k+1)\overline{P_k}\,\overline{P_{k-1}}\right] + \\ + a_n^2\left[k^2\overline{P_{k-1}^2} - (k+1)(k-1)\overline{P_k}\,\overline{P_{k-2}}\right] \end{array}\right\} \\ &= \frac{1}{n^2}\left(A + a_nB + a_n^2C\right). \end{aligned}$$

dove A, B e C rappresentano le tre espressioni racchiuse tra parentesi quadre.

L'ipotesi di induzione implica che sia:

$$\begin{aligned} \overline{P_k^2} &> \overline{P_{k+1}}\,\overline{P_{k-1}}, \\ \overline{P_{k-1}^2} &> \overline{P_k}\,\overline{P_{k-2}}. \end{aligned}$$

Moltiplicando le due diseguaglianze tra di loro otteniamo:

$$\overline{P_k}\,\overline{P_{k-1}} > \overline{P_{k+1}}\,\overline{P_{k-2}}.$$

[20] L'inusuale notazione in terza riga è dovuta a limitazioni di Equation Editor: le tre righe all'interno delle parentesi graffe rappresentano ognuna uno dei termini della seconda riga, e sono da considerarsi sommate tra di loro.

Il che implica che nell'espressione per $P_k^2 - P_{k+1}P_{k-1}$ si abbia:

$$
\begin{aligned}
A &= (n-k)^2\overline{P_k^2} - \left[(n-k)^2 - 1\right]\overline{P_{k+1}}\,\overline{P_{k-1}} \\
&= \overline{P_k^2} + \left[(n-k)^2 - 1\right]\left[\overline{P_k^2} - \overline{P_{k+1}}\,\overline{P_{k-1}}\right] > \overline{P_k^2},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
B &= 2k(n-k)\overline{P_k}\,\overline{P_{k-1}} - (k-1)(n-k-1)\overline{P_k}\,\overline{P_{k-2}} - (k+1)(n-k-1)\overline{P_k}\,\overline{P_{k-1}} \\
&= -2\overline{P_k}\,\overline{P_{k-1}} + (k-1)(n-k-1)\left[\overline{P_k}\,\overline{P_{k-1}} - \overline{P_{k+1}}\,\overline{P_{k-2}}\right] > 2\overline{P_k}\,\overline{P_{k-1}},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
C &= k^2\overline{P_{k-1}^2} - \left(k^2 - 1\right)\overline{P_k}\,\overline{P_{k-2}} \\
&= \overline{P_{k-1}^2} + \left(k^2 - 1\right)\left[\overline{P_{k-1}^2} - \overline{P_k}\,\overline{P_{k-1}}\right] > \overline{P_{k-1}^2}.
\end{aligned}
$$

Da cui,

$$P_k^2 - P_{k+1}P_{k-1} > \overline{P_k^2} - 2a_n\overline{P_k}\,\overline{P_{k-1}} + a_n^2\overline{P_{k-1}^2} = \left(\overline{P_k} - a_n\overline{P_{k-1}}\right)^2 \geq 0,$$

che prova il teorema.

Per quanto riguarda la ***seconda parte***, escludendo il caso ovvio in cui $a_1 = a_2 = \ldots = a_n$, mostreremo che $\Sigma_k < \Sigma_l$. Essendo $P_o(A) = 1$, da quanto detto nella prima parte segue che:

$$
\begin{aligned}
&P_1^2 > P_2P_0 = P_2; \\
&\Sigma_1^2 > \Sigma_2^2 \Rightarrow \Sigma_1 > \Sigma_2.
\end{aligned}
$$

Inoltre, moltiplicando tra di loro le diseguaglianze $\Sigma_1 > \Sigma_2$ e $\Sigma_2^4 > \Sigma_3^3 \cdot \Sigma_1$, otteniamo $\Sigma_2^3 > \Sigma_3^3$, $\Sigma_2 > \Sigma_3$. Nello stesso modo, partendo dal prodotto delle diseguaglianze $\Sigma_1 > \Sigma_2$, $\Sigma_2^4 > \Sigma_3^3 \cdot \Sigma_1$, $\Sigma_3^9 > \Sigma_4^6 \cdot \Sigma_2^3$, arriviamo alle definizioni $\Sigma_3^6 > \Sigma_4^6$, $\Sigma_3 > \Sigma_4$. Attraverso una procedura simile, si arriva a:

$$\Sigma_1 > \Sigma_2 > \Sigma_3 > \ldots > \Sigma_n,$$

che è la tesi.

9. Paraphernalia Mathematica

9.1 Restare in equilibrio

Per evitare facili accuse di rimbambimento senile, questa volta Rudy non inizia con un aneddoto della sua gioventù ma con uno della moglie (Paola).

> Da piccola, tornavo sovente a casa piangendo, lamentandomi del fatto che Maurizio mi aveva picchiata (sorvolavo sul fatto che gli avevo mangiato metà della cioccolata, poco prima): stanco di queste scene, mio padre una sera è arrivato a casa con un *Ercolino Sempreinpiedi* alto come me e mi ha insegnato a picchiare e, subito dopo, spostarmi per evitare il colpo di risposta: l'unica volta che poi ci ha provato, a casa piangendo ci è andato Maurizio.

8 *Il primo* Sensei *di Paola*

Come sapete, poi si è laureata in Legge, quindi ha trovato altri modi meno cruenti per fare danni. Quello che a noi interessa, comunque, è giustappunto l'*Ercolino Sempreinpiedi*: quanti di voi lo ricordano?

Passiamo alla matematica, adesso.

Qualche numero fa[21] avevamo parlato di equilibri, distinguendoli in *stabili, instabili* e *tipo sella*: tagliando per i campi, iprimi due si distinguono per quello che succede se spostate di un epsilon l'oggetto, l'ultimo si comporta in uno dei due modi in funzione della direzione nella quale spostate l'oggetto.

Comunque, non state a farvi venire il mal di testa: parleremo principalmente di equilibri stabili, tranne verso l'inizio.

Per prima cosa, semplifichiamo con una domanda complicata: ma a qualcuno, non è venuto il dubbio che si stesse guardando la cosa *dalla parte sbagliata*?

In effetti, abbiamo visto uno spazio delle fasi e abbiamo cercato il punto di equilibrio (se preferite il caso monodimensionale, abbiamo preso la traiettoria dell'ottovolante e abbiamo cercato dove non vengono i conati di vomito); ma "equilibrio", secondo noi (e qui sta il busillis) è un concetto potentemente *soggettivo*; sono *io* in equilibrio, non la strada che sto facendo!

Alla luce di questa importante deduzione filosofica, ricominciamo.

Gli equilibri ***stabili*** hanno sempre presentato un'importanza fondamentale nella storia umana; senza andare a scavare troppo lontano, già solo l'equilibrio dei dadi, se vi state giocando qualcosa, riveste un certo qual interesse; comunque, se un dado ha sei facce (e non è taroccato), pare abbastanza chiaro che abbia sei punti di equilibrio stabili.

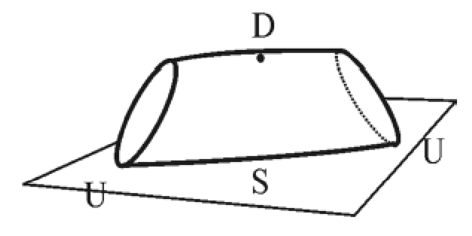
Sin quando state sul plurale, non è difficile costruire un solido con un numero dato di equilibri stabili; e, se ripensate all'*Ercolino*, anche costruire un oggetto con *un solo* equilibrio (stabile, sottinteso) non è molto complicato; gli oggetti tipo l'Ercolino sono noti, in matematica, come ***monostatici***.

Tutti quanti, a questo punto, dovreste aver trovato il trucco: decido da che parte voglio l'equilibrio (stabile, non dimentichiamolo), piazzo lì sotto qualche kilogrammo di piombo

[21] PM137, "Grande argomento per un cocktail party", giugno 2010, sulle condizioni di equilibrio delle equazioni differenziali.

(mentre il resto lo costruisco in polistirolo o, meglio, lo rendo gonfiabile) *et voila*: ho ottenuto il mio corpo monostatico, con un solo punto di equilibrio stabile.

A questo punto, dovreste tutti porvi un problema: esiste un corpo ***omogeneo***, ***convesso*** e che sia, contemporaneamente, ***monostatico*** o, come si dice più brevemente, che sia ***mono-monostatico***?



9 *Ercolino Uniforme*

La domanda è più complicata di quanto sembri; evidentemente, l'Ercolino ha un equilibrio stabile e uno instabile (potete farlo stare in piedi sulla testa), ed è possibile costruire dei corpi con *pochissimi* equilibri, come quello indicato in figura: ***S*** rappresenta un equilibrio *stabile*, ***U*** due punti di equilibrio *instabile*, mentre ***D*** rappresenta un equilibrio del tipo (punto di) *sella*; e potete costruirlo in qualsiasi materiale.

Se qualcuno si sente vagamente truffato, un pochino ha ragione; una cosa "rotonda" come quella in figura lascia abbastanza a desiderare. Ma ***Conway*** e ***Guy***[22] ci hanno provato, ad ottenere un qualchecosa "con le facce": risultato abbastanza deludente, in realtà, visto che è venuta fuori una cosa abbastanza simile a quella in figura ma con diciannove facce; bruttina, quindi non stiamo neanche a disegnarvela.

Prima di ricominciare (in un modo un po' più "matematico"), torniamo a prendere una cosa della quale abbiamo parlato molto tempo fa[23], giusto per dimostrare che in questo campo le cose possono essere più semplici di quello che sembrano:

> Come sapete Rudy è particolarmente fiero del fatto di aver trovato il modo per costruire i poliedri regolari (e anche qualche semiregolare) con l'*origami*. È un po' meno fiero del fatto che sovente, oltre a risultare scarsamente regolari, siano anche instabili su alcune facce. Pronto a trasformare ogni errore in un vantaggio, adesso sta cercando di capire che forma dovrebbe avere un poliedro instabile su ogni faccia. Secondo voi, come viene?
>
> > *Rudy non ce la farà mai. Se esistesse un poliedro di questo tipo, sarebbe un'ottima macchina per il moto perpetuo.*

Adesso che vi abbiamo tranquillizzato, cominciamo con le cose più complicate; come (quasi) sempre in matematica, per prima cosa ci inventiamo una notazione, o meglio un sistema di classificazione dei corpi (che, non staremo a ripeterlo, d'ora in poi considereremo ***convessi*** e ***omogenei***) in base ai loro punti di equilibrio. Per prima cosa, però, definiamo l'oggetto; siccome ci terremo abbastanza sulle generali, definiamo i corpi con i quali lavoreremo attraverso un sistema di coordinate ***sferiche***: qualsiasi oggetto, allora, può essere definito attraverso la ***distanza scalare*** $R(\vartheta,\varphi)$ misurata[24] dal centro di gravità G.

Prima complicazione (che non dimostriamo) è che le singolarità (o *punti fissi*) del gradiente di R corrispondono agli equilibri statici, che possono essere di tre tipi: *stabili*, *instabili* o a *sella*, che corrispondono rispettivamente ai punti di *minimo*, *massimo* e *di sella* della funzione $R(\vartheta,\varphi)$.

Cominciamo da un caso facile, quello bidimensionale: qui, i massimi e i minimi del gradiente di $R(\varphi)$ (notate che basta una coordinata) saltano sempre fuori a coppie, e non

[22] Proprio loro, i Grandi della Teoria dei Giochi.

[23] RM 115 (settembre 2008), soluzione su RM116 (ottobre 2008), Quick & Dirty.

[24] Non stiamo a decidere cosa significhino le due coordinate angolari: Leo (Eulero) ha dimostrato che ne bastano due, prendete quelle che preferite.

abbiamo punti di sella, visto che dovremmo avere "un'altra coordinata" per avere il massi-minimo (o il mini-massimo, se preferite) dall'altra parte.

Come sempre, quando si definisce un sistema dall'inizio, ci serve una relazione di equivalenza; qui, definiamo ***equivalenti*** due corpi (omogenei e convessi) quando il numero dei punti singolari sopra definiti è uguale.

Per prima cosa, notiamo che (per tirare in ballo uno dei concetti da noi meno compresi di tutta l'algebra) per i corpi bidimensionali esiste un'unica classe di equivalenza: $\{i\},(i=0,1,2,\ldots)$ contiene ***tutti*** i corpi bidimensionali, convessi ed omogenei. La cosa è abbastanza logica, visto che non ci sono punti di sella e gli equilibri instabili e stabili vanno a coppie: basta contare un solo gruppo, e tutto fatto.

Per fissare le idee, vediamo un paio di casi semplici: un esempio della classe $\{2\}$ sono le ellissi, con due equilibri stabili (asse minore) e due instabili (asse maggiore), mentre per la generica classe $\{n\}$ basta prendere un n-agono regolare. Qui, l'equilibrio stabile è rappresentato dall'appoggio su un qualsiasi lato, mentre l'equilibrio instabile è l'appoggio su un vertice[25].

Se passiamo alle tre dimensioni, la cosa si complica (o si semplifica?), in quanto dobbiamo tenere conto del ***Teorema di Poincaré-Hopf***: se associamo ad ognuna delle singolarità i valori $+1$ (equilibrio stabile), $+1$ (equilibrio instabile) e -1 (punto di sella). Allora se semplifichiamo potentemente (tenendo solo quello che ci interessa, il teorema è molto più generale):

> La somma degli indici associati alle singolarità dei corpi tridimensionali[26] è la stessa della Caratteristica di Eulero del corpo in oggetto, ossia, nel caso della sfera, $S=2$.

Non pretendiamo annuiate pensosamente, dopo averlo letto; adesso cerchiamo di essere più chiari. Tanto per cominciare, questo aggeggio significa che la classe di equivalenza $\{i,j\}:(i,j=\{0,1,\ldots\})$ contiene ***tutti*** i corpi omogenei e convessi contenenti i equilibri stabili (che sarebbero i minimi, locali e non degeneri) e j equilibri instabili (che sarebbero i massimi, sempre locali e non degeneri); ignoriamo, per il momento, i punti di sella.

A cosa serve il Teorema di Poincaré-Hopf? Tanto per cominciare, vi dice che i corpi nella classe $\{i,j\}$ hanno comunque $k=i+j-2$ punti di sella[27], il che è già un interessante risultato; un altro risultato interessante è che, siccome il campo vettoriale è stato derivato da un campo scalare (conservativo), deve contenere almeno due nodi, uno stabile e uno instabile, corrispondenti rispettivamente al minimo e al massimo globali della funzione R che descrive l'oggetto; il che significa tre cose:

1. $\{0\}$ è vuota.
2. $\{0,i\}, i=0,1,\ldots$ è vuota
3. $\{i,0\}, i=0,1,\ldots$ è vuota.

---

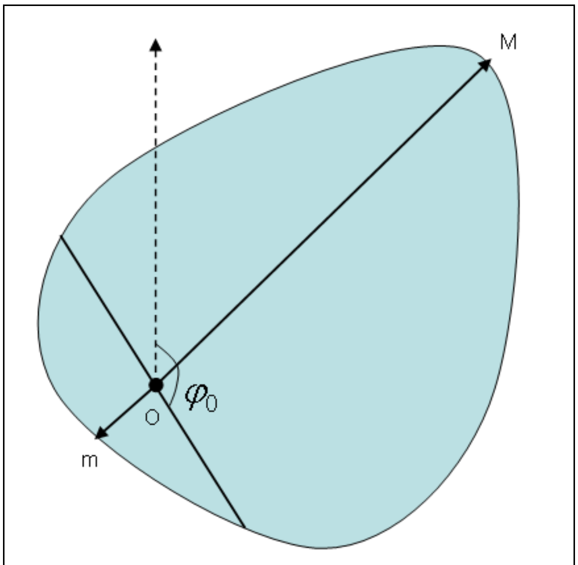
[25] Per quelli che vanno a caccia di guai: $\{\infty\}$, evidentemente, è la circonferenza.

[26] Sempre per gli amanti delle complicazioni: flussi bidimensionali associati a molteplicità compatte e orientate

[27] Se vi ricorda la Formula di Eulero, avete ragione. Ma che siano la stessa cosa lo dimostrate voi (o chiedete a Perelman...).

Confusi? Ve lo spieghiamo in un modo più facile: ***la terza ipotesi non è altro che il Quick & Dirty visto prima***. Adesso, pensate alle altre e tutto dovrebbe essere più chiaro, anche perché abbiamo appena iniziato.

Vediamo come si lavora in questo campo, dimostrando un teorema. Consideriamo, per prima cosa, un corpo B bidimensionale, il cui contorno sia definito da una funzione (differenziabile e limitata, non cominciate a pensare a cose troppo strane) $R(\varphi)$, ossia lavoriamo in un sistema di coordinate polari avente origine nel centro di gravità dell'oggetto. Supponiamo inoltre il nostro oggetto appartenga alla classe $\{1\}$, ossia abbia un solo equilibrio stabile e un solo equilibrio instabile, corrispondenti rispettivamente al minimo e al massimo[28] della funzione $R(\varphi)$: in figura trovate una rappresentazione di tutto questo, con il minimo indicato da *m* e il massimo da *M*.



10 *Ercolino Mono-monostatico Bidimensionale*

Adesso, riandate ai teoremi basilari relativi alle funzioni continue, in particolare al ***Teorema di Bolzano-Weierstrass***: siccome nessuno ha mai detto che debba essere limitato alle coordinate rettangolari, se considerate due "funzioni" (una da *m* a *M* e l'altra da *M* a *m*, passando "dall'altra parte"), ci sarà un qualche punto (o meglio, un qualche angolo φ_0) per cui le due "funzioni" assumono lo stesso valore, ossia è[29]:

$$R(\varphi_0) = R(\varphi_0 + \pi).$$

Non solo, ma avete (sempre con riferimento alla figura):

$$\pi > \varphi - \varphi_0 > 0 \Rightarrow R(\varphi) > R(\varphi_0),$$
$$-\pi < \varphi - \varphi_0 < 0 \Rightarrow R(\varphi) < R(\varphi_0).$$

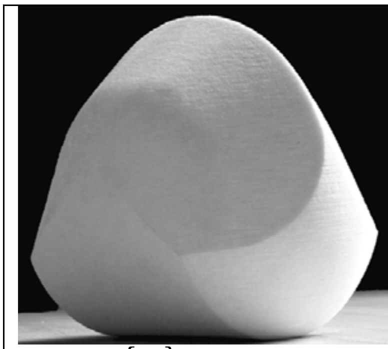
Detto in soldoni, significa che la nostra linea *passante per il centro di gravità* divide il nostro corpo omogeneo in una *parte sottile* (dalla parte di *m*) e in una *parte spessa* (dalla parte di *M*); il che, se il corpo è *omogeneo*, significa che *O non è il centro di gravità*, contrariamente a quanto ipotizzato. Quindi il nostro assunto è sbagliato, e il nostro corpo *non ha un solo equilibrio stabile*, e quindi ***la classe*** $\{1\}$ ***è vuota***. O, per dirla con le parole di ***V. I. Arnold***, in due dimensioni *il numero minimo di equilibri è **quattro*** (li contiamo tutti, sia stabili sia instabili).

[28] Se vi sorgono dei dubbi, pensate sempre all'Ercolino (bidimensionale, questa volta): l'equilibrio stabile è il punto di appoggio *più vicino* al centro di gravità, l'equilibrio instabile (dall'altra parte) il più lontano. Fargli crescere dei "nasi" per avere sporgenze più lontane non vale, il corpo non sarebbe più convesso.

[29] Se la cosa non vi convince dal punto di vista matematico, provate con il buddismo: vi riportiamo il Problema 3 dal numero 2 di RM (marzo 1999): *Un monaco buddista (no, questo non e` fondamentale...) si reca a meditare sulla montagna, partendo all'alba dal convento. Durante la marcia, il monaco si ferma a riposare alcune volte e a mangiare; arriva sulla cima della montagna nel tardo pomeriggio e inizia il periodo di meditazione. Dopo alcuni giorni, riparte all'alba di ritorno al convento e arriva nel pomeriggio, lungo la stessa strada della salita. A questo punto, si accorge che esiste un punto lungo il percorso in cui, durante i due viaggi, è passato alla stessa ora del giorno. In che condizioni può avvenire questo?* La soluzione è "sempre", visto che le due passeggiate del monaco sono funzioni continue e devono, quindi incontrarsi (era un pesce d'aprile).

Grande è, a questo punto, la tentazione di espandere lo stesso ragionamento alle tre dimensioni, dimostrando l'inesistenza dell'Ercolino Omogeneo; il guaio è che tutto funziona benissimo sin quando imponete che la separazione nelle due parti sia un *piano,* ma se la separazione può essere una superficie generica, la cosa è perfettamente possibile: il taglio, in quel caso, può dividere il nostro aggeggio in una parte sottile e una spessa, pur mantenendo il centro di gravità nell'origine del sistema di coordinate: il taglio più semplice di questo tipo somiglia, per intenderci, al disegno presente sulle palle da tennis.

Quindi, ***non*** riusciamo a dimostrare che la classe $\{1,1\}$ dei corpi mono-monostatici è vuota: lo stesso Arnold, infatti, sviluppò la congettura che la classe non fosse vuota, o meglio che, in genere, non fossero vuote le classi $\{i, j\}, i, j > 0$.



11 $\{1,1\}$ *non è vuota!*

Bene, ***Peter Varkony*** e ***Gabor Domokos*** sono riusciti a dimostrare, nel modo più pragmatico possibile, che $\{1,1\}$ non è vuota: infatti, hanno costruito l'aggeggio: lo trovate nella figura qui di fianco.

In realtà i Nostri hanno prima trovato una funzione (che *non* riportiamo: occupa un mucchio di spazio e ha una quantità incredibile di parametri) descrivente il corpo, e quindi hanno dimostrato che è convesso e mono-monostatico.

12 *La "Stella dell'India"*

Infine, giusto per dimostrare quanto possano essere distratti i matematici, vorremmo attirare la vostra attenzione sulla fotografia (da Wikipedia) qui di fianco, raffigurante uno splendido esemplare di *Geochelone Elegans*, altrimenti noto come tartaruga "Stella dell'India". Uno dei più grandi crucci delle tartarughe, come dovreste sapere, è cosa fare quando qualche cretino decide di girarle pancia all'aria: ancora una volta, Charles (Darwin) è arrivato prima dei matematici, che hanno scelto la via più faticosa.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms