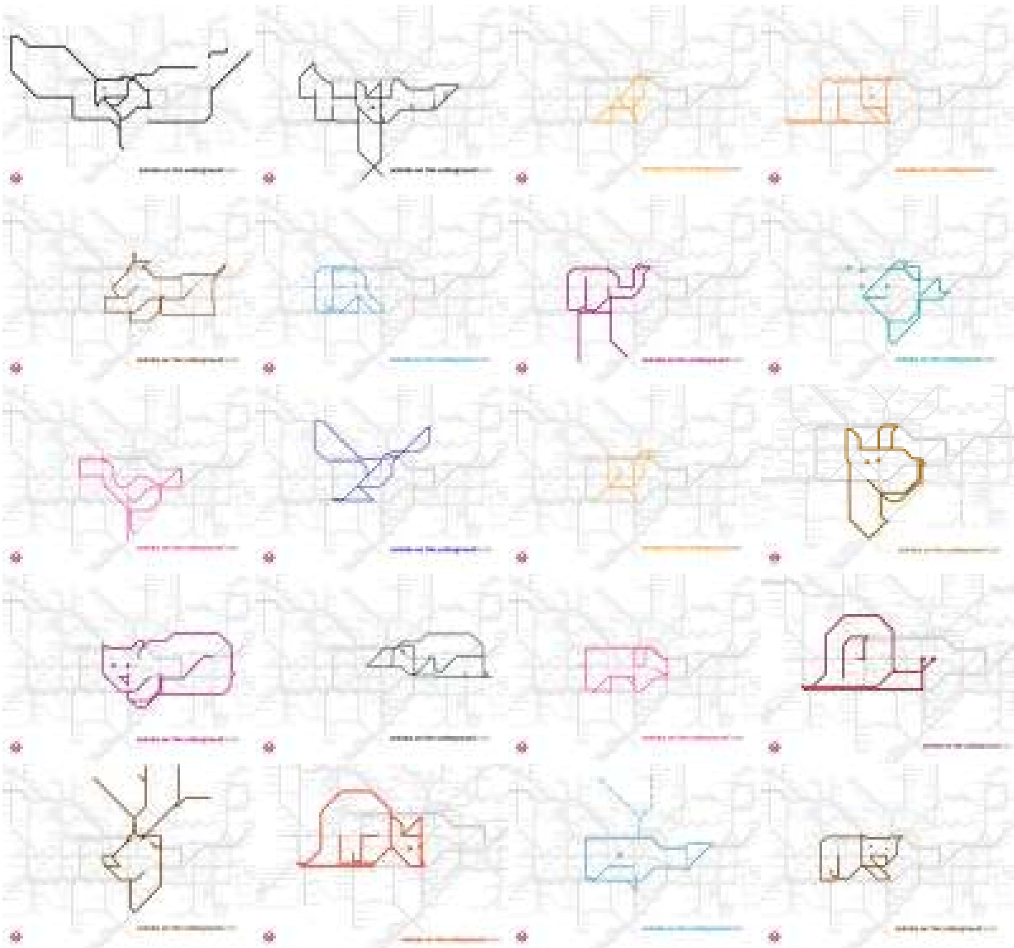
Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 096 – Gennaio 2007 - Anno Nono



Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da

Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM 094 ha diffuso 1202 copie e il 30/11/2006 per Google eravamo in 29500 pagine.

Vi abbiamo già raccontato che, ospitando la più giovane metropolitana del mondo, ci sta particolarmente simpatica la più anziana. Ora, se guardate attentamente lo sfondo delle figure in copertina, potreste scoprire cosa disegnano gli inglesi **sulla** metropolitana. Aiutino: sono in ordine alfabetico per nome in inglese... Comunque, la mappa è quella ufficiale per il controllo e la gestione delle emergenze.

1. La, tutta la, niente altro che la.

È sempre meglio dire la verità. Ovviamente, questo vale nel caso non siate dei bugiardi eccezionalmente bravi.
(Jerome K. Jerome)

Qualsiasi imbecille è in grado di dire la verità; ci vogliono uomini di un certo intelletto per mentire con cognizione.
(Samuel Butler)

La finzione è obbligata a tener conto delle possibilità; la verità no.
(Mark Twain)

Il contrario di una proposizione vera è una proposizione falsa. Ma il contrario di una profonda verità può ben essere un'altra profonda verità.
(Niels Bohr)

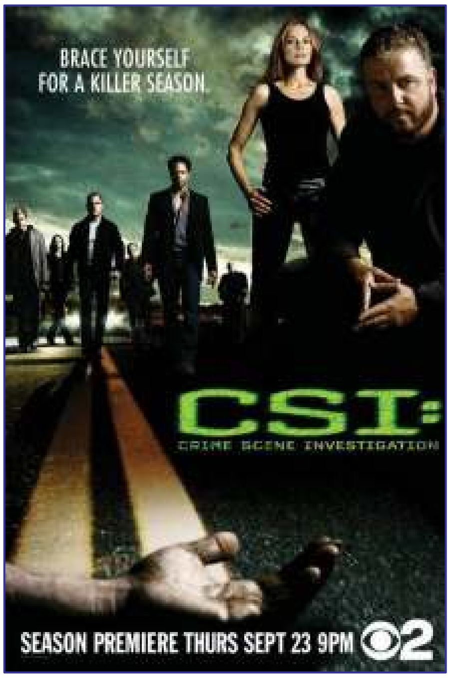
Solo qualche anno fa, quando andavano molto di moda i film pieni di signorine graziose e poco vestite, regolarmente inseguite da attori comici meno graziosi e fortunatamente assai meno svestiti, qualcuno notò che il cambio epocale dei valori morali era messo in evidenza dal fatto che i film iniziavano proprio dove quelli dell'epoca precedente finivano. L'osservazione non era peregrina: gran parte delle garbate e perfino un po' bacchettone commedie degli anni '40 e '50 lasciavano solo tenuemente trasparire i riferimenti erotici e men che mai quelli palesemente sessuali, e il massimo di esplicita asserzione che si poteva ottenere da quelle pellicole era proprio vedere una porta di una camera da letto che si chiudeva dopo che la coppia dei protagonisti era entrata nell'alcova, o ancor più frequentemente con la scena che piombava nel buio non appena i baci assumevano una frequenza non più rappresentabile in una pellicola perbene.

Poi, appunto, una sorta di rivoluzione culturale ha generato negli '60 e '70 una valanga di film che, fatte salve le scene strettamente indispensabili a mantenere viva un'ipotesi di flebile trama, venivano quasi integralmente girati proprio in quelle stanze da letto – ormai ottimamente illuminate - dove prima si chiudevano porte di fronte alle cineprese e si spegnevano luci per non impressionare pellicole fotosensibili. Almeno in quel caso, la variazione epocale – non ci sentiamo in grado di attribuirle un qualsiasi grado di merito, sia esso positivo o negativo – era quantomeno facile da leggere; una società uscita da guerre, povertà e paure che piano piano riscopriva la voglia di divertirsi, in qualsiasi modo tra i molti possibili. Accorciare le gonne alle signorine e mettere in mostra i muscoli dei bagnini d'Adriatico era solo uno di questi modi. Niente di più, niente di meno. Soprattutto, niente di trascendentemente significativo, quantomeno dal punto di vista scientifico.

In maniera meno evidente, meno appariscente e certamente meno epocale, un'altra piccola rivoluzione è in corso da qualche anno, stavolta limitata ai soli piccoli schermi. Come la precedente, è caratterizzata dall'aver luoghi e ragioni d'essere proprio in luoghi e ragioni che in precedenza erano proibiti, censurati, al massimo solo accennati. Quando il cattivo della situazione tirava fuori la pistola e cominciava a sparare, la liturgia filmica d'un tempo aveva la sua bella sintassi da seguire: l'arma era rumorosa, l'assenza totale di rinculo mostrava subito al colto e all'inclita il suo essere arma giocattolo, e la vittima colpita a morte si accasciava lentamente al suolo. Qui, aveva il tempo di pentirsi delle proprie malefatte e perfino di rivelare la segreta ubicazione del tesoro, se necessario, giusto poco prima che la macchia di salsa di pomodoro disegnata sulla sua bianca camicia arrivasse alle dimensioni di un uovo fritto in padella. *Et voilà*, la dinamica balistica del proiettile era bell'e servita, senza altri fronzoli. Ancora più riservata era la rappresentazione simbolica dei feriti e delle ferite: si lasciava interpretare allo spettatore pochi segni convenzionali: qualche goccia d'acqua vaporizzata sul volto dell'attore con barba lunga significava "febbre alta e delirio". Bende con evidenti macchie di sangue e smorfie prolungate del volto servivano invece come indicazione inequivocabile di ospedali

da campo (specie nei film di guerra). In altri termini, la finzione cinematografica usava dei canoni riconosciuti per nascondere la cruda rappresentazione dell'autentica sofferenza. Come nell'opera lirica nessuno si stupisce se il tenore colpito a morte nel duello riesce a tirare le cuoia con somma dignità, inanellando un paio di do di petto e restando dritto in piedi prima di accasciarsi sul palcoscenico, la regola cinematografica prevedeva che la tisica potesse morire nel suo letto di morte essendo ancora ragionevolmente bella e capace di lunghi e sensuali sospiri, prima di esalare l'ultimo.
La cosa più pericolosa, dal banale punto di vista della conoscenza del mondo fisico, è che alla fin fine la maggior parte delle persone – e specialmente quelle più giovani – non hanno reali pietre di paragone per sapere se la rappresentazione scenica sia più o meno fedele all'evento reale. In qualche modo, si tende a presumere che la finzione sia comunque distante dalla realtà, ma non avendo a disposizione esperienze dirette, si può anche lentamente restare convinti di dinamiche assolutamente improbabili. Poi, magari, si riesce a scovare qualche vecchio reduce di guerra in grado di raccontare, con occhi tristi e vividi, che un uomo colpito da un proiettile cade esattamente come un sacco di patate, e non con un lento accasciarsi e smorfia d'effetto. Poi, forse, si potrà recuperare qualche conoscente medico, o infermiere, o volontario del 118 in grado di spiegare che la quantità di sangue in grado di uscire da una ferita d'arma da fuoco è tanta da superare ogni più pessimistica immaginazione dello spettatore medio di film western. Eppure – e tutto sommato per fortuna – questo duro confronto con il "vero e reale" è spesso facile da dimenticarsi[1], rifugiandosi nel tranquillo ricordo del "rappresentato".
Questo è portato quasi all'esasperazione dalla tipologia di telefilm che raggiunge i maggiori indici di gradimento in questi ultimi anni: medicina legale (o comunque ad alto impatto visivo), e indagini di polizia scientifica. Come la precedente rivoluzione mediatica, dicevamo, trova ragion d'essere proprio nei luoghi che prima erano severamente vietati: nessuno spettatore sapeva un tempo – se non per ragioni che nulla hanno a che fare con l'essere spettatore – che un'autopsia comincia con la classica "incisione ad Y", e quasi sicuramente neanche sospettava la necessità di pesare e catalogare ogni organo dello sfortunato ospite del laboratorio. Oggi, invece, questo è diventato il set principale di un gran numero di telefilm, e il lavoro dell'anatomo-patologo è rappresentato con la stessa attenzione che una volta si riservava solo alle indagini che l'ispettore di turno svolgeva nei night-club. Alla stessa maniera, il proiettile che non raggiungeva mai la dignità dello schermo è adesso spesso rappresentato al rallentatore, mentre entra con devastante potenza nel corpo-bersaglio recidendo muscoli e tendini, fracassando ossa, creando emorragie e lesionando organi, in modo che lo spettatore possa poi comprendere la natura dell'intervento risanatore del chirurgo, o anche solo perchè il tale tendine reciso nella tal maniera sia prova inoppugnabile dell'innocenza della spogliarellista bionda.
E, a proposito di spogliarelliste, la cosa più buffa di tutte è che pur superando i criteri di quello che una volta era definito quantomeno "scabroso", quando non direttamente

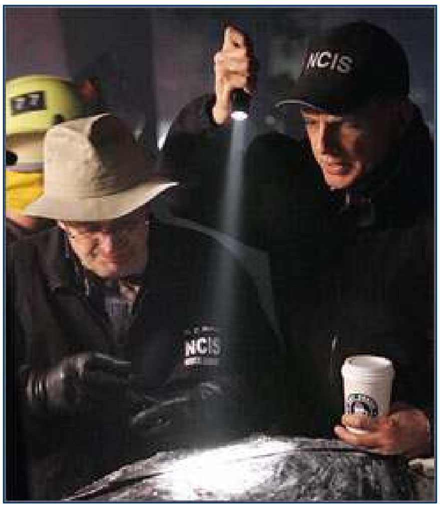
[1] Oltre alla facilità di dimenticare come possa essere diverso il "reale" dal "rappresentato", ci sono anche innumerevoli casi in cui il rappresentato è semplicemente entrato nelle vere e proprie "conoscenze" o, per meglio dire, "convinzioni di conoscenze". Chi scrive ha sempre riso con superiorità nel vedere schiere di persone realmente convinte che una battaglia di astronavi nello spazio profondo possa davvero avere per colonna sonora una gran quantità di rumori, botti e udibilissime esplosioni, anche se lo spazio profondo è palesemente privo dell'aria necessaria a trasportare le onde sonore. Ciò non di meno, quello stesso superbo osservatore è rimasto di sasso, l'Undici Settembre del 2001, nell'osservare gli aerei collidere contro le Torri Gemelle. L'episodio rivestiva un pathos e un'importanza storica da consentire qualsiasi sensazione di stupore e angoscia, ma in qualche modo vi ha trovato spazio anche una banale sorpresa di natura meccanica. Decine di ipotetiche collisioni tra aerei e edifici erano state rappresentate nella cinematografia, e la loro grammatica aveva sempre gli stessi elementi: i velivoli si accartocciano contro gli edifici, le lamiere si contorcono e quindi precipitano a terra ai piedi del grattacielo, insieme alle molte macerie strappate dall'edificio che rimane seriamente danneggiato dall'urto. Niente a che vedere con quello che mostravano spietate le televisioni di tutto il mondo, con gli enormi aerei di linea che sparivano letteralmente inghiottiti dalle torri, come lame calde nel burro, uscendone dall'altro lato dopo essere stati trasformati in spaventose lingue di fuoco. Le carlinghe che si accartocciavano nell'urto con il cemento armato non erano più realistiche del rumore delle esplosioni nel vuoto, ma il sottoscritto non ne era minimamente consapevole, fino alla dura visione del "reale"..



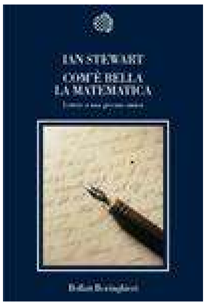
"scandaloso" (ovvero la cruda esposizione con zoom e coloratissimi dettagli dell'interno del corpo umano, magari attraverso le ampie incisioni provocate dall'indifferente argenteo bisturi dell'esame autoptico), una sorta di pudore classico resiste ancora; anche se dallo schermo si vedono estrarre cuori e milze da un corpo umano come fossero arance da pesare al mercato, la parte dei genitali del medesimo corpo è sempre accuratamente nascosta da una sedia o dal bracciolo d'una poltrona, in modo che ne sia impedita la vista. Ora, il fatto che un organo di riproduzione rappresentato nel suo normale aspetto fisiologico sia considerato osceno, mentre nella stessa sequenza non è considerata tale l'esposizione sanguinolenta d'un fegato estratto dalla sua sede naturale, è cosa che sfugge ai nostri poveri strumenti di analisi logica.

Ma il punto significativo è comunque un altro: ovvero che si sta creando una nuova sintassi della rappresentazione, almeno per quel che riguarda il campo della medicina legale (o comunque spettacolarizzabile come tale), e che questa rappresentazione appaia assai più prossima alla realtà di quanto lo fosse la precedente. E lo spettatore è presumibilmente attratto da questa tipologia di telefilm proprio perché appare evidentemente "più vera" di quelle cui era in precedenza abituato. Ora, la nostra sovrumana incompetenza sull'argomento ci mette al riparo dal dovere confermare o smentire l'esattezza di tale sensazione, ma è quantomeno certo che questo "effetto" ha già causato qualche impatto sulla vita reale. Dal nome della serie di telefilm più famosa ha preso il nome di "Effetto CSI", e ha già cominciato a complicare alcuni processi negli Stati Uniti, perché i componenti delle giurie popolari, resi edotti dalle possibilità tecnologiche a disposizione dei dipartimenti di polizia scientifica, esortano spesso e volentieri i tecnici ad eseguire un gran numero di esami del DNA, di fibre, balistici o quant'altro, prima di volersi sbilanciare con un verdetto. E la cosa è spesso controproducente per lo svolgimento del normale processo giudiziario statunitense (specialmente se, come è già accaduto, tali esami vengono richiesti anche di fronte a casi di rei confessi).

Quel che certi telefilm ci regalano è, in qualche maniera, la sensazione di avere ora maggiori strumenti a disposizione per la conoscenza della "Verità"; se la prima rivoluzione mediatica tendeva a soddisfare le mere pulsioni del voyeurismo sessuale, questa seconda sembra più nobile perché il voyeurismo che tende a soddisfare sembra di natura più squisitamente conoscitiva. Ciò non di meno, così come le attrici regolarmente svestite nei film-commedia degli anni '70 avevano certo il diritto di essere in realtà delle normalissime e vestitissime signore fuori dal set, anche le deduzioni del diagnosta e i test del DNA potrebbero essere meno semplici ed efficaci quando si svolgono in un laboratorio reale. E, dal punto di vista della reale conoscenza dei fenomeni, tutto potrebbe anche ridursi al raggiungimento della familiarità con gli oggetti caratteristici delle serie: reggicalze e pernacchie per le commediole d'un tempo, pile nere a stilo e luminol per i telefilm di questi anni duemila.



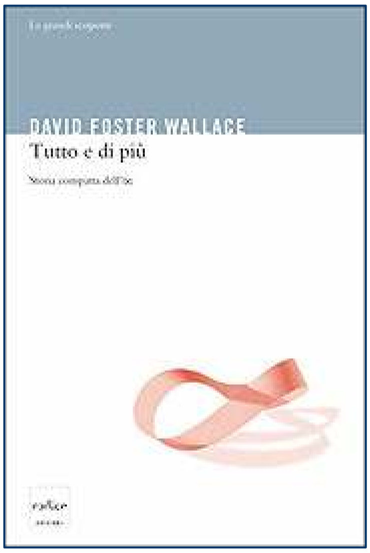
Il cuore del problema è, come spesso accade, essenzialmente un problema di definizione: in questo caso tutto ruota attorno ai concetti di "conoscenza" e di "verità", che sembrano ben chiaramente postulati nel linguaggio comune, ma che invece non lo sono. Quantomeno, non lo sono sempre: e lo è ancor meno la loro apparentemente chiarissima correlazione: la "conoscenza", nel senso più nobile del termine, ha senso solo se è "conoscenza di verità", e solo in tal senso è piacevole possederla. Perché è indubbio che, per la quasi totalità delle persone, "conoscere" è fonte di piacere. Risolvere un problema di solito incrementa la conoscenza; se il problema è di matematica, allora la conoscenza incrementata è quasi certamente "vera", e questa è forse la ragione per la quale esiste la matematica ricreativa[2], ad esempio. Ma qualsiasi gioco, letterario o meno, che porta ad una conoscenza attraverso un processo di deduzione è in genere piacevole, e questo spiega anche il successo dei libri gialli e dei film polizieschi. Per fare un esempio più in tema con lo spirito della rivista (e sicuramente più semplice da esporre di quanto possa esserlo lo scrivere ex-novo un romanzo giallo a solo scopo propedeutico), potremmo prendere in considerazione un libro uscito di recente. È di argomento matematico, ragionevolmente divertente e non troppo caro[3], quindi possiamo perfino provare a spacciare la cosa come una "quasi recensione".



Stiamo parlando di "*Com'è bella la Matematica – Lettere ad una giovane amica*" di Ian Stewart. Il libro in sé è abbastanza originale: a sentire ciò che scrive l'autore, l'intenzione è stata più o meno quella di riprendere il celeberrimo libro di Godfrey Hardy, "*Apologia di un Matematico*", e vedere come poteva risultare cambiata l'immagine della matematica (e soprattutto dei matematici) ad un secolo di distanza da quello storico libretto. In realtà, poi, si tratta di un libro epistolare, visto che è composto dalle lettere che Stewart ha scritto negli anni a Meg, giovane studentessa che dopo il liceo ha deciso di studiare matematica all'Università, finendo con l'accompagnarla nella sua carriera scolastica e scientifica fino alla di lei nomina a professore di college. Si potrebbe anche dire che, almeno per la struttura, più che al testo di Hardy il libro di Stewart sembra assomigliare a quello che raccoglie le lettere di Eulero alla sua pupilla, la principessa di Anhalt-Dessau, nipote di Federico il Grande ("*Lettere ad una Principessa di Germania*"). In ogni caso, il testo serve soprattutto a parlare di matematica, e non è nostra intenzione speculare sulle intenzioni dell'autore. Più modestamente, ci accontenteremmo di estrarre qualche deduzione (incremento di conoscenza? pezzi di possibile verità?) da quello dei traduttori. È bene subito chiarire che non c'è affatto l'intenzione di processare chi si sobbarca il duro – e spesso faticoso, oltre che quasi sempre mal pagato – lavoro di traduzione. È una cosa che capita con ormai troppa frequenza, e che in realtà è spesso ingiusta verso una categoria meritoria.

[2] Ma non solo la matematica è ricreativa: ci pare giusto citare, visto l'argomento, che anche la giurisprudenza (e certo quasi ogni altra disciplina) ha il suo lato divertente accuratamente coltivato dagli addetti ai lavori. Nell'occasione della revisione dei codici penali, ad esempio, un gruppo di giudici e avvocati sembra sia riuscito a mandare assolto il Lupo di Cappuccetto Rosso.

[3] Ma neanche troppo economico, a dire il vero. Diciassette euro per 157 pagine formato 13x19 non è che siano il massimo della convenienza, con buona pace di Bollati Boringhieri.



Un bellissimo libro di matematica, "*Tutto e di più – Storia compatta dell'∞* " di David Foster Wallace[4] è stato a suo tempo massacrato dai recensori perché i traduttori incorsero nell'errore, senza dubbio grave, di tradurre con "integrale", parola nobile e dal chiaro significato matematico, il termine inglese "integral", che però corrisponde anche al non meno nobile né meno chiaro significato di "(numero) intero". Anche se la lingua inglese, una volta tanto, è complice nell'errore grazie alla sua duplice possibile interpretazione del termine, l'errore fatto dai traduttori è stato comunque grossolano, poiché basta davvero solo una minima infarinatura di matematica (che è lecito aspettarsi da chi traduce testi di matematica) per evitare certi incidenti. Ciò non di meno, anche questo errore non dovrebbe pesare poi troppo ai danni di un'opera veramente interessante come quella di Wallace; alla fine, se il prezzo da pagare per una austera recensione che fustiga senza pietà certi errori si risolve nel fatto che quel libro verrà letto di meno, la perdita è secca soprattutto per i lettori, e il servizio reso alla matematica (italiana) tutt'altro che positivo. Al massimo, ci si può interrogare su come possano arrivare in stampa certe tipologie di errore, proprio per cercare di capire quale possa essere la conoscenza "di base" della matematica in Italia, che è un po' anche, in parte, quello che ci proponiamo di fare noi ora.

Tanto per cominciare, alcune piccole scoperte nel libro di Stewart non riguardano in realtà la traduzione operata dai traduttori, ma più banalmente quella che potremmo chiamare "traduzione di mercato". Il titolo stesso, infatti, con quell'esclamazione entusiasta e ben determinata "*Com'è bella la Matematica*", per quanto pudicamente priva di punti esclamativi, sembra comunque più uno slogan pubblicitario che il titolo d'un libro d'un professore dell'Università di Warwick. E infatti non lo è: il titolo originale è un ben più modesto "*Letters to a young mathematician*", perfettamente in linea con la pacata modestia dei titoli dei saggi inglesi. Deve esistere una sorta di understatement consolidato degli accademici d'Albione: tanto per dire, la famosa "*Storia d'Europa*" di H.A.L. Fisher, (ma anche moltissime altre), nel titolo originale ha la prosopopea attenuata dall'articolo indeterminativo: "*An History of Europe*". "Una" storia d'Europa, una delle molte possibili, certo non l'unica sicura depositaria della verità. Ora, il marketing della casa editrice italiana si sarà presumibilmente domandato se una traduzione letterale (*"Lettere ad un giovane matematico"*? *"Lettere ad una giovane matematica"*?) fosse sufficientemente dirompente sugli scaffali delle librerie, concludendo che no, non lo era assolutamente. Questo forse perché forse il pubblico italiano è più facilmente seducibile da titoli d'effetto (con o senza punti esclamativi), o forse perché il recente successo di vendita dei libri di matematica è comunque ancora considerato immaturo, incapace di selezionare il grano da loglio, attratto più dalle fanfare titolatrici che dalla notorietà (o meno) dei nomi degli autori. Certo è che il risultato finale è un po' triste, impoverisce in parte la natura del libro stesso (a prima vista, uno potrebbe facilmente considerarlo, ehm, una raccolta di divertenti problemi di matematica ricreativa…), e il sottotitolo italiano, riportato certo proprio per stemperare certi possibili fraintendimenti, rischia di fare di peggio. È un sottotitolo che intende solo riproporre,

---

[4] Codice Edizioni, 25 Euro. Quasi a voler controbilanciare gli errori di traduzione, l'autore persegue una quasi maniacale regola di scrittura, riempiendo di rimandi, note a piè di pagina, sezioni facoltative NCVI (*Nel Caso Vi Interessi*) tutto il libro, che è infatti tutt'altro che raffazzonato. Indicativo, in qualche maniera, perfino l'uso del simbolo dell'infinito (∞) e non della parola "infinito" nel sottotitolo di copertina, come a voler rimarcare fin dall'inizio che di "infinito matematico" e non "infinito letterario" si tratta. Forse, la cautela è dovuta al fatto che David Foster Wallace è essenzialmente un romanziere, e non un matematico di professione, e quindi la precisazione poteva essere importante nei confronti del suo pubblico di parte letteraria. Ma è comunque un evidente segno di correttezza editoriale.

forse con intento di riparazione, il titolo originale; ma il guaio è che la parola "matematica" – seppur nel senso di "scienza", e non di "studiosa di quella scienza" – appare già nel titolo italiano, e quindi non può impunemente essere ripetuto. Il risultato finale è che il sottotitolo si trasforma da "*Lettere ad una giovane matematica*" a "*Lettere ad una giovane amica*", il che lascia aperta la porta ad interpretazioni maliziose. Sarà perché questo articolo è cominciato citando le commedie scollacciate degli anni '70, ma il fatto è che "giovane amica" tende ad essere accomunato, nell'immaginario collettivo italico, all'amante al pepe e alla dottoressa del distretto militare. E in conclusione, un titolo che inizia entusiasta "*Com'è bella…*" e termina malizioso "*…giovane amica*", rischia di disorientare chi cercava solo un libro che descrivesse il punto di vista d'un vecchio professore inglese sulla matematica contemporanea.

Entrando nel merito dell'editing e della traduzione vera e propria, si incontrano alcuni incidenti di percorso, certo non straordinari nelle traduzioni dei saggi di matematica. Alcuni sono dovuti senz'altro solo alla necessità di andare rapidamente in stampa: a pagina 103-104, ad esempio, si parla di "*Guru Emerito*" che viene naturalmente abbreviato con la sigla "GE". È però probabile che nel testo originale il Guru Emerito fosse simboleggiato da "GU", perché tale sigla compare spesso al posto di "GE". In altre parole, errore dovuto alla fretta, niente di più.

Pagina 135: qui si incontra un errore che psicologicamente è più divertente. Siccome è molto divertente anche il passo del testo che lo contiene, lo riportiamo per intero. Si tratta della dimostrazione logica del fatto che i gatti hanno nove code:

"Teorema: un gatto ha nove code. - Dimostrazione: Nessun gatto ha otto code. Un gatto a una coda in più di nessun gatto. QED"

L'errore in questione è un typo, un puro e semplice refuso, e neanche troppo evidente. In realtà, dal punto di vista della grammatica italiana, il verbo della la frase "Un gatto **a** una coda in più di nessun gatto" è da marcare con ripetuti segni blu già in terza elementare, ma resta il fatto che è strano che tale errore sia al tempo stesso tanto grave e tanto facile a sfuggire ad una prima lettura. In realtà, non ci vuole troppa analisi per comprendere la ragione di ciò: i gatti in quanto animali hanno (con l'acca) le loro brave code, ma le fruste che da loro prendono il nome si chiamano "gatti a nove code" senza nessuna acca. Una lettura veloce del "teorema" già rischia di impuntarsi alla prima frase, complice l'abitudine: "Un gatto ha nove code"? Suona male, proprio per colpa della frusta; poi però c'è un punto fermo, e allora va bene, non c'è nessuna frusta, è proprio l'animale a possedere nove appendici caudali. Ma l'equivoco è sempre presente, e quando si arriva pochissimo dopo a leggere "un gatto a una coda", è facile pensare di nuovo ad un frusta semplice, non multipla come quella a nove code. E il traduttore e il correttore di bozze possono lecitamente cascare nel tranello. L'errore è un po' più grave del precedente, ma qui non è solo questione di urgenza, ci si è messa anche la lingua a fare tiri mancini.

Pagina 152: "*"Due secoli e mezzo fa Platone disse che Dio era un geometra"*. Questo è invece un errore culturale, e non di lingua. La ricerca della dinamica di questi tipi di errore è decisamente più complicata, perché non è davvero chiaro come possano generarsi. Sarebbe utile un confronto con il testo originale[5], perché altrimenti è davvero complesso giungere a delle conclusioni. È risaputo che Platone visse due millenni e mezzo fa, non certo due secoli e mezzo. E l'errore di datazione sarà anche abbastanza marchiano, ma da dove trae origine? Fermo restando che chiunque abbia letto le varie bozze del testo avrebbe dovuto – sperabilmente – intercettare l'errore, è pur vero che, specialmente nei saggi tecnici, un traduttore o un correttore non sono tenuti ad entrare nel "merito" del testo più di tanto. Soprattutto nel caso che già nel testo originario la parola in questione fosse davvero un bel "*centuries*" e non un più appropriato "*millennia*". In questo caso, il traduttore è accusabile al massimo di "omissione di soccorso", e il sopracciglio sdegnato andrebbe rivolto verso l'autore inglese, che rende Platone contemporaneo di Eulero. Del resto, cosa pensare? Che un traduttore italiano si sia autonomamente presa la libertà di tradurre "millennia" con "secoli"? Ci sembra davvero improbabile, non fosse altro per la

[5] E se qualche valido RMer lo tiene sullo scaffale e ha voglia di toglierci la curiosità, è davvero il benvenuto.

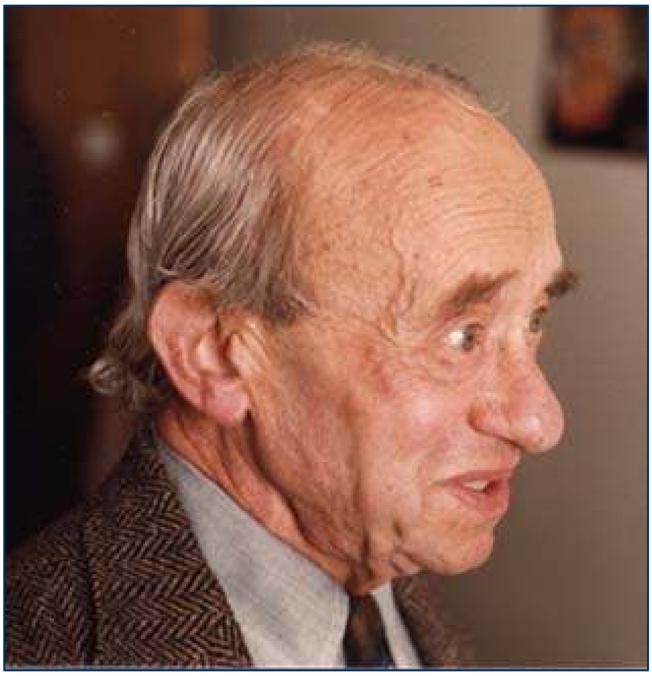
somiglianza tra parola italiana e inglese (anzi, latina). Ma, improbabilità per improbabilità, i due secoli e mezzo platonici sono arrivati in stampa.
A pagina 100 c'è infine l'errore che – confessiamo – ha scatenato questo gioco di caccia al refuso: *"A coloro che mi mandano i loro tentativi di trisezione dell'angolo rispondo sempre che a preoccuparmi non è il fatto che si siano sbagliati, il che non dovrebbe preoccupare neppure loro. Mi preoccupo se hanno ragione, nel qual caso una diretta conseguenza della loro dimostrazione è che tre diventa un numero dispari."*
Di questo abominevole gioiello ci sentiamo in grado di assolvere l'autore, non fosse altro perché è assai improbabile che, da inglese e da matematico, si perda ancora all'inseguimento del significato di parole come "even" e "odd". Sono invece parole che, proprio per il fatto di avere significati ampi anche al di fuori della banale definizione della parità dei numeri interi, sono spesso confuse dagli italiani. "Even è dispari? – No, pari! Dispari è odd", sono scambi d'informazione che risuonano spesso durante la redazione di articoli in inglese da parte di autori italiani. Ma il punto non è tanto questo, perché, come sempre, un errore è sempre possibile: il problema è come possa arrivare ad essere stampata una frase che, con il dovuto carico di sarcasmo in crescendo, termina con la terribile minaccia che tre possa diventare dispari. E giù tutti a ridere per l'assurdità.
Se quest'errore è riuscito a passare, si possono di nuovo chiamare in causa ragioni di fretta e psicologia; in fondo, a ben vedere, la frase che salta evidente bianco su nero è in fondo *"tre diventa un numero dispari"*, e le parole "tre" e "dispari" sono solitamente ben accoppiabili. E quindi una lettura frettolosa può tralasciare il vero veicolo dell'errore, che è quello strano verbo "*diventa*". Però, a tutto c'è un limite, e la frase rimane una brutta pecca in quello che resta un bel libro edito da una prestigiosa casa editrice italiana.
La breve e piccola autopsia alla ricerca di possibili infezioni in un libro di matematica divulgativa non è presumibilmente in grado di arricchire troppo la conoscenza di nessuno, anche se è possibile – e speriamo di averlo dimostrato – che la ricerca deduttiva di possibili "cause" di riconosciuti "effetti" è sempre quantomeno divertente. Ma è davvero un pezzo di verità, quello che si può ricostruire in questa maniera? È difficile a dirsi, e non certo solo perché – a ben vedere – anche cose ragionevolmente semplici come un errore tipografico possono avere cause comunque diversissime e totalmente impossibili da dedurre: soprattutto, la difficoltà sta nella circoscrizione stessa del concetto di verità. Anche se, almeno in prima battuta, la definizione di verità dovrebbe essere del tutto lineare ed evidente, se non altro come "opposto di menzogna". Ogni linguaggio, anche non necessariamente umano, ha anche lo scopo di rappresentare la realtà: una proposizione che non corrisponde alla realtà fisica è subito classificabile come "falsa", mentre una che ben descrive il mondo è proprio per questo "vera". "Il cielo è marrone" è proposizione falsa (almeno nella maggior parte delle condizioni atmosferiche di questo pianeta) e la gazzella che finge d'essere zoppa per attirare verso di sé il predatore allontanandolo dai suoi cuccioli è un'altra forma (funzionalissima) di menzogna, per quanto non umana. Ma la "verità" in quanto concetto generale sembra anche trascendere i limiti propri dei linguaggi; l'intera storia dell'uomo tracima di eventi basati sulla "diversa maniera di intendere" un episodio, un fatto, una cultura. Gran parte delle migliori opere d'arte rappresentano, in qualche maniera, la tensione cruciale causata dalla diversa lettura, da parte di attori diversi, della stessa realtà. Quasi ogni crisi, sia piccola come un litigio tra amici, sia planetaria come una guerra mondiale, nasce dall'irrisolto confronto tra maniere diverse di interpretare la realtà, al punto che l'evidente ossimoro "la verità di Tizio", (peraltro usualmente contrapposta alla "verità di Caio") è ormai entrato come (pessimo) modo di dire nel lessico comune.
Un altro tipo di verità, decisamente meno fragile, è la verità rivelata delle religioni. Chi la possiede, chi la riconosce come verità propria, non ha in genere ulteriori problemi di definizione e raggiunge un livello di certezza superiore a chi non possiede il medesimo sostegno. Questo è forse dato anche dal fatto che la verità religiosa è protetta dalla necessità della verifica: non le è richiesto di giustificare con piena esattezza ogni evento naturale, e non viene messa in crisi da possibili contraddizioni tra le descrizioni del Libro e quelle del Mondo. Il suo problema principale rimane l'impossibilità di essere comunicata al di fuori della cerchia dei fedeli, a causa della tautologia che solo avendo Fede si può

conoscere il potere della Fede; e questo vale sia nel tentativo di comunicarla verso menti agnostiche (tentativo che usualmente finisce in una pacata constatazione di mancata comprensione) sia nel caso di tentativo di trasmetterla a fedeli di altre religioni (tentativi che possono concludersi in modi assai variabili, dal nulla di fatto fino alla conversione, con anche il terribile rischio della guerra di religione).
Si può allora sperare in una migliore definizione di "Verità" da parte della Scienza? In fondo, è proprio la scienza l'attività umana più attenta alle definizioni, ed è anche quella che meglio raggiunge – di solito – la capacità di descrivere il mondo fisico. Abbastanza poco sorprendentemente, molte discipline scientifiche, proprio in quanto tali, non sono in grado di definire "verità" se non meramente statistiche. Le scienze "non esatte", quelle che si basano più sulle ripetute osservazioni che su una teoria costituente, devono necessariamente rispondere con risposte possibiliste a domande anche piuttosto semplici. Alla domanda "*Può l'Epatite C essere curata tramite somministrazione di acqua distillata?*", la scienza risponde con un prevedibile e pacato "*No*", ma dietro quel "no" ci sono un mucchio di assunzioni tutt'altro che scontate. Non ultima, può esserci anche la constatazione che la suddetta acqua distillata abbia comunque guarito un malato di epatite su tre. La situazione può sembrare paradossale, ma in realtà è uno degli esempi più evidenti di come sia complicato arrivare ad una buona approssimazione di "verità" scientifica, in alcuni casi.
Se viene scoperto un nuovo farmaco (supponiamo proprio per l'Epatite C) e questo supera i primi controlli funzionali, ad un certo punto dovrà essere sperimentato su un gruppo di pazienti per verificarne il grado di efficacia. Ma non ci si può semplicemente limitare a prendere dieci volontari con l'Epatite C e a vedere come reagiscono alla somministrazione: sono troppi gli eventi collaterali che possono influire, non ultimo proprio la consapevolezza, da parte dei malati, di essere sottoposti ad una nuova cura (magari ritenuta miracolosa). Il protocollo è perciò diverso: si formano due gruppi (ragionevolmente numerosi) di pazienti, e mentre uno di essi viene sottoposto al nuovo farmaco, all'altro gruppo si somministra uno pseudofarmaco; una medicina finta, una pillola scarica, acqua distillata, insomma: detto più tecnicamente, un placebo. È vitale, per il buon esito dell'esperimento, che nessuno dei pazienti (e preferibilmente neanche nessuno dei somministratori dei farmaci) sappia se appartiene al "gruppo curato" o al "gruppo di controllo", e la cura va avanti così fino alla fine. Se il nuovo farmaco è buono, finirà con il mostrare una percentuale di guarigione significativamente superiore a quella del gruppo di controllo: potremmo attenderci – a titolo di esempio – un buon 55% di guarigioni contro il 30% delle guarigioni avvenute nel gruppo di controllo. E questo è un preciso risultato scientifico, che misura (specialmente se accoppiato a centinaia di altre verifiche ripetute altrove) il grado di efficacia del farmaco. È con test di questo tipo che si decide se intere pratiche di medicina alternativa, dall'agopuntura all'omeopatia, dalla chiropratica ai Fiori di Bach, hanno o non hanno una efficacia realmente misurabile. Ora, tentiamo una velocissima analisi del risultato del nostro esperimento ipotetico. Possiamo concludere che è stato positivo: noi, la Scienza, possiamo affermare che il farmaco "funziona", anche se quasi la metà dei pazienti curati non ha riscontrato benefici. L'affermazione "*il farmaco funziona*" è pertanto vera o falsa? Ovviamente, dipende molto da quale sia il concetto di "verità" di ognuno. È difficile contestare al 45% dei pazienti che non hanno trovato giovamento dalla terapia l'errore nel loro giudicare "falsa" l'affermazione in esame. Con quale autentica sincerità potrebbero affermare il contrario, se hanno provato la cura sulla loro pelle senza avere alcun beneficio? Ma i guai grossi devono ancora arrivare, e sono rappresentati da quello spropositato 30% di guariti del gruppo di controllo. Per questi, che servivano proprio a misurare il "rumore di fondo" della misurazione, cosa possiamo dire, visto che l'acqua distillata ne ha comunque guariti un bel numero? Possiamo certo stabilire l'esistenza di un "effetto placebo", ovviamente ben noto in letteratura medica – che fa sì che diversi soggetti che credono di essere sottoposti a terapia guariscono anche se la suddetta terapia è solo simulata, ma per quanto riguarda il nostro problema di definire la verità scientifica siamo davvero nei guai. Anche perché non solo ogni medaglia ha il suo rovescio, ma anche ogni rovescio sembra avere un rovescio ancora più scuro. Non va dimenticato che il metodo dei gruppi di

controllo è quello che, fino ad oggi, ha portato a definire come "non sufficientemente provata" l'efficacia dei medicinali omeopatici. Questo "non provata" significa, in altri termini, che la percentuale di guarigione dell'omeopatia è grosso modo la stessa di un qualsiasi altro placebo. Prescindendo dalle implicazioni sociosanitarie del fatto, il punto essenziale diventa allora un altro: affermare "*l'omeopatia non funziona*" è insomma una dichiarazione complessa di verità, che assume che ci sia accordo di base sul significato – in termini di sperimentazione dei farmaci – della parola "funzionare". Questo perché se si intende la frase nel senso più comune di "verità", quello che è falsificabile da un solo controesempio, allora la frase "l'omeopatia non funziona" verrà sotterrata da centinaia di testimonianze, peraltro sincere ed espresse in buonissima fede, che invece in questo e quest'altro caso ha funzionato. Uno dei rischi dei telefilm sulla medicina spettacolo, forse, è proprio quello di dare la sensazione di un eccesso di conoscenza assoluta e garantita in un campo che è ancora, prevalentemente una assai complessa disciplina basata sulla rilevazione delle casistiche sperimentali.
Allora, non resta che affidarsi alle scienze esatte. La chimica, la fisica, l'astronomia, dovrebbero dare ben altre garanzie, grazie alle loro teorie più volte verificate e misurate fino ad un numero spropositato di decimali. L'elettrodinamica quantistica continua a sorprendere, da questo punto di vista, e anche le branche consorelle hanno comunque un livello di precisione nella rappresentazione del reale che vanno oltre le più severe richieste di "verità" umanamente richiedibili. Sarà ora possibile sapere non solo se l'affermazione "*Il cielo è blu*" è vera o meno, ma nel contempo avremo anche una definizione puntuale e circoscritta sia della parola "cielo" (in termini di geometria astronomica e scienze dell'atmosfera) sia dell'aggettivo "blu" (con relativa limitazione sulla banda della radiazione elettromagnetica del visuale delle opportune lunghezze d'onda minima e massima per comprendere tutto il "blu" dello spettro). In realtà, è gia evidente che la "verità" che si può richiedere alle scienze esatte è comunque di un tipo diverso, più rigoroso ma inevitabilmente più riduttivo di quella che viene comunemente intesa come verità. La fisica, ad esempio, rifugge da tutto ciò che non è misurabile, da tutto ciò che, se ci si passa l'aristotelico bisticcio di parole, è pronto a trascendere nella metafisica. Ma il guaio è che anche se decidiamo di accettare tutte le limitazioni del caso, anche se siamo disposti ad accontentarci d'una verità specialistica e collocata solo sotto le condizioni d'indagine del metodo scientifico, restiamo delusi. I Principi di Indeterminazione di Heisenberg[6] mettono un limite che non è solo strumentale all'indagine del mondo fisico, ma che è un reale blocco oggettivo. Oltre un certo limite, il conoscibile cessa di essere tale, perché interferisce con il soggetto conoscitore. Sembra quasi una maledizione da romanzo di fantasy, però senza l'eroe in grado di disinnescarla.
Ma si può scendere ancora di un livello, pur di ottenere almeno un briciolo di assoluta Verità. Si può svincolare la verità da ogni rapporto con l'esterno, da ogni dovere di rappresentazione del mondo fisico. Si può insomma chiedere alla matematica e alla logica di definire la Verità, in modo da non avere niente altro che il contenitore formalmente corretto della stessa. È ben poco, nella ricerca dell'Assoluto: molto poco, per chi non è matematico. Ma è molto, moltissimo, per chi ricerca il rigore. Una volta ottenute le regole per riconoscere il Vero dal Falso, una volta che la struttura stessa della Verità sarà stata una volta per tutte definita, allora sarà forse poi possibile costruire un impianto di certezze reali e assolute. Anche se il teorema di Gödel ha già recintato dietro alte barriere i mostri dell'Indecidibilità e dell'Incompletezza, se si riesce a definire una volta per tutte cosa sia la Verità, forse sarà ancora possibile risollevare i superpoteri della Logica e porli al servizio della Matematica.
Forse. O forse no.
Il passaggio logico è sottile, ma non troppo da non essere compreso con poche parole. I Teoremi di Indecidibilità di Gödel sanciscono che, a differenza di quel che si credeva in

[6] Se ne può parlare anche solo al singolare, come "Principio di Indeterminazione", ma ogni tanto è bene ricordare che agisce su grandezze coniugate, e quindi devasta impunemente sia la nostra speranza di individuare con precisione assoluta sia la posizione che la velocità di una particella, sia la sua energia ad un determinato momento.

precedenza, non esistono solo "Proposizioni dimostrate Vere", "Proposizioni non ancora dimostrate Vere", "Proposizioni dimostrate False" e "Proposizioni non ancora dimostrate False"; esistono anche Proposizioni Indecidibili, per le quali non vale l'apposizione né dell'aggettivo "Vero" né di quello "Falso". Per quanto questo sia stato catastrofico per tutti coloro che speravano di ricondurre la Matematica alla Logica, e anche se a questo colpo basso Gödel aggiunse anche quello complementare che classificò come necessariamente "incompleto" ogni sistema matematico consistente, ciò non di meno il concetto stesso di verità fu usato da Gödel senza la pretesa di una definizione formale. Il genio logico del Circolo di Vienna lasciò questo compito ad un polacco ancor di poco più anziano, anch'egli membro del medesimo celeberrimo Circolo.

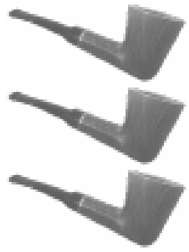
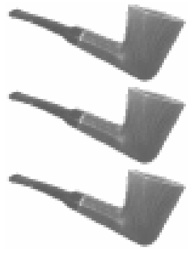


Alfred Tarski nacque il 14 Gennaio 1902 a Varsavia, quando questa città, certamente polacca, era però parte dell'Impero Russo degli Zar. A lui toccò il duello finale con la Verità, almeno con quella presa in considerazione dai logici e matematici, e nello scontro fu la Verità ad avere la peggio. Del resto, avesse ben studiato il suo avversario, la Verità stessa avrebbe probabilmente preso un certo numero di cautele prima di scontrarsi con un personaggio che proprio delle consuete connotazioni del "vero" sembrava prendersi gioco. Tanto per cominciare, Tarski non era Tarski: era Teitelbaum. Questo il cognome di suo padre e della sua famiglia, e quindi anche il suo e di suo fratello, almeno fino al 1923. Il cambio di cognome aveva a quel tempo certo le sue buone ragioni di essere, ma l'apparente serenità con il quale fu perpetrato è indice del fatto che il nostro sembrava badare assai più alla sostanza che alla forma. La terra polacca, nei primi anni del Novecento, fu oggetto di sconvolgimenti e cambiamenti repentini: nel 1915 l'Impero Russo si ritirò, e vi si ebbe un breve periodo di dominio austro-ungarico. Alla fine della guerra, l'identità nazionale polacca potè affermarsi con maggior impegno, e Alfred e Waclaw Teitelbaum decisero di fare il possibile per diventare il più polacchi possibile: il cognome che portavano mostrava le origini ebraiche e tedesche, così Alfred non si limitò a scegliere il nome Tarski, dal suono più polacco, ma proseguì anche abbandonando la religione ebraica e convertendosi al cattolicesimo. Così la Verità si trovò subito a fare i conti contro qualcuno dall'identità variata e dalle credenze mutate a soli ventidue anni: ma non era un'età troppo giovane e da prendere sottogamba, a dire il vero. Gia due anni prima, nel 1921, Alfred aveva cominciato a scrivere i primi elementi di una memoria destinata a restare nella storia della matematica, che sarebbe stata etichettata con il terribile marchio del paradosso, e la Verità, è notorio, è sempre terrorizzata dai paradossi. Ma ci volle un po' di tempo, però: nel 1921 Tarski aveva solo diciannove anni, e nel frattempo dovette discutere la tesi nel 1923 e ottenere un dottorato nel 1924, in modo da diventare il più giovane laureato della storia dell'Università di Varsavia. Solo a quel punto, dopo aver ripreso i suoi studi sulla Teoria degli Insiemi iniziati nel 1921 e avendo confrontato meglio i testi di Cantor, Zermelo e Dedekind, scrisse in società con Stefan Banach il testo di quello che poi sarebbe passato alla storia come – appunto – il Paradosso di Banach-Tarski. Quel paradosso che sancisce che una sfera, opportunamente tagliata in piccoli pezzi è riassemblabile in una sfera di dimensione ben maggiore, o addirittura in due sfere complete e distinte, identiche entrambe alla sfera originale[7]. Mettetevi nei panni della Verità, adesso: cosa c'è di più temibile d'un paradosso, da affrontare? Ma è ovvio: di più terribile può esserci solo un *teorema* che ha l'aspetto di un paradosso, senza però esserlo. E quello noto come Paradosso di Banach-Tarski dovrebbe essere chiamato, più umilmente, *Teorema* di Banach-Tarski.

La carriera accademica di Alfred continuò senza scosse, se si eccettuano quelle meramente economiche. Insegnò matematica e logica all'università e nei licei, tenendo di fatto due lavori di docenza a tempo pieno per poter guadagnare quanto bastava per vivere: si sposò nel 1929 con Maria Witkowski, anch'essa insegnante, e finalmente diventò abbastanza famoso da essere presentato, nel 1930, al Circolo di Vienna di Menger, frequentato anche da Kurt Gödel. Solo tre anni dopo, Tarski dà alle stampe la spada che sferrerà il colpo fatale alla Verità: si intitola "*Il concetto di Verità nei linguaggi formalizzati*", e mostra come la Verità non sia definibile in termini rigorosamente logici. Il principio venne ribadito nel 1936 con la pubblicazione di "*Sul concetto di conseguenza logica*", e le tecniche usate per giungere al risultato di "Indefinibilità" sono sostanzialmente le stesse usate da Gödel per giungere all'Incompletezza. È stata dimostrata, in sede di processo d'appello, che quella tra Tarski e Gödel è stata vera e propria associazione a delinquere, visto che i loro teoremi sono sostanzialmente complementari l'uno all'altro. A confondere definitivamente le acque ci pensò poi nuovamente Tarski, dimostrando che l'Indefinibile Verità poteva però in fondo in fondo ritornare ad essere Definibile, se solo avesse accettato di esserlo al di fuori del suo sistema di appartenenza. E a quel punto non si sa più come interpretare questo lento giocare del gatto-Tarski col topo-Verità; in parte è del tutto evidente che il traguardo raggiunto della "Verità Indefinibile dall'interno ma Definibile dall'esterno" chiudeva il parallelismo con i teoremi di Gödel e l'analogia del "sistema incompleto ma consistente" o "sistema completo ma inconsistente"; in parte invece sembra una perdita definitiva di contatto con la realtà, almeno da parte dei lettori ingenui nei quali pienamente ci riconosciamo.

[7] Una prestigiosa rivista italiana di matematica ricreativa ne ha parlato in ben tre Paraphernalia Mathematica, non a caso titolati "Due Palle Così". Cfr. RM63, RM64, RM65, Aprile-Giugno 2004.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	**Alice Riddle**	**Piotr R. Silverbrahms**
Non è successo niente!			
Un capodanno da movimentare			

Un paio di note sui problemi di questo mese: il primo, secondo Rudy, potrebbe essere tranquillamente un "Winter Contest", se esistesse una cosa del genere; per quanto riguarda il secondo, Alice proponeva un punteggio di "quattro birre, così i lettori hanno il materiale per giocarlo". Questo le è stato evidentemente impedito, anche vista l'estensione...

2.1 Non è successo niente!

Tranquilli. Anche se Rudy ritiene che questo sia uno di quei classici problemi da risolvere davanti ad un caminetto acceso, con in mano un *vin brulé* mentre ci si massaggia pensosamente il gesso risultato dell'invernale impresa sportiva, al momento (il 2007 è iniziato ormai da ottantasei ore) tutte le sue ossa sono ragionevolmente integre, anche se ogni volta che passa vicino ad un *patinoire* sente una spiacevole fitta all'avambraccio sinistro.

Il fatto è che il Capo è reduce da una quattro giorni sciistica con famiglia durante la quale non è successo effettivamente nulla, se si esclude l'aver incontrato e riconosciuto una persona[8] che non vedeva da quasi trent'anni (compagno di liceo); a questo si aggiunga che gli era stato (seriamente, questa volta) vietato di portare il computer, e il risultato è definibile solo come "calma piatta, a parte le gobbe[9]".

Comunque carta, matita e code agli impianti gli hanno permesso di ripensare ad alcuni problemi che ha sempre considerato bruttini; sapete tutti che se c'e` qualcosa che gli sta antipatico sono i problemi risolubili per "trial and error", e una delle poche cose che gli strappano un sorriso è trovare una soluzione calcolata e non tentata a questi brutti cosi.

[8] Non viene definito "amico" per il semplice fatto che all'epoca della frequentazione lui e il Capo non erano d'accordo neanche sul tempo atmosferico; testimoni obiettivi garantiscono comunque che avevano tutti e due l'aria contenta, quando si sono riconosciuti.

[9] E pochine anche di quelle. Per gli interessati al luogo: la pista del "Colletto Verde", considerata tra le più difficili dell'arco alpino occidentale, era chiusa, con grande dispiacere del Valido Assistente meno giovane.

Avete presente un dado normale, vero? La probabilità di ottenere un determinato valore è, se siamo onesti, il solito "un sesto" dato dalla distribuzione uniforme; riteniamo debba essere fonte di stupita perplessità lo scoprire che, se si tirano ***due*** dadi, la distribuzione dei punteggi è triangolare, favorendo sfacciatamente alcuni valori (quelli di voi che conoscono le regole del *Seven-Eleven* o del *Craps* sono, a questo punto, autorizzati a sfoggiare un sorrisetto di compiacenza); vi diamo la distribuzione nella tabella fianco, ma riteniamo chiunque di voi sia in grado di calcolarsela per conto proprio.

Valore	***Probabilità***
2	1/36
3	2/36
4	3/36
5	4/36
6	5/36
7	6/36
8	5/36
9	4/36
10	3/36
11	2/36
12	1/36

Ora, il problema è: *perché limitarci ai noiosi numeri da* 1 *a* 6*?* O, se preferite: esistono altri gruppi di numeri, non necessariamente su dadi a sei facce, che diano questa distribuzione? Per intenderci relativamente alla libertà di numerazione, se fate un qualche conto vi accorgete che *basta un dado* con le facce: `2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 11, 11, 12`, ma la cosa ci sembra un filino barare... Rudy ritiene che questa sopra sia l'unica soluzione per un solo dado, e ne ha cercate altre per due, tre e quattro dadi (non necessariamente con lo stesso numero di facce, in ognuno dei casi, e qualche volta ha dovuto tirare in ballo lo zero), quando si è chiesto se non sia possibile fare un'analisi un po' più generale... E, logicamente, ve lo rifila. *Riuscite a trovare degli insiemi che diano gli stessi valori di probabilità per i numeri dati?*

2.2 Un Capodanno da movimentare

Alcuni anni fa Rudy ha trovato il modo per passare un Capodanno ragionevolmente tranquillo; siccome odia quelle feste al ristorante in cui sei costretto a divertirti, soffiare come un cretino in una trombetta e fare il trenino portando a spasso un branco di idioti per la sala (e raccogliendone altri durante il tragitto), la luminosa idea che ha avuto verso l'inizio di questo millennio è stata: "E se andassimo al ristorante cinese? Per *loro* è una serata normale, non c'è rischio di coinvolgimento in giochi cretini". La cosa ha riscosso un discreto sucesso, e sono alcuni anni che mette in atto questa pratica: i festeggiamenti di capodanno si limitano quindi all'apertura di una bottiglia di spumante al momento giusto e ad un brindisi[10].

Quest'anno, grazie alla complicità di suo figlio Paoletto, siamo riusciti ad avere alla cena al cinese anche Doc e famiglia; essendo in un ragionevole numero, siamo stati accomodati a quel balordissimo e simpaticissimo aggeggio che è il tavolo rotondo con il centro rotante e, prosciugati i bicchieri (calici ragionevolmente robusti), Rudy ne ha approfittato per un veloce problemino, visto che Doc sembrava seriamente intenzionato a curare i postumi di una brutta influenza con potenti dosi di grappa al bambù.

Per prima cosa lo abbiamo bendato, e quindi gli abbiamo spiegato la situazione e il problema.

"Doc, davanti a te sul rotante ci sono quattro calici (vuoti) equidistanziati sulla circonferenza, qualcuno dritto e qualcuno al contrario. Il tuo scopo è finire con tutti e quattro i bicchieri nella stessa direzione (su o giù fa lo stesso), e quando ci arrivi te lo diciamo. Sei autorizzato a toccare due bicchieri e quindi decidere se rivoltarne uno o tutti e due; siccome a Natale son tutti più buoni ma ormai è il primo dell'anno, dopo che hai fatto la mossa noi potremmo ruotare di quanto ci pare il tondo."

[10] Anche perché Rudy tiene sempre a tiro uno schema dei fusi orari e di solito comincia verso le tredici del trentuno a festeggiare i vari capodanni. Sentendosi in dovere di festeggiarne ventiquattro, tende a moderarsi.

A questo punto sono iniziati una serie di movimenti delle mani da parte di Doc senza toccare i bicchieri accompagnati da vaghi brontolii (lui pensa con le mani anche quando è bendato) e alla fine se ne è uscito con un "Si può fare". E, partito a girare bicchieri, ci ha lasciato di stucco quando abbiamo dovuto ammettere che ce l'aveva fatta. *Che strategia ha applicato Doc? E quante mosse ha fatto, al massimo?*

La sprezzante dichiarazione "Fortuna..." partita da un tavolo vicino ha fatto sì che venissero giocate alcune partite, costringendo il tizio a rimangiarsi l'affermazione; intanto, però, Rudy stava pensando ad alcune espansioni...

Supponiamo di mettere sul rotante *sei* bicchieri, e di permettere a Doc di toccarne ogni volta *quattro* (e di quei quattro ne rigira quanti pare a lui); *esiste una strategia, in questo caso?*

Beh, dopo tutto questo sforzo, forse è meglio se lasciamo corroborare il nostro eroe con un qualche alcolico più robusto, servito in quattro *tumbler* perfettamente cilindrici per i quali il nostro, toccando, non può capire se sono all'insù o all'ingiù; gli lasciamo comunque girare tutti i bicchieri che vuole ma pretendiamo che alla fine tutti i bicchieri siano all'insù. *Secondo voi, questa volta, ci riesce?*

Per rispondere alla tacita domanda che sorge spontanea da ognuno di voi: "Hanno guidato le mogli". No, non bendate.

3. Bungee Jumpers

Alcuni interi risultano divisi per 9 quando viene cancellata una certa cifra, e il risultato risulta anch'esso divisibile per 9.

Provate che la divisione per 9 del numero ottenuto può essere eseguita cancellando un'ulteriore cifra, e trovate tutti gli interi che soddisfano la condizione del problema.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Velocissimi, che siamo già in ritardo cosmico...

Usiamo questo spazio per ricambiare di cuore tutti gli auguri che sono arrivati in Redazione sotto forma di rime, di simpatici disegni danzanti, virus, anagrammi e lipogrammi (in Redazione c'è una sola che non sapeva cosa fossero, e ora conosce almeno una parola in più), e semplici ma sempre gradite semplici mail.

Visto che le feste se l'è portate tutte via l'Epifania, ci mettiamo subito al lavoro e riportiamo qui sotto le vostre soluzioni.

4.1 [094]

4.1.1 Ai confini della matematica: casa di Rudy

Come promesso il mese scorso, ecco qui la soluzione di ***Blif*** che ci era arrivata fuori tempo massimo:

> Allora, se non ho capito male, si tratta di assegnare a ogni casella (i,j) di una tabella in cui i e j che vanno da 1 a 6 un diverso numero naturale compreso fra 1 a 36: a caselle diverse, numeri diversi. Chiamerò "consecutivi" due numeri la cui differenza è 1, "vicini" quelli la cui differenza è 1 o 2, "lontani" quelli la cui differenza è almeno pari a 3.
>
> Per ogni coppia di caselle adiacenti con numeri consecutivi si vincono 2 punti (un punto per ognuna delle due caselle); per ogni coppia di caselle adiacenti con numeri lontani si perdono 2 punti (un punto per ogni casella).

1) Si possono assegnare i numeri in modo da non perdere mai punti? NO

Il numero 1 ha soltanto due numeri vicini, che sono il 2 e il 3. Per non perdere punti, l'1 deve essere assegnato a un angolo, in modo da avere solo due caselle adiacenti. Quindi i numeri 2 e 3 stanno di fianco all'angolo, reciprocamente non adiacenti, bensì in diagonale. Se la tabella ha lato n = 2, si riesce ancora ad avere solo contributi non negativi: basta mettere il 4 sull'angolo opposto all'1. Ma per n >= 3, la casella cui è assegnato il 2 ha tre caselle adiacenti, a una delle quali è assegnato l'1, mentre alle altre due si devono assegnare il 4 e un numero lontano, dato che il 3 è impegnato. Quindi, per n >= 3 non si possono evitare i contributi negativi.

2) Si possono assegnare i numeri in modo che nessuna casella dia contributo negativo? SÌ

Una soluzione in cui ogni casella ha contributo totale non negativo si può

costruire imponendo una struttura molto forte: si tratta di assegnare i numeri consecutivi a un "serpentone" di caselle adiacenti l'una all'altra.

1	2	3
6	5	4
7	8	9

Partiamo assegnando 1 all'angolo in alto a sinistra e proseguiamo lungo la prima riga. Arrivati all'angolo in alto a destra, scendiamo nella seconda riga e muoviamoci verso sinistra. Giunti alla prima colonna, scendiamo e muoviamoci verso destra. Nelle matrici con n pari, il serpentone termina nell'angolo in basso a sinistra, in quelle con n dispari nell'angolo in basso a destra.

Esempi:

n = 3

n = 4

1	2	3	4
8	7	6	5
9	10	11	12
13	14	15	16

Nelle tabelle con $n \geq 3$, il "serpentone" contiene 5 tipi diversi di caselle:

1) le caselle "interne" (i,j) con $1 < i < n$ e $1 < j < n$), che sono

   $n^2-2n-2(n-2) = n^2-4n+4$: il loro contributo è +1+1-1-1 = 0

2) le caselle "laterali" (i,j) con $1 < i < n$ e $j = 1$ o $j = n$, che sono

   2(n-2) = 2n-4: il loro contributo è +1+1-1 = +1

3) le caselle "laterali" (i,j) con $i = 1$ o $i = n$ e $1 < j < n$, che sono

   2(n-2) = 2n-4: il loro contributo è +1+1-1 = +1

4) le caselle "angolari" con valore 1 o n^2, che sono 2: il loro contributo è +1-1 = 0

5) le caselle "angolari" con valore diverso , che sono 2: il loro contributo è +1+1 = +2 Nella tabella con n = 2, compaiono solo i tipi 4 e 5.

Quindi, ogni casella ha contributo totale non negativo. In particolare, la soluzione del serpentone vale complessivamente 4n-8+4 = 4n-4.

3) Qual è il massimo punteggio possibile? BOH

Non sono riuscito a trovare niente di meglio del serpentone, cioè di 4n-4.

Dimostrarlo, però, è tutt'un'altra Svizzera.

Una stima per eccesso banalissima osserva che ogni casella può avere intorno due caselle adiacenti e due vicine, per cui guadagna 2 punti e il risultato totale è $\leq 2n^2$.

Sospetto però che si possa dimostrare che le caselle interne non possono guadagnare punti. Se dimostrata, la congettura porterebbe a una stima per eccesso di 2 punti per ogni casella del perimetro, cioè 2(4n-4) = 8n-8. Ancora lontana dal serpentone, ma almeno cresce linearmente, invece che col quadrato del lato.

Non riuscendoci con le buone maniere, ho deciso di usare la forza: scrivere un modello di ottimizzazione a variabili binarie e farlo risolvere al computer. Nonostante qualche raffinatezza, ho risolto solo i casi n = 2 e n = 3, confermando che il serpentone trionfa: il punteggio massimo è 4 per n = 2, e 8 per n = 3. Per n = 4, il serpentone dà una stima per difetto (o soluzione euristica) di 12 e il modello dà una stima per eccesso di 21 dopo un paio d'ore di calcolo (interrotte perché non è così che si lavora in matematica). Per $n \geq 5$, il modello va pure peggio della banale stima $2n^2$. Quindi, ci vuole un colpo d'ala.

Altro sull'argomento non ci è pervenuto, ma noi non perdiamo mai la speranza..

4.2 [095]

Non molte soluzioni in questo mese festaiolo...

4.2.1 Tre coincidenze

Solo ***Cid*** e ***Zar*** hanno tentato di aiutare il Capo a costruire i suoi ascensori, ***Zar*** ha mandato una soluzione per tentativi molto colorata con tre possibili soluzioni. Ecco invece la versione di ***Cid***:

Il mio progetto per i sei ascensori di questo albergo è il seguente:

Prima ipotesi

Albergo di 25 piani (da 0 a 24)

Il primo ascensore si ferma ai piani: 0, 1, 2, 3, 4

Il secondo ascensore si ferma in tutti i piani tali che: (Numero piano) Modulo 5 = 0

Il terzo ascensore si ferma in tutti i piani tali che: (Numero piano) Modulo 5 = 1

Il quarto ascensore si ferma in tutti i piani tali che: (Numero piano) Modulo 5 = 2

Il quinto ascensore si ferma in tutti i piani tali che: (Numero piano) Modulo 5 = 3

Il sesto ascensore si ferma in tutti i piani tali che: (Numero piano) Modulo 5 = 4

Seconda ipotesi

Albergo di 15 piani (da 0 a 14)

Fermate 1° ascensore:	0	1	2	3	4										
Fermate 2° ascensore:	0					5	6	7	8						
Fermate 3° ascensore:		1				5				9	10	11			
Fermate 4° ascensore:			2				6			9			12	13	

Fermate 5° ascensore:				3				7			10		12		14
Fermate 6° ascensore:					4				8			11		13	14

Terza ipotesi

La terza ipotesi richiede che la corsa al piano da qualsiasi piano sia unica.

Suppongo che ciò significhi che il percorso tra due piani qualsiasi deve essere sempre o solo in salita o solo in discesa, in modo di ottimizzare i tempi di percorrenza.

Con tale ipotesi, ritengo sia possibile realizzare al massimo un albergo con 15 piani (dal piano 0 al piano 14), e ciò sia avendo a disposizione 6 ascensori, sia avendone a disposizione in numero infinito. Infatti, il vincolo di poter usare al massimo 2 ascensori mi limita nella scelta delle fermate.

Fermate 1° ascensore:	0	1		3			6				10				
Fermate 2° ascensore:	0	1		3			6				10				
Fermate 3° ascensore:		1	2	3			6				10				
Fermate 4° ascensore:				3	4	5	6				10				
Fermate 5° ascensore:							6	7	8	9	10				
Fermate 6° ascensore:											10	11	12	13	14

Il 6° ascensore si ferma ai piani: 14, 13, 12, 11, 10

con il 5° ascensore proseguo la discesa, fermandomi ai piani: 10, 9, 8, 7, 6

il 4° ascensore si ferma ai piani 10, 6, 5, 4, 3 (la fermata al piano 10 è necessaria per raccogliere i passeggeri del 6° ascensore)

il 3° ascensore si ferma ai piani 10, 6, 3, 2, 1 (le fermate ai piani 10 e 6 sono necessarie per raccogliere i passeggeri del 6° e del 5° ascensore)

il 2° ascensore si ferma ai piani 10, 6, 3, 1, 0 (le fermate ai piani 10 e 6 e 3 sono necessarie per raccogliere i passeggeri del 6°, del 5° e del 4° ascensore)

il 1° ascensore si ferma ai piani 10, 6, 3, 1, 0 (è costretto a ripetere le fermate del 2° ascensore in quanto le fermate 10, 6, 3, 1 sono necessarie per raccogliere i passeggeri degli altri ascensori e la fermata 0 è necessaria in quanto una fermata più bassa mi costringerebbe dal piano 0 a salire con il 2° ascensore per poì scendere con il 1°, mentre una fermata più alta del 14 mi costringerebbe dal piano 14 a scendere con il 6° ascensore per poi salire con il 1°)

In generale il numero massimo di piani con questa ipotesi è:

$$\sum_{i=1}^{N°\,fermate} i \;= 1+2+3+4+5 = 15$$

Che ne dite?

4.2.2 L'importante è avere una scusa

I contributi per questo problema sono di ***.mau.***, ***Cid*** e ***Mr. Fahrenheit***. Cominciamo con ***.mau.***:

Se N=1, non c'è storia: dritti a casa senza fiatare.

Se N=infinito, si gira intorno all'infinito restando a distanza l.

Cominciamo a vedere il caso N=2. Nelle due figure, A è il punto di partenza, O quello di arrivo, e i vari B B' B'' il punto di svolta.

Come si nota nella figura a sinistra[11], se la semiretta AB'' è secante alla circonferenza di centro O e raggio OB'' siamo passati da punti più vicini ad O, e quindi la soluzione è da scartare. Quindi dobbiamo prendere l'altro punto di incontro, B'. Questo significa che il triangolo AB'O non può essere acuto, e quindi che il quadrato su AO è maggiore o uguale alla somma dei quadrati sugli altri due lati. A questo punto è un semplice problema di massimo, che si ha quando la semiretta è tangente alla circonferenza (e quindi tra l'altro il triangolo è rettangolo), come nella figura di destra; i due cateti devono poi essere uguali, sempre per massimizzare il tutto, e quindi di lunghezza l*sqrt(2).

Se andiamo avanti, troviamo per induzione che continueremo a dover avere segmenti della semiretta tangenti alle circonferenze create: a questo punto dobbiamo massimizzare n lati la somma dei cui quadrati è costante, e quindi devono essere tutti uguali.

La somma totale è quindi l*sqrt(N).

Di ***Cid*** riportiamo solo le conclusioni, visto che scrive praticamente sempre tutte le soluzioni a tutti i problemi...

Problema 1)

La massima distanza che Alberto riuscirà a percorrere dividendo il percorso in N tratti di linea retta è uguale a $\sqrt{N}$ km

Problema 2)

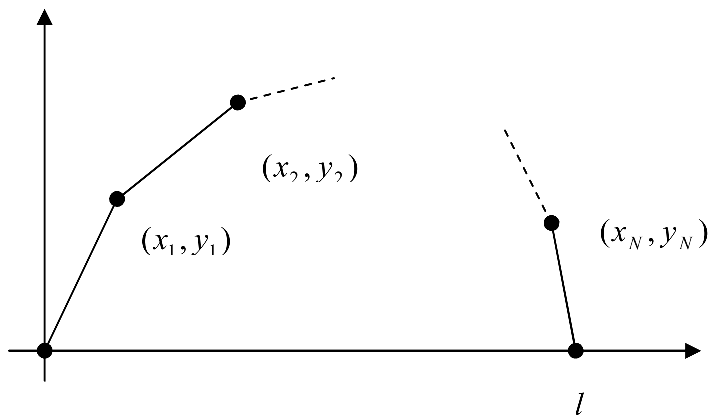
Risulta impossibile arrivare da scuola a casa partendo verso destra rispetto a casa e svoltando sempre a destra, nel caso in cui si debba rispettare la condizione che la distanza da casa decresca in ogni momento.

Problema 3)

Il massimo cammino con 3 tratti e ultimo tratto diretto verso Ovest risulta lungo 1722,358 metri..

Dedichiamo invece un po' più di spazio a ***Mr. Fahrenheit***, alla sua prima soluzione, benvenuto!

Il mio ragionamento è stato il seguente:



[11] No, non avete le traveggole e non ce la siamo dimenticata la figura: ***.mau.*** è famoso per avere sempre le ultimissime versioni open-source, così ci ha inviato un file svg, che noi siamo alla fine riusciti ad aprire, ma purtroppo non a convertire ed includere qui... per cui usate un po' di immaginazione.

N+1 è il numero di tratti in cui si vuole suddividere il percorso (il numero di punti da determinare sarà pertanto *N*). Con l ho indicato la distanza scuola-casa, nel nostro caso pari a 1 km.

Il percorso ha la seguente equazione, definita a tratti:

$$y(x)=\begin{cases} \dfrac{y_1}{x_1}\cdot x & 0\le x\le x_1 \\ y_1+\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\cdot(x-x_1) & x_1<x\le x_2 \\ y_2+\dfrac{y_3-y_2}{x_3-x_2}\cdot(x-x_2) & x_2<x\le x_3 \\ \vdots & \\ y_{N-1}+\dfrac{y_N-y_{N-1}}{x_N-x_{N-1}}\cdot(x-x_{N-1}) & x_{N-1}<x\le x_N \\ \dfrac{y_N}{x_N-l}\cdot(x-l) & x_N<x\le l \end{cases}$$

La distanza da casa è invece definita come:

$$d(x)=\begin{cases} \sqrt{(x-l)^2+\left(\dfrac{y_1}{x_1}\cdot x\right)^2} & 0\le x\le x_1 \\ \sqrt{(x-l)^2+\left(y_1+\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\cdot(x-x_1)\right)^2} & x_1<x\le x_2 \\ \sqrt{(x-l)^2+\left(y_2+\dfrac{y_3-y_2}{x_3-x_2}\cdot(x-x_2)\right)^2} & x_2<x\le x_3 \\ \vdots & \\ \sqrt{(x-l)^2+\left(y_{N-1}+\dfrac{y_N-y_{N-1}}{x_N-x_{N-1}}\cdot(x-x_{N-1})\right)^2} & x_{N-1}<x\le x_N \\ \sqrt{(x-l)^2+\left(\dfrac{y_N}{x_N-l}\cdot(x-l)\right)^2} & x_N<x\le l \end{cases}$$

La distanza da casa deve essere sempre decrescente, per cui:

$$\frac{d}{dx}d(x)=\begin{cases} x-l+\left(\dfrac{y_1}{x_1}\right)^2\cdot x\le 0 & 0\le x\le x_1 \\ x-l+\left(y_1+\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\cdot(x-x_1)\right)\cdot\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\le 0 & x_1<x\le x_2 \\ x-l+\left(y_2+\dfrac{y_3-y_2}{x_3-x_2}\cdot(x-x_2)\right)\cdot\dfrac{y_3-y_2}{x_3-x_2}\le 0 & x_2<x\le x_3 \\ \vdots \\ x-l+\left(y_{N-1}+\dfrac{y_N-y_{N-1}}{x_N-x_{N-1}}\cdot(x-x_{N-1})\right)\cdot\dfrac{y_N-y_{N-1}}{x_N-x_{N-1}}\le 0 & x_{N-1}<x\le x_N \\ x-l+\left(\dfrac{y_N}{x_N-l}\cdot(x-l)\right)\cdot\dfrac{y_N}{x_N-l}\le 0 & x_N<x\le l \end{cases}$$

(ho tralasciato tutti i denominatori delle derivate, tutte radici; il segno positivo dei radicandi è sempre garantito, e qualora non lo fosse già palesemente, il richiederlo è coerente con considerazioni geometriche, alcune delle quali mostrate nel seguito).

Il problema è determinare le $x_1, x_2, ..., x_N, y_1, y_2, ..., y_N$ di modo che le equazioni siano verificate $\forall x$. Il problema grosso è proprio quest'ultimo; la mia soluzione prevede di chiedere che la derivata della distanza da casa sia minore o uguale di zero solo nel punto finale di ogni tratto, il che implica che lo sia anche in tutti i punti che lo precedono. Di questo fatto penso sia facile convincersi intuitivamente, con un ragionamento geometrico (al limite si potrebbe buttare giù una dimostrazioncina facile facile, ma ora non mi sembra il caso).

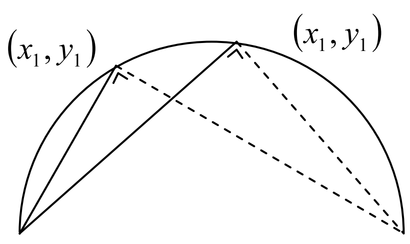
La prima equazione diviene:

$$x_1-l+\left(\frac{y_1}{x_1}\right)^2\cdot x_1\le 0$$

Ponendomi nel caso limite:

$$x_1^2+y_1^2-l\cdot x_1=0$$

Ovvero x_1 e y_1 devono stare su una circonferenza con centro in $(l/2,0)$ e avente raggio pari a $l/2$. Non a caso, qualsiasi triangolo costruito sul diametro di un cerchio e avente il vertice opposto sulla circonferenza del medesimo, sarà rettangolo; e infatti, se voglio che la mia distanza da casa non decresca, il punto (x_1, y_1) non potrà che coincidere col punto in cui il segmento tracciato da me alla casa forma un angolo retto col segmento che sto percorrendo. Da quel punto in poi, la distanza da casa tornerebbe a decrescere (anche il mio gatto sa che la distanza più breve tra una retta e un punto è il segmento perpendicolare alla retta stessa).



La stessa cosa la si può fare per le equazioni che seguono. Per il punto 2 ad esempio si ricava:

$$x_2^2 + y_2^2 - x_2 \cdot (x_1 + l) - y_1 \cdot y_2 + x_1 \cdot l = 0$$

il che significa che il punto (x_2, y_2) deve trovarsi sulla circonferenza che ha centro nel punto medio del segmento $\overline{(x_1, y_1)(l,0)}$ e diametro pari alla lunghezza dello stesso.

Mettendoci dunque nelle condizioni limite, le incognite da trovare si sono ridotte a *n*, essendo le $y_1, y_2, ..., y_N$ legate alle $x_1, x_2, ..., x_N$ come segue:

$$y_1 = \sqrt{-x_1^2 + l \cdot x_1}$$

$$y_j = \frac{y_{j-1} + \sqrt{y_{j-1}^2 - 4 \cdot (x_{j-1} - l) \cdot (x_j - x_{j-1})}}{2} \qquad j = 2, ..., N$$

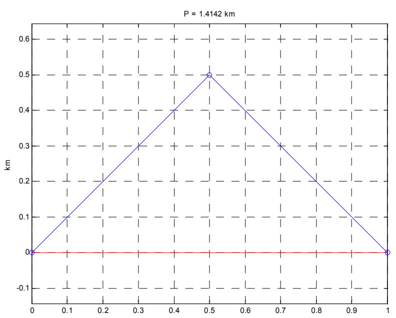
(Si poteva indicare con (x_0, y_0) il punto $(0,0)$ ed essere ancora più sintetici… ma me lo perdonerete spero). Le $x_1, x_2, ..., x_N$ sono da determinarsi massimizzando la funzione seguente:

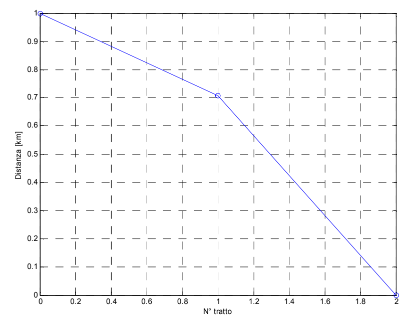
$$P(x_1, x_2, ..., x_N) = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + \sum_{j=2}^{N} \sqrt{(x_j - x_{j-1})^2 + (y_j - y_{j-1})^2} + \sqrt{(x_N - l)^2 + y_N^2}$$

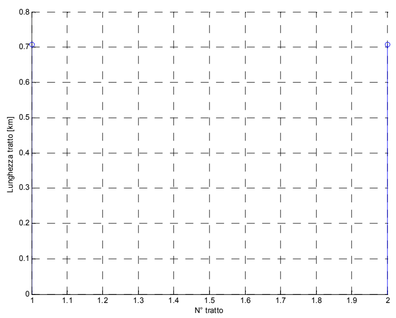
avendo esplicitato le $y_1, y_2, ..., y_N$ come mostrato sopra.

Non avendo voglia (…voglia…) di trovare una soluzione analitica, quella da me proposta è una soluzione "da ingegnere" (quale sono!). Brutalmente, ho implementato in Matlab un programmino che trova il massimo di tale funzione in *n* variabili. Ecco alcuni dei risultati, in funzione del numero di tratti:

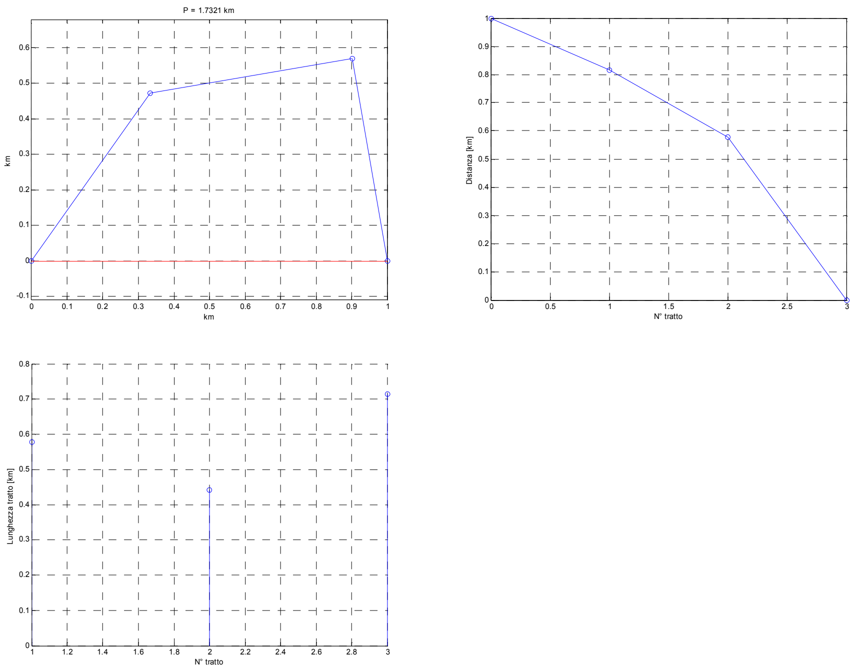
2 tratti:



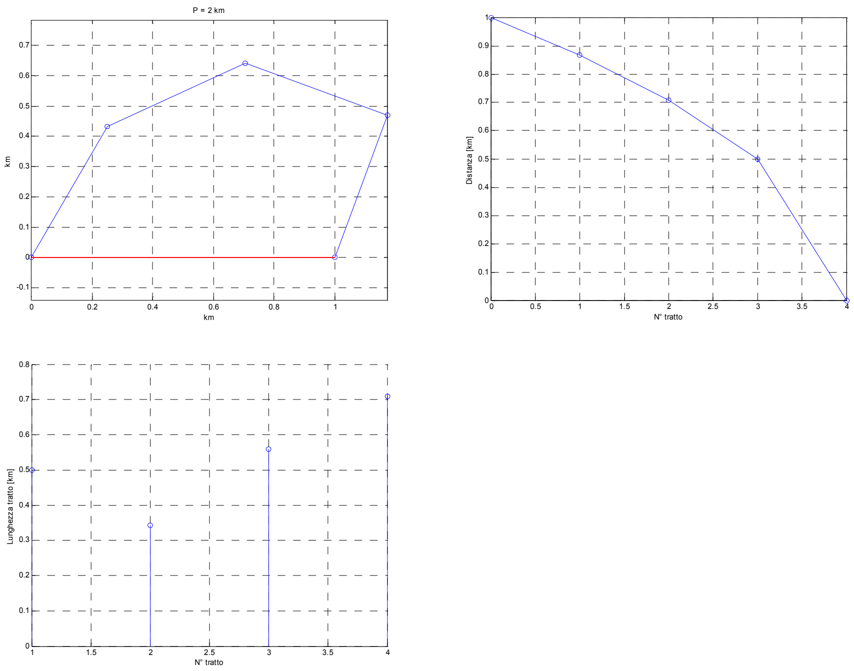




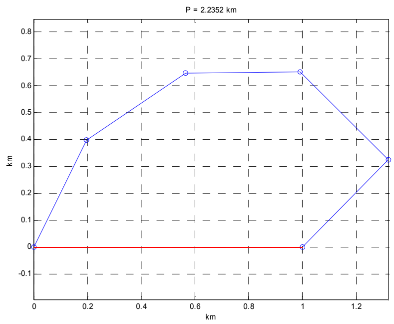
3 tratti:

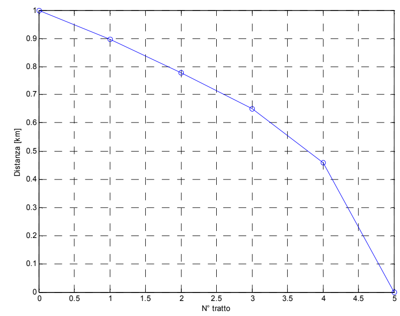


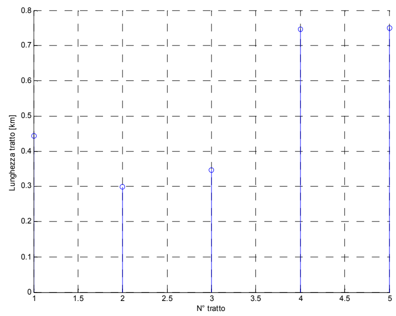
4 tratti:



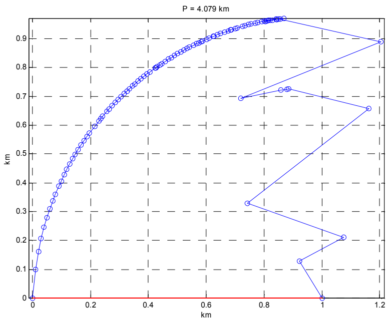
5 tratti:

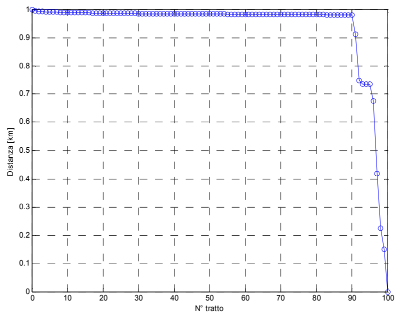


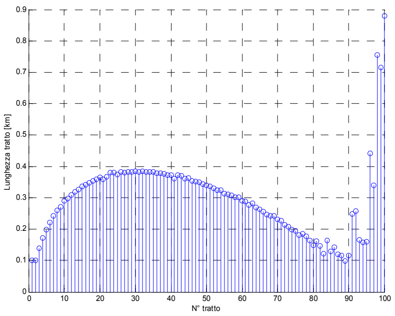




e così via. Il metodo utilizzato, come accennato sopra, è un metodo numerico iterativo; il "punto di partenza" per l'iterazione (ovvero i punti x iniziali) sono stati scelti da me in modo da essere sempre equidistribuiti sul segmento scuola-casa: a priori, non avevo alcuna teoria che mi potesse far dedurre una loro distribuzione ottimale (se non alcune bozze, di cui sono convinto in modo intuitivo, ma di cui non ho la certezza). Pertanto, non posso garantire che il massimo trovato dal programma sia il massimo assoluto della funzione P descritta sopra: potrebbe benissimo essere un massimo locale. Un'altra pecca del programma è la seguente: le y sono state tutte espresse mediante radici di una qualche funzione delle x; davanti a questa radice poteva benissimo essere messo il segno negativo. Come si vede, i punti trovati sono tutti con y positiva: nessuno mi vieta di pensare che esistano percorsi maggiori di quelli trovati, che prevedano salti sopra e sotto la linea rossa. Anzi, addirittura, per un numero adeguatamente alto di tratti, sono sicuro che il percorso massimo sia "a spirale" attorno alla casa. Il mio programma non è in grado di verificare questa ipotesi; ad esempio con 100 tratti, il risultato è il seguente:







Alla prossima.

5. Quick & Dirty

Alberto e Fred hanno deciso di giocarsi l'ultima fetta di torta a testa e croce; reperite due monete sulla scrivania dell'Augusto Genitore sono pronti a prendere l'ardua decisione.

Come possono organizzare un veloce e onesto testa e croce, i due golosi, avendo a disposizione due monete di cui una soltanto sicuramente onesta (ma senza sapere quale delle due lo sia)?

> *Il metodo più veloce (che richiede un unico tiro da parte di ciascuno dei due partecipanti) è che ciascuno dei due tiri una diversa moneta, scommettendo su "facce uguali" e "facce diverse". Indipendentemente dall'onestà della seconda moneta, i due risultati sono equilibrati.*

6. Zugzwang!

6.1 Memorie del Celeste Impero

Agli inizi di questa rubrica avevamo statuito che non avremmo parlato di scacchi, ma il nostro massimo divertimento sta diventando quello di girarci pericolosamente attorno.

Una cosa che ci ha sempre affascinato degli scacchi cinesi (Xiang-Qi o, se preferite la pignoleria, 象棋: vuol dire *"Il Gioco dell'Elefante"*) è quella che sembra essere la ricerca completamente gratuita di complicazioni; provate ad andarvi a vedere come prende il *Cannone*, giusto per fare un esempio... Ma non corriamo troppo, che qui dovete disegnarvi tutto, dalla scacchiera in poi.

Giustappunto, la scacchiera. Ne vedete un esemplare qui di fianco, con indicate le zone particolari e la numerazione normalmente utilizzata; da dove abbiamo messo numeri e lettere dovrebbe essere chiaro sin dall'inizio che si gioca sugli ***incroci***.

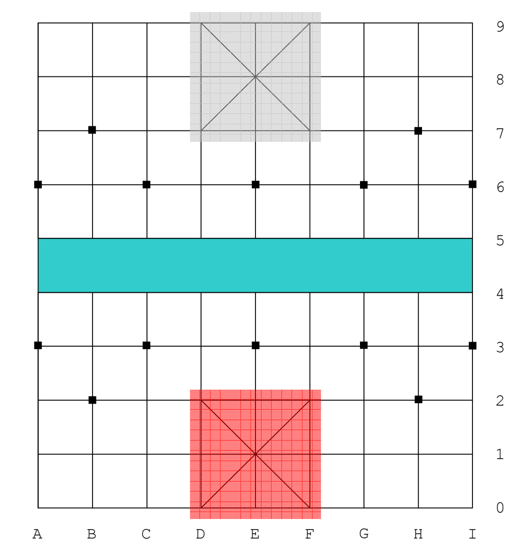


Figura 1 – La scacchiera

La zona centrale (coerentemente colorata in *Aqua*) è nota come il ***Fiume*** mentre le due altre zone colorate sono i ***Palazzi*** (rispettivamente Nero e Rosso). Siccome il significato di queste zone è strettamente legato al movimento dei pezzi, vedremo a cosa servono dopo; per prima cosa, mettiamo a posto i pezzi. Trovate il tutto in ***Figura2***.

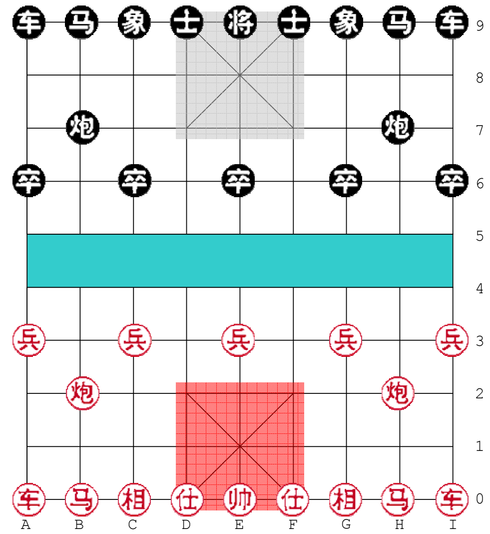
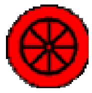
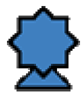
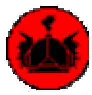
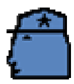
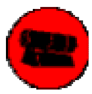


Figura 2 – I pezzi

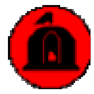
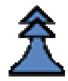
Adesso toglietevi quell'aria annoiata dalla faccia; se state un attimo attenti, vi accorgete che *alcuni pezzi in posizioni equivalenti sono indicati da caratteri diversi*; i due schieramenti sono speculari (come negli scacchi), i pezzi muovono nello stesso modo ma si indicano (e, supponiamo, si chiamano) in modo diverso.

"Intendi dire che dobbiamo imparare il cinese, per giocarci?" Buona idea; come esercizio, potreste tradurre RM e distribuirlo; basta che, data la conoscenza della lingua e le dimensioni del bacino di utenza, della posta ve ne occupiate voi.

Tranquilli, le cose saranno più chiare tra un attimo, quando spiegheremo i movimenti e le prese; vi inseriamo anche il corrispettivo ideogramma per entrambi gli schieramenti. Non solo ma, nel caso qualcuno di voi intenda seriamente costruirseli, aggiungiamo anche i bellissimi disegni di un paio di progettisti di scacchi: l'autore della prima è ***Fergus Dunhilo***, mentre la seconda è la famosa serie ***Alfaerie*** creata da ***David Howe***, con la quale potete giocare praticamente qualsiasi forma di scacchi fantasia. Fateci un giro; il cannone, secondo noi, è stupendo.

Rosso	Nero	Movimento e Presa	Fergus	Alfaerie
车	车	Carro Muove come una Torre, prende come una Torre. E allora perché non la chiamano Torre? Qualcuno lo fa.		
马	马	Cavallo Muove di un punto ortogonalmente e di uno diagonalmente "in avanti" (nel senso che non torna indietro rispetto alla direzione ortogonale). La conoscenza del Cinese da parte di Rudy si limita a poco altro oltre questo ideogramma, ed è certo che si legga ***Mao*** e che significhi *Cavallo* e non *Cavaliere*. Nei siti inglesi, comunque, lo trovate catalogato come *Knight* (anche il cavallo degli scacchi lo chiamano così, forse sarebbe il caso di mettersi d'accordo).		
相	象	Elefante L'Elefante muove di due punti in diagonale nella direzione che preferisce; *non può saltare altri pezzi* e prende l'eventuale pezzo nella *casella di arrivo*; inoltre, *non può traversare il fiume*. Anche se i due ideogrammi sono diversi, i pezzi si comportano nello stesso modo.		
仕	士	Mandarino Nota anche come *Guardia*, qui la scelta è personale. Si muove di un punto in diagonale, prende nello stesso modo e *non può lasciare il Palazzo*. Anche se i due ideogrammi sono diversi, i pezzi si comportano nello stesso modo.		
帅	将	Generale Anche qui, opinione personale, noto anche come *Re*. Muove di una casella in ortogonale, prende nello stesso modo e *non può lasciare il Palazzo*. Inoltre, i due Generali *non possono trovarsi nella stessa colonna senza altri pezzi interposti*. (Sempre opinione personale: il pezzo di Howe è bruttissimo!)		
炮	炮	Bombarda Qui l'opinione nasce dal fatto che ci risulta i cinesi all'epoca conoscessero le bombarde ma non i cannoni[12], termine con il quale è noto il pezzo se non volete usare il cinese ***Pao***. Muove ortogonalmente senza saltare, ma per prendere deve, nella stessa mossa, *saltare un pezzo* (amico o nemico); inoltre, non può superare il fiume (E qui Howe ha fatto una vera meraviglia).		

[12] Se il concetto non vi è chiaro e volete dare una veloce ripassata, andate a riprendervi in *De la Terre à la Lune* di Jules Verne la descrizione del Columbiad (l'aggeggio che lancia il proiettile) da parte di Barbicane (il presidente del Gun Club): "*Ce sera un canon, puisque la chambre de la poudre aura le même diamètre que l'âme. Ce sera un obusier, puisqu'il lancera un obus. Enfin, ce sera un mortier, puisqu'il sera braqué sous un angle de quatre-vingt-dix degrés*". L'aggeggio che usavano i cinesi apparteneva alla categoria degli obici, come le bombarde di una volta (pignoleria: quello che parte "realmente" dal Columbiad non è un "obus", che sarebbe sferico; per farci stare comodi i tre matti, viene trasformato in un proiettile cilindro-conico).

Rosso	Nero	Movimento e Presa	Fergus	Alfaerie
		Pedone Muove e prende di una casella in avanti ma, attraversato il fiume, può anche muovere o prendere lateralmente. Arrivato in ultima riga, può muovere solo lateralmente.		

Muove per primo il ***Rosso*** e sono vietati gli scacchi perpetui e le ripetizioni di posizioni (massimo tre volte consecutive); inoltre, ricordatevi che qui se siete in ***stallo*** avete perso.

Mal di testa? Beh, secondo alcuni è più semplice di quello che sembra.

7. Pagina 46

Per prima cosa dimostriamo che nessun numero può essere diviso per 9 cancellando una cifra che si trovi in una posizione oltre la seconda posizione più significativa.
Schematizziamo il numero N come:

$$N = \overline{a_0 a_1 a_2 \dots a_n} = a_0 10^n + a_1 10^{n-1} + \dots + a_n .$$

$\frac{N}{9}$ è intero e per dimostrare la nostra ipotesi supporremo per assurdo che sia ottenuto cancellando una cifra oltre la seconda posizione da sinistra; quindi abbiamo:

$$a_0 10^{n-1} + a_1 10^{n-2} + \dots = \frac{N}{9}.$$

Se moltiplichiamo questa equazione per 10 e sottraiamo dal risultato l'espressione originale, otteniamo:

$$\frac{N}{9} < 10^{n-1};$$

questa è una contraddizione, in quanto $\frac{N}{10}$ è un numero minore di quello dato e si ha

$$\frac{N}{10} = a_0 10^{n-1} + \dots \geq 10^{n-1}.$$

Ricordando il criterio di divisibilità per 9, si ha che se N è divisibile per 9 e se lo è anche il numero ottenuto cancellando la *prima* cifra di N, allora questa prima cifra deve essere 0 o 9; siccome deve essere $a_0 \neq 0$, dobbiamo avere $a_0 = 9$ per rispettare le condizioni del problema. Ma in questo caso N ha lo stesso numero di cifre di $\frac{N}{9}$, e quindi $\frac{N}{9}$ non può essere ottenuto da N cancellando la prima cifra. Questa contraddizione implica che l'unica cancellazione di una cifra da N per soddisfare le condizioni del problema è quella della seconda cifra. Quindi, deve essere

$$\frac{N}{9} = a_0 10^{n-1} + a_2 10^{n-2} + \dots + a_n .$$

Siccome $\frac{N}{9}$ deve essere ancora divisibile per 9, allora deve essere ancora $a_1 = 0$ o $a_1 = 9$. Se supponiamo $a_1 = 9$, e se moltiplichiamo l'espansione di $\frac{N}{9}$ per 10 e ne sottraiamo l'espansione per N, otteniamo $\frac{N}{9} = (a_2 - 9) \cdot 10^{n-1} + \ldots$, e siccome $a_2 \leq 9$, deve essere:

$$\frac{N}{9} < 10^{n-1},$$

che è impossibile.
Da cui, le condizioni del problema possono essere soddisfatte solo se la seconda cifra di N è zero e se è questa la cifra cancellata. Quindi,

$$N - \frac{N}{9} = a_0 10^n - a_0 10^{n-1},$$

o anche

$$\frac{N}{9} = N - a_0 10^n + a_0 10^{n-1} = N - a_n \cdot 9 \cdot 10^{n-1}. \qquad \textbf{[7.1]}$$

Infine, si ha

$$\frac{1}{9} \cdot \frac{N}{9} = \frac{N}{9} - a_0 10^{n-1}.$$

questa equazione implica che per dividere il numero $\frac{N}{9}$ per 9, dobbiamo semplicemente cancellare la prima cifra a_0. Questo risolve la prima parte del problema.
Dalla **[7.1]**, si ha che deve essere:

$$\frac{N}{9} = N - a_0 \cdot 10^{n-1} \cdot 9,$$

da cui segue (risolvendo per N), che N deve avere la forma:

$$N = \frac{a_0 \cdot 10^{n-1} \cdot 81}{8}.$$

È evidente che a_0 non può assumere i valori 8 o 9 e che la seconda cifra deve essere zero. Se procediamo per tentativi attraverso i valori $a_0 = 1,2,3,4,5,6,7$ ricercando i valori di n che rendono N intero, vediamo che la relazione è soddisfatta per i valori:

10125, 2025, 30375, 405, 50625, 6075, 70875.

Questi numeri, assieme ai loro prodotti per 10^k $(k = 1,2,3\ldots)$ sono gli unici che soddisfano le condizioni del problema.

8. Paraphernalia Mathematica

8.1 Rien ne va plus [003] – 1*1= praticamente mai uno

L'idea, vagamente suggerita dal titolo e che verrà giustificato dalle parti della fine del pezzo, è quella di mettere assieme due giochi, e di vedere cosa succede. Cominciamo con la definizione.

Somma di due giochi

> Dati due giochi G e H si definisce **somma** dei due giochi $G+H$ la combinazione dei due giochi G e H.

Detto in altre parole, i due giochi sono pronti sul tavolo e, quando è il suo turno, uno dei due giocatori sceglie se fare una mossa nel gioco G o una mossa nel gioco H; il gocatore non è forzato a fare mosse in un determinato gioco nè a seguire la scelta dell'altro giocatore; quando non ha mosse possibili in nessun gioco, perde.

Somma di due Nim

> Si definisce Somma di due giochi Nim l'insieme di due giochi Nim.

Beh, qui andiamo sul facile; la somma di due giochi Nim è *ancora un gioco Nim*; ad esempio, se sommiamo i giochi $(2,5,7)$ e $(3,4,8)$ è evidente che otteniamo il gioco $(2,3,4,5,7,8)$, che è ancora un Nim con le stesse strategie già viste, anche se è leggermente più complicato far di conto a mente; la cosa, in effetti, è vera anche per somme di giochi diversi:

Nim-Quadrato

> Alberto e Fred hanno davanti un gioco di *Nim*, ma questa volta la regola è che possono togliere solo un numero di segnalini che sia un *quadrato perfetto*.

Vediamo un caso, che forse è più semplice:

Alberto	Ha	4 9 12		_ 9 8		_ 5 4		_ 1 3
	Sottrae	_ _ 4		_ 4 _		_ 4 _		_ _ 1
Fred	Ha		4 9 8		_ 5 8		_ 1 4	
	Sottrae		4 _ _		_ _ 4		_ _ 1	

Alberto	Ha		_ 1 1		_ _ _
	Sottrae		_ _ 1		☹
Fred	Ha	_ 1 2		_ 1 _	
	Sottrae	_ _ 1		_ 1 _	☺

Nim-Quad

Risulta ragionevolmente evidente, anche in questo caso, che il gioco non è altro che la somma di una serie di "Quadrare un Numero": in pratica, ne giocate uno per ogni riga del Nim.

Per evitare di annoiarci, forse è meglio se scegliamo un'altra strada... Qui arriva il momento di introdurre un concetto fondamentale, quello dei ***Nimeri***[13]. Questi non sono

[13] O, se preferite, dei *Nim-Numeri*: abbiamo cercato di mantenere il gioco di parole presente nell'originale inglese, in cui vengono chiamati ***Nimbers***. Sadicamente il nome è stato scelto per ingenerare facili confusioni e errori tipografici; andate a vedervi su una tastiera la distanza tra la "u" e la "i"... A insindacabile giudizio della Redazione, scriviamo "Nimeri" con la maiuscola e ringraziamo Alice per aver corretto tutti i typo.

altro che i *Valori-Nim* assegnati alla configurazione di un gioco; per riconoscere i numeri dai Nimeri, questi ultimi verranno indicati con un asterisco a prefisso (tranne per lo zero, che lasciamo senza simbolo per ragioni che risulteranno evidenti a ben pochi di noi).

"...e dirci come si calcolano?" Beh, qui le cose si complicano: cerchiamo di calcolarli per "***Quadrare un Numero***". Ci servono, nell'ordine: una convenzione, una definizione, un calcolo e un atto di fede.

1. **Convenzione**: Tanto per cominciare, assegnamo al gioco con $n = 0$ il valore 0: in effetti, non esistono mosse possibili per nessun giocatore e la cosa ha una parvenza di giustificazione.
2. **Definizione**: Trovate tutte le possibili mosse per una situazione del gioco, il Nimero di questa situazione è il Nimero più piccolo che **non compare** per ognuna delle configurazioni risultanti delle mosse possibili.
3. **Calcolo**: Possiamo assegnare al gioco con $n = 1$ il Nimero ^{*1}, in quanto l'unico "gioco" nel quale possiamo finire è lo 0 che ha Nimero 0.
4. **Atto di fede**: supponiamo di aver calcolato i Nimeri sino al 12 (fidatevi, sono giusti) e di voler calcolare quello per $n = 13$:

"n"	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Nimero	0	^{*1}	0	^{*1}	^{*2}	0	^{*1}	0	^{*1}	^{*2}	0	^{*1}	0	

Allora, in "***Quadrare un Numero***", quando vi ritrovate con un 13 in mano, potete solo giocare 1, 4 oppure 9, restando con 12, 9 oppure 4 rispettivamente. Questi tre numeri hanno Nimeri 0, ^{*2} e ^{*2}, quindi il valore più basso che non compare è ^{*1}, *che assegnamo al* 13.

Per fare di conto, esistono un paio di utilissimi teoremi:

Tanto per cominciare, *una posizione avente Nimero* **n** *è equivalente ad un gioco di Nim con* **n** *monete*. Questo significa che se avete davanti un ***Nim-Quad*** con posizione $(4,9,12)$, vi basta andarvi a cercare questi tre numeri nella prima riga della tabella precedente per accorgervi che equivale ad un gioco di Nim $(2,2,0)$[14], in cui il primo giocatore perde.

Inoltre, *se i giochi* **G** *e* **H** *hanno Nimeri* ***m** *e* ***n***, allora il Nimero del gioco somma* **G+H vale** $^*(m^*n)$**.**

Posto che abbiate dei problemi con l'ultimo calcolo, vedetelo come "Il Nimero di **m** giochi aventi ciascuno Nimero ***n**", ossia la somma di **m** giochi uguali (beh, *quasi* uguali... Ma qui dovreste arrivarci da soli).

Forse le cose vanno meglio se facciamo un esempio e, giacchè ci siamo, ci calcoliamo qualche Nimero:

[14] Rudy non ritiene opportuno asteriscare questi aggeggi; se non siete d'accordo possiamo discuterne, ma pagate voi la birra.

"n"	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Nimero	0	*1	0	*1	*2	0	*1	0	*1	*2	0	*1	0	*1	*2
"n"	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
	0	*1	0	*1	*2	0	*1	0	*1	*2	*3	*2	*3	*4	*5

I primi Nimeri per "Quadrare un Numero"

Ora vediamo una partita tra Alberto e Fred; siccome viene lunghetta, cerchiamo una notazione più veloce, indicando solo la situazione lasciata al giocatore di turno e sottolineando la riga dove viene fatta la mossa; per ogni posizione, però, indichiamo anche i relativi Nimeri (attenzione che i Nimeri sono quelli *che si ritrovano* prima della mossa):

Giocatore	Posizione	Nimero
Alberto	(18,26,$\underline{28}$)	(*1,*2,*4)
Fred	(18,$\underline{26}$,27)	(*1,*2,*3)
Alberto	(18,$\underline{25}$,27)	(*1,*3,*3)
Fred	(18,$\underline{09}$,27)	(*1,*2,*3)
Alberto	(18,$\underline{00}$,27)	(*1, 0,*3)
Fred	(18,00,$\underline{18}$)	(*1, 0,*1)
Alberto	(18,00,$\underline{14}$)	(*1, 0,*2)
Fred	(18,00,$\underline{13}$)	(*1, 0,*1)
Alberto	(18,00,$\underline{12}$)	(*1, 0, 0)
Fred	($\underline{02}$,00,12)	(0, 0, 0)
Alberto	(02,00,$\underline{08}$)	(0, 0,*1)

Nim-Quad e suoi Nimeri

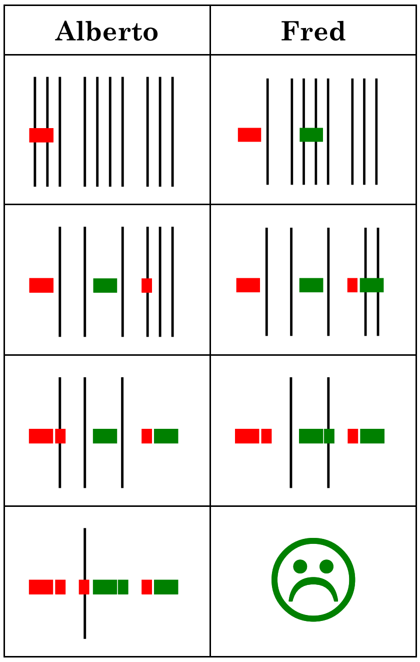
Risulta abbastanza evidente (soprattutto se la giocate) quale sia la strategia di Alberto: ad ogni turno, verifica quale sia il ***Gioco Nim*** equivalente attraverso i Nimeri, trova la mossa (per il Nim) vincente, la trasforma nell'equivalente mossa in Nim-Quad e lascia a Fred una posizione sicuramente perdente.

La cosa interessante, qui, è che contrariamente alle monetine del Nim ***i valori dei Nimeri salgono e scendono***; nonostante questo, Fred prima o poi perderà, in quanto il gioco è sicuramente concludibile in un numero finito di mosse.

Forse è meglio se proviamo con qualche giochino diverso...

Kayles

Tracciate alcune righe parallele su un foglio, in gruppi; ogni giocatore, al proprio turno, può cancellarne una o due adiacenti a scelta dove preferisce; dopo ogni mossa, non è permesso "riaggiustare" le righe. Perde il primo giocatore che non può effettuare una mossa.



Kayles

Proviamo a vedere una partita facile, con partenza $(3,4,3)$: Alberto cancella con il rosso, Fred con il verde. Provate a giocarne un paio, magari usando dei bastoncini da Shangai (o *Mikado*, come lo chiamano all'estero).

E adesso proviamo a calcolare il Nimero delle configurazioni: con calma.

Per **n=0**, non essendo possibile nessuna giocata, il valore è evidentemente **0**.

Per **n=1** è possibile una sola giocata, e chi la fa vince; quindi (ricordiamoci l'asterisco) il valore è ***1**.

Per **n=2** si possono fare due giocate, lasciando nessun o un bastoncino; questi due risultati hanno rispettivamente Nimeri **0** e ***1**, quindi il valore assegnato (primo che non compare) è ***2**.

I guai cominciano con **n=3**, e forte è stata la tentazione di lasciarvelo come esercizio...

Qui, possono restare **1** bastoncino, **2** bastoncini contigui o **2** bastoncini separati, ossia i giochi (1), (2) oppure $(1,1)$. I primi due hanno rispettivamente Nimeri ***1** e ***2**, mentre il terzo, composto da due giochi equivalenti al primo, risulta avere Nimero ***(1*1)=0**.

Se il calcolo "UnoPerUnoFaZero" qui sopra vi lascia perplessi, andate a rivedervi la definizione di somma di giochi e come si compongono i Nimeri; avete due giochi uguali ciascuno avente Nimero ***1**.

Scoperto il trucco, le cose si semplificano: per **n=4** abbiamo i giochi risultanti (3), $(1,2)$, (2) o $(1,1)$, con Nimeri rispettivamente ***3**, ***(1*2)=*3**, ***2**, ***(1*1)=0**; dovendo attribuire il primo che *non* compare, in questo caso il Nimero del gioco è ***1**.

Se continuate in questo modo, dovreste ottenere piuttosto alla svelta la tabellina; siccome non lo farete mai, ve la forniamo qui di fianco.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nimero	**0**	***1**	***2**	***3**	***1**	***4**	***3**	***2**	***1**	***4**	***2**

I Nimeri di Kayles

Nella segreta speranza di emozionarvi al calcolo dei Nimeri, vi facciamo un altro esempio. Questo ci ha particolarmente appassionato, anche perché (stufa di vederci giocare con monetine da un cent) Alice tempo fa ci ha regalato delle bellissime pietruzze di vetro levigato.

Il Gioco di Grundy

> Avete un mucchio di ***n*** sassolini (o le pietruzze di cui sopra); ad ogni mossa, il giocatore di turno divide un mucchio in due mucchi ***disuguali***. Il primo giocatore che non può muovere perde.

I giochi (1) e (2) sono evidentemente perdenti, quindi attribuiremo loro Nimero pari a **0**; per andare avanti (visto che la cosa risulta ragionevolmente semplice) inventiamoci una notazione più stenografica (ricordatevi, il primo che *non* compare... Io mi sbaglio sempre lì):

$$(3) \to (1,2) \Rightarrow (0,0) = 0 \Rightarrow^* 1;$$

$$(4) \to (1,3) \Rightarrow^* (0,^* 1) =^* 1 \Rightarrow 0;$$

$$(5) \to \begin{cases} (1,4) \Rightarrow (0,0) = 0 \\ (2,3) \Rightarrow^* (0,^* 1) =^* 1 \end{cases} \Rightarrow^* 2;$$

Da cui, la tabellina:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nimeri	0	0	*1	0	*2	*1	0	*2	*1	0	*2	*1	*3	*2	*1

I Nimeri di Grundy

Adesso, qualche compito a casa; provate a calcolare i Nimeri di questi giochi, oppure a giocarli. Per prima cosa, due variazioni sul Kayles

N-Kayles

> Stesse regole del gioco di Kayles, ma questa volta potete prendere un numero arbitrario di bastoncini *contigui*.

Il Kayles di Dawson

Come sopra, ma questa volta siete forzati a prendere **due** bastoncini contigui.

E, visto che abbiamo introdotto il Professor Dawson, vediamo cosa riuscite a fare con una cosina della quale avevamo già parlato in un problema:

Gli scacchi di Dawson

Partite con una scacchiera $3 \times n$, con n pedoni su ciascuna delle due righe di bordo. Ad ogni mossa un giocatore muove un proprio pedone o cattura un pedone dell'avversario. La mossa è sempre di una casella in avanti e la cattura sempre in diagonale in avanti; i pedoni, arrivati "in terza", si fermano e non possono più essere mossi.

Il nome del prossimo gioco lo abbiamo inventato noi; qualsiasi cosa più simile (e anche "ornitorinco anoressico" è più simile) al nome originale di ***Treblecross*** verrà entusiasticamente accettata.

Filetto Monodimensionale Cooperativo

Su una griglia $1 \times n$ ogni giocatore può mettere al proprio turno una **X** nella posizione che preferisce; il primo giocatore che ottiene tre **X** in sequenza vince

Ancora una cosa, sui Nimeri: se a qualcuno di voi "ricordano qualcosa", complimenti.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms