Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 098 – Marzo 2007 - Anno Nono

Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da

Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM 097 ha diffuso 1282 copie e il 20/02/2007 per Google eravamo in 16800 pagine.

Tim Stilson ha un concetto piuttosto eterodosso di foto panoramica: "Qui è il giorno che io e l'Attrattore di Sprott abbiamo fatto una passeggiata in riva al fiume...". A noi sembra un ottimo modo per riciclare le foto sfocate.

1. Tolleranza Zero

"La scuola matematica italiana, che ha acquistato vasta rinomanza in tutto il mondo scientifico, è quasi totalmente creazione di scienziati di razza italica (ariana): basti ricordare, oltre Lagrangia, fra gli scomparsi […]. Essa, anche dopo le eliminazioni di alcuni cultori di razza ebraica, ha conservato scienziati che, per numero e per qualità, bastano a mantenere elevatissimo, di fronte all'estero, il tono della scienza matematica italiana, e maestri che con la loro intensa opera di proselitismo scientifico assicurano alla Nazione elementi degni di ricoprire tutte le cattedre necessarie.

(Commissione Scientifica dell'UMI, 1° dicembre 1938)

Chi di noi non ha conosciuto biologi che si sono prestati a difendere le teorie razziali; o economisti che hanno trattato come un progresso sociale quella macchina burocratica che fu il corporativismo fascista, o tecnici che hanno considerata l'autarchia come una conquista? […] E' di costoro un nuovo genere di reato; il reato di prostituzione della scienza. Essi vanno inesorabilmente cacciati dalle Università, a colpi di frusta, come i mercanti dal Tempio.

(Gustavo Colonnetti, *Pensieri e fatti dell'esilio*)

E' probabile che esistano dei veri e propri tabù, delle zone proibite, dei freni culturali che impediscono il normale funzionamento del senso critico, in certi casi. Ad esempio, il concetto stesso di "razza umana" è di difficile assimilazione e comprensione per alcuni (tra i quali pienamente ci riconosciamo), mentre per altri sembra essere del tutto evidente. Ora, è palese che in entrambi i casi esistono delle convenzioni squisitamente culturali che agiscono in un senso o nell'altro: alla fin fine, che ci siano delle differenze nelle caratteristiche somatiche generali dei boscimani e degli esquimesi è innegabile, e avrebbe ben poco gioco chi tentasse di negarle. Ma la classificazione, in questi casi, è sempre pericolosa, perché per alcuni (tra i quali non ci riconosciamo affatto) è facile cadere in tentazione ed estendere la classificazione delle differenze fisiche fino a includere nel computo anche differenze di capacità intellettuale o di predisposizioni etiche o morali.

Per quanto possa apparire ridicolo, una delle ragioni per le quali si può trovare assai difficile credere al concetto di "razza" è che non è poi così evidente scoprire a quale razza si appartenga. Durante l'infanzia e l'adolescenza[1], uno cerca di classificarsi: e se i film western lasciano pochi dubbi ("*Noi siamo bianchi, non c'è niente da fare, i pellerossa sono gli indiani… peccato, perché ho sempre preferito le tende e i tomahawk agli appartamenti e alle pistole*") e le storie come la capanna dello zio Tom ne lasciano ancora meno ("*E' inutile che ci provi, anche se ti metti al sole per una settimana non ce la fai di sicuro a diventare scuro come Mandingo*"), un dodicenne può seriamente porsi degli interrogativi sentendosi raccontare gli avvenimenti che hanno fatto da tragico contorno al secondo conflitto mondiale. Il fatto è che "gli ebrei" e "gli ariani" non sono facilmente riconoscibili; non è mica facile come riconoscere Rocky Balboa (bianco, insomma rosa pallido) mentre fa a pugni con Apollo Creed (marrone, ma tutti esagerano e dicono "nero"). E allora può capitare che un ragazzino indaghi con cautela in famiglia: "*Mamma, ma noi siamo ebrei o cosa?*"

La domanda è legittima, se proviene da un ragazzino: e il solo fatto che sia legittima dovrebbe bastare a far comprendere la colossale idiozia che si apposta sempre dietro l'angolo, quando si comincia a parlare di razze umane. Comunque, una mamma relativamente saggia e molto impegnata potrebbe rispondere in fretta con : "*Beh, se tu*

[1] Quantomeno, durante l'infanzia e l'adolescenza di quelli che ormai rientrano, più o meno, nell'insieme dei cinquantenni europei occidentali.

fossi ebreo probabilmente lo sapresti già, no?", ma in realtà questo soddisfa la curiosità dell'interrogante solo per un po'. Questo, per due ragioni essenziali: la prima è che, sfogliando le enciclopedie, quel poco che si riesce a capire è che questo fatto dell'essere o non essere ebreo sembra assai più una questione religiosa che una autentica questione di razza. La seconda – ancora più misteriosa – è che in questo contesto il contrario di "ebreo" sembra essere "ariano", e questa è un'altra parola assai complicata, per un investigatore di dodici anni.

In realtà, il dirimere la questione "razza o religione", per quanto riguarda l'ebraismo, è cosa così complicata che è virtualmente impossibile dirimerla a quell'età; e, crescendo, si riesce a comprenderla solo appurando che – come molti giochi di matematica ricreativa – si tratta in realtà di una domanda trabocchetto, d'un problema fittizio, volutamente mal posto. Più si legge, più si capisce quali siano le caratteristiche storiche, culturali e religiose del popolo ebraico, ma si capisce sempre meno quali siano queste "caratteristiche razziali", al punto che poi uno semplicemente dimentica di continuare a porsi la domanda. Gli africani sono distinguibili, gli asiatici pure, e a ben vedere anche gli aborigeni australiani; gli ebrei no, e amen.

Rimane allora aperta la questione dell'essere o non essere ariano. Questa è cosa più complicata, perché se si chiede alla mamma o al papà "*Ma noi siamo ariani?*", è assai probabile che sulle facce dei genitori interrogati passino delle espressioni molto, molto perplesse. La verità, semplicemente, è che non lo sanno; sanno che esiste il termine, che in qualche maniera è possibile, lecito, forse anche corretto essere classificati come tali, eppure, la certezza è tutt'altra cosa. Forse perché, sempre a causa dei film e dei documentari post-guerra, uno è abituato a figurarsi gli ariani come alti, biondi e con gli occhi azzurri, e non si può dire che siano questi i connotati più diffusi tra gli orgogliosi discendenti degli antichi Romani e degli abitatori della Magna Grecia. Poi, il termine è in qualche maniera inflazionato, bruciato; sembra un'espressione carica di significato, perché è stata certo usata diffusamente e diffusamente ripetuta, eppure mai perfettamente compresa, spiegata, storicamente collocata[2]. Così, i genitori più acculturati e fautori del politically-correct potrebbero forse contrapporre al bambino interrogante un: "*Meglio dire che siamo caucasici*", ma il rischio è quello di gettare il figlio in depressione, nell'ascoltare un termine tanto complicato[3].

A questo punto il ragazzino potrebbe decidere di procedere con le indagini solitarie, e qui rischierebbe un autentico tracollo psicologico. E' infatti quasi inevitabile supporre che il termine "ariano" sia in qualche modo imparentato con l'arianesimo (nel senso di eresia) e con Ario (nel senso di eresiarca), specialmente quando si scopre che famosi personaggi storici di origine germanica, come Teodorico, erano appunto ariani. Ma l'Ironia della Storia sembra essere fin troppo evidente, visto che Ario – fin qui supposto dal nostro detective essere l'eroe eponimo della razza ariana – risulta nascere ben lontano dalle lande di Pomerania, visto che è un figlio di Libia. Eppure l'arianesimo risulta subito importante e rivoluzionario; sfogliando le summenzionate enciclopedie si è subito pervasi da una tensione decisa e permanente, generata e alimentata dai contrasti eretici sulla negazione della natura divina del Cristo, dalla conseguente decisa contrapposizione tra

[2] Curioso notare come, seppur in termini assai meno drammatici e in una ambientazione storica assai più serena, le stesse cose si possano dire dei termini "padani" e "Padania".

[3] Sembra oggi prudente parlare solo di "macrogruppi etnici", che sono spesso ridotti ai soli *aborigeni australiani, africani, mongoli* e – appunto - *caucasici.* E' interessante notare come il concetto di razza sia considerato superato grazie ad una sorta di valutazione "matematica": le sottotipologie umane sfumano senza soluzione di continuità da una all'altra, e lo stesso succede anche con i macrogruppi. Soprattutto, e qui entra in gioco la matematica, è accertato che le differenze tra due individui dello stesso gruppo sono in genere maggiori delle differenze tra la media degli individui di due raggruppamenti diversi. Et voila, con questo è servito chi pensa che la statistica sia scienza fredda e disumana.

"barbari ariani" e "romani cattolici"[4]. Ma è anche vero che a questo punto la confusione rischia di assurgere a caos primigenio e definitivo, visto che tutta la drammatica contrapposizione "ebreo-ariano", tragica protagonista dei campi di sterminio del XX secolo, sembra ridursi a questioni di eresie religiose vecchie già d'un paio di millenni.

Il fatto – ma non è facile scoprirlo – è che Ario non c'entra niente con la "razza ariana". Questa infatti arriva non dalla Libia tramite sacerdoti eretici, ma dall'Asia attraverso l'indoeuropeo: "Arya" significa infatti (più o meno) "*nobile*", e nel XIX secolo dei dotti decisero che, se esisteva la lingua indoeuropea, doveva per forza esistere anche il "popolo indoeuropeo" che quella lingia parlava; un gruppo etnico, insomma, portatore della lingua madre di tutti gli idiomi europei. In altri termini, è dalla linguistica che l'idea di "razza ariana" prende spunto; antichi documenti sembrano testimoniare che il termine "ariano" potesse essere una sorta di auto-identificazione dei primi indoeuropei, i quali peraltro sarebbero di provenienza smaccatamente asiatica. Non a caso, i primi testi che citano il termine "ariano" sono relativi a Dario Achemenide, il persiano "Re dei Re", che si definisce, tra le altre cose, "*ariano discendente da ariani*"; e certo è significativo che sia il termine "Iran", sia il nome originale dell'India (*Aryavarta*), sembrano discendere entrambi dal termine "arya" e significare "Terra degli Ariani".

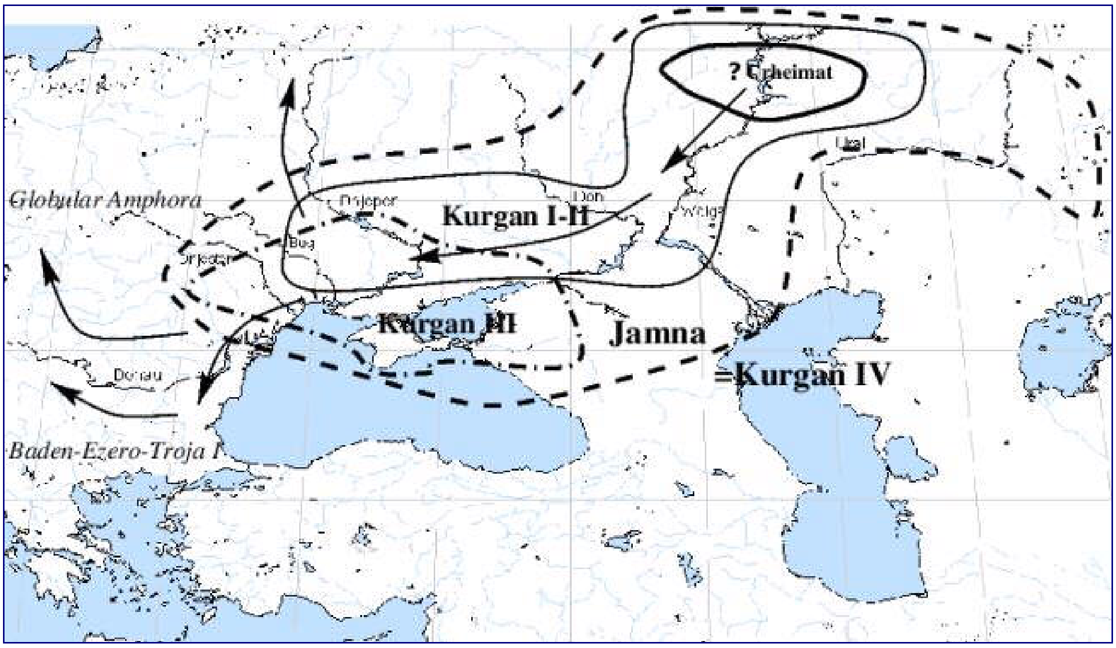
Tanto è bastato, ad alcuni ottocenteschi occidentali, per ipotizzare l'esistenza d'una pura etnia e da lì evocare il concetto della "razza ariana"; tale assunzione è ormai ritenuta sbagliata dagli studiosi contemporanei, ma ciò non di meno l'invenzione della razza ariana ha avuto il tempo di produrre un bel numero di guai. Il conte francese de Gobineau, ad esempio, cominciò con l'asserzione che gli Ariani sono i "bianchi puri", per poi partire decisamente per la tangente asserendo che solo i campioni dell'aristocrazia sono riusciti ad essersi mantenuti come "puri Ariani", mentre il "popolo" è frutto di commistione tra gli Ariani e altre razze inferiori. Insomma, questa storia della "razza ariana" come razza purissima e superiore non sembra proprio essere idea originale dei figli del Terzo Reich; anzi, questi sono stati anticipati anche dai loro acerrimi nemici, gli Inglesi, che quando dominavano l'India hanno fatto largo uso della "razza ariana" per confrontarsi con il locale sistema delle caste. In sostanza, si tentò di convincere gli scuri abitanti del subcontinente che gli Ariani avevano fin dall'antichità invaso l'India, e che furono loro i fondatori dell'Induismo dei Veda; quindi, in un certo senso, era naturale e giusto che la Gran Bretagna governasse la gigantesca nazione.

La cosa più curiosa, comunque, resta il legame a doppio filo con la lingua: in qualche modo i teorici dell'arianesimo (nel senso di teoria della razza) arrivano a concedere che tutti i popoli che discendono dagli originali "parlatori dell'indoeuropeo" siano etnicamente discendenti dei proto-Ariani; e questo, in fondo, dovrebbe garantire una origine comune a tutti gli Europei e sedare molti possibili conflitti razziali, ma c'è una grossa eccezione da considerare: appunto, gli Ebrei. Questi, per quanto siano "chiari" al pari degli Europei e vivano in Europa sin dai tempi della Diaspora, parlano una lingua di origine semitica, quindi non indoeuropea. Quindi, non sono ariani: quod erat demostrandum. Non resta allora che tirare le somme, senza dar troppo peso alla già menzionata Ironia della Storia: ma è difficile, in questo principio di XXI secolo: anche se finalmente si capisce che le piccole svastiche religiose che si trovano in tutta l'area indiana hanno effettivamente qualche parentela con il simbolo nazista[5], è arduo non sorridere nel guardare una mappa dell'espansione indoeuropea:

---

[4] Una delle ragioni per le quali non si giunse ad una vera e propria guerra di religione, lasciando che alla fin fine tutto si componesse attraverso le decisioni del Concilio di Nicea, è che Ario era in fondo uomo saggio e di carattere prudente: "*Non fatevi uccidere per le mie opinioni, potrei sbagliare*", è una frase diretta ai suoi seguaci, e meritatamente passata alla storia.

[5] I nazionalsocialisti tedeschi ritenevano gli "Ariani del Veda" i veri progenitori dei Goti, dei Vandali e di tutte le popolazioni più puramente germaniche, e per questo scelsero la svastica, simbolo induista, come loro segno di riconoscimento



Difficile, perché è buffo notare che i biondi ariani sembrano in conclusione trarre la loro origine dalla regione che adesso ospita i più irriducibili fondamentalisti islamici, l'Afghanistan; se l'intolleranza potesse essere causata da un germe, sarebbe proprio il caso di fare delle analisi biologiche approfondite, in quelle regioni. Difficile, perchè se alla fine gli ebrei traggono la loro diversità razziale dalla loro lingua non si può non sorridere pensando che al giorno d'oggi si tende a pensare come "prettamente ebraico" non la lingua ante-diaspora, ma lo yiddish, che invece è lingua di derivazione *germanica*.

E' insomma inevitabile, anche a costo di apparire un po' retorici, non notare che le ragioni dell'intolleranza, quasi senza eccezione, rischiano sempre di precipitare nel ridicolo; destino al quale sfuggono serenamente le ragioni della tolleranza, anche quando le condizioni al contorno sono diverse da quelle estreme dei campi di sterminio. La Grande Guerra, conclusa nel 1918 con la sconfitta degli Imperi Centrali, lasciò un lungo strascico di intolleranza da parte dei vincitori verso i vinti; certo, gli sconfitti erano anche stati gli aggressori che scatenarono il Grande Macello; certo, l'Europa – e con essa il mondo intero - non era avvezza ad un disastro di cotante dimensioni, ma comunque sorprende un po', quasi cento anni dopo, rileggere l'allocuzione di chiusura del Congresso Internazionale di Matematica di Strasburgo, 1920, pronunciata da Emile Picard:

> *"Quanto a certe relazioni che sono state interrotte dalla tragedia di questi ultimi anni, i nostri successori vedranno se un tempo sufficiente lungo e un pentimento sincero potranno permetterle di riprenderle, e se coloro che si sono esclusi dal concerto delle nazioni civili saranno degni di rientrarvi. Noi, ancora molto vicini agli eventi, facciamo nostre le belle parole pronunciate durante la guerra dal cardinale Mercier: perdonare certi crimini, significa farsene complici"*

Ed era certo vero che gli eventi della guerra erano "ancora molto vicini"; ma a ben vedere, era anche tutt'altro che un caso che la città scelta per il congresso fosse proprio Strasburgo, città simbolo delle contese franco-germaniche.

Era un periodo in cui la matematica aveva proprio in quella francese e in quella tedesca le sue scuole maggiori (come sempre, del resto); era invece decisamente meno usuale che la terza scuola matematica, nella classifica mondiale, fosse proprio quella italiana. E gli italiani, come i francesi, erano tra i vincitori della Prima Guerra Mondiale; fra loro, come del resto della nazione tutta, era molto diffuso il sentimento espresso nelle parole di Picard, ma vi era già qualcuno che invece lavorava perché l'intolleranza verso gli sconfitti fosse presto archiviata.

Questo qualcuno si chiamava Tullio Levi-Civita. Nato a Padova il 29 Marzo 1873, mostrò assai presto di essere eccezionalmente dotato per la matematica. Si iscrisse all'Università della sua città natale nel 1890; si laureò nel 1892, e già nel 1898, non ancora venticinquenne, aveva già una cattedra, quella di Meccanica Razionale. Si trova così bene a Padova che respinge più volte gli inviti a trasferirsi a Roma, dove la "scuola matematica italiana" ha il suo centro maggiore; e a chiamarlo presso la capitale è Castelnuovo, uno dei matematici più prestigiosi del tempo. Però, quando la Grande Guerra finisce, Roma comincia davvero a porsi con forza come polo internazionale di matematica, e Tullio è sempre stato molto affascinato dall'idea della internazionalizzazione della Scienza. Questo, più d'ogni altra attrattiva, fecero muovere il matematico padovano e lo convinsero, nel 1918, a ricoprire la cattedra di Analisi Superiore all'Università La Sapienza.

Ma essere un pacifista e fautore dell'internazionalismo non è facile, in questi anni: l'allocuzione sopra riportata di Picard, ancora nel 1920 non è che un piccolo esempio del clima scientifico internazionale, che del resto non era altro che la realizzazione del programma del presidente statunitense Woodrow Wilson; questi, parallelamente ai suoi famosi Quattordici Punti, propose anche un metodo per gestire la ricerca scientifica, basato su un Concilio Internazionale delle Ricerche, che però era precluso alle nazioni sconfitte in guerra. Quanto poco sia gradita questa limitazione a Levi-Civita,lo si può comprendere facilmente dalla sua lettera a Sommerfeld:

> *"Sono sempre stato, e non solo nella scienza, un internazionalista convinto […] noi concordiamo su un punto essenziale – e di questo mi compiaccio – che le relazioni scientifiche e le relazioni personali tra scienziati di diversa nazionalità non devono essere influenzate dalle situazioni contingenti o da riflessi degli attriti tra stati e nazioni."*

Quando scrive queste parole, Levi-Civita è già uno dei matematici più famosi del mondo: allievo di Ricci-Curbastro, ha perfezionato il calcolo tensoriale (o "calcolo differenziale assoluto") del suo maestro fornendo ad Albert Einstein l'impianto matematico necessario alla Teoria della Relatività, e la stima del fisico più famoso del mondo sarà sempre assidua nei confronti del matematico padovano. Ma nonostante la straordinaria importanza di questo contributo alla celeberrima teoria, sarebbe comunque assai riduttivo pensare che solo a questo si riduca l'opera di Levi-Civita; non c'è quasi aspetto della fisica matematica che egli non conosca e al quale non dia contributi importanti. La dinamica di fluidi, la meccanica celeste, la meccanica analitica, il problema dei tre corpi, la teoria degli Invarianti Adiabatici, che trovarono applicazione anche nella Meccanica Quantistica; e, del resto, la mano di Levi-Civita ha lasciato la sua impronta non solo nei lavori di Einstein, ma anche in quelli di Dirac. A questa prolificissima attività di ricerca fa da continuo contraltare quella di educatore, visto che scrive volumi importanti e completi: con Ugo Amaldi scrive tre volumi di "*Lezioni di Meccanica Razionale*" che, quando arrivano sulla scrivania di Max Born, fanno dire al fisico tedesco che "*non esiste ancora un'opera in tedesco di pari mole e significato"*.

Eppure, col senno di poi di cui sono proverbialmente piene le fosse, è un po' triste constatare che il trasferimento a Roma, avvenuto nel 1918 per arrivare al centro delle intersezioni scientifiche internazionali, deve fare i conti con la storia, che solo quattro anni dopo indirizzerà l'Italia verso una direzione abbastanza lontana dalle "collaborazioni internazionali". Il regime fascista non ci mette molto a volgere la sua attenzione anche all'area della scienza e della didattica; e se, almeno all'inizio, le pressioni sui professori e sui docenti non sembrano essere troppo diverse da quelle esercitate normalmente su tutti i cittadini, dopo qualche tempo si nota una maggiore "attenzione" delle alte gerarchie fasciste sul corpo insegnante. Uno dei momenti di maggior tensione è legato alla formula di giuramento al quale si devono sottoporre i docenti universitari: non tanto per l'istituzione della formula – perché non era una novità – ma per le modifiche in essa indotte. Inizialmente, la formula del giuramento era la seguente:

> *"Giuro di essere fedele al Re e ai suoi Reali successori, di osservare lealmente lo Statuto e le altre leggi dello Stato, di esercitare l'ufficio di insegnante e di adempiere tutti i doveri accademici col proposito di formare cittadini operosi, probi e devoti alla Patria. Giuro che non appartengo, né apparterrò ad associazioni o partiti, la cui attività non si concilii con i doveri del mio ufficio"*

La formula viene modificata con il Regio Decreto n. 1227 del 28 Agosto 1931: le modifiche non sono molte, ma decisamente significative:

> *"Giuro di essere fedele al Re, ai suoi Reali successori e al Regime Fascista, di osservare lealmente lo Statuto e le altre leggi dello Stato, di esercitare l'ufficio di insegnante e di adempiere tutti i doveri accademici col proposito di formare cittadini operosi, probi e devoti alla Patria e al Regime Fascista. Giuro che non appartengo, né apparterrò ad associazioni o partiti, la cui attività non si concilii con i doveri del mio ufficio"*

La matematica italiana ha, in quel periodo, un "grande vecchio", un nome prestigioso, universalmente stimato e apprezzato. E' quello di Vito Volterra, non più giovanissimo, ma senza dubbio estremamente influente; forse proprio in forza alla sua fama, alla sua anzianità e al prestigio del suo nome, Volterra è uno dei pochi che può permettersi – e che comunque trova il coraggio di farlo – di rfiutare il giuramento. E' una lettera breve quella che il matematico, che era anche Senatore del Regno, indirizza a Gentile, massima autorità del Ministero dell'Educazione:

> *"Sono note le mie idee politiche per quanto esse risultino esclusivamente dalla mia condotta nell'ambito parlamentare, la quale è tuttavia insindacabile in forza dell'articolo 51 dello Statuto fondamentale del Regno. La S.V. Ill.ma comprenderà quindi come io non possa in coscienza aderire […] al giuramento dei professori.*

Ma sono davvero pochi coloro che riescono ad imitare il comportamento di Volterra; e le ragioni sono molte. Certo, soprattutto il timore di vedere sfumare lavoro, carriera, quanto di elementarmente necessario alla sopravvivenza. Ma un po' conta anche, per dirla con Croce, il desiderio di "non abbandonare ai barbari" tutte le cattedre delle università. In questa difficile situazione, Levi-Civita scrive al suo rettore:

> *"Pur rispettano sempre meticolosamente leggi e regolamenti, concepii fin dalla prima giovinezza e seguitai a coltivare, anche dopo il 1922, idee democratiche e socialiste, le quali, dal punto di vista politico (assai meno nei riguardi economici) discordano da quelle cui si ispirano le direttive del regime. Tali idealità ho finora potuto mantenere almeno di fronte alla mia coscienza e all'ambiente intellettuale. La nuova formula di giuramento […] mi sembra precludere persino la semplice, leale affermazione di un dissenso spirituale. Se però Ella, Magnifico Rettore, mi potrà autorevolmente dar atto che ciò non è, mi presenterò senz'altro a giurare entro il termine fissato. In caso diverso non potrò io violentare il mio sentimento e starò con evidente rammarico, ma con animo sereno, in attesa delle sanzioni che l'Autorità Accademica intenderà promuovere a mio carico."*

Tullio Levi-Civita infine giura, e rimane all'Università. Forse ottenne le rassicurazioni che chiedeva, forse decise di restare al suo posto di lavoro per senso del dovere, forse decise così soprattutto per timore delle conseguenze. Non è davvero facile poter capire cosa, in ultima analisi, lo indusse a restare, ma restò.

Purtroppo, però, la richiesta di giurare fedeltà al regime non era la prova più dura cui dovevano sottoporsi alcuni scienziati. Per alcuni di loro, se la loro "razza" risultava diversa da quei proto-indoeuropei che arrivavano dall'Asia centrale, bisogna ancora fare i conti con le leggi razziali del 1938.

Se la scuola matematica italiana è la terza al mondo, nei primi anni del XX secolo, lo deve certo anche al massiccio contributo dei matematici di religione ebraica: Vito Volterra, Guido Castelnuovo, Federigo Enriques, e naturalmente Tullio Levi-Civita, sono tutti ebrei, e sono solo la punta dell'iceberg. Ma le leggi razziali del 1938 impediscono ai giudei di insegnare, oltre che di prestare servizio militare, fare da tutore, possedere imprese interessanti la difesa nazionale, possedere terreni o fabbricati, avere domestici ariani, e quindi una parte essenziale della scienza matematica italiana viene allontanata dalle cattedre. Il giuramento non serve e non conta, se non si è ariani; ma sul significato della parola "ariano" si è già detto abbastanza. Tra coloro che non sono più ritenuti degni di insegnare, si trovano alcuni nomi che rimarranno nella storia della matematica, e non solo in quella nazionale: Guido Ascoli (Milano), Ettore Del Vecchio (Trieste), Federigo Enriques (Roma), Gino Fano (Torino), Guido Fubini Ghiron (Torino), Guido Horn D'Arturo (Bologna), Beppo Levi (Bologna), Tullio Levi-Civita (Roma), Arturo Maroni (Pavia), Giorgio Mortara (Milano), Beniamino Segre (Bologna), Alessandro Terracini (Torino).

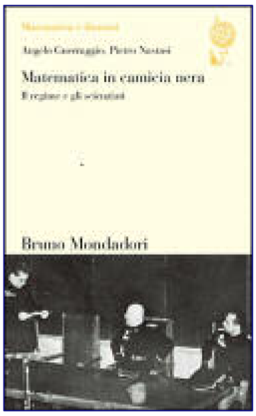
In questa sottile perversione, il regime fascista è in ritardo nei confronti della Germania nazista; nel Reich il microbo dell'intolleranza era cresciuto in fretta, ed era in opera fin dal 1933. Guido Fubini, grande matematico del Politecnico di Torino, già in quell'anno scriveva a Levi-Civita:

> *"Carissimo Levi-Civita,*
> *sottopongo a te una questione. Dato l'hitlerismo imperante, non ti pare che noi dovremmo dimetterci dalla Deutsche Mathematische Vereinigung? Dopo quanto ha subito Einstein, dopo i fatti di Lipsia ecc., a me questo pare doveroso: ma non so se è cosa opportuna, e se ciò può danneggiare i nostri disgraziati colleghi"*

Sempre in quel periodo, i "vecchi" Castelnuovo e Volterra si scambiano impressioni del tutto analoghe:

> *"…quel che si sa basta già a far prevedere che nessuno andrà più a studiar matematica, e forse nemmeno fisica, nelle Università tedesche. E la scuola matematica di Gottinga, dopo un secolo ininterrotto di gloria, si chiude!"*

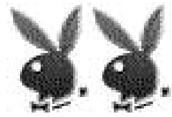
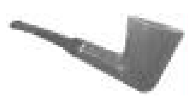
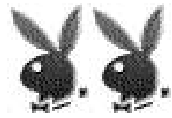
E già in quel periodo, i primi colpi arrivavano a scuotere l'Italia e gli italiani. Ma è proprio il 1938, vigilia della Seconda Guerra Mondiale, l'anno in cui la tragedia comincia a prendere forma. Tra le molte altre cariche ed attività, Tullio Levi-Civita ha anche l'onore e l'onere di far parte della *Zentralblatt für Mathematik,* prestigiosa rivista di recensioni matematiche che fa da vero centro informativo essenziale per la comunità scientifica continentale. Nel 1938, Levi-Civita viene esonerato dalla carica di condirettore di "Annali della Matematica", e parallelamente l'editore tedesco Springer sostituisce d'ufficio il padovano dalla redazione dello Zentralblatt, rimpiazzandolo con Bompiani e Severi. Ma lo Zentralblatt, seppur tedesco, è animato da matematici di tutte le nazioni. Neugerbauer, olandese, chiede subito chiarimenti sulla ragione dell'allontanamento di Levi-Civita e, appurata la ragione razziale, si dimette dalla redazione. Si dimettono anche tutti i grandi nomi americani e anglosassoni: Courant, Veblen, Tamarkin, Bohr e Hardy. L'allontanamento di Tullio Levi-Civita provoca di fatto la scomparsa dello Zentralblatt, che di fatto muore editorialmente poco dopo, e sarà sostituito nel ruolo dall'americano "The Mathematical Reviews"[6].



Questo, e non solo questo, fanno sperare che i propugnatori di slogan assolutisti come il sempre presente "Tolleranza Zero" debbano fare i conti con una aritmetica delle emozioni assai più complessa di quella che son soliti maneggiare, che ricca di positivi, negativi, interi, reali, complessi, nel quale "zero" è solo cittadino al pari degli altri, non privilegiato nemmeno dall'incrocio degli assi.

[6] Non sempre siamo corretti, e spesso non citiamo le fonti né la bibliografia che sorregge i nostri "compleanni". Stavolta, però, la fonte è virtualmente una sola, ed è stata praticamente saccheggiata senza ritegno quasi in ogni singola citazione in corsivo, e non solo. La citazione in nota potrebbe non essere sufficiente a placare l'ira funesta degli autori, ma almeno questo dobbiamo farlo. Ebbene, quasi tutto l'articolo è un volgare e raccogliticcio collage dei contenuti del bellissimo "*Matematica in camicia nera - Il regime e gli scienziati*", di Angelo Guerraggio e Pietro Nastasi - Bruno Mondadori editore, 26 euro. Leggere il libro è decisamente più interessante che leggere questo nostro articolo, e non lo diciamo solo per evitare una causa di plagio.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	Alice Riddle	Piotr R. Silverbrahms
Parliamo d'altro			
Perché la matematica non piace			

2.1 Parliamo d'altro

Spiacente, ma questo problema non è ambientabile nella casa nuova di Rudy; infatti tra le bestie con cui convive (consideramo solo il gatto, sorvolando sulle facili battute relative ai *soi-disant* umani) non ci sono cani, e Laser Virgilio Marone è perfettamente conscio della sentenza che proibisce l'utilizzo del guinzaglio per i gatti (crudeltà contro gli animali, dicono). I suoi genitori (quelli di Rudy, spiritosi!), residenti nell'ormai noto Luogo da Cui, invece, hanno un cane (e un numero imprecisato di gatti), che *non* risponde al nome di Balto (indovinate in che anno è nato... Comunque, è quello con più capelli nella foto qui di fianco *[I due terzi restanti della Redazione si dissociano dal narcisismo del terzo ritratto, sostenendo che stabilire chi dei due conosca meglio la matematica non è un problema decidibile. E Rudy, ultimamente, mostra un notevole disamore per i barbieri: la foto è dell'anno scorso]*). E tutti gli anni, a Rudy tocca un paio di volte l'incombenza di andarlo a prendere dal veterinario[7]: l'andata non è un problema (se non per il padrone della macchina), ma al ritorno Balto è piuttosto giù e una passeggiata di quattro kilometri gli permette di smaltire il trauma dell'incontro con il cerusico.

Ora, il percorso di ritorno a casa viene effettuato tenendo Balto con uno di quei guinzagli che si allungano e si accorciano; sia Rudy che il cane procedono con ragionevole calma alla stessa velocità lungo il sentiero, quindi il guinzaglio è esteso costantemente per tre metri.

Lungo il percorso, però, c'è un incrocio in cui bisogna svoltare a sinistra; Cagnone lo sa perfettamente e arrivato sul punto ruota (senza rallentare) e prosegue; stesso movimento viene eseguito da Rudy quando arriva alla curva del sentiero e, non essendoci ostacoli, il guinzaglio continua ad essere la retta congiungente le due bestie.

Ora, la domanda che nessuno dei due si pone è: ma tra la curva-di-Balto e la curva-di-Rudy, il guinzaglio si allunga, si accorcia o resta lo stesso? E, se fosse uno dei primi due casi, quando raggiunge il valore massimo o minimo?

"E perché non se la pongono, la domanda?" Beh, in quel momento la loro ottica era molto sperimentale... Per non fare conti, hanno *guardato cosa succedeva*...

[7] La cosa, solitamente, coincide con i passaggi dall'ora solare all'ora legale e viceversa; nella stessa giornata, un altro suo incarico consiste nel mettere a posto tutti gli orologi della casa. Qualcuno conosce qualche problema su *quindici* orologi nessuno dei quali segni la stessa ora? La madre del Nostro insiste nel tenerli avanti di un tempo variabile dai due ai venti minuti, si ricorda di quanto è avanti *ogni singolo orologio* e si arrabbia se vengono messi sull'ora esatta...

2.2 Perché la matematica non piace

Non ci ricordiamo se l'abbiamo già pubblicata su un qualche Calendario, ma secondo noi uno dei motivi del disamore per la matematica nasce da situazioni tipo quelle rappresentate nella vignetta qui a fianco.

In effetti, Rudy ha un paio di problemi relativi, ma (anche lui li ha odiati, da piccolo) sembra avere delle remore a presentarveli; quello che segue, invece, ha secondo lui una caratteristica piuttosto carina (ma non vi dice quale). Oltretutto, ha la bellezza espositiva di un Q&D, anche se la soluzione non è immediata; a questo aggiungete che sua moglie Paola ha la pessima abitudine di allungare il vino con l'acqua *[Sfoggio di cultura: nel mondo antico lo facevano tutti, tranne i Greci; per questo, avevano fama di ubriaconi]*.

Avete due contenitori da un litro, uno pieno d'acqua e l'altro di vino; entrambi hanno un forellino sul fondo (delle stesse dimensioni), al momento tappato.

Se sospendete i due contenitori uno sopra l'altro (il vino sopra) e liberate i forellini: il vino si mescolerà all'acqua e la miscela defluirà dal buco sotto; ora, nel momento in cui tutto il vino è uscito dal contenitore superiore, *qual'è la percentuale di vino nel contenitore inferiore?*

Si sconsigliano approcci sperimentali.

3. Bungee Jumpers

Trovate tutti gli interi n divisibili per tutti gli interi minori o uguali a $\sqrt{n}$.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Grandi notizie, questo mese:

Alice è in ferie!

Raddoppia il numero delle riviste gratuite di matematica in italiano!

La nostra Linotype preferita ha promesso di picchiare tutti quelli che trovano una correlazione tra le due notizie.

Conseguenza della prima è che tocca agli altri due redattori curare tutte le rubriche e l'impaginazione, nella speranza che, quando torna da Down Under (Alice, salutaci il Pinguino!) non si arrabbi troppo per gli strafalcioni tipografici; ma passiamo alle cose importanti.

Se vincete la vostra proverbiale pigrizia e vi recate sul sito www.matematicamente.it potete vedere, nell'angolo in alto a destra, il link ad una pagina che vi permette di scaricare il ***Matematicamente.it Magazine*** (d'ora in poi, confidenzialmente, ***MaMa***); noi ci siamo precipitati a farlo, abbiamo salvato il tutto e ci apprestiamo a recensirlo.

Prima il contenuto, poi la forma.

Andrea Vitiello, che cura la rubrica delle ***News***, ci racconta i retroscena delle Medaglie Fields; oltre a sfatare alcune leggende metropolitane (collegate ad una certa signora Nobel e ad un tal Gösta Mittag-Leffler) e a farci finalmente vedere come sono fatte *[uffa... la tenevamo per una copertina]*, ci racconta la storia dei vincitori e dei quasi-vincitori del 2006; per sapere i retroscena del "quasi", leggetevi l'articolo.

Confessiamo che abbiamo letto per ultimo l'articolo di Luca Lussardi intitolato ***La matematica è difficile?*** Sbagliando, temevamo fosse il "solito" articolo apologetico, ma abbiamo dovuto ricrederci; bellissima soprattutto la parte finale, in cui:

1. vi viene presentato un problema piuttosto difficile,
2. vi viene presentato un problema decisamente facile,
3. fate la figura di quelli che non hanno capito niente, in quanto i due problemi sono identici.

Giovanni Lucca, con ***Un modello per le conchiglie***, ci toglie tre soddisfazioni con un colpo solo; tanto per cominciare cita un nostro vecchio amore insoddisfatto dei tempi della seconda liceo (scientifico! *Ginnasio? No comprendo*) ossia il D'Arcy W. Thompson, *Crescita e forma*. "Insoddisfatto" in quanto non l'abbiamo mai comprato: costava troppo. Poi ci fornisce una spiegazione decisamente interessante di come crescano le conchiglie; l'unica altra cosa che avevamo visto in merito era, alcuni anni fa, una paginata di applicazioni Java piuttosto deludenti senza neanche una riga di matematica al contorno (se lo volete su carta, per questa parte usate la stampante a colori: vale la spesa in inchiostro). Terza piccola (ed ultima) gioia, abbiamo finalmente scoperto cosa sia una figura gnomonica.

Diego Alberto (che, come si capisce dall'articolo, è praticamente un vicino di casa per due di noi) ci spiega ***Come misurare latitudine e longitudine nel cortile di casa***; articolo decisamente interessante, soprattutto per chi, come Rudy, si interessa di gnomonica (non quella del paragrafo sopra, quella delle meridiane); siamo particolarmente contenti che venga citata tra le risorse in italiano una sua (di Rudy) vecchia conoscenza, l'Istituto Nautico "Artiglio" di Viareggio.

Antonello Urso stimola il nostro amore per il brivido con le sue ***Previsioni sul prezzo del petrolio***, attraverso interessanti utilizzi dell'esponenziale sul breve periodo: ricordiamo una citazione *[Ma non ci ricordiamo chi l'abbia detta: se lo trovate, lo mettiamo nel Calendario]* che suonava suppergiù come "Chi crede che un esponenziale sia per sempre, o è un pazzo o è un economista". L'uso della matematica nel mondo finanziario è un tema ingiustamente sottovalutato e a quanto ci risulta una cosa nota come "Econofisica" ha un discreto successo in Brasile (se decidete di cercarla in rete, tranquilli: gli articoli sono in inglese, e vertono principalmente su come stabilire il prezzo dei *future*; pieni di equazioni differenziali).

Luca Caridà, con ***La palestra della mente***, ci racconta di Matefitness, e ci fa venire voglia di fare un giretto dalle parti di Genova. Anche perché non ci racconta cosa c'è "dentro" all'iniziativa (quello ve lo vedete da soli), ma piuttosto cosa c'è "dietro".

Fioravanti Patrone, con ***Matematica d'oggi: la teoria dei giochi*** riesce finalmente a trovare degli esempi diversi dal solito in questo campo, passando dall'UMTS a Kyoto con l'aiuto di BitTorrent; non solo, ma dà dei consigli moralmente riprovevoli sul poker.

Flavio Cimolin, con ***La formula di Eulero***, chiarisce con meno verve ma sicuramente con più matematica quella che il nostro Doc, tempo fa, aveva definito "la Megan Gale della matematica". Qui, pur rispettandone la statuaria bellezza, la si fa anche lavorare, 'sta sfaticata...

Antonio Bernardo (oltre ad essere il direttore responsabile) cura la rubrica ***Lo scaffale dei libri***; qui basti dire che si è guadagnato l'imperituro odio della moglie di Rudy, che già presagisce fughe in libreria del consorte con ritorni richiedenti il noleggio di un TIR *[Come al solito, Paola esagera. Diciamo che, se ve la fate a piedi sino alla libreria con uno zaino completamente vuoto e sessanta euro in tasca, potete permettervi di tornare a casa in tram senza preoccuparvi del fatto che vi stanno rubando il portamonete (RdA)].*

Flavio Cimolin, in ***Recen...siti*** ci indirizza ad un paio di zone del web decisamente interessanti; non vi diciamo quali, ma Rudy si è morsicato le mani per non aver trovato lui la prima qualche mese fa: gli sarebbe stata utilissima per una cosa che ha scritto. La seconda, fate attenzione. C'è da perdersi, lì dentro.

Luca Barletta, in ***Recen...Soft***, ci fa venire voglia di spendere altri soldi; infatti, ci spiega come funziona *Mathematica 5.2*, della Wolfram Research; secoli fa ne avevamo sperimentato una versione che girava sotto MS-DOS (ormai la cosa è caduta in prescrizione, quindi si può dire: piratata. Eravamo giovani e forse ancora addirittura minorenni), e la sua potenza di calcolo simbolico ci aveva lasciati di sasso; a giudicare da quanto ci viene mostrato qui, siamo in presenza di un qualcosa di decisamente buono.

Luciano Sarra nella rubrica ***Giochi Matematici*** fa una domanda da non dormirci la notte (no, non stiamo prendendo per i fondelli: provate. Sembra un Q&D, ma non lo è).

Antonio Bernardo ci presenta (prima del bugiardino) ***Il Cruciverba Matematico***, divertente quanto una freddura (trattasi di complimento); definizioni come "ottuso a metà", "dittongo nel coefficiente" o "mille e cinquantacinque" richiedono una notevole dose di autocontrollo.

Avendola adottata anche noi, evidentemente condividiamo la scelta del PDF, che permette di scaricarsi il numero e di leggerselo con calma off-line; caso mai ve lo chiedeste, l'abbiamo anche stampata, per vedere come viene "su carta" (in biancoenero, doppiafaccia e mezzoformato per risparmiare). La copertina (e l'interno del numero) sono animati da riproduzioni di quadri di Renato Centonze decisamente graziosi; molti articoli hanno, di fianco al titolo, la foto dell'autore *[e poi dicono che sono un narcisista... (RdA)]*, ma quello che è piaciuto a Rudy (e, presumiamo, al Pinguino che ci aveva chiesto perché non lo facevamo) è stata l'*impaginazione variabile*: gli articoli più discorsivi, per facilitare la lettura e l'andata a capo, sono su due colonne, mentre i pezzi più matematici e disegnati, avendo frasi tendenzialmente più brevi, sono su una colonna. Non lo faremo mai, ma apprezziamo che qualcuno ci provi.

La pubblicità, a sfondo decisamente matematico (bellissimo, il Ghepardo Perplesso!) riesce a farsi notare senza essere invadente; insomma, sono sessanta pagine decisamente leggibili.

"Oeu sveglia, che Natale è passato! Ma non gli trovate neanche un difetto?" Sì, uno c'è. È solo *trimestrale*...

4.1 [097]

Ragazzi, che mese difficile questo febbraio. Prima di tutto è più corto, e c'è meno tempo del solito per fare tutto. Poi qui in Redazione siamo tutti in un periodo di iperattività per i nostri "altri" lavori, e, come se non bastasse, il sito e la mail di RM hanno subito un paio di crolli.

In questa rubrica citiamo sempre tutte le soluzioni che abbiamo ricevuto, ed il nostro Postino invia sempre una "ricevuta di ritorno" per le mail che arrivano, per cui se una delle condizioni in questo caso dovesse mancare, vi saremmo grati se poteste reinviare le mail perdute – ci secca sempre perdere qualsiasi notizia che arriva in Redazione.

Per concludere, le soluzioni che abbiamo salvato dal crollo della mail. A presto!

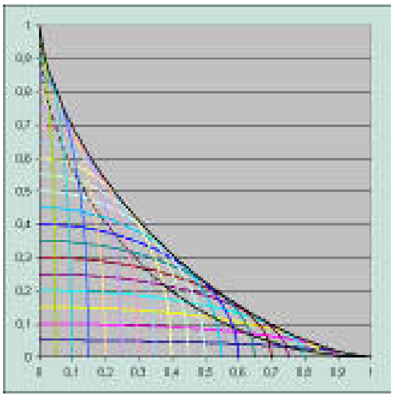
4.1.1 Sperando che "non porti male"...

Il Capo si sente in dovere di spiegare perché ha valutato il "Problema di Buster Keaton" solo una pipa e, data la sua semplicità, il motivo per cui lo ha pubblicato.

> È evidente che, nel primo caso, B.K. percorre un quadrante di cerchio con centro alla base della scala; per esaminare il secondo caso, supponiamo *due* scale appoggiate al muro e *unite per il punto di mezzo* (dove si trova B.K.); lasciamole libere di percorrere il loro tragitto (una ruotando e l'altra scivolando) e vedremo che (evidentemente) in entrambi i casi il punto di mezzo effettua lo stesso percorso.

"Rudy, ma allora perché non l'hai messo nei Quick & Dirty?" Beh, sono convinto che se qualcuno prende la "strada difficile", resti piacevolmente sorpreso nello scoprire che la soluzione era così semplice. Nei Q&D, non ci avreste neanche provato e avreste fatto un "Ah sì?" piuttosto annoiato questo mese...

Il problema era decisamente facile, e siamo contenti di riportare numerosissime soluzioni: ***Zar***, ***Frapao***, ***Massimo*** (*new entry: benvenuto!*), ***.mau.***, ***Toki*** (*bentornato!*), ***Cid***, ***Mr. Fahrenheit***, ***Filippo***, ***BR1***, ***MillaTK***. Ora sappiamo che le scale non portano male e che le curve piacciono a tutti, per esempio ***BR1*** ci propina sei pagine di calcoli, che vi risparmiamo ma che giuriamo di aver letto e verificato, dopo aver affermato:



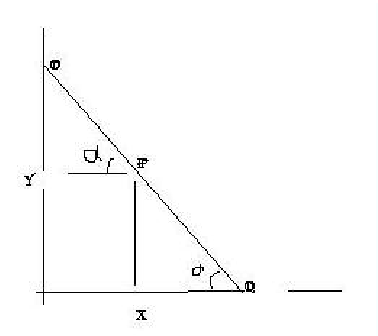
> Allora, speravo che oltre alle ellissi venisse fuori anche qualche iperbole o parabola così, visto che si sta trattando di Buster Keaton e Groucho Marx, potevo chiamare 'sto file "*Oggi le coniche*"....

In effetti la figura qui a lato mostra quanto lavoro abbia fatto il Nostro, che conclude in modo sibillino:

> Quindi, un moscone che svolazzasse a caso nel quadrato di lato L in cui casca Buster con la sua scala, avrebbe il 29,452+% di probabilità di rimanere travolto (supponendo che il crollo avvenga in un tempo nullo…).

Che è maggiore della nostra probabilità di non bere birra gratis nel prossimo problema, per cui ci preoccupa abbastanza, non vorremmo essere quel moscone.

Vediamo ora come ha attaccato il problema il nostro nuovo arrivato, ***Massimo***:

> Allora, ecco come penso di aver risolto il problema di BK (Baster Keaton) e la scala. Considero il muro e il terreno dove è appoggiata la scala come gli assi cartesiani x e y. Immagino la scala un segmento di retta lunga L e P il punto dove BK si trova; P è posto nel segmento a una distanza di OP dall'asse delle ordinate e PQ dall'asse delle ascisse, tale che PQ+PO=L. Bene, per trovare la traiettoria di BK (il punto P) dovrei conoscere le coordinate x e y che mano a mano mi descrivono tale curva. Per conoscerle considero i due triangoli rettangoli di angolo alfa (nel disegno allegato ho eseguito un rapido schizzo per farvi comprendere la situazione) e ricavo:
>
> 
>
> x = op • cos alfa
>
> y = pq • sin alfa
>
> considerando come spazio di valori ammissibili per alfa [0, pigreco/2]. (...)

Il Nostro non arriva a riconoscere le equazioni parametriche, e quindi a dedurre di che curva si tratta, ma ci va molto vicino. Sempre nello spirito del dare spazio ai nuovi arrivati, ecco la versione di ***MillaTK***:

> Siamo in estate, e BK è a metà della scala... credo che tutti si concentreranno sulla faccia di Buster, piuttosto che sui suoi piedi, ma tanto per essere pignoli e precisi, ci concentreremo sulla traiettoria dei suoi piedi...
>
> A: punto della scala sul muro
>
> B: punto della scala alla base

l: lunghezza della scala = |AB|

P: punto in cui si trovano i piedi BK.

In estate, quando la scala rimane con il punto B fermo, la traiettoria di P è un arco di circonferenza e, se P è a metà tra A e B, l'arco ha raggio l/2 (anche se non sarà un arco di ampiezza pi/4... a meno che BK non sprofondi nel suolo...)

In inverno invece... l'estremo A scorre lungo il muro, l'estremo B scorre lungo il suolo... e se P è a metà tra A e B... la traiettoria è sempre un arco di circonferenza di raggio l/2!

Visto che però il problema non dice se, in inverno, la scala comincia a scivolare quando Buster è a metà della scala, proviamo a generalizzare, indicando con k la frazione di scala percorsa quando la stessa inizia a scivolare. risulta:

0<=k<=1

|PB| = k•l che indica la distanza di P da B

Impostiamo due assi cartesiani in maniera abbastanza naturale: l'asse y coincidente con il muro, l'asse x coincidente con il suolo, con le ascisse crescenti nel verso in cui scivola la base della scala. Le coordinate dei punti A, B, P risultano:

I) A(0,y)

II) B(x,0)

III) P((k-1)x,ky)

equazione per la lunghezza della scala:

IV) x^2+y^2 = l^2

nel caso semplice in cui BK si trovi a metà scala, k = ½ quindi la III) diventa:

IIIb) P(x/2, y/2)

verifichiamo la lunghezza del segmento |OP|

|OP|^2 = x^2/4 + y^2/4

|OP|^2 = (x^2+y^2)/4

|OP|^2 = (l^2)/4

|OP| = l/2

ossia P si mantiene sempre alla stessa distanza da O e la traiettoria di BK è sempre un quarto di circonferenza di centro O.

Nel caso in cui invece BK non si trovi al centro della scala (k <> 1/2), ponendo:

Xp = (k-1)x

Yp = ky

dimostriamo che la traiettoria è un'ellisse di semiassi (1-k)•l, kl, (...)[8]. Ellisse che, agli estremi:

- per k = 0 degenera in un segmento orizzontale di lunghezza l, con traiettoria dal punto (0,0) al punto (l,0)
- per k = 1 degenera in un segmento verticale di lunghezza l, con traiettoria dal punto (0,l) al punto (0,0)

[8] ***MillaTK*** ci perdonerà se non abbiamo rportato qui i suoi calcoli...

- per k = 1/2 corrisponde alla circonferenza trovata prima

In pratica il risultato è lo stesso per tutti, ma alcuni l'hanno arricchito con considerazioni veramente spassose, per esempio ***Frapao*** nel mezzo della sua soluzione scrive:

> [mode ingegnere on]
>
> i signori matematici non penseranno mica che Buster possa realmente partire da una posizione verticale della scala e descrivere una traiettoria in cui questa cade "all'indentro" anziché all'infuori, vero?
>
> [mode ingegnere off]

Per poi concludere:

> Toh! La traiettoria è un quarto di circonferenza esattamente come nel caso di scala che si ribalta all'indietro… e chi l'avrebbe sospettato?

Beh, il Capo, ovviamente. Prima di passare al prossimo problema ci teniamo a salutare ***Toki***, ***Filippo*** e ***BR1*** che erano mancati per un po' dalle nostre pagine.

4.1.2 "Nessuna birra rossa"

Alice si congratula con se stessa per aver assegnato solo due birre a questo "problema di birre", ma non è bastato ad attirare molti lettori: le soluzioni sono arrivate dai nostri "professionisti", cioè ***.mau.***, ***Frapao*** e ***Cid***.

Dovendo sceglierne una per cominciare, prendiamo quella di ***Frapao***, che è tanto che non pubblichiamo:

> Ricapitolando, tre amici A, B, C ricevono da *Kellerina* una birra 1 (chiara) o 0 (scura) senza poterla vedere, ma potendo vedere quella degli altri due…
>
> Diciamo subito che la strategia più semplice sarebbe che i tre si accordino in modo che A si butti al 50-50 e gli altri due dicano passo (p). Avremmo il 50% della bevuta gratuita per tutti. Ma noi vogliamo una strategia più redditizia e "sofistica" e allora facciamo così.
>
> Gli amici passano solo se vedono 2 birre "discordanti"; se vedono birre dello stesso colore dichiareranno per sé il colore opposto.
>
> Vediamo la casistica

	birre possedute			dichiarazioni			
	A	B	C	A	B	C	Esito
caso 1	1	1	1	0	0	0	ko
caso 2	0	0	0	1	1	1	ko
caso 3	1	1	0	p	p	0	ok
caso 4	1	0	1	p	0	p	ok
caso 5	0	1	1	0	p	p	ok
caso 6	1	0	0	1	p	p	ok
caso 7	0	1	0	p	1	p	ok
caso 8	0	0	1	p	p	1	ok

> E così dal 50 passiamo al 75% di birra a scrocco.
>
> La complicazione di *Kellerina* non è poi tanto cattiva, anzi ci dà la possibilità di <u>bevuta gratis sicura al 100%</u>.

Basti pensare che la seconda dichiarazione di ciascuno sarà una dichiarazione certa (è abbastanza immediato, giusto?), ed avere l'accortezza di scommettere al secondo giro una somma tale da compensare (e superare) la perdita del primo giro.

Ad esempio in questo modo.

I casi da 3 a 8 portano vittoria senza problemi, con o senza punti da scommettere (chi è nelle condizioni di dichiarare indovina, i "passo" diventano certezze al giro seguente); quindi possiamo focalizzare l'attenzione solo sui casi 1 e 2 (gli unici a rischio) adottando questa strategia:

tutti scommettono al primo giro la stessa percentuale p della propria dotazione iniziale D, per scommettere poi al secondo giro l'intero residuo $D - 3 \cdot p \cdot D$ che si moltiplicherà per 3 a fronte di vittoria certa.

[nota: la moltiplicazione per 3 nasce dall'interpretazione che do della frase *"ogni volta che uno di voi fa una dichiarazione **vincete** o **perdete** il numero di punti che **è stato** scommesso"* … in caso contrario sarebbe stato *"ogni volta che uno di voi fa una dichiarazione **vince** o B il numero di punti che **ha** scommesso"*… giusto Redazione?]

Quand'è che il bilancio è positivo? Ovviamente quando

$3 \cdot (D - 3 \cdot p \cdot D) > D$

cioè per $p < 2/9$

In pratica i 3 amici dovranno scommettere al primo giro una posta inferiore al 22,22% della propria dotazione e tutto il residuo al secondo giro.

Prosit aggratis! (100%).

Cid giungeva allo stesso risultato nel primo caso, e proponeva un'espansione per "*Kellerina* fraudolenta":

Cosa succederebbe se la distribuzione di probabilità non fosse uniforme? Intendo dire che la *Kellerina* potrebbe scegliere un altro modo per scegliere il colore delle birre, in modo tale che la strategia descritta prima non porti più al 75% di probabilità di bere gratis.

Chiamiamo "strategia 1" la strategia descritta prima:

- chi vede una birra chiara ed una scura dice "passo"
- chi vede due birre dello stesso colore dice il colore opposto

per complicare le cose, la *Kellerina* dovrebbe aumentare la probabilità di avere tutte e tre le birre dello stesso colore. Ma deve fare attenzione al rischio che venga applicata un'altra strategia. Ad esempio, chiamiamo "strategia 2" la strategia seguente:

- in due rispondono sempre "passo"
- il terzo risponde in base a questa regola:
    - se vede due birre dello stesso colore dichiara di avere la birra di quel colore
    - se vede due colori distinti, esegue la scelta tramite una moneta "onesta"

Naturalmente, la "strategia 2" è favorita dall'aumento di probabilità di avere tutte e tre le birre dello stesso colore.

Quale distribuzione di probabilità deve quindi adottare la *Kellerina*?

Chiamo P1 la probabilità di avere tutte e tre le birre dello stesso colore.

Con la strategia 1, la probabilità di non bere gratis è uguale a P1, con la strategia 2, la probabilità di non bere gratis è uguale a: $\frac{2}{3} \cdot (1 - P1)$.

Io ritengo che alla *Kellerina* convenga uguagliare queste 2 probabilità in modo tale che qualunque sia la strategia da voi scelta, la vostra probabilità di bere gratis non superi un valore fissato.

Quindi: $P1 = \frac{2}{3} \cdot (1 - P1)$, da cui si ricava: $5 \cdot P1 = 2$, e quindi si ha: $P1 = 0{,}4 = 40\%$

(P1 = Probabilità di non bere gratis)

Quindi alla *Kellerina* conviene usare un dado "onesto" a 10 facce, se viene 1 o 2 mette tre birre di colore chiaro, se viene 3 o 4 mette tre birre di colore scuro, a ciascuno dei restanti 6 numeri assegna una delle 6 configurazioni con 2 birre di un colore ed una dell'altro colore.

In tal modo, quale che sia la vostra strategia la vostra probabilità di bere gratis non supera il 60%.

(A meno che esistano altre possibili strategie che permettano di avere un risultato migliore, a me pare che non esistano, ma non ne posso escludere l'esistenza. Se desiderate avere più probabilità di bere gratis, vi conviene cercarle.....)

Per finire vi diamo la strategia di ***.mau.***:

Le otto possibilità sono 1. SCC, 2. CSS, 3. SSS, 4. CCC, 5. CSC, 6. SCS, 7. SSC, 8. CCS.

- Il primo dice "passo" se vede birre diverse, oppure il colore che vede.

Ha una probabilità su quattro di sbagliare (casi 1 e 2), e in questo caso è tutto finito; una su quattro di indovinare (casi 3 e 4) e due su quattro di dire "passo" (da 5 a 8).

- se il primo ha indovinato, gli altri potrebbero tranquillamente passare; ma possono fare i saputelli, visto che tutte le birre sono dello stesso tipo e anche loro quindi possono dire il colore che vedono.

- se il primo ha passato, e il secondo vede due birre dello stesso colore (casi 5 e 6), dirà l'altro tipo di birra; di nuovo, se proprio vuole, il terzo può rispondere dicendo il colore opposto a quello del secondo.

Altrimenti passa anche lui.

- Se i primi due hanno passato, il terzo dirà il colore opposto a quello che vede, e ce l'avete fatta.

La probabilità di farcela è quindi del 75%, meglio che nulla.

Ciò detto, la *mia* proposta di strategia è leggermente diversa. Il primo giocatore dovrebbe dire "passo" se vede birre diverse, oppure dire *il colore opposto* a quello che vede: questo perché la cameriera probabilmente conosce anche lei la strategia, e cercherà di fregarvi distribuendo le birre come nei casi 3 e 4. Insomma, la mia è una tecnica di ingegneria sociale.

La migliore del mese, l'*"ingegneria sociale"*, anche se stiamo notando che persino ***Cid*** ha ipotizzato una *Kellerina* che tira a fregare, il che dimostra che dopo anni di RM si impara a non fidarsi di nessuno...

5. Quick & Dirty

Qualche anno fa, ***Andrew Robertson*** ha detto di aver trovato un errore nella dimostrazione di Wiles dell'Ultimo Teorema di Fermat; sfortunatamente non era colpa di

Wiles, ma del tipografo... Come sapete, Wiles ci ha messo 350 pagine (e un mucchio di tempo); secondo voi, perché non ha preso la strada qui sotto?

Teorema: l'equazione

$$x^n + y^n = z^n$$

non ha soluzioni intere positive per $n > 2$.

Dimostrazione: Supponiamo esista una soluzione: essendo $x \neq y$, possiamo supporre $x = y + a$ e $z = y + b$, con b intero positivo.

Consideriamo l'intero N tale che:

$$z^{n-1} = x^{n-1} + y^{n-1} + N.$$

Allora,

$$x^n + y^n = z^n = z\left(x^{n-1} + y^{n-1} + N\right).$$

Risolvendo in N otteniamo:

$$N = \frac{(y+a)^{n-1}(a-b) - by^{n-1}}{y+b} = \frac{F(y)}{y+b}.$$

Quindi, $y + b$ divide $F(y)$ e si ha

$$\begin{aligned} 0 &= F(-b) = (a-b)^n + (-b)^n \\ 0 &= (b-a)^n + b^n > 0 \end{aligned} \qquad \texttt{[5.1]}$$

che è una contraddizione, e quindi il teorema è dimostrato.

Tanto per cominciare, se la dimostrazione fosse valida lo sarebbe per ***qualsiasi*** n***,*** *e quindi non sarebbe valido il Teorema di Pitagora. L'errore è comunque nell'espressione* **[5.1]**: *anche se è vero che come espressione nella variabile* y*, se* $y + b$ *divide* $F(y)$*, allora* $y + b$ *deve essere fattore di* $F(y)$ *e* $F(-b)$ *deve valere* 0*, qui il ragionamento non è applicabile in quanto* y *è una* ***costante****, e solo perché la costante* $y + b$ *divide la costante* $F(y)$*, non siamo autorizzati a dedurre che* $F(-b) = 0$.

Peccato. Potevamo risparmiarci non solo Wiles, ma anche Pitagora....

6. Pagina 46

Supponiamo n sia divisibile per tutti gli interi $m \leq \sqrt{n}$ e consideriamo il minimo comune multiplo K di tutti gli m.

Nell'insieme degli m sono inclusi tutti i numeri primi per cui è $p \leq \sqrt{n}$ e tutti i numeri per cui è $p^k \leq \sqrt{n} < p^{k+1}$.

Assumendo che i numeri primi minori di $\sqrt{n}$ siano l e indicandoli con $p_1, p_2, \ldots, p_l$, abbiamo che il minimo comune multiplo di tutti gli interi m sarà:

$$K = \prod_{i=1}^{l} p_i^{k_i}, \quad k_i : p_i^{k_i} \le \sqrt{n} < p_i^{k_i+1}, \qquad \texttt{[6.1]}$$

Da questo discendono l disuguaglianze:

$$\begin{aligned} &\sqrt{n} < p_1^{k_1+1}, \\ &\sqrt{n} < p_2^{k_{21}+1}, \\ &\ldots, \\ &\sqrt{n} < p_l^{k_l+1}. \end{aligned}$$

Da cui si ottiene:

$$\left(\sqrt{n}\right)^l < p_1^{k_1+1} \cdot p_2^{k_{21}+1} \cdot \ldots \cdot p_l^{k_{l1}+1}.$$

Abbiamo inoltre che:

$$\prod_{i=1}^{l} p_i^{k_i+1} = \left(\prod_{i=1}^{l} p_i^{k_i}\right) \cdot \left(\prod_{i=1}^{l} p_i\right) \le K^2,$$

in quanto la produttoria all'interno della prima parentesi è stata definita pari a K in `[6.1]`. Di conseguenza, deve essere:

$$\prod_{i=1}^{l} p_i \le K$$

e quindi $\left(\sqrt{n}\right)^l < K^2$.

Affinchè n sia divisibile per K, deve essere $K \le n$, e quindi $\left(\sqrt{n}\right)^l < n^2$, da cui $l < 4$; dovendo $p_1, p_2, \ldots, p_l$ essere i primi minori $\sqrt{n}$ e considerato che il quarto numero primo è 7, si ha che deve essere $\sqrt{n} < 7 \Rightarrow n < 49$.

Con un limite superiore così basso, il problema è affrontabile per forza bruta e si vede che gli unici interi soddisfacenti le condizioni date sono:

$$24,12,8,6,4,3,2.$$

7. Paraphernalia Mathematica

7.1 Rien ne va plus [004]: Ogni tanto va bene a tutti e due

In effetti, sinora abbiamo esaminato dei giochi *finiti*, per i quali esiste la ragionevole certezza che, dopo un po', uno dei due giocatori vince; adesso, viene il momento di dare un'occhiata ad alcuni giochi finiti ma in cui si possano incontrare situazioni di loop potenzialmente infinito. La cosa, anche se può essere considerata l'ancora di salvezza per giocatori decisamente malmessi (pensate allo scacco perpetuo negli scacchi) non ci è mai stata troppo simpatica ma va comunque analizzata. Proviamo con una leggera modifica di un gioco che dovreste già conoscere, visto che era al fondo del pezzo del mese scorso; ci rendiamo conto che quel pezzo era piuttosto pesantino e quindi per quelli di voi che non sono arrivati sino alla fine, ripetiamo le regole.

Nimland (II)

> Come l'altra volta, cominciamo con alcune macchine parcheggiate in diverse città; una città può contenere una o più macchine. Al proprio turno, il giocatore sceglie una macchina e la sposta in un'altra città collegata a quella di orginie da una strada; fate attenzione, però, che alcune strade sono a senso unico.

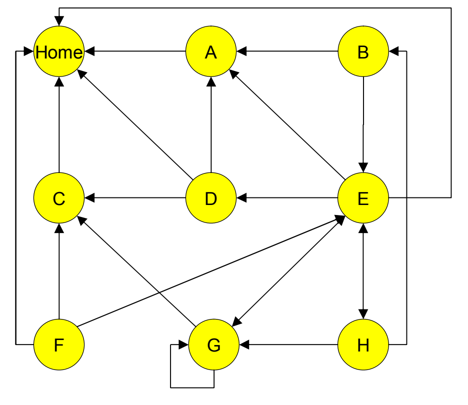


Figura 1 – Non so mica, per che ora arrivo...

Ora il problema di questa mappa è che esistono dei circuiti, quali ad esempio **B-E-H** e **G-E-H**, che possono essere compiuti all'infinito senza mai farci avanzare verso la fine del gioco; non solo, ma se cerchiamo di calcoare i Nimeri associati ad ogni città, rischiamo di avere dei problemi.

Chiaramente, la Home (visto che è il punto di arrivo) può essere etichettata con 0; **A**, **C** e **D** si etichettano velocemente come $^*1, ^*1, ^*2$ rispettivamente, ma qui nascono i guai: posto che non lo ricordiate, la regola dice che:

> Ad ogni passaggio, per una particolare città non numerata T, consideriamo l'insieme di tutte le città etichettate accessibili da T, e sia m il più piccolo intero non negativo che ***non*** compare come Nimero di queste città. Se per ogni città non etichettata U accessibile da T esiste un cammino da U verso una città etichettata con il Nimero $^*m$, allora attribuiremo a T il Nimero $^*m$.

Allora a questo punto, analizziamo **B**. L'unica città raggiungibile da **B** è **A**, che ha il Nimero ^{*1} ed è connessa alla home che ha Nimero 0; quindi, se dobbiamo etichettare **B**, questa dovrà avere Nimero pari a 0; non solo, ma se da **B** ci si sposta verso **E**, questa è collegata alla Home e quindi, a maggior ragione, il Nimero di **B** è proprio 0.

Con lo stesso discorso possiamo etichettare **F**: infatti, questa non solo è collegata a due città numerate (**C**, con Nimero ^{*1}, e la home, con Nimero 0), ma è collegata a **E** che non ha Nimero ma è a sua volta collegata a **D** che ha Nimero ^{*2}; quindi, a **F** diamo Nimero ^{*2}.

Con lo stesso ragionamento possiamo etichettare **H**: ha un cammino verso **B**, che ha Nimero 0; non solo, ma **H** ha due cammini verso **G** e **E**, che non sono etichettate ma hanno cammini verso **C** e **A**, che hanno Nimero pari a $^{*}1$; quindi, ad **H** attribuiamo il Nimero $^{*}1$.

E qui nascono i problemi; **E** ha cammini verso **A**, **D**, **H** e la Home, etichettate rispettivamente $^{*}1,^{*}2,^{*}1,0$; inoltre, non possiamo etichettarla $^{*}3$ in quanto **E** non ha connessioni con città non etichettate collegate successivamente ad una città con Nimero $^{*}3$; non solo, ma anche **G**, che ha un collegamento con se stessa, non può essere numerata. In figura, trovate un modo piuttosto soddisfacente per cavarsela...

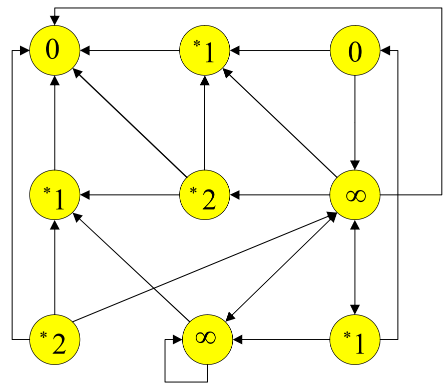


Figura 2 – Se dobbiamo usare i numeri, usiamoli tutti**.**

Insomma, riassumendo:

Siano $\{m_1, m_2, \ldots, m_k\}$ i Nimeri delle posizioni iniziali delle auto: abbiamo allora tre casi:

1) Se i valori sono tutti finiti, allora il risultato è lo stesso di un gioco di Nim con $\{m_1, m_2, \ldots, m_k\}$ gettoni.

2) Se uno e un solo valore (supponiamo m_1) è infinito, allora:

   a) Se c'è un cammino da m_1 ad una città m_2 tale che $\{m_2, m_3, \ldots, m_k\}$ è un gioco di Nim perdente per il primo giocatore, allora la posizione è vincente per il primo giocatore.

   b) In caso contrario, il gioco è pari.

3) Se più di un valore è infinito, allora il gioco è pari.

Se siete scarsamente convinti, provate a seguire una partita: posizioniamo tre macchine nelle città **B**, **D**, **H**, aventi rispettivamente Nimeri $(0,^{*}2,^{*}1)$; seguiamo la partita non solo attraverso le mosse, ma anche attraverso i Nimeri:

Alberto		***Fred***	
Mossa Nimland	**Nimeri**	**Mossa Nimland**	**Nimeri**
$(B,D,H)\Rightarrow(B,A,H)$	$(0,^{*}2,^{*}1)\Rightarrow(0,^{*}1,^{*}1)$	$(B,A,H)\Rightarrow(B,A,E)$	$(0,^{*}1,^{*}1)\Rightarrow(0,^{*}1,\infty)$
$(B,A,E)\Rightarrow(B,A,A)$	$(0,^{*}1,\infty)\Rightarrow(0,^{*}1,^{*}1)$	$(B,A,A)\Rightarrow(E,A,A)$	$(0,^{*}1,^{*}1)\Rightarrow(\infty,^{*}1,^{*}1)$
$(E,A,A)\Rightarrow(\text{Home},A,A)$	$(\infty,^{*}1,^{*}1)\Rightarrow(0,^{*}1,^{*}1)$	$(\text{Home},A,A)\Rightarrow(\text{Home},\text{Home},A)$	$(0,^{*}1,^{*}1)\Rightarrow(0,0,^{*}1)$

...e, alla prossima mossa, Alberto vince.

È interessante notare che per due volte Fred ha provato a mandare Alberto in confusione, spostando macchine in posizioni con Nimeri infiniti; tutte le volte, però, Alberto aveva a disposizione una città con Nimero finito, e quindi il gioco è continuato.

Una domanda che sorge spontanea, a questo punto, è: come si fa a spezzare una "catena di infiniti"?

Insomma, quello che vogliamo prendere in considerazione adesso sono i punti (2) e (3) dell'analisi svolta sopra; questa parte è piuttosto dura, quindi il consiglio è di leggerla con molta calma.

Se abbiamo *una sola* città T etichettata con infinito, e supponiamo inoltre che esista un cammino da T a una città etichettata $^{*}m$, tale che $^{*}m$ e tutte le altre città etichettate sia una posizione perdente; il giocatore a questo punto si muove tranquillamente verso $^{*}m$ e, prima o poi, vince la partita.

Per verificare che i casi (2-b) e (3) terminano con una patta, basta verificare che ogni giocatore può dilazionare la vittoria dell'avversario per un tempo indeterminato; per vedere come questo succede, supponiamo che la (**XOR-**)somma di tutti i Nimeri tranne quello di T assuma un valore $^{*}n$.

1) Per quanto riguarda il caso (2-b), esiste un'unica città T avente Nimero infinito; considerando tutte le città raggiungibili da T e escludiamo uno dei valori $0,^{*}1,^{*}2,^{*}3,\ldots,^{*}(n-1)$; allora il giocatore di turno può ridurre $^{*}n$ a questo valore, ottenendo quindi un nuovo caso di tipo (2-b).
2) D'altra parte, se consideriamo tutti i valori $0,^{*}1,^{*}2,^{*}3,\ldots,^{*}(n-1)$ ma escludiamo $^{*}n$, il fatto che T non sia etichettata ci dice che *c'è una mossa da* T *ad un'altra città* U *etichettata infinito da cui* **non ci sono** *mosse verso* $^{*}n$; il giocatore quindi esegue questa mossa, il che ci riporta al caso (2-b).
3) Per il caso (3), basta muoversi da una città etichettata infinito ad un'altra, ritornando continuamente al caso (3).

Ma per quale motivo un giocatore dovrebbe aderire a queste regole? Beh, se scegliamo un giocatore qualsiasi: se si trova nei casi (2-b) o (3), non c'è modo di trasformare la posizione in una di tipo (1), che lascerebbe all'altro giocatore una posizione perdente; d'altra parte, se portasse il gioco in una posizione di tipo (2-a), c'è da aspettarsi che l'avversario ne approfitti immediatamente e vinca. Quindi, la migliore strategia continua ad essere quella di restare nell'ambito dei casi (2-b) e (3), e dal ragionamento qui sopra sappiamo che una strategia di questo tipo esiste.

Gli spettatori si annoieranno, ma almeno mezzo punto riusciamo a portarcelo a casa...

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms