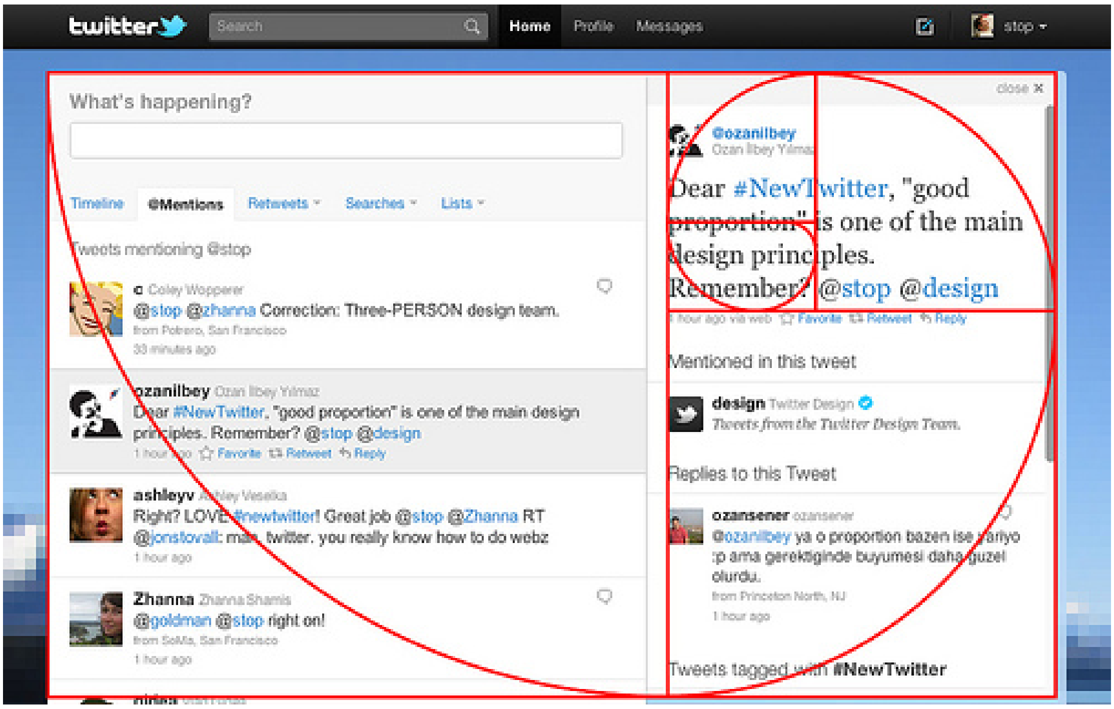
Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 143 – Dicembre 2010 – Anno Dodicesimo



Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da

Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM143 ha diffuso 2713 copie e il 30/11/2010 per Google eravamo in 18'800 pagine.

Ci hanno detto e ripetuto 10^n volte che l'Arte è basata sulla sezione aurea; ***Dough Bowman***, di Twitter, è probabilmente convinto che il web design sia anch'essa una forma d'arte.

1. Pensiero laterale

Ad uno di noi (Rudy), il termine *brainstorming* sta cordialmente antipatico; essendo la persona in oggetto anche l'estensore di queste note, non aspettatevi che nelle prossime righe se ne parli bene.

Solitamente, viene riunito un gruppo di riluttanti volontari che, sotto la guida di un *facilitator*, pseudoentusiasticamente assiste all'enunciazione di una criticità (*"non si dice 'problema'!"*); a seguire, si procede alla generazione delle idee, in numero di almeno tre per persona, rigorosamente in solitario ed enuncianti unicamente *concetti positivi*, con lo spreco di un numero incredibile di *post-it*; poscia, il *facilitator* (che – ci pare evidente – non sa nulla della *criticità* in oggetto) procede al *clustering*[1] dei concetti, sconvolgendo quello che i *brainstormer* intendevano; la terza fase prevede, infine, di costruire *soluzioni creative* basate sull'ipotesi scelta come ottimale (quella del capo) per arrivare ad un'idea che, relativamente alla stupidaggine dalla quale si era partiti, è di un'evidenza lapalissiana. Infine, si risolvono i *punti critici* dell'idea prescelta, facendo notare che (ad esempio) la semplificazione di processo proposta vi evita forse 50 ore di lavoro, ma costringe qualcuno importante (il capo del capo, di solito) ad usare ben venti minuti per capire da solo una cosa: in pratica, si rende completamente inefficace la proposta, visto che il renitente volontario ha buttato l'idea solo perché doveva, e l'unica criticità che in quel momento lo affligge è la distanza dalla pausa caffè.

Facile e usuale obiezione a quanto sopra è che il brainstorming è *il* metodo per generare idee creative: obiezione valida quanto il definire la distribuzione paretiana come "quella dell'ottanta-venti", e di solito l'obiezione viene dalle stesse persone[2]: infatti, queste non hanno la più pallida idea del fatto che esistano metodi (si noti il plurale) non solo migliori, ma anche più efficaci e più divertenti.

Il grande maestro di queste tecniche, ad oggi, è Edward de Bono[3], che ha sviluppato le tecniche del "pensiero laterale"; il modo migliore di spiegarlo è, probabilmente, con l'esempio stesso che trova de Bono:

> La nonna sta sferruzzando e la nipotina continua a gattonare trasformando il gomitolo della lana in un groviglio: il Pensiero Verticale suggerisce di mettere la nipotina nel box, dove non può più giocare con il gomitolo, mentre il Pensiero Laterale propone di mettere *la nonna* nel box, così la nipotina può gattonare tranquilla e il gomitolo sarà sempre vicino alla nonna.

Rispetto alla via maestra, insomma, trovare una via laterale che porti a un altro posto, a un'altra soluzione: alla fine, l'idea di de Bono è tutta qui.

Certo, il primo pensiero è: "Come faccio ad avere le idee?"

Alcuni metodi hanno in sé il fascino della trasgressione, almeno per quanto riguarda il manager (e quindi di solito sono rifiutati); uno piuttosto divertente è il "Reverse Thinking": supponiamo l'obiettivo del vostro gruppo di lavoro sia quello di raddoppiare le vendite di un prodotto: non resta altro che

1. Fare un *brainstorming*[4] su come *dimezzare* le vendite;
2. Fare esattamente il contrario.

---

[1] Qualcuno riesce a spiegarci come mai la maggior parte dei foglietti finiscano sotto quello del *manager*?

[2] Rudy si è scagliato contro questa genìa in "Rudi Ludi", nel capitolo giustamente intitolato "Wilfredo Pareto": se non volete comprare il libro basta offrirgli un caffè, è una delle sue tirate preferite.

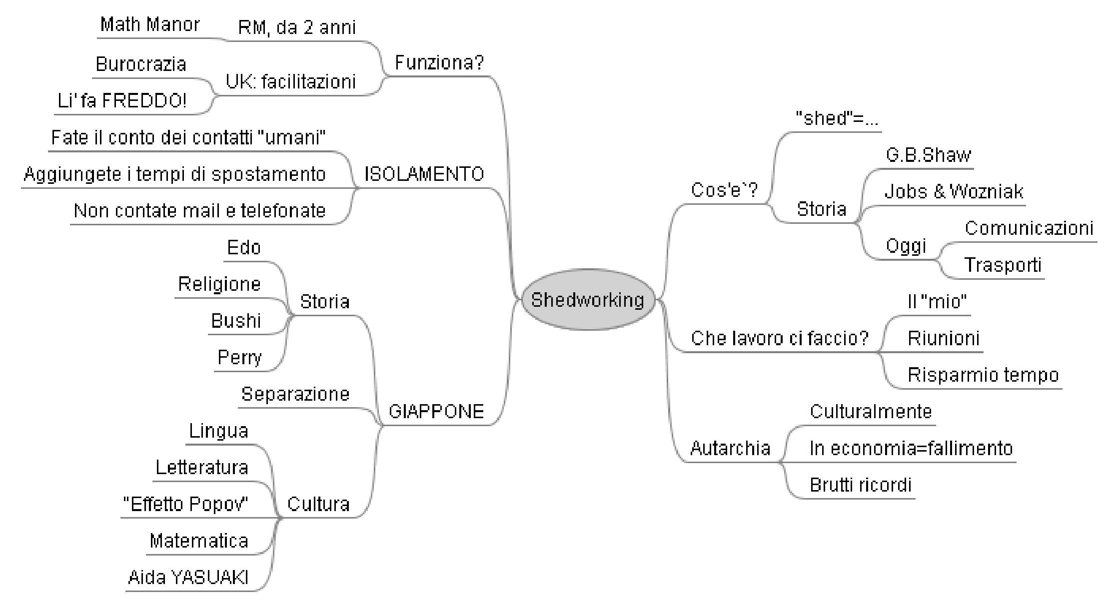
[3] Dovreste conoscerlo: abbiamo presentato, nello "Zugzwang!" di RM100, un gioco inventato da lui (le "elle").

[4] Ma questa volta è divertente: il capo tende a stare zitto.

Certo, talvolta è difficile convincere il management che questi metodi funzionano; in questi casi, metodi più simili all'adorato brainstorming hanno maggiori speranze di successo; partendo comunque dal Reverse Thinking, qualcuno (Tony Buzan, se non ricordiamo male), ha inventato un buon metodo.

Supponete di dover scrivere un Compleanno per una Prestigiosa Rivista di Matematica Ricreativa, e di non avere la più pallida idea di cosa scrivere; optate però per un matematico (del quale non sapete nulla) che vi pare interessante per alcune sue caratteristiche evidenti, quali (ad esempio) il luogo di nascita; dovete però riuscire ad arrivare a lui partendo da concetti estremamente generali, e non avete la più pallida idea della strada che percorrerete, ma sapete benissimo dove volete arrivare.

A questo punto, il *metodo peggiore* è quello di continuare a interrogarsi sul "Come comincio?" e pretendere di scrivere il tutto dall'inizio alla fine, in quest'ordine; Buzan[5], molto semplicemente, si è chiesto come fosse possibile prendere appunti in una situazione del genere, e da questo è nata l'idea della mappa mentale: per darvi un'idea, prescindendo dall'utilizzo di fogli A3, matite colorate e altri tool interessanti, nella figura qui sotto vedete la *mindmap* che uno di noi ha generato prima ancora di scrivere una sola riga del Compleanno in oggetto[6].



1 *Aida Yasuaki (in basso a sinistra)*

L'alternativa "seria" al *brainstorming* si basa su un oggetto del genere:

1. Scrivete il soggetto del *brain-blooming* (si chiama così: le idee "germogliano", sull'albero che state disegnando) a centro foglio.
2. Tutti, pubblicamente, sono liberi di aggiungere, con il pennarello in dotazione, parole o idee a *qualsiasi* ramo
3. Chiunque, in qualsiasi momento, può chiedere spiegazioni a chi ha scritto un determinato ramo.

[5] In realtà, per problemi di copyright, diamo una versione molto all'acqua di rose del concetto: un giretto in internet con le parole chiave "Tony Buzan", "mindmap", "concept map", comunque, vi fornisce un mucchio di notizie corrette.

[6] RM121, "Shedworking", Aida YASUAKI. Lo trovate anche nel blog "Rudi Matematici" di "Le Scienze", 10 febbraio 2010. Disegno realizzato con il software freeware "FREEMIND": lo trovate su sourceforge. Per gli inabili al disegno come lo scrivente, questo tool fa passare i caratteri mobili di Gutenberg al *secondo* posto nelle grandi idee dell'umanità.

Aggiungete la possibilità di legare tra di loro punti diversi dell'albero, e avrete una simpatica e costruttiva anarchia feconda di idee: alla fine, il gruppo di lavoro sarà fermamente convinto di aver contribuito alla soluzione (per tutti gli appartenenti al gruppo: "evidente", a quel punto), e si sarà anche divertito da matti.

Torniamo a de Bono. Può sorgervi il dubbio che, una volta generata l'idea, questa debba essere studiata più nel dettaglio; qui, arriva uno dei metodi di analisi dell'idea più potenti che siano mai stati studiati: quello dei *Six Thinking Hats*.

Ci siamo sempre chiesti se sia *un* metodo di analisi o se siano *sei metodi* messi assieme; l'idea, comunque, è di avere a disposizione sei cappelli per pensare[7]:

	Il ***CAPPELLO BIANCO*** indica che parleremo di fatti, dati, informazioni di cui necessitiamo e *gap*: "Qui serve un cappello bianco" significa "lasciamo perdere i ragionamenti e le proposte, diamo uno sguardo ai dati". Molto pragmatico, secondo noi.
	Il ***CAPPELLO ROSSO*** si occupa di intuizioni, sensazioni, emozioni: "Se mi metto il cappello rosso, questa analisi 'puzza'…" significa che probabilmente qualcuno ha sbagliato dei conti da qualche parte: non sapete dove, ma la sensazione è quella.
	Il ***CAPPELLO NERO*** giudica e impone cautela: non è negativo, ma indica quando un'idea non va d'accordo con i fatti reali, ed evidenzia le contraddizioni logiche della proposta.
	Il ***CAPPELLO GIALLO*** è il "logico positivo": spiega perché l'idea funzionerà, e quali benefici porterà secondo un ragionamento logico. Di solito, riesce a vedere il valore reale delle cose successe analizzando i loro lati positivi.
	Il ***CAPPELLO VERDE*** si occupa di creatività, proposte alternative, provocazioni, cose interessanti... La miglior descrizione che abbiamo sentito recita "...deve aver fumato roba strana, ma buona...".
	Il ***CAPPELLO BLU*** in realtà è un meta-cappello: si occupa del processo del ragionamento. Una sua frase tipica è, ad esempio, "...parlando come cappello blu, credo sia il momento che qualcuno si metta il cappello verde, a questo punto...".

Il metodo può essere formalizzato in diversi modi: ad esempio il cappello blu decide la "sequenza dei cappelli" (ne esistono tre o quattro standardizzate, ma siccome il modo non ci piace non ve le diciamo), e poi *tutti* assumono quel determinato cappello per un giro di tavolo: pericolosamente simile al brainstorming. Oppure, più simpatico, quando chiunque si sente di fare un'osservazione secondo un determinato cappello, si mette davanti l'apposito segnalino[8].

Tutti noi usiamo, senza accorgercene, un determinato cappello in un certo momento creativo della nostra vita; la *coscienza* di usarlo, e la pervicacia nell'applicarlo però forse è la caratteristica dei geni.

[7] Ancora oggi ci chiediamo se il riferimento sia al "Cappello Pensatore" di Archimede Pitagorico o alla frase "matto come un cappellaio", che vi abbiamo già spiegato svariate volte, quindi non stiamo a ripeterci.

[8] Esistono! Chi non ha voglia di spendere può usare dei *post-it* del colore opportuno, appiccicandoselo sulla fronte per la durata dell'intervento; il che ricorda i famosi problemi dei logici con i cappelli colorati che devono indovinare il colore del proprio… non c'entra niente, ma può essere usato durante il coffee-break.


2 *Leonard Adleman*

Leonard Adleman nasce il 31 dicembre del 1945 a San Francisco: il padre era un commesso, e la madre una cassiera di banca; da giovane mostra scarsissime ambizioni, e un notevole disinteresse per quanto riguarda la matematica. Visto che rappresenta una citazione, siamo sicuri di non incorrere nei suoi strali se lo definiamo "incredibilmente immaturo", negli anni della giovinezza, anche se la storia non riporta le sue imprese in questo campo.

Come spesso accade nei film americani e nella vita reale dei matematici, il *deus ex machina* si presenta nei panni dell'insegnante di letteratura inglese. Probabilmente ben disposto a tollerare le mattane di Leonard, riesce ad aprirgli gli occhi verso il fascino della complessità mostrandogli la meravigliosa struttura dell'Amleto, dove la trama apparentemente banale si complica e verticalizza non appena lo sguardo analitico scende un po' più in profondità. "Ci sono più cose in cielo e in terra, Leonard, di quante ne sogni la tua filosofia", potrebbe avergli davvero detto il benemerito professore, parafrasando la battuta del principe del dubbio.

Questo lo spinge a iscriversi all'università e, influenzato dal personaggio televisivo di *Mr. Wizard* (che, confessiamo, rappresenta una lacuna nella cultura della nostra immaturità) decide di iscriversi a chimica; analizzata criticamente questa scelta avventata con l'aiuto degli amici della *fraternity*[9], si rende conto dell'errore e passa a medicina per approdare, finalmente, a un *mayor* in matematica; in un'intervista ricorderà questo periodo con la frase "*Sono passato attraverso innumerevoli esperienze e alla fine l'unica cosa che restava era la matematica*".

In cinque anni riesce a conquistare una *graduation*, e si avvia alla tranquilla carriera di programmatore di computer[10] alla Bank of America.

Erano gli anni in cui i guru della neonata informatica si esibivano in frasi del tipo "*credo ci sia necessità di tre-quattro computer nel Regno Unito, ma probabilmente la Scozia vorrà il suo, quindi cinque dovrebbero bastare*": il lavoro di programmatore all'epoca veniva misurato dalla quantità di dati che trattava oggi il programma che avevi scritto forse l'anno prima, e lasciava un discreto tempo libero a Leonard, il che gli permette di passare l'esame di ammissione alla facoltà di medicina, che non frequenterà mai, spinto da ben altri ideali:

> *"Mi ero convinto che un Ph.D. in informatica avrebbe comportato quantomeno un avanzamento di carriera".*

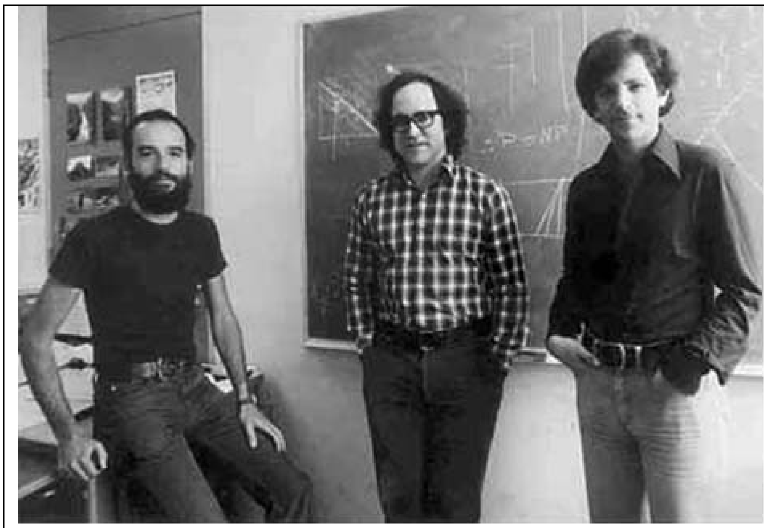
Di sicuro un ottimo stimolo, anche se le bibliografie oggi preferiscono ricordare la lettura di un articolo di Martin Gardner[11] sul Teorema di Gödel, che lo spinse

[9] Adesso non pensate subito al John Belushi di *Animal House*: stiamo parlando della *Kappa Nu*, una delle più serie fraternity di Berkeley, dove appunto ci troviamo.

[10] Stiamo parlando della fine degli anni Sessanta, quindi non si tratta di portatili fighetti e leggerini.

a cercare nella matematica cose *"più legate alla filosofia che al bilancio aziendale*" e alla sua dichiarazione che "*la gente oggi guarda alla matematica come ad un'attività pratica, ma si diventa un matematico quando si guarda oltre questa realtà e se ne vedono la bellezza e la potenza"*.

Nel 1976 (sì, a trentun anni) finalmente Leo completa la sua tesi, relativa alla teoria dei numeri applicata alla complessità computazionale; questo gli garantisce il Ph.D., un ufficio (piccolo: era solo assistente) al Massachusetts Institute of Technology e la delusione del padre, convinto che la Bank of America avesse un piano pensione decisamente migliore.



3 *Shamir, Rivest e Adleman (non in ordine alfabetico)*

Fortunatamente, trova dei vicini di stanza che sanno sfruttare la sua immaturità: Ronald Rivest e Adi Shamir.

Questi ultimi, più matematici del Nostro, erano rimasti colpiti da un articolo scritto da Martin Hellman e Withfield Diffie, dove veniva descritto un sistema di cifratura che utilizzava una "chiave" che poteva essere resa pubblica per cifrare il messaggio, ma richiedeva un'altra ben precisa chiave (rigorosamente privata) per decifrarlo. Rivest e Shamir, entusiasti, si lanciano alla ricerca della funzione da utilizzare.

Leonard li segue con scarsissimo entusiasmo, convinto che l'idea fosse poco pratica; per questo, assume il ruolo di controllore finale delle funzioni proposte da Rivest e Shamir, anche se forse sarebbe più corretto il termine "guastafeste": infatti riesce a demolire *quarantadue* funzioni proposte dai due colleghi e solo la quarantatreesima passa l'esame; data la testardaggine di Leonard, siamo sicuri sia per l'effettiva capacità della funzione e non per stanchezza del tester.

Comunque, l'importante è che la funzione passi l'esame: Rivest, finalmente, può passare la notte non più a inventare funzioni, ma a scrivere l'articolo e, la mattina dopo, mostrarlo ai due colleghi, certo della loro reazione positiva.

"Ron, togli il mio nome dall'articolo".

Leonard continua a essere scarsamente convinto dell'utilità di un codice del genere e non solo Ronald lo ha inserito tra gli autori ma, avendo utilizzato l'ordine alfabetico, Adleman risulta *il primo autore*. Solo l'insistenza dei due riesce a convincere Leonard che il suo nome deve comparire: quando cede, però, forte del fatto che il suo lavoro rappresentava l'ultimo passaggio per le funzioni testate, riesce a fare in modo che sia l'ultimo in elenco, e leggenda vuole che il suo commento sia stato "...se voglio passare professore, una riga in più nel mio curriculum potrebbe farmi comodo".

L'opinione di Leonard viene, a questo punto, smentita nel migliore dei modi: Martin Gardner scrive un articolo per Scientific American su questo sistema di cifratura[12] e i

[11] Protagonista di una celebrazione molto triste in RM137.

[12] "Trapdoor Ciphers", agosto 1977.

nostri tre tranquilli professori (sì, lo sono diventati) si dicono pronti a fornire i dettagli a chiunque mandi una busta affrancata con il proprio indirizzo: in breve tempo il MIT viene sommerso da settemila richieste.

Andy Warhol ha detto che chiunque ha diritto a un quarto d'ora di celebrità, e Joseph Meyer decide in quel momento che adesso tocca a lui: oscuro impiegato della NSA[13], riesce a far dichiarare il codice strategico per la sicurezza nazionale. Questo comunque non impedisce ai tre di brevettare l'algoritmo intestandolo al MIT e di fondare la RSA Data Security, il cui scopo è costruire i circuiti integrati in grado di calcolare l'algoritmo: Adleman diventa presidente, Rivest amministratore delegato e Shamir tesoriere. Quando, nel 1996, si stufano del loro giocattolo, l'azienda viene venduta per duecento milioni di dollari, finalmente tranquillizzando Adleman Senior sul piano pensione del figlio, presumiamo.

Anche se dal punto di vista intellettuale l'ambiente bostoniano è stimolante, Adleman decide che non è il posto adatto per vivere; nel 1980 si sposta quindi all'Università della California del Sud dove, ad una festa per *single*, conosce Lori Bruce: vero colpo di fulmine, visto che neanche due mesi dopo decidono di sposarsi. La California del sud (o forse il matrimonio con Lori) fa bene a Leonard: uno dei suoi studenti di informatica, Fred Cohen, ipotizza l'idea di un programma che sia in grado, agganciandosi ad altri programmi, di generare copie anche diverse di sé, e Adleman propone di chiamarli "virus".

Per descrivere l'ultimo lavoro di Adleman, non resistiamo all'idea di sviluppare un'ipotesi che siamo i primi a definire azzardata, ossia che ci sia lo zampino di Alexander Dewdney.

Data una lista di numeri in disordine, rimetterli in ordine rappresenta una sfida alla quale nessun informatico può rinunciare, e abbassare "l'O grande" (in soldoni, il tempo di esecuzione come funzione del numero di elementi) di un programma di *sorting* porta immediatamente agli onori delle cronache: in un articolo[14] di Dewdney, veniva descritto un metodo per portare questo valore a zero, utilizzando un elaboratore ad-hoc: tagliando n spaghetti a lunghezze pari ai numeri da ordinare, l'algoritmo procedeva in questo modo:

1. Pareggiate per la base gli spaghetti, battendoli su un tavolo.

et voila, i vostri numeri sono ordinati: O(0), indipendente dal valore di n[15].

Alexander non ritenne opportuno, all'epoca, segnalare il fatto che il taglio degli spaghetti avrebbe richiesto un tempo O(n), quindi l'algoritmo era inefficiente; Leonard, però, aveva in mente un metodo per tagliare gli spaghetti del suo problema in un tempo vicino allo zero. Ma prima il problema: come tutti i problemi duri[16], è facilissimo da esprimere.

> Dato un grafo orientato con n vertici, e dati i vertici O e F, trovare, se esiste, il cammino che partendo da O arrivi a F passando una ed una sola volta da tutti i punti del grafo.

Come sempre in questi casi, esiste un algoritmo per risolverlo:

1. Generare n insiemi di cammini casuali all'interno del grafo.
2. Rimuovere tutti i cammini che non iniziano da O e che non terminano in F.

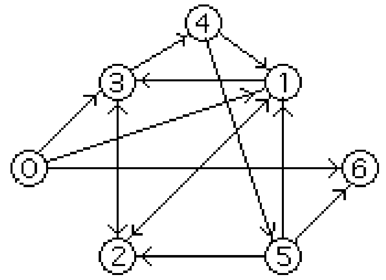
[13] National Security Agency o – nelle parole di Martin Gardner in un articolo successivo sullo stesso argomento – "Never Say Anything".

[14] Il computer a spaghetti è invenzione di Dewdney, nostro predecessore su Le Scienze. Il riferimento è: A.K. Dewdney. "On the Spaghetti Computer and Other Analog Gadgets for Problem Solving", Scientific American, 250(6):19-26, June 1984.

[15] Ci pare di ricordare che il "computer" in oggetto si chiamasse SHAG, dove la "S" stava per "spaghetti".

[16] Noto come "Problema del Percorso Hamiltoniano". Per gli esperti del ramo: è NP-completo.

3. Rimuovere tutti i cammini che non passano da tutti gli *n* vertici.
4. Rimuovere tutti i cammini che non passano attraverso ogni vertice una sola volta.



4 *Il grafo di Adleman*

Adleman decide di costruire un calcolatore che risolva un caso "semplice", la storia – personificata dai suoi appunti – ricorda a quale grafico sia stato applicato questo metodo: lo trovate in figura, se avete tempo da perdere, potete cercare il percorso hamiltoniano.

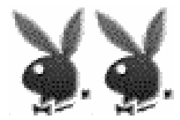
Ma il Nostro non ha tempo da perdere, e si accorge che forse, più che un calcolatore che controlli tutti i grafi, è meglio avere un gran numero di calcolatori, ciascuno dei quali sia in grado di controllare un singolo grafo. Codifica quindi ogni vertice con un determinato codice e il vertice cui deve essere connesso con il suo complementare e manda il tutto a un laboratorio per la sintesi del DNA. Come sempre in questi casi, è meglio lasciare la parola all'autore.

> Ho preso un pizzico (circa 10^{14} molecole) di ognuna delle diverse sequenze e le ho messe in una provetta. Per far partire il calcolatore, ho aggiunto acqua, ligasi, sale e pochi altri ingredienti per approssimare le condizioni dell'interno della cellula; agitando il tutto, avevo calcolato tutti i cammini possibili.

A quel punto, eliminare le molecole che presentavano cammini non hamiltoniani era solo questione di un attimo: bastava analizzare le sequenze e tenere le più lunghe inizianti dall'origine e terminanti nella fine, se queste non passavano da tutti i punti, non esisteva il cammino hamiltoniano.

Nel mezzo secolo seguente, le idee visionarie di Adleman si sono espanse, e oggi la biologia e l'informatica sono strettamente correlate: utilizzando il cappello verde, potremmo far umilmente notare che Leonard è diventato il padre della computazione molecolare senza usare il suo DNA.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	**Alice Riddle**	**Piotr R. Silverbrahms**
Un nuovo ramo della matematica			
Facciamo di nuovo rimbalzare le palle			

2.1 Un nuovo ramo della matematica

Data la sua teoreticità (si dice? Beh, io lo dico, quindi qui si dice, o meglio qualcuno l'ha detto), esiste una profonda ingiustizia nei confronti della matematica rispetto alle altre scienze. Contrariamente ai fisici che costruiscono le bombe atomiche, ai biologi che fanno mutare un qualche virus in qualcosa di terribilmente letale o ai chimici che producono un gas nervino che tre molecole sterminano trentacinque volte la popolazione mondiale, ben difficilmente i matematici riescono a costruire qualcosa che possa essere considerato un sano crimine contro l'umanità[17].

Volendoci impegnare per porre fine a questa profonda ingiustizia, abbiamo deciso di porre un problema in un campo della matematica applicata che ci siamo appena inventati, la *briberonica* (ci pare di ricordare che *bribe* sia la tangente, in inglese: non *quella* tangente, l'altra! Pochissima trigonometria, qui dentro): il briberonico viene di solito assunto da una fazione politica per organizzare gruppi in grado di massimizzare il risultato delle tangenti, e il suo scopo è suggerire le coalizioni che possano massimizzare i profitti illeciti dei partecipanti (no, lui non partecipa alla spartizione: è un CoCoPro).

Cominciamo con il disegnare l'agone politico: prendiamola semplice, con pochi gruppi.

Abbiamo il ***Primo Partito***, forte di **35** rappresentanti, ciascuno intenzionato a incrementare il più rapidamente possibile il proprio fondo pensione.

Indi il ***Secondo Schieramento***, che contribuisce alla contesa con **25** elementi, il cui motto è "Franza o Spagna, purché se magna".

Seguito dal ***Terzo Team***, combattivo raggruppamento di **16** stakanovisti dell'arricchimento rapido.

Passiamo poi al ***Quarto Quartiere***, formato da **14** populisti che, leggendo il dizionario, si sono fermati a "etesio" (sì, è la parola prima di "etica").

Infine, il ***Cerchio Cinque***, raggruppamento di **10** descamisados impegnati a mettere assieme il pranzo con la cena (nel senso che è tutto un magna-magna, dall'una di pomeriggio alle nove di sera).

[17] OK, stiamo scherzando. Però un po' è vero.

Bene, giusto per farvi capire di cosa tratta la briberonica, cominciamo con un problema facile facile: va organizzata una coalizione per far passare una leggina che permetterebbe al gruppo vincente di spartirsi (in parti uguali per ogni votante a favore) 10^8 (sì, cento milioni) di euro; voi siete stati assunti dal secondo gruppo, e dovete organizzare una maggioranza che porti a casa il malloppo, massimizzando il guadagno per i vostri validi rappresentanti; che maggioranza proponete?

Un problema leggermente (ma non tanto) più complesso, è scoprire se gli altri saranno d'accordo, ossia se l'alleanza proposta oltre ad essere vantaggiosa per il vostro gruppo lo sia anche per gli altri partecipanti; se non lo fosse, potreste vendere il vostro talento briberonico a qualche altro gruppo...

Attenzione! Mentre molti rappresentanti del popolo erano distratti, è passata una leggina "ad schieramentum"; il Secondo Schieramento (il vostro datore di lavoro, insomma) può scegliere *quale sia la maggioranza richiesta*, ossia può chiedere che per far passare la legge sui cento milioni possa essere necessaria una maggioranza semplice (51%... Sarebbe 50%+1, ma qui è lo stesso), una maggioranza a due terzi (67%) o una maggioranza a tre quarti (75%); siccome i vostri datori di lavoro sanno fare solo sottrazioni (dalle casse) e addizioni (sui conti all'estero), chiedono a voi... Cosa rispondete?

2.2 Facciamo di nuovo rimbalzare le palle

Evidentemente, viene dallo stesso posto di quello che lo mandava in orbita.

Rudy ha trovato un problema che gli ha ricordato un gioco che faceva da molto piccolo, con quelle che all'epoca si chiamavano "palline magiche": il suo divertimento era quello di cominciare a farla rimbalzare, poi abbassare su di lei una tavoletta, riducendo sempre di più lo spazio a disposizione della pallina per rimbalzare; bene, il problema di questo mese richiede di fare un po' di calcoli su una situazione simile.

Supponiamo di avere un blocco di (grande) massa M, che sta scivolando senza attrito (come sempre in fisica... beh, lasciamo perdere) con una velocità V su un piano, e sta andando verso un muro.

Ad un certo punto, collide in modo perfettamente elastico (aridaje...) con una pallina magica di massa (piccola) m, inizialmente in quiete ad una distanza L dal sunnominato muro. Evidentemente, la pallina parte, rimbalza contro il muro, torna indietro, ri-rimbalza contro il blocco, riparte verso il muro, ri-ri-rimbalza verso il muro... eccetera.

Vi ricordiamo che Rudy, da piccolo, era piuttosto gracile: verso la fine, bisognava spingere piuttosto forte (dal suo punto di vista) sulla tavoletta; visto che nel problema nessuno spinge il blocco, ci aspettiamo che dopo un po' si fermi e venga, eventualmente, respinto indietro. Quanto riesce ad avvicinarsi al muro? E, in quel momento, quante volte la pallina avrà rimbalzato sul blocco?

3. Bungee Jumpers

Provate che, se $\alpha < \beta$, la media delle potenze di ordine α non eccede la media delle potenze di ordine β, ossia che è:

$$\left(\frac{a_1^\alpha + a_2^\alpha + \ldots + a_n^\alpha}{n}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \leq \left(\frac{a_1^\beta + a_2^\beta + \ldots + a_n^\beta}{n}\right)^{\frac{1}{\beta}}$$

e che l'uguaglianza vale solo per $a_1 = a_2 = \ldots = a_n$.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Era Una Notte Buia e Tempestosa

Come al solito, la rubrica più asincrona di RM torna a farsi viva quando uno meno se lo aspetta. Le va riconosciuto, però, un certo senso del tempo: le notti buie e tempestose sono effettivamente di casa, in quest'inverno del nostro scontento[18].

Ritorna comunque anche con un certo senso scenico: l'opera recensita è, per lo meno per queste pagine, la prima del suo genere... ah, potere della scienza, meraviglie della tecnica!

4.1 Matematica Liofilizzata

« Credo che tutti i compiti in classe fatti nel corso dei propri studi abbiano dato un imprinting difficilmente eliminabile, con l'ulteriore fregatura che nessuno è mai riuscito a capire a che cosa mai servisse semplificare quelle chilometriche espressioni che nessuno ha mai visto da nessuna parte.»

C'è una storiella che a noi piace molto, e che uno di noi, in particolare[19], non perde occasione per raccontare: sono possibili molte varianti e ambientazioni, ma il succo è sostanzialmente quello che segue. Il rettore di una prestigiosa università deve tagliare i fondi per la ricerca (no, no, giuriamo: ogni riferimento a persone o fatti reali – specie di questi tempi – è puramente casuale) e convoca tutti i presidi per decidere come mettere il atto lo stringimento della cinghia. Quando si comincia ad entrare nel dettaglio, il preside di Matematica si alza in piedi e protesta contro il Senato Accademico: "Non potete certo tagliare i fondi a noi: per fare ricerca a noi bastano matite, fogli e un cestino per la carta straccia!". Al che prende la parola il preside di Filosofia: "E noi allora? Noi facciamo a meno anche del cestino!".

È evidente che la barzelletta serve più a fustigare certe abitudini dei filosofi che a propagandare il risparmio anche di materiali apparentemente indispensabili, ma noi l'abbiamo ricordata soprattutto per questo secondo e trascurabile

[18] Le citazioni letterarie buttate lì, quasi a caso nel testo, con finta distrazione, una volta servivano a tirarsela un po', instaurando un gioco intellettualistico tra autore e lettore. Adesso il gioco funziona meno, con Google sempre a disposizione per risolvere definitivamente le differenze tra John Fante e Francis Scott Fitzgerald: però il titolo del romanzo di Steinbeck estratto dal Riccardo III di Shakespeare ci stava così bene, nella frase, che era difficile non lasciarcelo.

[19] Rudy, ovvio. Va riconosciuto al GC che la storiella è graziosa, molto apprezzata soprattutto dagli accademici.

scopo. Gli è che in una rubrica di recensioni librarie l'oggetto che appare davvero indispensabile è il libro in odore di recensione, e di conseguenza il suo essere oggetto fisico, composto tradizionalmente di carta. Ebbene, questa volta, tanto per rivoluzionare il senso della parola indispensabile, parleremo invece d'un libro che non è fatto di carta e inchiostro, proprio nella stessa misura in cui gli *avatar* non sono fatti di carne e sangue.

Stiamo insomma parlando di un e-book, e la cosa dovrebbe suonare del tutto lecita e legittima nella rubrica di una e-zine. La natura profondamente elettronica del libro è ulteriormente ribadita dal fatto che il contenuto sono dei post, per la precisione i primi cinquanta, pubblicati dal nostro eroe sul suo blog sul prestigioso Post, che è un oggetto che sta ai quotidiani di carta proprio come le e-zine stanno alle riviste che si trovano in edicola.

Il periodo precedente non avrebbe avuto alcun senso meno di vent'anni fa, e probabilmente necessiterebbe di un bel po' di spiegazioni se fosse destinato ad un pubblico non sufficientemente pratico di media e rete come è invece quello di RM. *E-zine* contro magazine, *e-book* contro book, *blog* che è una contrazione di un neologismo che ormai solo i vecchi ricordano, *post* che significa qualcosa di diverso dal *Post*, che peraltro gioca a scimmiottare il nomignolo con il quale i lettori del *Washington Post* chiamano il loro quotidiano. In tutto ciò, la cosa veramente importante e significativa è però un'altra, che trascende allegramente ogni tecnicismo e neologismo e si riduce ad un fatto eminentemente pratico: avete la possibilità di portarvi a casa un centinaio di pagine di ottima matematica – non solo ricreativa – al costo di un singolo clic di mouse. Saltate subito al fondo dell'articolo, nella scheda di riepilogo, nel caso vogliate andare subito al nocciolo[20].

È forse è il caso che si vada al nocciolo anche noi, visto che finora non abbiamo fatto altro che parlare dei contenitori, e non del contenuto. Serve allora appena un minimo di riepilogo, quel che basta a collocare autore, spazio e opera. Noto da tempo immemorabile in rete come ***.mau.***, Maurizio Codogno è un amico di lunga data di RM, al punto che già un altro libro di questa rubrica è stato recensito per causa sua[21]. Normalista, Matematico, Informatico, Blogger, Traduttore, Coautore di Nascite Gemellari, .mau. è oggettivamente un'autorità nel campo della matematica ricreativa italiana. Quando il giovane Sofri, blogger della prima ora[22], ha inaugurato il suo progetto del Post, ha

5 *Il blog di .mau. sul Post*

[20] Per essere precisi fino in fondo, nella scheda di riepilogo, alla voce "Editore" trovate i diversi link per il download dell'e-book nei vari formati disponibili.

[21] Stiamo parlando della recensione di "*Anelli nell'io*", di Doug Hofstadter (RM118): .mau. ne è stato uno dei traduttori.

[22] "Giovane" non tanto per l'età, quanto per distinguerlo dal padre Adriano, ancora più di famoso di lui, Luca. Che comunque, un po' per essere un bravo scrittore, un po' per essere l'autore di *Wittgenstein*, uno dei blog più

invitato alcuni fari della blogosfera a dare un contributo. L'idea era quella di costruire un luogo della rete dove l'informazione fosse veicolata non come copia conforme e riciclata dei giornali cartacei, ma con una propria impostazione "nativa" propria del Web. Così, ad articoli di informazione diretta, nel Post si affiancano molti blog più o meno specialistici, che hanno l'incarico (più o meno istituzionalizzato) di informare, come rubriche dinamiche e libere, sulle novità di una disciplina culturale. Maurizio è stato tra i primi ad essere arruolato e il suo, dichiaratamente, è un "blog di matematica".

I post sul blog si sono susseguiti con una cadenza ragionevolmente regolare, e verso la metà di Settembre di quest'anno, è partito per l'etere in cinquantesimo "*post pel Post*". A .mau. sono sembrati abbastanza per raccoglierli, e ha costruito il primo e-book recensito in questa rubrica. Vista la varietà degli argomenti, la maniera migliore per illustrare il contenuto dell'opera è, banalmente, copincollare il sommario:

letti d'Italia, un po' per gretta invidia per la sua bella e famosa consorte, Daria Bignardi, è ragionevolmente famoso anche lui…

40. P != NP (o no?)
41. La serie armonica
42. Problemini matematici ferragostani
43. I numeri ordinali
44. Le medaglie Fields 2010
45. Aritmetica con gli ordinali
46. Chomp
47. Fullerene
48. Il paradosso delle due buste
49. Parole matematiche: integrale
50. Il problema $3n+1$

Se c'era una cosa davvero bruttina, in questo libello di Maurizio Codogno, era la copertina: confusa, di difficile lettura, poco chiara, tutto il contrario del contenuto del libro. Per fortuna la cosa era talmente evidente che qualcuno deve essere giunto in soccorso a .mau. e la nuova copertina (quella che avete incontrato all'inizio di quest'articolo) è decisamente bella ed elegante.

Non resta adesso che convincere un editore a tagliare via la "e" e il trattino dal termine "e-book": così, anche quelli che non hanno troppa familiarità con schermi e tastiere potranno scoprire come saltare dalle vuvuzela a Perelman senza passare dal via…

Titolo	Matematica Liofilizzata
Sottotitolo	I primi cinquanta post sul Post
Autore	Maurizio Codogno (.mau.)
Editore	http://xmau.com/mate/liof/MatematicaLiofilizzata.pdf http://xmau.com/mate/liof/MatematicaLiofilizzata.mobi http://xmau.com/mate/liof/MatematicaLiofilizzata.pdf
Data di Pubblicazione	Settembre 2010
Prezzo	0,00 Euro
ISBN	(*assente*)
Pagine	107

5. Soluzioni e Note

Dicembre!

Qual è il mese più corto dell'anno? "Facile," direte voi, "Febbraio, non c'è storia. È il più corto anche quando si allunga nei bisestili…", e avete ragione. Almeno dal punto di vista formale. Ma, come non ha mai detto Albert Einstein[23], tutto è relativo. Immaginate, ad esempio, di avere fatto uscire il numero di Novembre di una Prestigiosa Rivista di Matematica Ricreativa in spettacolare ritardo: poi immaginate anche, con una punta di sadomasochismo, di voler provare a recuperare il ritardo facendo uscire il numero di dicembre della medesima Prestigiosa in perfetto orario. Se ci riuscite[24], allora potrete forse vantarvene con i nipoti, ma pagherete quella soddisfazione con l'aver corso come

[23] Oddio, forse poi qualche volta l'avrà pure detto, chissà. Quel che è sicuro, comunque, è che non l'ha mai detto seriamente in occasioni o opere ufficiali, anche perché quasi tutto il suo lavoro era mirato a determinare le cose che relative non erano affatto, ma erano invece invarianti. E quelli che dicono che Einstein ha detto "tutto è relativo", solitamente, non hanno manco una pallida idea di cosa sia la Teoria della Relatività.

[24] E se ci siamo riusciti lo sapete meglio voi di noi: che giorno, quello in cui leggete questa nota? Se è il 1° dicembre, ce l'abbiamo fatta, se no… come sarebbe a dire che è il 28 Aprile? Ma no, no… noi ci riferivamo solo a quelli che leggono subito, non ai topi d'archivio… uff, che fatica.

matti in quello che è indubbiamente il mese più corto dell'anno. Con buona pace di Febbraio.

In questo microscopico mese, peraltro, di cose ne sono successe senza riguardo per i nostri affanni: e l'autunnale Novembre si è rapidissimamente liquefatto e trasformato nel Dicembre ingombro di luminarie[25] e festoni. E Dicembre significa già festa, cambio, fine d'anno. Questo secolo, questo millennio ha già bruciato un decennio, e sembra ancora appena iniziato…

Ma bando alle ciance, ricominciamo da dove ci eravamo lasciati. E ci eravamo lasciati dicendovi che ***Francesca Gaggioli*** (omonima, almeno nel nome di battesimo della nostra Alice) si era magistralmente laureata con una spettacolare tesi dal titolo "Rudi, si far per dire", dedicata interamente a RM. Siccome la cosa è del tutto eccezionale, incredibile, fantasmagorica e irripetibile (si vede che la cosa ci ha lusingato molto?) abbiamo brigato per riuscire ad avere la tesi di Francesca sempre disponibile sul nostro sito. Siccome è molto ricca di immagini, è anche un po' voluminosa dal punto di vista dei megabyte, e l'abbiamo dovuta spezzettare: comunque, ogni singolo pezzettino è disponibile sul nostro Bookshelf :

http://www.rudimathematici.com/Bookshelf/TesiFG/0.Introduzione.pdf
http://www.rudimathematici.com/Bookshelf/TesiFG/1.1.a.pdf
http://www.rudimathematici.com/Bookshelf/TesiFG/1.1.b.pdf
http://www.rudimathematici.com/Bookshelf/TesiFG/1.2.pdf
http://www.rudimathematici.com/Bookshelf/TesiFG/2.1.pdf
http://www.rudimathematici.com/Bookshelf/TesiFG/3.1.pdf
http://www.rudimathematici.com/Bookshelf/TesiFG/3.2.pdf
http://www.rudimathematici.com/Bookshelf/TesiFG/4.1.pdf
http://www.rudimathematici.com/Bookshelf/TesiFG/4.2.pdf
http://www.rudimathematici.com/Bookshelf/TesiFG/5.Conclusione_e_bibliografia.pdf

Mentre le dottoresse si magistralizzano, ci sono anche altri benemeriti che continuano a fare i benemeriti, anche se raccolgono ancora troppo pochi frutti per tutto il lavoro che fanno. Non ci ricordiamo bene se vi abbiamo già parlato di ***Paolo Canova*** e ***Diego Rizzuto***, ma siamo abbastanza sicuri che, anche se lo avessimo fatto, non lo abbiamo fatto abbastanza. Il loro… come chiamarlo? Spettacolo? Conferenza? Intrattenimento Culturale? Pubblicità Progresso? Non lo sappiamo chiamare bene, ma possiamo certo raccomandarvelo. Si chiama "*Fate il Nostro Gioco*" ed è un'occasione per mostrare a chiunque quanto è sottilmente crudele e spietato il mondo delle lotterie, dei giochi d'azzardo, delle scommesse. Usano la matematica senza darlo a vedere, e solo dopo che hanno raggiunto, con lineare e drammatica semplicità, l'obiettivo di mostrare perché non convenga mai giocare rischiando del denaro. La loro è, molto semplicemente, un'operazione di altissimo spessore culturale: forse è per questo che, nonostante la spettacolarizzazione che rende tutta la dimostrazione davvero divertente da seguire, Paolo e Diego non ancora raggiunto tutta la fama che meritano. Sono già passati in televisione, sono stati al Festival della Scienza di Genova (ma noi, usciti in ritardo, non siamo riusciti neppure a nominare la kermesse, *shame on us*), e continuano a portare in giro il loro spettacolo ovunque ci sia occasione di metterlo in mostra. Saranno ai Giovedì Scienza di Torino il prossimo 13 Gennaio (Teatro Colosseo, ore 17.45), ma potreste trovarlo anche altrove. E se vi piace ospitare spettacoli scientifici, se siete in grado di organizzarne, contattateli. Ne vale davvero la pena.

Dicembre, comunque, è un mese buono non solo per i regali di Natale. Basta guardarsi in giro, e si vedono conferenze, spettacoli, eventi. Nel nostro piccolo, cerchiamo di tenervi aggiornati segnalando sul nostro sito (che è in continua evoluzione, grazie al lavoro

[25] A proposito, non per fare i campanilisti, ma siete mai venuti a Torino durante il periodo natalizio, quando imperversano le Luci d'Artista? Sono uno spettacolo, ve l'assicuriamo: e non parliamo solo dei rossi Numeri di Fibonacci che risalgono la cupola della Mole…

indefesso di Roberto e Francesca – sì, un'altra Francesca, diversa dalle altre due) gli eventi di alcune meritorie Associazioni Mathesis, e siamo disposti a far da cassa da risonanza anche per le altre sparse per l'Italia. In ogni caso, se fate qualcosa per la matematica, ditecelo: lo faremo sapere, per quanto ci è possibile.

Infine, per favore, andate a leggere (e fateci anche sapere cosa ne pensate) la nuova puntata dell'incredibile saga di Beau Geste e Gudruna scritta anche questo mese da ***Martino Benzi***. Scrivere quello che è ormai a tutti gli effetti un romanzo sulla base delle farneticazioni di una rivista di matematica ricreativa è opera degna di Sisifo, anzi di Ercole. Anzi, di Martino.

Ma adesso basta. L'anno sta per finire, il calendario di RM sta per arrivare (ve lo ricordate, vero?), e noi siamo davvero giunti al momento clou di queste righe: le soluzioni.

Si va a cominciare…

5.1 [138]

5.1.1 Valor medio

Questo quesito è stato pubblicato a giugno:

> *State partecipando a un gioco a premi dedicato ai campioni di calcolo mentale. Il nostro conduttore ha un sacchetto tipo tombola con dentro i numeri da 1 a 100; ne estrae dieci, e il vostro compito è, partendo da quei numeri, di trovare due insiemi disgiunti (l'unione dei quali non sia necessariamente tutto l'insieme iniziale: potete usarne meno) aventi la stessa somma. Avete un minuto di tempo.*
>
> *Supponendo che voi siate velocissimi a far di conto, quali sono le probabilità che avete di vincere? E se il conduttore potesse scegliere qualche numero in funzione di quelli già estratti?*
>
> *La seconda versione del gioco "per persone normali" consiste nell'estrarre meno numeri, rendendo la cosa più facile. Cosa succede se ne vengono estratti nove? E con otto?*

Su RM139 c'erano due soluzioni, di ***Millennium Bug*** e di ***Cid***. Su RM140 ***Michele***, ***Franco57*** e ***Cid*** si sono dati da fare per far luce sulla situazione, finché finalmente, nello scorso numero il Capo, nella sua immensa generosità, ci ha mandato la sua soluzione, che si è dimostrata fallosa. Pubblichiamo qui le correzioni di ***Gnugnu***:

> Un sottoinsieme di k numeri presi tra questi 8 ha una somma della forma (100k − S), dove S vale zero o è una potenza di 2. somma di potenze
>
> Supponiamo i due insiemi E e E′ abbiano lo stesso totale:
>
> $100k - S = 100k' - S'$. [1]
>
> Deve essere $k \neq k'$, in quanto nel caso contrario dovrebbero essere uguali anche i termini S e S′ . L'equazione [1] si può scrivere come $(S - S') = 100(k - k')$, dove $(S - S')$ è un multiplo di 100. Ora,
>
> $S + S' = 1 + 2 + 4 + 8 + K + 64, \Rightarrow \ S + S' \leq 127$ [2] $\leq$
>
> e quindi $S \leq 127$ e $S' \leq 127$.
>
> Posto $S > S'$, si vede che $S - S' \leq 127$, quindi l'unica possibilità restante è che. :
>
> $S - S' = 100$. [3]
>
> Da questo si deduce che deve essere $k - k' = 1$, ossia E contiene un numero in più rispetto a E′. Sommando le [2] e [3], otteniamo $2S \leq 127$, il che implica $S \leq 113$; d'altra parte, la [3] impone $100 \leq S$, da cui $100 \leq S \leq 113 \Rightarrow \ 0 \leq S' \leq 13$.

$100 \leq S$ implica che S contenga almeno i termini 64 e 32 più una terza potenza di 2, quindi ha almeno 3 termini, e quindi S' ne avrà almeno 4. 2

$S' \leq 13$ implica che S' contenga al più i termini 0, 1, 2, 4 e 8: non può però contenerli tutti e cinque in quanto in questo caso sarebbe maggiore di 13: quindi può essere solo pari a 7, 11 o 13.

Identificando ora con x la terza potenza di 2 componente di S, possiamo scrivere:

$100 \leq 64 + 32 + x \leq 113 \Rightarrow 4 \leq x \leq 17$.

I soli valori possibili di x sono allora 4, 8 o 16, il che ci porta ai possibili valori di S 100, 104 o 112. Date le condizioni ottenute su S', è impossibile rispettare la condizione $S - S' = 100$, quindi E ed E' devono avere somme diverse.

L'analisi della seconda parte di questo problema è comparsa sul numero 18 della rivista francese *Quadrature*.

Inoltre ***Gnugnu*** aggiunge:

Tutti errori di distrazione o di battitura. L'ultimo è quello determinante.

La mia congettura è diversa dalla tua: non credo sia possibile trovare insiemi di 9 numeri minori di 100, con somme tutte distinte.

Ne ho invece trovati più di 20000 con 8 numeri.

Il Capo ha brontolato per un po', poi ha sentenziato:

Ha ragione lui su due punti:

1) "Con 9 numeri si trovano sempre i due insiemi"
2) "Il metodo fornito, con 8 numeri non funziona".

Per quanto riguarda il punto (2), il mio scopo era trovare almeno un insieme di 8 numeri per cui non fosse possibile costruire i due insiemi, o meglio trovare un metodo per costruire questi insiemi: e non l'ho trovato (o meglio, l'ho trovato sbagliato, il che è ancora peggio).

Non ho provato tutte le combinazioni, ma per tentativi mi pare che l'insieme {1,2,12,24,48,92,96,100} sia un insieme che soddisfa la richiesta di non avere i due insiemi disgiunti: siccome anch'io comincio a stufarmi di questo problema, mi rifiuto di andare avanti a fare prove, anche perché Trenitalia non mi sta aiutando per niente (sto spostandomi in macchina, ed è pericoloso, in questo caso, far di conto).

E con questo chiuderei il discorso pure io, che ne ho abbastanza di questo problema...

5.2 [142]

5.2.1 Zurigo, CdR 2010

Il primo problema del mese scorso era in realtà un'altra delle torture preferite del Capo: giochini e calcolo della probabilità. Vi passo il testo, per cominciare:

All'inizio Alice ha 100 *Franchi Svizzeri, i quattro tirano una moneta, e poi danno dei consigli ad Alice su cosa puntare; lei decide quanto scommettere (e su cosa), e le vincite vengono pagate alla pari; il gioco viene ripetuto alcune volte, e le vincite di Alice possono rientrare nelle giocate successive.*

Primo gioco*: Alice sa che dei quattro consiglieri, due dicono sempre la verità, ma non sa quali: faranno tre scommesse, e Alice parte come dicevamo con* 100 *CHF (moneta divisibile sino agli infinitesimi); secondo voi, con la corretta strategia, quanto guadagnerà Alice?*

***Secondo gioco**: Sono rimasti solo tre consiglieri; questi si mettono d'accordo affinché solo uno dica sempre la verità, e Alice riparte con* 100 *CHF: quanto riesce a guadagnare, questa volta?*

A questo punto, i nostri consiglieri concedono quattro scommesse, ma questa volta quello che dice il vero lo dirà solo tre volte su quattro; non solo, ma scriveranno la risposta esatta su un foglietto di carta e, dopo aver sentito la risposta di Alice, potranno cambiare il foglietto per un risultato peggiore, a meno che questo impedisca al consigliere parzialmente veritiero di mantenere la sua promessa di dire la verità tre volte su quattro.

***Terzo gioco**: quattro scommesse, quattro consiglieri, di cui uno dice la verità tre volte su quattro. Qualche idea, di quanto possa vincere Alice?*

***Quarto gioco**: Doc si siede sulla sedia della tortura: "Bene, prova tu:* 100 *CHF, un consigliere ti dirà la verità quattro volte su cinque, hai cinque scommesse: voglio vedere se riesci a finire con almeno* 150 *CHF".*

Con il fatto che siamo usciti in ritardo, pochissimi hanno fatto in tempo a mandarci qualcosa. Lasciamo la parola a ***Cid***:

Primo gioco: Con la corretta strategia; Alice può raggiungere i 400 CHF

La strategia di Alice sarà la seguente:

Al primo giro, si scommette tutto su ciò che viene consigliato dalla maggioranza dei consiglieri, in caso di parità tra quelli che consigliano "croce" e quelli che consigliano "testa", si scommette 0 CHF.

Al secondo giro, se al giro precedente c'è stata parità Alice conosce ora chi sono i consiglieri sinceri, (confrontando il risultato del lancio della moneta del primo giro con quanto detto dai consiglieri). Quindi può scommettere 100 CHF su ciò che da loro gli sarà indicato. Se invece al giro precedente non c'è stata parità, Alice procede con la stessa strategia del primo giro. Di conseguenza, il secondo giro, Alice lo termina sempre con almeno 200 CHF.

Al terzo giro, se al primo o al secondo giro c'è stata parità Alice conosce ora chi sono i consiglieri sinceri. Quindi può scommettere 200 CHF su ciò che da loro gli sarà indicato. Se invece al giro precedente non c'è stata parità, Alice procede con la stessa strategia del primo giro. Di conseguenza, il terzo giro, Alice lo termina sempre con almeno 400 CHF.

Secondo gioco: Con la corretta strategia; Alice può raggiungere i 266,66... CHF

La strategia di Alice sarà la seguente:

Al primo giro, se tutti i consiglieri danno lo stesso consiglio, Alice scommette 100 CHF su quanto da loro suggerito; se invece i pareri sono discordi scommette 33,33... CHF su quanto suggerito dalla maggioranza.

Al secondo giro, se al giro precedente tutti hanno dato lo stesso suggerimento Alice non ha indizi su chi possa essere il consigliere sincero e quindi prosegue con la stessa strategia del primo giro: se tutti i consiglieri danno lo stesso consiglio Alice scommette 200 CHF su quanto da loro suggerito, se invece i pareri sono discordi scommette 66,66... CHF su quanto suggerito dalla maggioranza. Se gli va bene, arriva a 266,66... CHF; se gli va male si ritrova con solo 133,33... CHF, ma sapendo esattamente chi è il consigliere sincero (quello che ha risposto in modo differente dagli altri 2). Se invece Alice aveva scommesso al primo giro 33,33... CHF e non aveva indovinato, ora nel secondo giro parte da 66,66... CHF e scommettendo su quello che al primo giro aveva dato una risposta differente da quella da lei scelta (quindi quello sincero) riesce a terminare il giro con 133,33.. CHF. Se infine Alice aveva scommesso al primo giro 33,33... CHF ed aveva indovinato, ora nel secondo giro parte da 133,33... CHF sapendo che quello sincero è uno dei due consiglieri che hanno dato la risposta da lei scelta al rimo giro. Se al secondo giro suggeriranno la stessa risposta, Alice seguirà il loro consiglio giungendo così a 266,66... CHF, se invece le risposte saranno discordi punterà 0 CHF. Quindi al termine del secondo giro, Alice giunge al seguente risultato: o ha gia raggiunto almeno 266,66... CHF o ha solo 133,33... CHF ma avendo individuato chi è quello sincero.

Al terzo giro, Alice si ritrova con almeno 133,33... CHF, nel caso in cui Alice abbia solo 133,33... CHF, sa però in cambio chi è il consigliere sincero e puntando tutto su di esso giunge a 266,66... CHF. In tutti gli altri casi in cui Alice non è in grado di stabilire chi è quello sincero, Alice può puntare tranquillamente 0 CHF essendo già giunta a 266,66... CHF al termine del secondo giro.

Terzo gioco: Non esiste strategia che garantisca ad Alice di incrementare il capitale iniziale

Dimostrazione

1° giro

Consideriamo che Andrea e Fred diano un suggerimento e Paolo e Dejan quello opposto. Alice si ritroverà costretta a puntare 0 CHF perché altrimenti rischia di avere una perdita di capitale non giustificata da un incremento di informazione.

Consideriamo che la verità fosse quella indicata da Andrea e Fred.

2° giro

Consideriamo ora che Andrea e Paolo diano un suggerimento e Fred e Dejan quello opposto. Alice si ritroverà ancora costretta a puntare 0 CHF per evitare di avere una perdita di capitale non giustificata da un incremento di informazione.

Consideriamo che la verità fosse quella indicata da Andrea e Paolo. A questo punto, Alice sa che Dejan non è il consigliere sincero.

3° giro

Consideriamo che Andrea e Fred diano un suggerimento e Paolo e Dejan quello opposto.

Se Alice punta su Andrea e Fred perché sa che Dejan non è sincero, rischia che il suggerimento giusto fosse quello di Paolo e Dejan perdendo quanto ha puntato; tra l'altro se al giro successivo Paolo e Andrea daranno risposte discordanti non sarà in grado di stabilire chi tra loro dà il suggerimento giusto e quindi non potrà recuperare quanto ha perso al terzo giro.

Se invece Alice punta su Paolo e Dejan, rischia che il suggerimento giusto fosse quello di Andrea e Fred perdendo quanto ha puntato; tra l'altro se al giro successivo Andrea e Fred daranno risposte discordanti non sarà in grado di stabilire chi tra loro da il suggerimento giusto e quindi non potrà recuperare quanto ha perso al terzo giro.

Quindi anche al termine del terzo giro, Alice non ha incrementato il capitale iniziale.

4° giro

Se al termine del terzo giro Alice punta su Andrea e Fred, consideriamo che Paolo e Andrea diano risposte discordanti (Alice non avrà modo di scegliere su chi puntare)

Se al termine del terzo giro Alice punta su Paolo e Dejan, consideriamo che Andrea e Fred diano risposte discordanti (Alice non avrà modo di scegliere su chi puntare)

Quindi anche al termine del quarto giro, Alice non ha incrementato il capitale iniziale.

> Quarto gioco: Ritengo che esista per Doc una strategia che gli permetta di raggiungere 150 CHF, ma non sono riuscito ad individuarla.
>
> L'unica cosa che ho trovato è che non esistono strategie che diano la certezza di raggiungere un capitale superiore a 160 CHF, inoltre credo che sia possibile trovare una strategia che permetta di giungere sempre ad almeno 160 CHF.
>
> Lo dico perché provando ad analizzare varie situazioni, ho sempre raggiunto i 160 CHF, ma non ho analizzato tutte le possibili situazioni in modo esaustivo.

Altre soluzioni non ne sono arrivate. Vi abbiamo dato troppo poco tempo? Novembre è stato veramente troppo corto? Fatevi sentire ancora…

5.2.2 Siamo andati all'Ikea!

Almeno questo problema ha ottenuto qualche tentativo in più. Cominciamo con il testo:

> *Un modello immaginario di un tavolo da disegno dell'Ikea (Størtø) è rappresentato da un tavolo rettangolare, con quattro gambe alte un metro: ciascuna delle gambe può essere accorciata, grazie ad un ingegnoso meccanismo, a passi di un centimetro, sino a diventare alta zero. Alberto vuole scoprire quale sia la posizione "stabile" (ossia con tutti e quattro i piedi che toccano terra) buona per lui, e pragmaticamente le prova tutte, una al giorno.*
>
> *Secondo voi, quando finirà le prove?*

Bella l'idea di cambiare ogni giorno la posizione fino a trovarsi completamente a terra... ma come l'avete affrontata? Secondo ***Alberto R***, la situazione è questa:

> Cominciamo rammentando il noto teorema del falegname, detto anche teorema di S. Giuseppe o teorema di Geppetto (l'attribuzione è controversa):
>
> Dato un tavolo rettangolare con due gambe diagonalmente opposte lunghe a_1 e b_1 e le altre due lunghe a_2 e b_2 , condizione necessaria e sufficiente perché il tavolo non traballi è $a_1 + b_1 = a_2 + b_2$.
>
> Dimostrazione: Ribaltiamo il tavolo sul pavimento gambe all'aria e siano A_1, B_1, A_2, B_2 le estremità delle gambe di omonima lunghezza. Sia M_1 il punto medio del segmento $A_1 B_1$. Esso si trova, rispetto al pavimento, alla quota $(a_1 + b_1)/2$. Analogamente M_2, punto medio di $A_2 B_2$, si trova a quota $(a_2 + b_2)/2$. Ma se e solo se i quattro punti A_1, B_1, A_2, B_2 sono complanari, allora essi formano un parallelogramma (sezione piana, generalmente obliqua, di un prisma a base rettangolare), quindi M_1 coincide con M_2. Ne discende che $(a_1 + b_1) = (a_2 + b_2)$.
>
> Consideriamo ora due numeri a, b, ciascuno dei quali assume tutti i valori interi compresi tra 0 ed n e sia S la loro somma, cioè:
>
> $a = 0...n$
>
> $b = 0...n$
>
> $S = a + b$
>
> E' facile verificare che lo stesso valore di S può essere ottenuto in K modi diversi, dove, per un dato n, K è una funzione di S così definita:
>
> $$K(S) = S+1 \text{ se } S \leq n$$
> $$K(S) = 2n\ S + 1 \text{ se } S > n \qquad [1]$$
>
> Per visualizzare questa situazione basta scrivere la matrice $C_{i,j} = i + j$ con $i,j = 0...n$ e constatare che tutte le caselle di qualunque fila parallela alla diagonale secondaria contengono lo stesso numero.

Alberto può sperimentare tutti gli assetti stabili del suo tavolo da disegno scegliendo, per ogni valore di S compreso tra 0 e 2n, le lunghezze a_1 e b_1 di due gambe diagonalmente opposte con $a_1 + b_1 = S$ (ci sono K(S) possibilità), poi scegliendo le lunghezze a_2 e b_2 delle altre due gambe con $a_2 + b_2 = S$ (ancora una volta K(S) possibili scelte). Quindi per ciascun valore di S gli assetti stabili del tavolo sono K(S)·K(S) e tutti gli assetti stabili per tutti i valori si S sono:

$$\text{NumStab} = \sum_{S=0}^{2n} K(S)^2 \qquad \textbf{[2]}$$

Una precisazione: ai fini del calcolo di K(S) la somma a + b non si identifica con la somma b + a. Infatti le lunghezze di due gambe diagonalmente opposte non sono commutabili perché un tavolo da disegno non è simmetrico per rotazione di 180 gradi a causa della canaletta portaoggetti, applicata solo su uno dei due lati lunghi, usata per tenervi a portata di mano gli attrezzi da disegno.

Tenuto conto che la somma dei quadrati dei primi N numeri vale N(N+1)(2N+1)/6, le **[1]** e **[2]** possono essere compattate nella:

$$\text{NumStab} = (2n^3 + 6n^2 + 7n + 3)/3$$

Per n = 100 NumStab = 686901. E allora, se davvero Alberto vuole provare tutte le posizioni stabili, una al giorno, gli auguro di cuore di concludere l'impresa perché ciò equivale ad un augurio di lunga vita... Quasi 19 secoli!

Ci è poi arrivata una versione di ***Cid***, il cui punto forte è questo:

Prima di tutto occorre osservare che regolate le lunghezze di tre gambe del tavolo, la quarta viene determinata in modo univoco; quindi è sufficiente ragionare su tre gambe del tavolo.

E la sua conclusione:

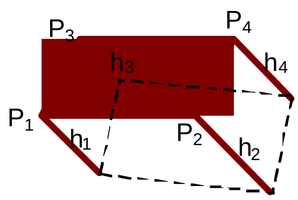
Il numero di prove da fare è 348551, facendone una al giorno si impiegano circa 954 anni e 3 mesi.

Infine, ci ha scritto ***Franco57***, a cui cediamo la parola:

A quanto ho capito le gambe possono essere accorciate rimanendo perpendicolari al piano del tavolo. Questo non garantisce sicuramente allo Størtø una grande stabilità, che infatti potrebbe rovinare al suolo se dimensioni del piano del tavolo non sono abbastanza ampie pur nel caso che tutti i piedi toccano terra, anche se in verità è l'unica condizione richiesta.

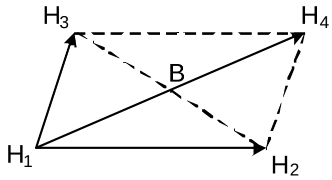
Per ovviare a ciò, ho pensato che potrebbe esistere una variante dello Størtø, che chiamerei Ørtø, comprensiva di un meccanismo per consentire di inclinare tutte le gambe nei punti di giunzione in modo da avere la completa perpendicolarità rispetto al suolo, qualsiasi sia l'inclinazione del piano del tavolo. Come vedremo, questo garantisce che il baricentro del piano del tavolo sia proiettato nel baricentro del quadrilatero costituito dai punti di appoggio, che è il massimo della stabilità se si trascurano i baricentri delle gambe.

Entrambe le versioni, comunque, conducono alla stessa soluzione.



Secondo la prima, illustrata nella figura a lato, la condizione di stabilità è che, a partire dai vertici P_1, P_2, P_3, P_4 del rettangolo che rappresenta il piano del tavolo (dove P_1 è opposto a P_4) , si possano tracciare, tutti dalla stessa parte, dei segmenti perpendicolari al rettangolo, che sono le gambe del tavolo, di altezze rispettivamente h_1, h_2, h_3, h_4, i cui punti finali giacciano su uno stesso piano: il pavimento.

Prendendo un sistema di assi cartesiano con le prime due coordinate solidali al rettangolo, è come dire che esiste una funzione lineare $H : R^2 \to R$ tale che $H(P_i) = h_i$. Un piano è completamente determinato da tre punti non allineati, quindi, poiché $\overrightarrow{P_1P_4} = P_4 - P_1 = \overrightarrow{P_1P_2} + \overrightarrow{P_1P_3} = P_2 - P_1 + P_3 - P_1$, basta che sia $h_4 = H(P_4) = H(P_2 + P_3 - P_1) = h_2 + h_3 - h_1$, cioè la condizione è semplicemente $h_1 + h_4 = h_2 + h_3$.



Passando all'Ørtø, nella posizione con gambe perpendicolari al suolo, proiettiamo il rettangolo che costituisce il piano del tavolo perpendicolarmente al suolo in un quadrilatero di vertici H_1, H_2, H_3, H_4, che si rivela essere un parallelogramma poiché il parallelismo dei lati opposti si mantiene, come nella figura a lato. Il baricentro del piano del tavolo è proiettato nel baricentro del parallelogramma perché in entrambi i casi è all'incrocio delle diagonali.

In questo caso, all'opposto, la funzione lineare è il piano del tavolo a partire da un sistema di coordinate cartesiane solidale con il pavimento.

Analogamente abbiamo $H_4 = H_2 + H_3 - H_1$ e perciò la condizione da soddisfare è ancora $h_1 + h_4 = h_2 + h_3$.

Posto $n = 100$ cm, poiché ogni h_i varia in modo discreto tra 0 e n, $h_1 + h_4$ varia tra 0 e $2n$. Fissato il valore di questa somma *s*, possiamo liberamente far variare in modo indipendente sia la coppia (h_1, h_4) che la coppia (h_2, h_3) allo stesso valore somma per ottenere sempre diverse combinazioni.

Per *s* tra 0 e *n* abbiamo rispettivamente $1,2,\ldots,n+1$ possibilità di farlo e sono $\{(0,s),(1,s-1),\ldots(s-1,1),(s,0)\}$ e per *s* tra $n+1$ e $2n$, rispettivamente $n, n-1,\ldots,1$ possibilità e sono $\{(s-n,n),(s-n+1,n-1),\ldots,(n,s-n)\}$. Quindi, combinando le coppie (h_1, h_4) e (h_2, h_3) per somma *s* uguale e totalizzando per tutti i possibili valori di *s,* otteniamo il numero di configurazioni del tavolo:

$$T_n = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 + (n+1)^2 + n^2 + \cdots + 2^2 + 1^2 = 2 \cdot (1^2 + 2^2 + \cdots + n^2) + (n+1)^2 = 2 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2$$

$$= \frac{n(2n^2 + 4n + 3)}{3} = 686901.$$

Queste configurazioni sono in effetti tutte diverse solo quando si considerano diverse tutte le gambe. Ad esempio in presenza di un bordino su un solo lato lungo per trattenere il foglio, distinguiamo le gambe anteriori dalle posteriori.

Se invece il piano del tavolo è semplicemente un rettangolo, distinguiamo solo il lato corto dal lato lungo, quindi abbiamo contato molte configurazioni due volte, esattamente quelle che si scambiano con una rotazione di mezzo giro. Poiché le configurazioni che rimangono in sé stesse dopo una rotazione di mezzo giro sono le $n+1$ con le gambe tutte uguali (subito deducibile da $h_1 + h_4 = h_2 + h_3$, $h_1 = h_4$ e $h_2 = h_3$), in questo caso le posizioni da provare sono: $R_n = \frac{T_n - (n+1)}{2} + (n+1) = 345001$ ·

Infine, ammesso che Alberto sia ambidestro come Leonardo, vorrà provare una sola volta le posizioni speculari, che in generale col metodo per T_n danno quattro varianti, corrispondenti al gruppo delle isometrie di un rettangolo: $\begin{pmatrix} h_1 & h_2 \\ h_3 & h_4 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} h_2 & h_1 \\ h_4 & h_3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} h_3 & h_4 \\ h_1 & h_2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} h_4 & h_3 \\ h_2 & h_1 \end{pmatrix}$, dove supponiamo in orizzontale il lato maggiore.

Però, in determinati casi, ed esattamente quando le lunghezze delle gambe sui lati maggiori sono uguali tra loro ma diverse sui lati minori o viceversa, si hanno due sole varianti invece di quattro: $\begin{pmatrix} h_1 & h_1 \\ h_2 & h_2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} h_2 & h_2 \\ h_1 & h_1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} h_1 & h_2 \\ h_1 & h_2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} h_2 & h_1 \\ h_2 & h_1 \end{pmatrix}$. Queste casistiche contano ciascuna $\frac{n(n+1)}{2}$.

Rimane ancora il caso che tutte le gambe siano lunghe uguali, nel quale abbiamo una unica variante, fissata la lunghezza della gamba. Queste casi sono $(n+1)$.

Le configurazioni da esaminare a meno di simmetrie sono quindi:

$$S_n = \frac{T_n - 2\frac{n(n+1)}{2} - 2\frac{n(n+1)}{2} - (n+1)}{4} + \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2} + (n+1) = 176851 \cdot$$

Concludendo, mi pare che intensificando le prove a 12 al giorno, una per ogni ora di veglia, in poco più di 40 anni Alberto ce la possa fare!

In ogni caso Alberto avrà lunga vita, e ne siamo contenti. Se invece voi a questo punto siete confusi, scriveteci e lamentatevi: il nostro Postino risponderà a tutti con pacatezza, mentre il Capo ed io sghignazziamo a lato per aver provocato il demone in voi.

E qui è il momento di augurarvi buone feste, divertitevi e scriveteci! A gennaio torneremo di certo.

6. Quick & Dirty

Prima una domanda facile, della quale sapete sicuramente la risposta. Avete una scacchiera 6x7 alla quale mancano le due caselle d'angolo sullo stesso lato da 7; dovete coprirla con dei pezzi da domino, ciascuno dei quali copre due caselle della scacchiera: ci riuscite?

Siccome le dimostrazioni di impossibilità per voi sono facili, adesso proviamo il contrario. Supponiamo, su una scacchiera di qualsiasi forma con un numero totale pari di caselle, di togliere due caselle di colore diverso: sotto quali condizioni riuscite a coprire le caselle restanti con i pezzi da domino?

7. Pagina 46

Risolviamo per prima cosa il caso in cui α e β siano di segno diverso, in un caso più utile e generale. Dimostriamo quindi il seguente

Lemma: la media delle potenze di ordine $\alpha > 0$ non è mai minore della media geometrica e per $\alpha < 0$ non è mai maggiore della medesima media.

Sia $\alpha > 0$; per il teorema delle medie aritmetica e geometrica, abbiamo che è:

$$\sqrt[n]{a_1^\alpha a_2^\alpha \ldots a_n^\alpha} \le \frac{a_1^\alpha + a_2^\alpha + \ldots + a_n^\alpha}{n}$$

Elevando entrambi i membri alla potenza $\frac{1}{\alpha} > 0$ si ottiene il Lemma; il caso per cui $\alpha < 0$ si dimostra nello stesso modo.

Possiamo quindi limitarci ad esplorare il caso per cui α e β abbiano lo stesso segno.

Assumiamo sia $0 < \alpha < \beta$: indichiamo $S_\beta(a)$ con K e dividiamo entrambi i membri della diseguaglianza che vogliamo verificare per K; indichiamo inoltre $\left(\frac{a_1}{K}\right)^\beta$ con b_1, eccetera; la diseguaglianza assume la forma:

$$\left(\frac{b_1^{\frac{\alpha}{\beta}} + b_2^{\frac{\alpha}{\beta}} + \ldots + b_n^{\frac{\alpha}{\beta}}}{n}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \leq 1.$$

Da cui si ottiene

$$\frac{b_1 + b_2 + \ldots + b_n}{n} = \frac{1}{K^\beta} \frac{a_1^\beta + a_2^\beta + \ldots + a_n^\beta}{} = \frac{1}{K^\beta} K^\beta = 1,$$

ossia

$$b_1 + b_2 + \ldots + b_n = n.$$

Quindi, se assumiamo che sia $b_1 = 1 + x_1, b_2 = 1 + x_2, \ldots, b_n = 1 + x_n$, possiamo scrivere:

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 0.$$

Supponiamo ora che $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{k}{l}$ (un numero razionale); allora otteniamo

$$\begin{aligned} b_1^{\frac{\alpha}{\beta}} &= \sqrt[l]{(1+x_1)^k} \\ &= \sqrt[l]{\underbrace{(1+x_1)(1+x_1)\ldots(1+x_1)}_{k \text{ volte}} \cdot \underbrace{1 \cdot 1 \cdot \ldots \cdot 1}_{(l-k) \text{ volte}}} \\ &\leq \frac{k(1+x_1) + (l-k)\cdot 1}{l} \\ &= 1 + \frac{k}{l}x_1 = 1 + \frac{\alpha}{\beta}x_1, \end{aligned}$$

dove l'uguaglianza vale solo se $1 + x_1 = 1$ e $b = 1$.

Attraverso un processo di limite, imponendo $\frac{\alpha}{\beta} < r < 1$ con r razionale, si verifica che le stesse uguaglianze valgono anche per $\frac{\alpha}{\beta}$ irrazionale.

Nello stesso modo, otteniamo

$$b_2^{\frac{\alpha}{\beta}} \leq 1 + \frac{\alpha}{\beta} x_2,$$
$$\ldots,$$
$$b_n^{\frac{\alpha}{\beta}} \leq 1 + \frac{\alpha}{\beta} x_n.$$

e infine otteniamo:

$$\frac{\left(b_1^{\frac{\alpha}{\beta}} + b_2^{\frac{\alpha}{\beta}} + \ldots + b_n^{\frac{\alpha}{\beta}} \right)^{\frac{1}{\alpha}}}{n}$$

$$\leq \left[\frac{\left(1 + \frac{\alpha}{\beta} x_1\right) + \left(1 + \frac{\alpha}{\beta} x_2\right) + \ldots + \left(1 + \frac{\alpha}{\beta} x_n\right)}{n} \right]^{\frac{1}{\alpha}} = \left(1 + \frac{\alpha}{\beta} \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}\right)^{\frac{1}{\alpha}} = 1.$$

Il che è la tesi: l'eguaglianza è valida unicamente se $b_1 = b_2 = \ldots = b_n$, il che equivale a $a_1 = a_2 = \ldots = a_n$.

Il caso $\alpha < \beta < 0$ è perfettamente identico.

8. Paraphernalia Mathematica

8.1 Non ci sono più stagioni

I redattori di questa rivista hanno delle ben precise idee politiche, ma hanno sempre cercato (con ragionevole successo) di non farle filtrare in rivista, preferendo piuttosto fornire delle basi matematiche alla discussione: dai sistemi elettorali sino alla necessità dei vaccini, abbiamo affrontato con relativa pacatezza e tranquilla matematica scottanti problemi politici[26].

Bene, abbiamo intenzione di continuare: questo mese (ve lo diciamo subito), parleremo di cambiamenti climatici. Ne approfitteremo per proporre la traduzione di un termine specialistico che, a quanto ci risulta, non ha ancora una traduzione ufficiale: una volta tanto, la versione inglese è terribile (non che la nostra traduzione sia un gran che, ma sempre meglio dell'originale, secondo noi). Prendiamola come al solito alla lontana, ma questa volta in modo piuttosto veloce.

Il termine "effetto serra" nasce nel 1824, e lo ha inventato un matematico, ***Jean Baptiste Joseph Fourier*** (sì, quello delle serie e delle trasformate); il suo significato originale si riferiva letteralmente alle serre, con la loro possibilità di far filtrare la luce e di assorbire ed emettere raggi infrarossi scaldando l'ambiente interno o, in parole povere, di "intrappolare il calore".

Nel 1896 (no, nonostante l'abbondare di date, questo non è un Compleanno), il chimico svedese Svante Arrhenius[27] ha portato per la prima volta l'espressione a livello globale, calcolando quale dovesse essere l'effetto serra dato dalla concentrazione di CO_2 (o altri gas) nell'atmosfera; anche se varie costanti usate da Arrhenius hanno smesso di essere tali, la legge generale resta praticamente identica:

$$\Delta F = \alpha \ln\left(\frac{C}{C_0}\right),$$

dove C è la concentrazione di CO_2 misurata in parti per milione di volume (ppmv), C_0 è una condizione iniziale, mentre ΔF è la potenza radiativa per superficie, misurata in Watt al metro quadrato.

Ora, non serve uno studio di funzione per capire che *aumentare le emissioni di* CO_2 *porta ad un riscaldamento* e, siccome stiamo parlando del globo terracqueo, il riscaldamento sarà *globale*; fare la stima delle varie costanti presenti non è facile, ma Svante ci ha provato: secondo lui, raddoppiare la concentrazione di CO_2 avrebbe portato ad un incremento di 5 o 6 gradi della temperatura; stime più recenti (e più ottimistiche, ma non chiedeteci quanto *biased*, non lo sappiamo) sostengono che sotto queste condizioni l'aumento dovrebbe essere tra i 2 e i 4.5 gradi; il divario sembra notevole, ma considerate che un grado e mezzo basta a distruggere un ecosistema fluviale: non solo, ma se volete provare a calcolarvela voi, sappiamo che in era preindustriale eravamo a 280 ppmv,

---

[26] Ve lo diciamo subito: non aspettatevi una "matematica del nucleare": in questo ambito secondo noi la matematica sta non tanto nella fisica delle radiazioni, ma nei calcoli strutturali del calcestruzzo possibilmente non depotenziato. Col che, dovreste riuscire a dedurre quantomeno la posizione di Rudy, che sta scrivendo queste righe.

[27] Che a Rudy è sempre stato simpatico, per motivi che ancora oggi non gli sono chiari: la stranezza del nome e il latineggiare del cognome gli hanno sempre fatto pensare a lui come a un vecchio e simpatico zio nato suppergiù nel Medio Evo, sapiente e un po' matto (identico ad uno zio di Rudy, ma con la barba… a cinque anni, un settantenne vi sembra un compagno di classe di Archimede, di cose ne sapeva, e "Magno" non è propriamente un nome diffusissimo: comunque non stava per "grande", ma per "spazzacamino").

mentre nel 2006 siamo arrivati quasi a 382 ppmv: tra un po' raddoppia e ci mettiamo a fare gli sperimentali (in costume da bagno).

Torniamo alla matematica; se eliminiamo il logaritmo ("esponenziando" – termine che ci piace poco, se non nel linguaggio parlato – i due membri) otteniamo:

$$f[x] = \beta x^{\alpha}.$$

Ossia, l'andamento è quello di una *Legge di Potenza*[28] .

Il che significa, in altre parole, che il grafico bilogaritmico (il *log-log plot* degli inglesi), ossia il tracciare su entrambi gli assi il logaritmo della grandezza considerata, porta ad una linea retta; ed evidentemente è vero anche l'inverso, ossia se i nostri dati su un grafico bilogaritmico si accumulano su una retta, allora siamo davanti ad una Legge di Potenza.

Trattenete lo sbadiglio.

La Legge di Potenza ha una caratteristica interessante, della quale, senza nominarla esplicitamente, abbiamo già parlato discutendo la diffusione dei *link* sui blog; la caratteristica alla quale ci riferiamo è la cosiddetta ***autosimilarità*** o, se preferite, *indipendenza di scala*: in parole semplici, se decidete di misurare la variabile indipendente in un'altra scala (chessò, passare dai metri alle yarde o ai piedi liprandi), la relazione (ossia la α) non cambia: al massimo, dovete trovare un nuovo valore[29] di β .

Torniamo al nostro grafico bilogartmico. L'autosimilarità, in questo caso, significa una cosa sola: che tutte le "descrizioni" che fate del fenomeno, in funzione della vostra unità di misura preferita, *sono rette parallele*; detta in modo molto terra-terra, la discussione sulla costante di una retta non interessa nessuno, l'importante è essere d'accordo sul coefficiente angolare, e qui lo siamo di sicuro.

Il che potrebbe sembrare una buona notizia, quindi passiamo ad un argomento più "pesante".

Avete presente i terremoti?

Nei ricordi della nostra infanzia, la misura utilizzata era la "Scala Mercalli", sostituita più recentemente dalla "Scala Richter": una domanda che ci eravamo posti, all'epoca, era proprio il motivo per il quale si fosse cambiata scala, e finalmente l'abbiamo trovato.

Chi di voi ricorda le definizioni della scala Mercalli, dovrebbe ricordare che è strettamente riferita ai *danni* compiuti dal sisma sulle strutture umane. Questo significa che, paradossalmente, lo stesso sisma avrà valutazioni diverse se avviene in una zona abitata o nel mezzo del deserto, o anche solo in una zona in cui si sia costruito con sani criteri antisismici: questa, più che una misura sulla "forza" di un terremoto, diventa una misura del "luogo" del terremoto, e la cosa non è corretta.

La scala Richter, al contrario, misura l'effettiva intensità del terremoto, così come viene espressa non dai danni ad un palazzo ma dalle vibrazioni registrate da un sismografo: semplificando, possiamo dire che la scala Richter è equivalente ad una scala Mercalli applicata ad un edificio standard, appunto la colonna del sismografo.

[28] Da decidere se sia più bella l'espressione inglese, *Power-Law*. Almeno, evita la battuta sull'"Avvocato della Basilicata".

[29] Per capire quanto sia profonda questa dichiarazione, vi consigliamo una rilettura di RM084 (gennaio 2006): il PM si intitolava "La Distribuzione di Benford".

A questo punto, diventa anche possibile fare qualche statistica, e infatti Richter (e Gutenberg) l'hanno fatta: nella tabella a fianco trovate i dati raccolti sui terremoti della California ed estrapolati per l'intero globo.

Magnitudine	**Numero l'anno**
8 e più	1
da 7 a 7.9	10
da 6 a 6.9	100
da 5 a 5.9	1.000
da 4 a 4.9	10.000
da 3 a 3.9	100.000

6 *La scala Gutenberg-Richter*

È evidente a chiunque che, ogni volta che incremento di 1 la magnitudine, il numero dei terremoti nell'intervallo relativo si divide per 10; questo fa pensare che la "magnitudine" non sia altro che il logaritmo di un qualchecosa rappresentante la grandezza "naturale" effettiva, ossia l'*intensità* del terremoto; non solo, ma se teniamo la magnitudine (e quindi usiamo il logaritmo dell'intensità) e calcoliamo il logaritmo (in base 10, che è facile) della seconda colonna, vediamo che *la somma del logaritmo dell'intensità degli eventi e del logaritmo del numero di eventi l'anno è costante*, e vale la legge $x + y = 8$, che è una retta.

Sinora abbiamo preso i dati della California, li abbiamo estrapolati sul mondo intero: il prossimo passo è di confrontare i dati ottenuti con i valori reali, e la realtà va d'accordo con la teoria.

Quindi, ***la distribuzione segue una Legge di Potenza***: i sismologi indicano il coefficiente angolare della retta ottenuta con la lettera *b*, e questo, se partiamo dalle misurazioni storiche lavorando sul lungo periodo e su grandi spazi, vale con buona approssimazione 1, esattamente come abbiamo ottenuto noi estrapolando i dati californiani; la cosa funziona meno bene se prendiamo zone ristrette e intervalli temporali più ridotti o fenomeni ben precisi[30]. Un altro caso in cui ci aspettiamo delle deviazioni dalla legge sono evidentemente gli estremi; difficile immaginare "[...] un terremoto di dimensioni minori di una molecola o maggiori del globo terrestre [...]" (Martin Walter) ma, escludendo questi casi clinici, la regola funziona abbastanza bene.

Insomma, il fatto che la natura non abbia una dimensione privilegiata per i terremoti è potentemente supportato dai fatti. A questo punto, possiamo introdurre (poco) calcolo delle probabilità e (noto che la Legge di Potenza è una distribuzione geometrica), con qualche normalizzazione, sfruttando il campione che abbiamo nella tabella, ottenere la distribuzione dei terremoti secondo la magnitudine $\boldsymbol{z}$:

$$N(z) \approx \frac{2.30259}{\sqrt{z}};$$

la costante a numeratore è il valore assoluto del logaritmo (naturale) di $\frac{1}{10}$, e nasce da ragioni di normalizzazione.

A questo punto, speriamo di avervi convinto che è scorretto utilizzare il termine "terremoto" solo per gli eventi catastrofici di grandi dimensioni; matematicamente, anche gli eventi appena rilevabili devono essere considerati tali; *alcuni* sono di grande intensità e causano danni visibili (scala Mercalli), ma in questo modo perdiamo di vista la moltitudine di eventi che non causa danni e viene semplicemente rilevata.

Mentre scriviamo queste note, è novembre e pioviggina, ma la settimana scorsa c'è stato un tempo fetente e ci sono stati grossi danni nel Nord-Est: qui è piovuto, ma niente di

[30] Un esempio di questi fenomeni sono gli "sciami sismici" in cui risulta assente il "sisma principale", dovuti a migrazioni magmatiche: questi, sono completamente fuori da questa statistica anche se, secondo alcuni, ne possono definire una tutta loro: logicamente, con altri valori di *b*.

preoccupante, ciò nonostante, era la stessa perturbazione. O meglio, e qui ci inventiamo la traduzione promessa, lo stesso *meteomoto*[31].

Nel momento di massima intensità del meteomoto Rudy si trovava alla guida nell'Alto Piemonte, e la perturbazione era un qualchecosa tranquillamente affrontabile con calzatura da mezza stagione: di ritorno in ufficio, ha scoperto che alcuni colleghi del Nord-Est erano in emergenza, e che da quelle parti aveva causato gravissimi danni.

Ora, qui qualcosa non quadra.

La *stessa* pioggia, in *due luoghi diversi*, viene valutata in *due maniere diverse*: scusate l'espressione, ma qui c'è puzza di Mercalli[32] anche da lontano.

In effetti, siamo abituati a considerare i meteomoti da un punto di vista strettamente oggettivo: la pioggerellina che guardiamo mentre accarezziamo il gatto davanti al caminetto fumando la pipa è seccante perché ci sta sporcando i vetri della finestra panoramica, ma probabilmente la considereremmo una tragedia se dovessimo affrontarla con sei gradi di temperatura in sandali, bermuda e canotta a dieci chilometri dal ricovero più vicino.

L'idea dell'***Ipotesi del Meteomoto*** (Weatherquake Hypothesis) è giustappunto quella di applicare lo stesso metodo utilizzato per i terremoti ai meteomoti, ossia di utilizzare una Legge di Potenza per descrivere il numero dei meteomoti come funzione dell'intensità.

Applichiamo allora la stessa legge della distribuzione geometrica: questo significa che anche i meteomoti devono seguire una Legge di Potenza, e che in un modo o nell'altro, con un grafo bilogaritmico, dovremmo tirare fuori una linea retta.

Esattamente come per i terremoti, a questo punto, possiamo calcolare la "coda" della distribuzione, ossia la probabilità di avere meteomoti di intensità (oggettiva) superiore ad un dato valore, e quindi calcolarne il valore atteso.

Il bello, della distribuzione geometrica, è che la probabilità p coinvolta è una costante; essendo il meteomoto (di robusta intensità) un fenomeno preoccupante, siamo interessati a misurare la distribuzione cumulativa delle probabilità di essere nella seconda metà, ossia ci chiediamo per quali valori di $\boldsymbol{a}$ sia:

$$T_p[a] = \int_a^\infty N_p(x) = \frac{1}{2}.$$

Si ricava, dopo qualche noioso calcolo di probabilità (che evitiamo, visto che vorremmo mantenere Alice come correttore di bozze), che:

$$a = \frac{\ln 0.5}{\ln p}.$$

Il che significa che all'aumentare[33] di p, nell'intervallo $[0;1]$, a aumenta nell'intervallo $[0;\infty]$: ossia *la natura destina metà dell'energia a sua disposizione in meteomoti di "magnitudine" sempre maggiore*.

Il che è piuttosto preoccupante: in sostanza, ci si aspetta che all'aumentare della temperatura *aumenti il numero dei meteomoti ad alta magnitudine*.

Probabilmente, la cosa diventa più chiara con un piccolo esempio numerico.

---

[31] Siccome stiamo prendendo spunto da una serie di articoli scritti in inglese, se questi partono da "earthquake" per arrivare a "weatherquake", ci riteniamo autorizzati a partire da "terremoto" per arrivare a "meteomoto".

[32] Il sismologo, non il metereologo!

[33] E p aumenta: lo dice Svante.

Supponiamo che i meteomoti siano distribuiti secondo la legge:

$$N_{0.1}[x] = \beta(0.1)^x, \quad \beta = -\ln(0.1) = \ln 10.$$

Il *valore atteso* di $N_{0.1}$ è quindi pari a $-[\ln(0.1)]^{-1} \approx 0.434$; supponiamo ora che sia $a = 1$, ossia qualsiasi meteomoto di magnitudine $x \geq 1$ sia estremo.

Causa riscaldamento, aumentiamo *p* del 10%, ossia passiamo da 0.1 a 0.11: se fate i conti, a prima vista la cosa non è particolarmente preoccupante: il valore atteso di $N_{0.11}$, in fondo, aumenta solo del 4.32% rispetto a $N_{0.1}$. Il guaio è che l'***incremento relativo***

$$\frac{T_{0.11}[a] - T_{0.1}[a]}{T_{0.1}[a]}$$

aumenta del 10%; non solo, ma se a questo punto *alziamo il valore di a*, alzando quindi il punto da cui un meteomoto diventa estremo ad esempio raddoppiandolo, l'incremento relativo *aumenta del* **21%**.

Ora, se volete invocare il senso comune e dire che "comunque c'è un limite", vi ricordiamo che solo tredici anni fa (dicembre 1997), un meteomoto di sabbia su Marte ha ricoperto il 20% del pianeta: forse, cominciare a calcolare con una certa cura i parametri definiti da Arrhenius diventa importante anche per i nostri vicini di pianeta.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms